

Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática en una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria de Lima

Santiago Cueto, Cecilia Ramírez, Juan León y Oscar Pain¹

GRADE

Setiembre de 2002

Resumen

En los últimos años se ha encontrado de manera consistente que el rendimiento de los estudiantes peruanos en pruebas estandarizadas de matemática ha sido, en general, bajo. Así, el estudio realizado por la UNESCO en doce países de Latinoamérica mostró a los estudiantes peruanos de tercer grado de primaria en el último lugar y a los de cuarto grado en el penúltimo lugar. Las razones por las que esto ocurre han sido poco estudiadas, pero entre ellas se podría citar las oportunidades de aprendizaje, que han mostrado ser, en otros contextos, importantes variables explicativas del rendimiento escolar. En el presente estudio se analizaron, en primer lugar, las oportunidades de aprendizaje de matemática, medidas a través de la cobertura curricular, la profundidad en el tratamiento de las competencias curriculares y los ejercicios matemáticos resueltos correctamente, como se pueden inferir de los cuadernos y cuadernos de trabajo de una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria de 22 escuelas públicas del departamento de Lima. En segundo lugar, se correlacionaron las oportunidades de aprendizaje con el rendimiento de los mismos estudiantes en una prueba basada en el currículo peruano. Para lograr lo anterior se combinaron el análisis de cuadernos y cuadernos de trabajo con bases de datos provenientes de encuestas y evaluaciones de los mismos estudiantes administradas por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) del Ministerio de Educación en la evaluación nacional del rendimiento escolar en noviembre de 2001. Vistos de manera global, los resultados del presente estudio sugieren que lo que ocurre en los salones de clase dista mucho de lo que debería ocurrir de acuerdo al Ministerio o a principios básicos de equidad y calidad en educación, por ejemplo: frecuentemente se enseñan temas que no corresponden con el currículo del grado, se dejan muchos ejercicios de los cuadernos de trabajo sin resolver, se da prioridad a un tema del currículo (numeración) por encima del resto, los ejercicios son tratados por los docentes con bajos niveles de profundidad (o baja demanda cognitiva), los estudiantes de mejores contextos socioeconómicos tienen mayores oportunidades de aprendizaje que sus pares de contextos más pobres, y estas mayores oportunidades de aprendizaje son a menudo significativas en la explicación del rendimiento.

¹ Quisiéramos agradecer la colaboración de la Unidad de Medición de la Calidad Educativa del Ministerio de Educación del Perú, en particular a su Jefe José Rodríguez y al especialista Alberto Torreblanca, por habernos facilitado las bases de datos de encuestas y pruebas de los estudiantes para uso exclusivo del presente estudio.

Apéndice 2. Ejemplos de Niveles de Profundidad en ejercicios en los cuadernos de los estudiantes

En el presente apéndice se presentan ejemplos de ejercicios que fueron clasificados en diferentes niveles de profundidad de acuerdo a la taxonomía de Stein et al (2001). Los ejercicios corresponden a los aspectos del currículo. Como se dijo en el texto, no se encontraron en los cuadernos ejemplos del nivel más alto de profundidad: “haciendo matemática”.

