Los profesores y los decimales. Conocimientos y creencias acerca de un contenido de saber *cuasi invisible*

Alicia Ávila

Resumen: El artículo analiza los conocimientos y creencias sobre los números decimales de un grupo de 25 docentes de educación primaria, así como su vinculación con las reformas a las matemáticas de fin del siglo XX instrumentadas en México. El análisis se sustenta en los resultados de una indagación realizada mediante cuestionarios, entrevistas y recuperación de opiniones vertidas en *un taller* con profesores de quinto y sexto grado de educación primaria, donde los primeros hacían mayoría importante. Los resultados muestran que, a pesar de la relevancia matemática y funcional de los decimales, estos números constituyen un *contenido cuasi invisible* en la educación primaria, puesto que las preocupaciones y la acción docentes predominantes se sitúan en la escritura utilizando "el punto", minimizando y aun excluyendo la atención sobre los aspectos conceptuales de dichos números. Se constata también que, entre los docentes, circulan limitados conocimientos matemáticos y didácticos sobre los decimales, lo cual permite entender los acercamientos observados y suponer una escasa probabilidad de que sean asumidas las innovaciones curriculares que los presentan como números con propiedades y funciones específicas si las condiciones institucionales de su incorporación no se modifican sustancialmente.

Palabras clave: números decimales, concepciones docentes, educación primaria, enseñanza de las matemáticas, reformas e innovaciones educativas.

Abstract: This article analyzes the knowledge and beliefs a group of 25 elementary school teachers has about decimal numbers and their link with Mexican reforms in mathematics at the end of the 20^{th} century. The analysis is based on data collected from questionnaires, interviews, and opinions expressed in a workshop for fifth and sixth grade teachers, with the former in preponderance. The results show that, despite the mathematical and functional importance decimals

Fecha de recepción: 24 de septiembre de 2007.

have, these numbers constitute a *quasi-invisible content* in primary education, because the teachers' main concerns and actions center on how to write using "the point," minimizing and even excluding attention to the conceptual aspects of these numbers. It also offers decisive evidence that their knowledge of the math and teaching technique of decimals is quite limited, which sheds light on the approaches observed and the likelihood that the curricular innovation they are involved in will be overlooked unless institutional conditions are overhauled.

Keywords: decimal numbers, teacher's conceptions, elementary school, reforms in mathematics, curricular innovation in mathematics.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los decimales son números cuya utilidad en el mundo del intercambio comercial y del trabajo es ampliamente reconocida. Se ha llegado a afirmar que estos números se han convertido en protagonistas de todos los cálculos –hasta el punto de que en la práctica desplazan completamente a las fracciones–, debido en parte a la disponibilidad y uso de calculadoras y computadoras que realizan las operaciones utilizándolos (cf. Centeno, 1997, p. 17).

La importancia de los números decimales radica en que permiten expresar informaciones numéricas que no es posible comunicar disponiendo sólo de los naturales. La medición es un ámbito en el que la funcionalidad de aquellos números se hace notar con facilidad.

Los decimales –en cuanto subconjunto de los racionales– implican una ampliación del campo de los naturales, puesto que permiten resolver operaciones o problemas que no es posible solucionar con estos números; por ejemplo, las respuestas a las preguntas: *¿qué número multiplicado por 10 da 1?* o *¿qué número multiplicado por 4 da 2?* no se encuentran en el conjunto de los números naturales; para responderlas son necesarios los números racionales (en este caso decimales) $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{2}$, porque: $10 \times \frac{1}{10} = 1$ y $4 \times \frac{1}{2} = 2$ o bien $10 \times 0.1 = 1$ y $4 \times 0.5 = 2$.

Algunas cuestiones que caracterizan a los decimales son las siguientes:

1. Son un subconjunto de los números racionales que tienen al menos una expresión en forma de fracción decimal.

2. Las fracciones decimales son las que pueden expresarse con un numerador entero y un denominador que es una potencia de 10, por ejemplo, $\frac{3}{10}$ y $\frac{1}{1000}$ son fracciones decimales.
3. Este tipo de fracciones pueden representarse utilizando escrituras que llevan punto decimal, dando lugar a las expresiones decimales finitas que, en el ámbito escolar, es común que reciban simplemente el nombre de "decimales".

Las fracciones que no son decimales (por ejemplo 1/3) no pueden representarse mediante una expresión decimal finita, este tipo de fracciones sólo pueden aproximarse mediante las expresiones decimales periódicas infinitas (1/3 = 0.3333...). Según lo que sabemos, lo más frecuente es que en la escuela se omita diferenciar estas expresiones.

La adquisición y dominio de los números decimales es un proceso lento y difícil para los alumnos. Las diferencias existentes entre las propiedades de éstos y las de los números naturales generan grandes confusiones, puesto que:

- en los decimales, el número de cifras no es determinante como elemento para definir el orden, en los naturales, sí;
- en los decimales, al igual que en el conjunto de los racionales, no hay ni antecesor ni sucesor y, vinculado con esto,
- entre dos decimales –en lo que constituye otra diferencia con los naturales– siempre es posible incorporar otro decimal (propiedad de densidad, válida para todos los racionales).

Guy Brousseau destacó ya hace tiempo (Brousseau, 1980) que el conocimiento sobre los números naturales constituye un obstáculo para la comprensión de los decimales. Por ejemplo: pensar que un número con más cifras es necesariamente un número mayor que otro, que el cero a la izquierda no tiene valor, que al multiplicar dos números siempre se obtiene otro igual o mayor que los factores o que al dividir dos números el resultado siempre será menor que dividendo y divisor, son ideas válidas en el campo de los naturales que dificultan la interpretación y ponderación de la magnitud de los números y los cálculos cuando se trabaja con los decimales. Constituye, pues, un reto didáctico hacer comprender a los estudiantes que los decimales son números distintos de los naturales, puesto que funcionan de otra manera y tienen propiedades diferentes a las de aquéllos.

Esto no es simple, ya que, como también señaló Brousseau:

> [Los decimales] por una parte, se parecen tanto a los naturales que es muy fácil emplearlos y aprender muy pronto una cierta manera de usarlos: fueron inventados para eso. Pero, por otra parte, esta primera comprensión se convierte en obstáculo para un uso más refinado y para una buena comprensión de cuestiones fundamentales para el estudio de las matemáticas (Brouseeau, en Centeno, 1997, p. 13).

No obstante las dificultades que entraña su comprensión, en el ámbito escolar los números decimales han sido considerados poco problemáticos.[1] Quizás su surgimiento como herramienta práctica para las cuentas de los hombres, como dijera Stevin (Stevin, citado por Waldegg, 1996), los dotó de un carácter eminentemente utilitario y alejado de la reflexión que permanece hasta nuestros días.

LOS DECIMALES EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Los decimales en los programas de 1960

En la cultura escolar mexicana, la simplicidad e irrelevancia concedida a los decimales se percibe con un simple vistazo al currículo del último medio siglo. En efecto, en la década de 1960, los decimales se introducían en cuarto grado prácticamente como una extensión de la escritura para los naturales. El libro de texto gratuito correspondiente (Virgen Sánchez, 1969, pp. 60-61)[2] dedicaba sólo una lección al tema. La lección presentaba una introducción conversacional con los siguientes elementos:

- El nombre del punto que aparece en la expresión 38.8 grados es el punto decimal.
- El punto decimal se usa para separar los enteros de las fracciones decimales.