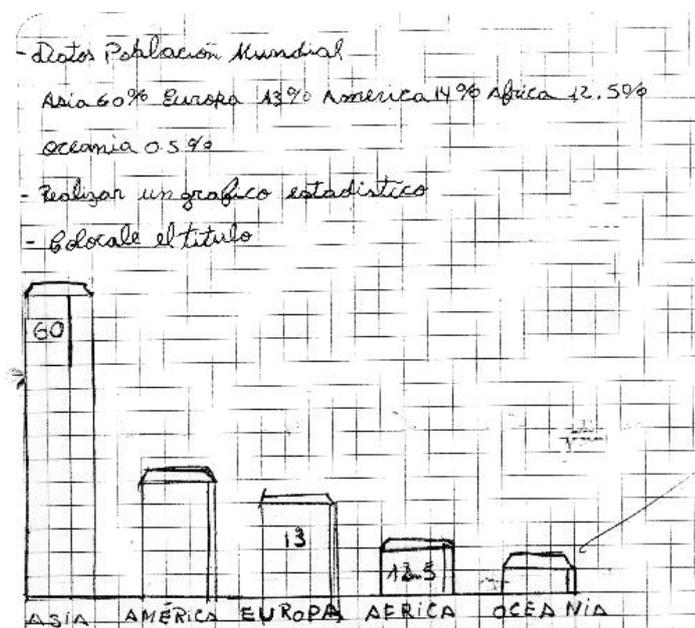
Estadística

Memorización

En este ejercicio se le proporciona al estudiante los datos a ser graficados. No realiza algoritmo alguno, ni lo relaciona con otros conceptos. Únicamente demanda de él reproducir el dato en la gráfica.

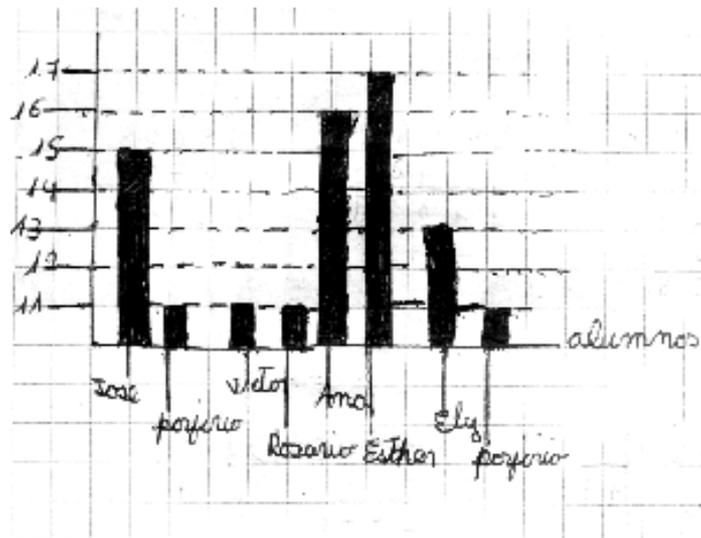
El texto de este ejercicio dice:

- Datos de la población Mundial
- Asia 60% Europa 13% Africa 12.57% Oceanía 0.5%
- Realizar un gráfico estadístico
- Colócale título



Procedimientos sin Conexiones

En este ejercicio, se le pidió al estudiante que graficara las edades de sus compañeros de mesa. Para ello se le dio un ejemplo. El niño sólo necesita seguir el modelo del ejemplo para resolver lo que se le pide.



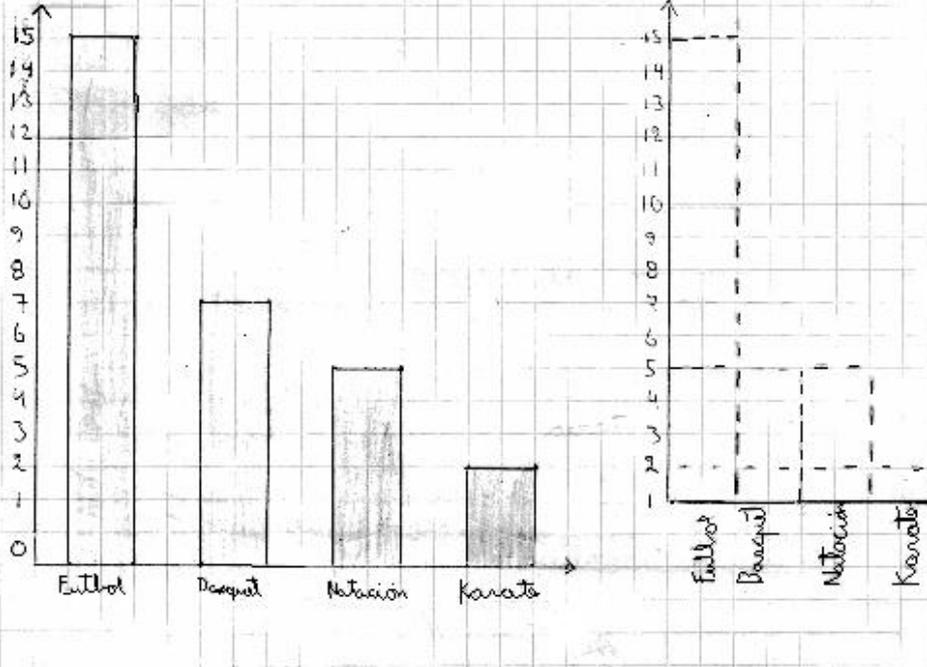
Procedimiento con Conexiones

Para este ejercicio, el estudiante tuvo que relacionar varios procedimientos: Recolectó los datos, creó un cuadro de frecuencias, y lo graficó a través de barras y de puntos. Es un ejercicio que requiere ello varias formas de representación, y tiene que ser resuelto cuidadosamente. Lo más importante, es que para ser resuelto se debe interconectar conceptos de medición, geometría (gráficos) y el proceso estadístico.

Interpretamos y graficamos

Deportes	Recomendó			N° de alumnos	TOTAL = 27
	#	#	#		
Fútbol	#	#	#	15	
Basket	#	#		7	
Natación	#			3	
Karate	#			2	