[1] Con la afirmación me refiero al caso de México, pero R. Neyret (1995) ha señalado que, en Francia, los decimales no ocupan un espacio privilegiado ni en la enseñanza ni en las preocupaciones docentes.

[2] Cabe señalar que, en México, desde 1960 existe el libro de texto gratuito "único" que se entrega a todos los niños que asisten a las escuelas en todo el territorio nacional.

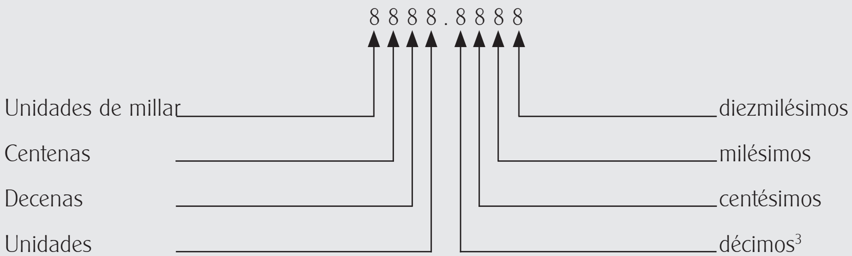
- Las diferencias de valor entre el 8 colocado a la izquierda del punto y el ubicado a la derecha de éste.

En seguida, se introducía el siguiente esquema:

Fracciones decimales

Nuestro sistema de numeración es decimal. Cada cifra colocada a la derecha de otra es de un orden 10 veces inferior a la que la antecede.

Así, el 8 escrito a la izquierda del punto es 10 veces mayor que el 8 situado a la derecha. El primero representa unidades y el segundo décimos.



Es decir que, según el enfoque prevaleciente en la época, estudiar los decimales consistía en hacer hincapié en su escritura mediante los principios del sistema decimal de numeración y relevar el valor posicional de las cifras, de tal suerte que, después de algunos ejercicios con *orientación nominalista,*[4] la tarea sugerida sería trabajar las cuatro operaciones con decimales.

Los decimales en el currículo de 1970

En los libros de texto editados en la década de 1970, se modifica la introducción de los decimales: se destaca su carácter racional y se señala que el sistema decimal de numeración permite representar valores menores que la unidad utilizando el punto (cf. Imaz *et. al.*, 1972, pp. 60-62). El acercamiento es más o menos el siguiente:

[3] Virgen Sánchez, 1960, p. 60.

[4] Con la frase *orientación nominalista* me refiero a centrarse en el aprendizaje de los nombres de las columnas, así como en la lectura y escritura de los números sin detenerse en el análisis de los significados subyacentes.

Se trabajan brevemente representaciones equivalentes de algunas fracciones decimales, por ejemplo: 1/2 y 5/10, o 133/500 y 266/1000. Luego el tema se vincula a la vez con la suma y con la escritura decimal:

> (3 + 1) + 1/10 + 6/100 + 5/1000 = 4 + 1/10 + 6/100 + 5/1000,
>
> Cuatro unidades + una décima + seis centésimas + cinco milésimas que podemos escribir 4.165

Se incluye finalmente una breve explicación sobre la escritura utilizando el punto:

> Usando el sistema decimal, podemos representar valores menores que la unidad.
> El punto que hemos escrito para separar los enteros de las fracciones decimales se llama punto decimal.
> Observa que:
>
> a) el primer número escrito a la derecha del punto representa décimas,
> b) el segundo número escrito a la derecha del punto representa centésimas,
> c) el tercer número escrito a la derecha del punto representa milésimas,
>
> Si escribimos los tres primeros lugares a la derecha e izquierda del punto, tendremos:

Centenas	Decenas	Unidades	•	Décimos	Centésimos	Milésimos

> 825.136 es igual a ocho centenas + dos decenas + cinco unidades + una décima + tres centésimas + seis milésimas.
>
> O también:
> 825.136 = 800 + 20 + 5 + 0.1 + 0.03 + 0.006 (Imaz *et. al.*, 1972).

La propuesta de enseñanza de los decimales es de nuevo escueta. Se mantuvo la desproporción en relación con las fracciones: a los decimales se les dedicaron seis lecciones a lo largo de la primaria, mientras que a las fracciones más de cuarenta.

Con todo, el cambio incorporado en estos programas y textos escolares es, a nuestros ojos, un avance conceptual, porque hace notar la naturaleza de los decimales en cuanto números racionales; su importancia radica en que permite considerarlos como números con funciones y propiedades particulares, condición indispensable para lograr su comprensión.

La idea, ciertamente, no se trabajó con suficiencia en este currículo. Seguramente porque las propuestas de enseñanza elaboradas en la década de 1970 no tenían como referencia las dificultades consustanciales al aprendizaje de los decimales que posteriormente serían identificadas mediante la investigación en didáctica. Me refiero a que, en las últimas décadas, los decimales han sido reconocidos como un campo complejo cuyas propiedades no resultan fáciles de comprender y manejar y que, por lo tanto, el proceso de su adquisición escolar debe ser estudiado y planeado cuidadosamente (cf. por ejemplo Brown, 1981; Centeno, 1997; Neyret, 1995; Perrin-Glorian, s/f; Douady y Perrin Glorian, 1986).

Los decimales en la innovación del año 2000

En los Planes y Programas de Estudio de Educación Primaria mexicanos, en uso desde 1993 (SEP, 1993), y particularmente a partir de la revisión del libro de texto gratuito de quinto grado efectuada en el año 2000, la Secretaría de Educación Pública intentó promover un trabajo conceptual sobre los decimales, asumiendo claramente la distinción planteada hace tiempo por Centeno:

> Debemos distinguir bien cuando hablamos de un número y cuando nos referimos a una de sus diversas formas de representarlo. Hablamos de un número cuando nos ocupamos de su función, de los problemas que permite resolver o de las propiedades que lo distinguen de otras clases de números (Centeno, 1997, p. 22).

El tratamiento didáctico se inicia en cuarto grado y se basa en situaciones que: subrayan el carácter racional de los decimales; favorecen el manejo de las relaciones de orden y su ubicación en la recta numérica; orientan al descubrimiento de su naturaleza densa y al significado de las operaciones con decimales; promueven su utilización para resolver problemas diversos... (cf. Ávila, Balbuena, Fuenlabrada y Waldegg, 2000). Es decir, se pretende que los decimales se comprendan como números distintos de los naturales, con propiedades y funciones que los hacen característicos.

Desde esta perspectiva, se incorporan contenidos y actividades distintos de los tradicionalmente considerados al enseñar los decimales; por ejemplo:

- Las expresiones con punto aparecen luego de trabajarse las fracciones con denominador 10 y 100 sobre la recta numérica; el estatuto otorgado es el de "otra forma de registrar los números" (cf. Ávila, Balbuena y Bollás, 1994).
- Se trabaja la equivalencia entre décimos, centésimos, milésimos y la unidad, inicialmente con el apoyo de recursos visuales (Ávila, Balbuena, Fuenlabrada y Waldegg, 2000).
- Se comparan decimales también con el apoyo de recursos visuales; se trata de romper la idea (correcta en el campo de los naturales) de que, a mayor número de cifras, el número es mayor.
- Se ubican decimales entre otros dos decimales sobre la recta numérica; el objetivo es romper la idea de que los decimales tienen antecesor y sucesor e introducir la noción de densidad (cf. Ávila, Balbuena, Fuenlabrada y Waldegg, 2000, pp. 86-87).
- Se plantean situaciones problemáticas que dan sentido a las operaciones, en particular a la multiplicación y a la división.

No es motivo de este artículo hacer un análisis profundo de la propuesta; nuestra interacción con profesores nos indica la necesidad de su revisión, incluso por razones de dosificación y secuencia. Pero por ahora no hablaré de su coherencia interna, sólo mencionaré que, como se mostrará adelante, la propuesta guarda amplia distancia con lo que la tradición escolar ha establecido como enseñanza de los números decimales. Éste es, sin duda, un elemento crítico de dicha propuesta.

TRATAMIENTO DE LOS DECIMALES EN LA TRADICIÓN ESCOLAR

Al decir de investigadores franceses o anglosajones (Brousseau, 1980; Brown, 1981; Perrin-Glorian, s/f), las formas de enseñanza predominantes en las escuelas han contribuido a provocar las dificultades para comprender los decimales. En el caso de México, lo más común, según los datos con los que contamos, es que los decimales se introduzcan haciendo énfasis en la *escritura decimal*, sin que se ponga suficiente atención en que estos números son distintos de los naturales y, por lo tanto, en que deben abordarse considerando su complejidad conceptual y su propio estatuto epistemológico.

Conforme a esta tradición –cuyos rasgos es posible delinear con base en los resultados de esta y otras investigaciones paralelas (Ávila, 2004; Mendoza, en proceso; Ávila y García, 2008)–, la enseñanza de tales números consiste en extender la escritura de los naturales (los números antes del punto) a los números que aparecen después del punto y que representan fracciones de la unidad; es el mismo acercamiento que se veía en los libros escolares de hace medio siglo. Desde tal perspectiva, los números pierden su carácter conceptual para convertirse en un problema de reglas de representación.

Con frecuencia, la introducción se realiza utilizando como modelo el sistema métrico decimal (m, dm, cm, mm), que posteriormente se hace corresponder con la unidad, los décimos, los centésimos y los milésimos. Más adelante, se elimina la referencia a las unidades métricas sin que medie ninguna justificación. Refiriéndose a los materiales utilizados en Francia en la década de 1960, Brousseau mencionaría que esta supresión de la unidad sin advertencia alguna –"su evaporación"– es francamente abusiva (Brousseau, 1980, p. 172), puesto que se realiza furtivamente, sin explicación ni muestra alguna de su validez.

La idea que se comunica es más o menos la siguiente: una cierta cifra ubicada en una *columna* inmediatamente a la izquierda de otra representa un valor 10 veces mayor que en esa otra; a la inversa, una cifra ubicada en una columna inmediatamente a la derecha de otra representa la décima parte del valor correspondiente a su ubicación en la columna precedente. Para este fin, resulta de gran utilidad la llamada *tabla de posición numérica*:

Centenas	Decenas	Unidades	•	Décimos	Centésimos	Milésimos

la cual pone de relieve la lógica similar entre "enteros" y "decimales". Es decir, no obstante que los decimales son los racionales que pueden expresarse en forma de fracción decimal (cf. Peterson y Hashisaki, 1980; Nichols y Swain, 1975; Centeno; 1997), lo más común es que en la escuela se confunda una de sus formas de representación –su escritura utilizando los principios del sistema decimal de numeración– con el concepto de número decimal y esta escritura es la que constituye el objeto de estudio central. Dicha enseñanza, por otro lado, comúnmente no distingue entre las expresiones decimales finitas y la periódicas que aproximan a las fracciones no decimales.

Limitaciones y resultados de este enfoque

Para una cabal comprensión de los decimales, es fundamental poner de relieve su origen racional y las propiedades que derivan de tal origen, considerando las escrituras con punto sólo como una de las dos formas de representación posibles de dichos números. Visto así el problema, la enseñanza y el aprendizaje de los decimales en la escuela primaria se relacionan con:

a) el carácter racional de éstos;
b) su doble representación, y
c) el hecho de que es necesario hacer una ruptura con la lógica de los naturales para comprender los decimales.

Dichas cuestiones no son consideradas en el enfoque centrado en las escrituras con punto.

Las consideraciones anteriores toman valor a la luz de los exiguos aprendizajes efectivos que alcanzan los alumnos de educación básica primaria y secundaria al respecto. En efecto, las evaluaciones nacionales del desempeño en matemáticas muestran el poco dominio y comprensión que tienen los alumnos sobre los decimales. Por ejemplo, al finalizar la primaria, sólo 41% de los estudiantes compara correctamente decimales hasta milésimos, mientras que, al término de la secundaria, se conserva un porcentaje similar y se agrega otro dato: sólo 54% aplica con éxito la propiedad de densidad (Backhoff, 2006). Los estudios del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) también ponen en evidencia que los decimales –a pesar de las creencias existentes en sentido inverso– son tan difíciles como las fracciones, de tal suerte que, en ambos casos, sólo 10% de los niños tiene una buena probabilidad de resolver con éxito las tareas de orden (Backhoff, 2006).

En general, los aprendizajes logrados muestran que los decimales son un tema de especial dificultad y ponen en tela de juicio la eficacia de las formas de enseñanza y las creencias instaladas en la cultura escolar que la mayoría de los participantes en nuestro estudio comparte y que analizamos más adelante.

LOS PROFESORES Y EL APRENDIZAJE ESCOLAR DE LOS DECIMALES

Hace años que los profesores comenzaron a ser considerados agentes relevantes en el éxito o fracaso del aprendizaje de las matemáticas. Esta convicción, compartida hace ya tiempo por investigadores y planeadores de la educación, ha derivado actualmente en afirmaciones acerca de que *el docente y la calidad de la enseñanza que imparte constituyen el predictor clave* del éxito (o fracaso) del aprendizaje matemático de los alumnos (OCDE, 2007).

Adicionalmente, muchísimas investigaciones han confirmado el hecho de que las reformas e innovaciones que buscan modificar o alterar las prácticas educativas no son consideradas de manera automática por los profesores, sino que aquéllas (cuando se aceptan) son interpretadas y reelaboradas con base en las concepciones y conocimientos con que cuenta cada docente. Hay incluso quienes han estudiado las "formas de apropiación" de las propuestas curriculares en matemáticas (Block *et. al.*, 2007), o quienes se han referido al fenómeno mediante la expresión "realizaciones de la reforma" (Ávila *et. al.*, 2004) y destacan las diversas maneras en las que los profesores mantienen sus estilos docentes previos, adaptan estos estilos para arropar las nuevas propuestas o construyen estilos nuevos con algunos elementos de los previos. Pero no sólo son las creencias o los conocimientos de los que derivan las formas y la penetración que logran las intenciones de modificación y mejora de la práctica. Aline Robert afirma que, en la manera en la que se ponen en marcha las reformas e innovaciones, cuentan también las condiciones institucionales en las que se realiza el trabajo de enseñanza (Robert, 2003, citado por Peltier, 2004; Robert y Pouyanne, 2005).

Otra cuestión que ha motivado la reflexión de algunos investigadores es la distancia entre las prácticas y costumbres instaladas en las escuelas y la innovación que se busca incorporar. A decir de Michèle Artigue, en la posibilidad de evolución de las prácticas de enseñanza, la distancia entre lo nuevo y lo viejo constituye una variable crítica; cuando es enorme, deviene insalvable (cf. Artigue, 2004).

Sobre la base de los estudios antes comentados, consideramos al maestro como un sujeto con iniciativa e historia propias, el cual interpreta y modifica las innovaciones y reformas a la vez que es modificado por ellas (Elmore, citado en Block *et. al.*, 2007). De ninguna manera, entonces, imaginamos que los profesores asumirán, como en un proceso de copiado, la propuesta de enseñanza de los decimales cuya penetración nos interesa examinar, lo que deseamos mediante esta investigación es más amplio y consiste en dar respuesta a las preguntas que se anotan en la siguiente sección.

ESTRATEGIA DE INDAGACIÓN

Preguntas de investigación

Con el interés de descubrir los conocimientos y creencias sobre los decimales y su enseñanza que circulan entre los maestros, así como su vinculación con la innovación curricular sobre el tema que se introdujo en el año 2000, nos planteamos las siguientes preguntas de indagación:

- ¿Cómo conciben los profesores los decimales y qué importancia les dan como saber escolar?
- ¿Cuáles problemas y aspectos críticos identifican en el aprendizaje y la enseñanza de estos números?
- ¿Qué ayudas ofrecen a los alumnos para rebasar dichas dificultades?
- ¿Cómo es que han interpretado la propuesta de enseñanza de estos números introducida en el año 2000?
- ¿Son "salvables" las distancias entre dicha propuesta y los conocimientos y creencias de los profesores al respecto?

La relevancia de estas preguntas radica en el hecho de que los números decimales son importantes –desde el punto de vista tanto funcional como matemático– y en que la propuesta de enseñanza introducida era lo suficientemente diferente de las que hasta entonces habían orientado la enseñanza de los decimales, por lo que sería un "lugar" desde el cual mirar los fenómenos asociados a la incorporación de innovaciones curriculares en matemáticas.

Levantamiento de datos

El levantamiento de los datos que permitieron responder a las preguntas anteriores se hizo mediante varias estrategias:

a) aplicación de un cuestionario a 25 profesores asistentes a escuelas públicas que pueden considerarse *ordinarias*. A 13 de ellos los visitamos en su salón de clases; los 12 docentes restantes respondieron el cuestionario al iniciar un curso-taller sobre el tema (algunas de las preguntas del cuestionario se incluyen en el Anexo 1);

b) entrevistas a tres de los docentes que resolvieron el cuestionario, a fin de profundizar en sus puntos de vista;
c) recuperación de participaciones de profesores asistentes al taller antes mencionado.

Nuestro interés fue abordar los tres elementos que ya hace tiempo A. Robert y J. Robinet (1989) definieron como fundamentales en el pensamiento de los profesores porque se constituyen en guía de su acción: *a)* el conocimiento matemático de que se trate; *b)* el aprendizaje de éste; *c)* la enseñanza, es decir, las formas en que se supone que se puede apoyar el aprendizaje.

La gran mayoría de los profesores participantes atendía quinto grado,[5] algunos pocos atendían sexto; casi todos trabajaban en escuelas públicas urbanas y contaban con estudios de licenciatura en educación primaria; sus edades oscilaban entre los 26 y los 42 años. Los datos se recogieron en las ciudades de México, Aguascalientes y Cuernavaca. En seguida se analizan las opiniones recogidas.

RESULTADOS[6]

El conocimiento matemático

La noción de decimal: de los números con punto a las fracciones con denominador potencia de 10

Hoy es lugar común considerar que el conocimiento matemático de los profesores es un elemento esencial en la determinación de sus acciones en clase y su manera de enseñar las matemáticas (cf. por ejemplo, Llinares, 1996; Blanco, 1996; Robert y Pouyanne, 2005). Hicimos a los docentes dos preguntas bastante simples sobre el particular: ¿qué son los números decimales? y ¿qué relación hay entre los decimales y las fracciones?

Las nociones expresadas por la mayoría de los profesores hacen referencia a que un decimal es:

[5] En este grado se ubica la parte sustancial de la propuesta curricular de enseñanza de los decimales en la escuela primaria.

[6] Los datos recogidos se marcarán de la siguiente manera: con $_1$ los recogidos mediante cuestionarios escritos, con $_2$ los colectados en entrevistas y con $_3$ los recabados en el taller.

- una parte de un todo, o
- un número con una parte entera y una decimal y que lleva un punto[1]

En menor medida se menciona que un decimal es:

- la décima parte de una unidad, o
- un número que se representa después del punto[1]

Es decir, que un sector de los entrevistados comparte la idea de que los decimales son fracciones, aunque no se incluye el elemento que los caracteriza: el denominador potencia de 10. Otro grupo importante en número expresa la idea de que los decimales son números con punto, centrándose así en una de sus representaciones.

Sólo dos profesoras expresan en el conjunto de sus respuestas un conocimiento más preciso sobre el tema y se orientan a una definición convencional de número decimal: "Son las fracciones cuyo denominador es una potencia de diez".

Las fracciones y los decimales: de la ambigüedad a las expresiones equivalentes

La que aparece más frecuentemente es la idea de que las fracciones y los decimales son dos formas equivalentes de representar la misma cantidad. Sin embargo, los profesores que parecen tener claridad al respecto (12) no hacen mayoría. El resto de los profesores dan respuestas del tipo: "bastante", "mucha", o "una relación muy estrecha", que en nuestra opinión expresan conocimientos difusos sobre el tema.

De nuevo, dos profesoras destacan por lo que parece un mayor conocimiento de los números que nos ocupan; sus respuestas son las siguientes:

- Una fracción es una cantidad que se escribe con numerador y denominador, los decimales son una forma de escribir las fracciones.
- Las fracciones decimales son un subconjunto de las fracciones[1]

Tales conocimientos probablemente permiten una enseñanza más pertinente de estos números y también mirar de otra manera las propuestas oficiales.

Las fracciones: más importantes que los decimales

En consonancia con las propuestas curriculares de las últimas cinco décadas –que han minimizado la importancia de los decimales como objeto de enseñanza– la mayoría de los profesores coinciden en la idea de que es necesario dedicar más tiempo a las fracciones que a los números decimales$_1$. También consideran que estos números son fáciles de enseñar. Las razones de tales afirmaciones, sin embargo, no son tan claras ni fluyen automáticamente. Después de un periodo de discusión, la opinión que prevalece en *el taller* es la siguiente:

> Se necesita más lógica para entender numerador y denominador, los niños se confunden mucho con eso, en cambio, los decimales, como ya nada más es la transformación, es más sencillo [enseñarlos]$_3$.[7]

Se ven aquí dos cuestiones: la menor importancia (en comparación con las fracciones) otorgada a los decimales que prevalece entre los docentes y, por otra parte, la centralización en la representación decimal de estos números. Esto sin duda está relacionado con las concepciones sobre los decimales que circulan entre los profesores. La consideración de su naturaleza racional es poco frecuente.

El aprendizaje de los decimales

Dije antes que, según las investigaciones contemporáneas, las concepciones sobre el aprendizaje inciden decididamente en la manera en la que los profesores desarrollan la enseñanza. A la luz de tales concepciones, es posible imaginar las decisiones que los profesores tomarán para ayudar a aprender a sus alumnos, así como también la intensidad del compromiso con que actuarán para que éstos aprendan.

El aprendizaje: un problema fuera de la escuela

Hay quienes creen que las dificultades para aprender (en este caso los decimales) están en otra parte, alejadas del proceso de enseñanza y aprendizaje que tiene

[7] Con el término *transformaciones*, este y muchos otros docentes se refieren a la equivalencia entre décimos, centésimos, milésimos...

lugar en el aula. Varios profesores (7) consideran que los problemas para el aprendizaje de estos números se ubican en cuestiones como:

- Falta de atención
- Desinterés
- Falta de conocimientos previos
- Falta de apoyo de la familia$_1$

En estas opiniones, que transforman un problema didáctico en un problema social, prevalecen elementos que responsabilizan al alumno –en cuanto sujeto didáctico– de actitudes y conductas que obstaculizan el aprendizaje: la atención, el interés, el desconocimiento de saberes previos necesarios... El niño, en cuanto sujeto cognoscente que enfrenta la dificultad propia del concepto, está ausente en las afirmaciones de estos maestros. También está ausente la responsabilidad docente en cuanto diseñador de situaciones y tareas y promotor de acciones para que los alumnos aprendan.

Los decimales: problema de notación y valor posicional

La idea prevaleciente respecto de los decimales es que entender el valor posicional y saber colocar el punto es uno de los principales problemas para el aprendizaje de estos números:

- “La ubicación del punto, eso es lo más difícil.”$_1$
- “Si no queda claro el valor relativo y absoluto de los números enteros, es más complicado con decimales.”$_1$
- “Uno de los aspectos que debe enseñarse es el valor posicional, el cero, porque les decimos que cero a la izquierda no vale y en .01 sí vale, también las *transformaciones* son dificiles”.$_2$
- “Memorizar el valor posicional.”$_3$

Pero hay otras concepciones.

Los decimales: un problema de fracciones

Pocos docentes advierten cierta complejidad en cuanto a que los números (racionales) implican fraccionamiento de la unidad y equivalencia. Las siguientes son las respuestas que nos dan estos profesores:

- Comprender que un entero se puede dividir.
- La conversión de enteros a fracciones y viceversa.
- Las equivalencias entre décimos, centésimos y milésimos.$_1$

Los decimales: cuestión de destreza pedagógica

Hay para quienes los decimales son un contenido fácil de enseñar y de aprender; esta "facilidad" es resultado de la pertinencia en las ayudas que se pueden ofrecer a los estudiantes:

- "Si lo sabe uno explicar y con abundante material didáctico, los alumnos entienden fácilmente."
- "Si partimos de la *tabla de posición numérica* y nos apoyamos en fracciones del metro, su enseñanza y aprendizaje es más objetivo."$_3$

Los decimales: una cuestión de doble escritura

En mucha menor medida, los docentes refieren el carácter racional de los decimales, proponiendo el manejo simultáneo de éstos y las fracciones:

> "[Hay que trabajar] para que los niños comprendan que son equivalentes", "Porque van aunados, ya que [los decimales] representan a los números fraccionarios y un decimal también es una fracción."$_1$

Todos estos conocimientos y creencias orientan la manera en la que los profesores vinculan a los estudiantes con dicho saber, subrayando uno u otro aspecto del concepto, según su propia comprensión.

Los decimales son distintos de los naturales

Excepcionalmente, la atención se dirige a los problemas derivados de la *doble representación* de los decimales o a la necesidad de romper la lógica de los naturales como requisito para su comprensión. Lo hacen las dos maestras que muestran consistentemente un conocimiento más amplio de los números que nos ocupan. La principal dificultad, afirma una de ellas, es que:

> "Cuando se comparan números decimales, los equiparan a los números enteros, por ejemplo: 0.125 es mayor que 0.2."[2]

Mientras que la otra comenta:

> "Hay dificultad para interpretar las fracciones decimales como números fraccionarios y al mismo tiempo comprender que son parte del sistema de numeración decimal."[3]

Es llamativo que, de entre los 25 docentes participantes, sólo en una ocasión se ponga en evidencia que los decimales son distintos de los naturales, cuestión crucial para la comprensión de dichos números.

La enseñanza

Ayudas útiles para rebasar las dificultades de aprendizaje

Destacan entre los profesores dos ideas por la frecuencia con que se expresan: *a)* el centrarse en el buen manejo del sistema decimal de numeración y el valor posicional de las cifras; *b)* el interés por *hacer objetivo el conocimiento*.

Respecto a lo primero, se considera conveniente:

- Explicar el valor de posición y el valor del cero después del punto.
- Explicar la tabla de posición numérica.
- Recordar y hacer reflexionar sobre el lugar que ocupa cada cifra (décimos, centésimos, milésimos...).

Respecto a lo segundo, se consideran convenientes acciones como: "Explicar con material concreto" o "Usar material que permita una mayor objetividad". Este tipo de acciones está vinculado a la pedagogía sensual-empirista (Aebli, 1958), conforme a la cual –independientemente del contenido matemático de que se trate–, *lo objetivo* (todo aquello que entra por los sentidos) ayuda a aprender.[8]

Pocas veces (5) se mencionan actividades vinculadas a las fracciones como ayuda para comprender los decimales (por ejemplo "Utilizar el *rectángulo-unidad* para fraccionarlo").[9] Sólo dos docentes aluden la explicitación de la relación entre fracciones y decimales como manera de ayudar a comprender estos últimos.

Es decir, en el discurso de los profesores predominan ideas pedagógicas muy generales sobre las ayudas útiles para el aprendizaje de los decimales: repasar, asegurar la atención, poner ejemplos, explicar, hacer objetivo el concepto, hacer reflexionar... Estas ayudas –que podrían expresarse en relación con cualquier tema de matemáticas– reflejan un limitado conocimiento de los decimales y se vinculan a la concepción de que el aprendizaje y la enseñanza de dichos números se restringen al sistema decimal de numeración.

Llama también la atención que una de las profesoras con más sensibilidad sobre el tema, en cuanto problema de enseñanza y aprendizaje, propone ayudas de este tipo:

> "Uso el *rectángulo-unidad,* ahí ellos ven bien las transformaciones [equivalencias entre decimales], también trato de darme a entender, [porque] creo que muchos no, no, no me han entendido, no les he sabido llegar".$_2$

Se ve en esto que el mayor conocimiento de la naturaleza del aprendizaje de los decimales permite especificar algunas dificultades y responder a ellas, pero tal conocimiento no conlleva la sustitución de los apoyos *objetivos* y la transmisión por el constructivismo actualmente promovido para la enseñanza de las matemáticas.

[8] La característica esencial de esta forma de enseñanza es que ofrece elementos sensibles a la percepción y a la observación de los alumnos como camino del aprendizaje; propio de esta pedagogía es el viejo adagio: de lo concreto a lo abstracto.

[9] El *rectángulo-unidad* es un recurso que se proporciona en la primera lección que aborda el tema de decimales en quinto grado. Es un rectángulo dividido en cien rectángulos congruentes. Diez de éstos, que se encuentran alineados, están coloreados para indicar que constituyen un décimo. Otro de los rectángulos que representan los centésimos está subdividido en 10 pequeños rectángulos; se indica que cada uno de ellos representa un milésimo de la unidad.

Percepción de la propuesta de enseñanza de los decimales introducida en 2000

La opinión sobre la propuesta oficial de enseñanza de los decimales[10] vertida por los docentes, parece congruente con el conjunto de sus ideas. Para la mitad (12), dicha propuesta es buena, aunque en ocasiones poco útil –a pesar de sus bondades–, "debido al tradicionalismo" declarado por los mismos profesores. Un tercio de los docentes encuestados tiene una postura crítica hacia la propuesta: señalan que las lecciones son muy difíciles, en ocasiones incluso para ellos mismos, motivo por el cual casi no las utilizan.

El resto de los docentes muestran en sus opiniones desconocimiento de la propuesta. La franqueza de una docente llama la atención:

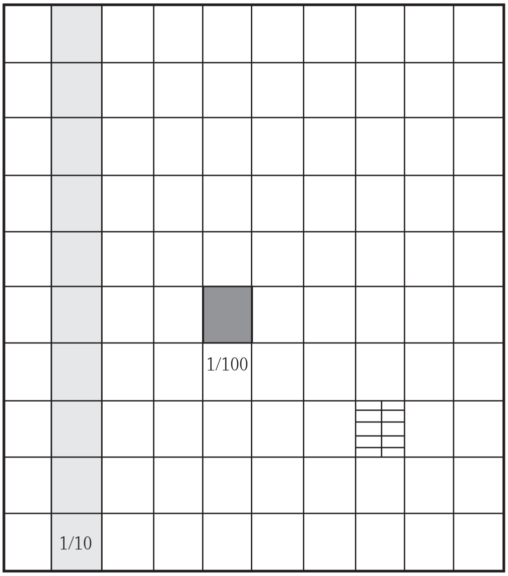
> "Discúlpeme usted [por no poder contestar sus preguntas], pero la verdad yo no entiendo los libros SEP, no me gustan porque están muy enredados, y en esto [de los decimales] no sé ni por dónde, por eso me guío con este [otro libro]."$_2$

Como se ve, la docente ha tenido dificultades para comprender las sugerencias ministeriales; ante tales dificultades, ha optado por utilizar un libro editado por una editorial comercial en el cual, la secuencia presentada en los textos gratuitos ha sufrido transformaciones didácticas importantes. En las páginas que nos muestra para indicar la utilidad de dicho texto, se observa una *transformación* de la lección "¿Cuántos centésimos y milésimos?", la cual inicia el tratamiento del tema en el quinto grado y se basa en el uso de saberes previos para responder a preguntas que, supuestamente, promueven el aprendizaje de las nociones previstas (véase figura 1). En cambio, el libro que usa la profesora orienta las actividades hacia un modelo ostensivo de los decimales.

Como se aprecia en la figura 1, un elemento importante en la actividad es la consideración de que los alumnos –poniendo en juego sus conocimientos previos y mediante la interacción con el modelo que representa el rectángulo– generarán conocimientos que les permitan responder las preguntas correctamente. Si no ocurriera de este modo, entonces se proponen dos recursos: comprobar utilizando el *rectángulo-unidad* y discutir las respuestas con los compañeros. Quizás dos limitantes de esta propuesta son: *a)* que confía demasiado en los saberes

[10] Me refiero a la plasmada en los programas oficiales y el libro de texto gratuito. Dicha propuesta debió haberse acompañado de un libro para el maestro, pero de todos los docentes interrogados ninguno lo conocía.

Figura 1. *¿Cuántos centésimos y milésimos?*[11]



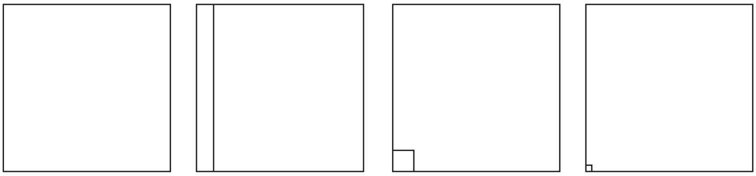
Responde las siguientes preguntas. Si necesitas, apóyate en el rectángulo verde que aparece a la izquierda (aquí lo hemos puesto arriba). Considera que representa una unidad.

¿Qué es más grande, un décimo o un centésimo?
¿Cuántas veces cabe un centésimo en un décimo?
¿Cuántas veces cabe un décimo en la unidad?
¿y un centésimo?
¿y un milésimo?
¿Qué parte de un décimo es un centésimo?
¿Qué parte de un centésimo es un milésimo?
¿y un décimo?

[11] A. Ávila, H. Balbuena, I. Fuenlabrada y G. Waldegg, 2000, p. 61.

previos de los alumnos y *b)* que implica un conocimiento razonable de los decimales por parte de los maestros, así como un cambio más o menos significativo en su función docente.

El libro utilizado por la profesora entrevistada es distinto, presenta una serie de ilustraciones similares a las del texto oficial, pero con una función didáctica diferente: ostentar los conceptos.



Unidad 1/10 1/100 1/1000

En efecto, una vez presentadas las figuras anteriores con el propósito de que los niños observen 1/10, 1/100 y 1/1000, se introducen otros cuadrados coloreados para representar fracciones con estos denominadores, por ejemplo: 3/10, 15/100 u 8/1000. Posteriormente, las expresiones decimales acompañan a las fraccionarias; se lee por ejemplo: 3/10 = 0.3 o 15/100 = 0.15. Una vez introducida esta notación, la lección incluye la actividad de colorear en los cuadrados la parte correspondiente que se indica mediante símbolos o, a la inversa, anotar la expresión decimal correspondiente a una cierta parte sombreada en los cuadrados.

Es decir, que la transformación que sufre la actividad propuesta en el libro de texto gratuito es importante. En cuanto al contenido, se han eliminado las relaciones entre décimos, centésimos, milésimos y la unidad; se ha agregado, en cambio, la "doble representación" de los decimales, haciéndolo en gran medida como un problema de escritura que no amerita ninguna explicación o justificación. Ése es el acercamiento que la maestra prefiere... pero volvamos al conjunto de los profesores participantes.

Entre el grupo de profesores que considera adecuada *grosso modo* la propuesta de enseñanza oficial, los argumentos de su ponderación positiva son principalmente de carácter pedagógico: "Hacen reflexionar a los niños", "Vinculan con experiencias reales" o "Son buenas, sobre todo por el apoyo del *rectángulo-unidad*"$_{1,3}$. Estos profesores coinciden también en señalar la dificultad –probablemente real– de la lección titulada "Las apariencias engañan", en la que se trabajan relaciones de orden y se introduce la propiedad de densidad de los decimales utilizando la recta numérica. Muchos de ellos afirman no utilizarla debido precisamente a la dificultad, lo que lleva a suponer que los contenidos tratados en la lección –orden y densidad de los decimales– quedan fuera de la agenda docente y de los aprendizajes de los alumnos.[12]

Sin profundizar mucho en la cuestión, estos docentes reiteran: la más adecuada es la lección "¿Cuántos centésimos y milésimos?". Los argumentos que sustentan la valoración son los siguientes:

a) La utilidad de la representación gráfica (de la unidad, los décimos, centésimos y milésimos a través del *rectángulo-unidad*).
b) Las sugerencias de manipulación de material ofrecidas en el texto.
c) La ayuda que, en conjunto, ofrece la lección para la comprensión de los décimos, centésimos y milésimos.
d) El adecuado nivel de dificultad.

Los profesores que no aprueban del todo las lecciones, pues consideran que "son complicadas" y que a ellos mismos se les dificultan, coinciden con los anteriores en su apreciación de la lección "¿Cuántos centésimos y milésimos?".

Son dos las profesoras que muestran conocer la propuesta con más profundidad. Ellas tienen expresiones más amplias y fundamentadas acerca de sus fortalezas y debilidades. Es interesante el valor explicativo (ostensivo) que una de ellas encuentra en el *rectángulo unidad*:

Mtra: La secuencia es buena pero difícil, bueno, esta lección no [se refiere a "¿Cuántos centésimos y milésimos?"], ésta es muy buena, porque trae la unidad [el *rectángulo-unidad*]...
Inv: ¿Usted ha trabajado con ella?
Mtra: Sí, ellos [los alumnos] la tienen *enmicada*,[13] y también yo la tengo en grande, al frente del salón, cada vez que la necesitamos ellos la sacan.
Inv: ¿Y por qué le parece buena o importante la *unidad*?
Mtra: Porque les ayuda a comprender lo que vale el décimo, el centésimo, el milésimo, las transformaciones [equivalencias entre ellos].3

[12] Es probable que actividades sobre el mismo contenido, pero con un menor grado de dificultad, hubiesen logrado mayor aceptación de la propuesta por parte de los docentes, lo cual a su vez llevaría a ofrecer a los alumnos un acercamiento matemático más completo.
[13] "Enmicado" significa forrado profesional con una película de plástico transparente.

DISCUSIÓN

Los números decimales son un subconjunto de los racionales que tienen al menos una expresión mediante denominador potencia de 10; otra característica de estos números es que pueden representarse utilizando los principios del sistema de numeración decimal mediante el cual se expresan los naturales. Esta *doble representación* los convierte en un espacio que implica una tarea de elaboración cognitiva compleja, a la vez que en un campo matemáticamente fértil en el que los alumnos podrían ejercitar el razonamiento y la imaginación.

Sin embargo, los datos aquí expuestos permiten afirmar que los números decimales constituyen un contenido de saber *cuasi invisible* en la educación primaria mexicana, en el sentido de que la mayoría de los profesores eliminan su tratamiento como subconjunto de los racionales porque consideran válidas las siguientes afirmaciones:

a) lo esencial de los decimales lo constituye la escritura después del punto utilizando los principios del sistema decimal de numeración;
b) puede lograrse un aprendizaje satisfactorio de estos números mediante estrategias de enseñanza orientadas por la idea de que los decimales son poco más que una escritura.

La creencia de que esta forma de enseñanza funciona –asociada a los limitados conocimientos sobre estos números que prevalecen entre los docentes– inhibe la incorporación de propuestas didácticas que destacan el carácter racional de los decimales y las propiedades que derivan de dicho carácter.

En efecto, las concepciones prevalecientes sobre los números decimales –favorecidas por los programas y libros de texto– reflejan una cierta cultura escolar y tradiciones de enseñanza de estos números sumamente distantes de las innovaciones curriculares introducidas en los últimos años.

Pocos maestros parecen percatarse de que el problema del aprendizaje de estos números se relaciona con: *a)* el carácter racional de los mismos; *b)* su *doble representación,* y *c)* el hecho de que es necesario hacer una ruptura con la lógica de los naturales para comprender los decimales.

Con estos conocimientos y creencias los docentes enfrentan la compleja tarea de enseñar los decimales y han leído la innovación curricular para su enseñanza. Al menos la mitad de quienes entrevistamos parece no haberla entendido o no haberse interesado en hacerlo. Se observa aquí una distancia enorme entre las propuestas de innovación y lo que saben los maestros y acostumbran a hacer en sus clases en torno a los decimales.

Las representaciones gráficas (de décimos, centésimos y milésimos) incluidas en el libro de texto son altamente valoradas por todos los docentes, mientras que las tareas referentes a la densidad o al orden entre los decimales son poco útiles en la clase. Al eliminarse el trabajo sobre estas tareas, se eliminan también de la agenda educativa las temáticas que abordan. Se ve aquí que se toma de la innovación aquello a lo que se le encuentra valor, también aquello que se vincula con las antiguas formas de enseñar.

Las observaciones anteriores no implican sólo a los maestros, sino también a los planeadores y diseñadores del currículo. Sería deseable que nuevas propuestas de innovación sobre el tema consideraran la distancia entre lo nuevo y lo viejo como una variable crítica, de tal suerte que las innovaciones fuesen susceptibles de ser incorporadas en la práctica. Pero esto pertenece al futuro y al deseo; en el presente, y mediante este estudio, confirmamos un hecho al que se refiere Neyret (1995): los decimales no ocupan un espacio privilegiado ni en la enseñanza ni en las preocupaciones docentes. Predomina la idea de que las fracciones ameritan más tiempo de enseñanza para hacerlas comprensibles: los decimales, habiéndose comprendido el valor posicional, *son pan comido*. Esta situación no fue modificada mediante la incorporación de una innovación curricular que implicaba una distancia importante con los saberes de los maestros y las costumbres instaladas sobre la enseñanza.

Sin embargo, la cuestión que discutimos no se centra en la aceptación o rechazo de un currículo, tal enfoque sería cuestionable; nuestra preocupación va más allá: la enseñanza de los decimales prevaleciente en las escuelas se centra primordialmente en la escritura decimal y se minimizan o excluyen sus aspectos conceptuales. De ahí que los hayamos caracterizado como un contenido de saber *cuasi invisible*. Esta *cuasi invisibilidad* ayuda a explicar el hecho de que los niños terminen la primaria, e incluso la secundaria, con grandes dificultades para ordenar decimales o utilizar la propiedad de densidad en casos simples.

Sólo excepcionalmente los docentes consideran acciones orientadas a romper la lógica de los naturales o abordan la relación entre la *doble escritura* que permite expresar los decimales. Ambas cuestiones constituyen condición indispensable para un buen aprendizaje de estos números, independientemente de lo que las innovaciones prescriban.

No obstante, a la luz de los datos aquí expuestos, se ve que el estatuto de los decimales en la escuela, en cuanto *conocimiento cuasi invisible, no se* modificó con la introducción de una propuesta de innovación que, por cierto, no fue acompañada de alguna acción de formación o actualización docente. Los conocimientos y creencias que expresan los profesores están sumamente alejados de los que permitirían hacer una buena lectura de los materiales que el Estado distribuye para apoyar la enseñanza. Más allá de los cuestionamientos que puedan hacerse a dicha propuesta (en este artículo no nos dedicamos a ello), una bondad que puede reconocérsele es el intento de transformar el acercamiento a los decimales en algo más que una escritura.

Los exámenes nacionales dan cuenta de las dificultades del concepto: sólo 10% de los estudiantes que concluyen la primaria tienen una buena probabilidad de responder correctamente las tareas vinculadas a la densidad y el orden entre los decimales. En general, los niños tienen fuertes confusiones en relación con estos números.

Un principio y un reto fundamental de la educación matemática de nuestro tiempo es que los conocimientos estén provistos de sentido. Es necesario hacer real este principio para el caso de los decimales. Su utilidad cotidiana, su complejidad conceptual y su valor didáctico en cuanto campo de análisis y reflexión matemática nos obligan. Que estos números devengan un *contenido visible* será un primer paso hacia un aprendizaje con sentido.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aebli, H. (1958), *Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget,* Buenos Aires, Kapelusz.

Artigue, Michèle (2004), "Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos?", *Educación Matemática,* vol. 16, núm 3, pp. 5-28.

Ávila, A. (2004), *Los decimales como objeto de aprendizaje y enseñanza,* Informe de investigación no publicado, México, UPN.

Ávila, A., H. Balbuena, I. Fuenlabrada y G. Waldegg (2000), *Matemáticas Quinto Grado,* México, SEP.

Ávila, A. H. Balbuena y P. Bollás (1994), *Matemáticas. Cuarto grado,* México, SEP.

Ávila, A. y S. García (2008), *Los números decimales: más que una escritura,* México, INEE (en prensa).

Ávila, A. (dir.), L.M. Aguayo, D. Eudave, J.L. Estrada, J. Mendoza, M.E. Saucedo, A. Hermosillo y E. Becerra (2004), *La reforma realizada: la resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas,* México, SEP.

Backhoff, E. (coord.) (2006), *El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México: sexto de primaria y tercero de secundaria,* México, INEE.

Blanco, L. J. (1996), "Aprender a enseñar matemáticas: tipos de conocimiento", en J. Giménez, S. Llinares y V. Sánchez, *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática,* Comares, Granada, pp. 199-221.

Block, David, Antonio Moscoso, Margarita Ramírez y Diana Solares (2007), "La apropiación de innovaciones para la enseñanza de las matemáticas por maestros de educación primaria", *Revista Mexicana de Investigación Educativa,* vol. 12, núm 33, abril-junio, pp. 731-762.

Brousseau, Guy (1980), "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques", *Recherches en didactique des mathématiques,* Grenoble, La Pensée Sauvage, vol. 4, núm. 2.

Brown, M. (1987) "Place value and decimals", en K. M. Hart (ed.), *Children Understanding of Mathematics:* 11-16, Inglaterra, Anthony Rowe Publishing.

Centeno, Julia (1997), *Números decimales ¿Por qué?, ¿Para qué?,* España, Síntesis.

Douady, Régine y Marie-Jeanne Perrin Glorian (1986), *Liaison école-collège: nombres décimaux*, París, IREM, Universidad de París VII.

Imaz, C. (coord.) (1972), *Matemáticas. Quinto grado,* México, SEP.

Llinares, S. (1996), "Contextos y aprender a enseñar matemáticas: el caso de los estudiantes para profesores de primaria", en J. Jiménez, S. Llinares y V. Sánchez (eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática,* Granada, Comares, pp. 13-36.

Mendoza, J. (2007), *El aprendizaje de los decimales. Un estudio desde la noción de biografía didáctica,* documento no publicado.

Neyret, Robert (1995), *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants: nombres décimaux, rationnels et réels dans les Instituts Universitaires de Formation des Maitres,* Tesis de doctorado, Universidad Joseph Fourier-Grenoble 1, Francia.

Nichols, Eugene y Robert L. Swain (1975), *Matemáticas para el maestro de enseñanza elemental,* México, Continental.

OECD (2007), *An Analysis of the Mexican School System in Light of* PISA *2006,* Londres, London Center for Leadership in Learning, Institute of Education, Universidad de Londres.

Peltier, Marie-Lise (2004), "Analyse comparée de pratiques effectives de professeurs des écoles enseignant différentes disciplines en ZEP/REP Urbaine", *Cahier de DIDIREM,* núm. especial 5, Universidad de París VII, Denis Diderot.
Perrin-Glorian, Marie-Jean (s/f), "Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du Collège", *Cahier de didactique des mathématiques,* núm. 24, París, IREM-Universidad de París VII.
Peterson, J. y J. Hashisaki (1980), *Teoría de la aritmética,* México, Limusa.
Ratsimba-Rajohn, Harrison (1977), *Étude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques sur les mathématiques,* Memoria de DEA en Didáctica de las Matemáticas, Francia, Universidad de Burdeos I.
Robert, A. y N. Pouyanne (2005), "Formar formadores de maestros de matemáticas de educación media: ¿Por qué y cómo?", *Educación Matemática,* vol. 17, núm. 2, pp. 35-56.
Robert, A. y J. Robinet (1989), "Représentations des enseignants des mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement", *Cahier de DIDIREM,* núm. 1, París, IREM-Universidad de París VII.
SEP (1993), *Plan y programas de estudio. Educación Básica Primaria,* México, SEP.
Stevin, Simon (1585), *De Thiende,* Bélgica.
Torres, Rosa María y José Antonio Serrano (2007), "Políticas y prácticas de formación de los maestros en los colectivos escolares", *Revista Mexicana de Investigación Educativa,* vol. 12, núm. 33, abril-junio de 2007, pp. 513-537.
Virgen Sánchez, Hermelinda (1960), *Mi libro de cuarto grado segunda parte. Aritmética y Geometría. Estudio de la Naturaleza,* México, Comisión Nacional de los Libros de Textos Gratuito.
Waldegg, Guillermina (1996), "Sobre el origen y significado de los números decimales", *Revista Básica,* México, Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano.

ANEXO 1

Algunas preguntas incluidas en el cuestionario respondido por los profesores

1. ¿Considera usted que los decimales son un tema fácil o difícil de enseñar?

¿Por qué? ____

____ ...

2. ¿A qué tema cree usted que debe dedicarse más tiempo en la educación primaria: a las fracciones o a los decimales? ______________________

____

____

¿Por qué? ____

____ ...

3. ¿Cuáles cree usted que son las principales dificultades que enfrentan los niños para aprender los decimales? ______________________

____

____ ...

4. Cuando enseña los decimales: ¿Qué hace usted para ayudarlos a rebasar estas dificultades? Especifique lo más posible su respuesta __________

____

____ ...

5. Para usted, ¿qué es un número decimal? Si le es posible, trate de formular una definición ______________________________________

____...

6. En su opinión, ¿qué utilidad tienen los números decimales? __________

____

____ ...

7. ¿Qué relación hay entre los números decimales y las fracciones?

____

____ ...

8. ¿Puede dar una opinión sobre la nueva propuesta de enseñanza de los decimales para el quinto grado? Si no ha trabajado con ella, indíquelo así

____

____ ...

DATOS DE LA AUTORA

Alicia Ávila
Universidad Pedagógica Nacional, México
aliavi@prodigy.net.mx