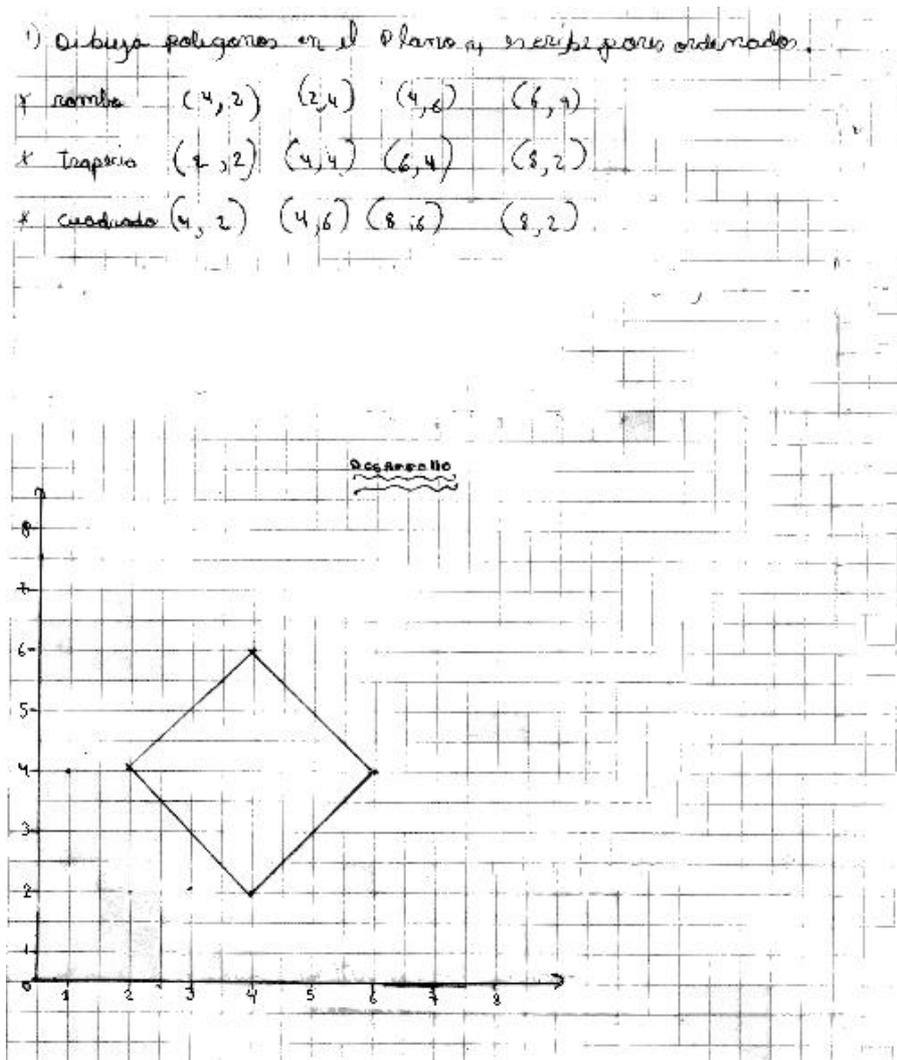
grafico de Barras



Geometría

Memorización

En este ejercicio se le proporciona al estudiante los pares ordenados y los nombres de las figuras a ser graficados. No realiza algoritmo alguno, ni lo relaciona con otros conceptos. Únicamente demanda de él reproducir el par ordenado en el plano. Es automático y ya hecho en grados anteriores.

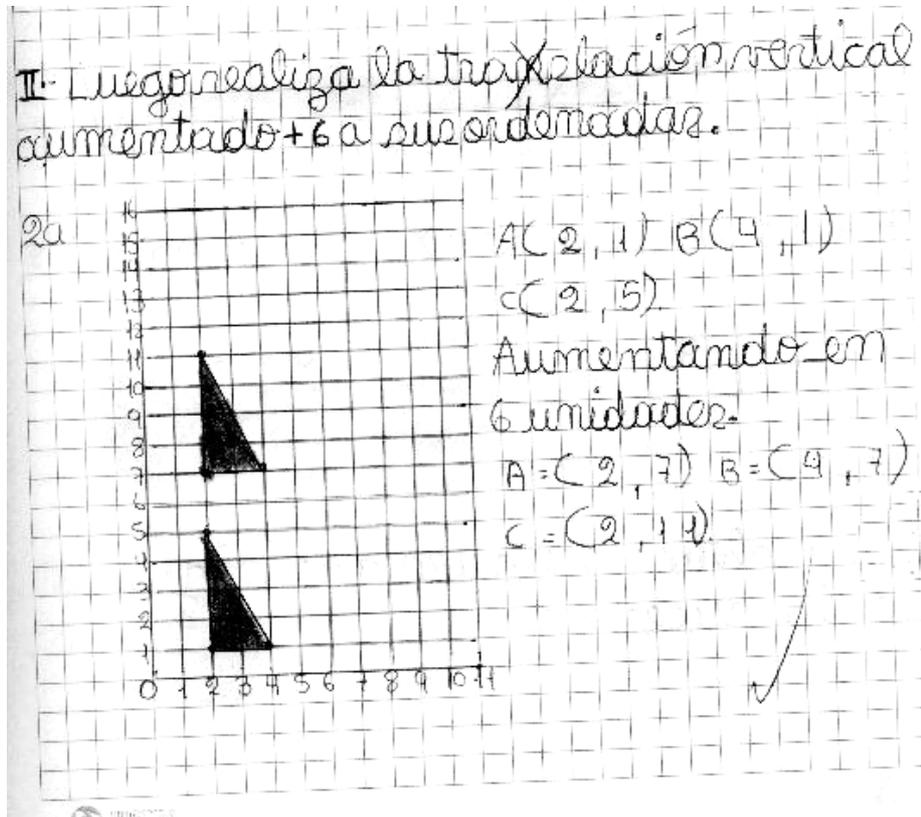


El texto del ejercicio dice:

- 1) Dibuja polígonos en el plano y escribe pares ordenados.
 - rombo (4,2) (2,4) (4,6) (6,4)
 - Trapecio (2,2) (4,4) (6,4) (8,2)
 - Cuadrado (4,2) (4,6) (8,6) (8,2)

Procedimientos sin Conexiones

A diferencia del anterior ejercicio, este necesita un algoritmo para ser resuelto. El estudiante debe restar o sumar los pares ordenados iniciales para trasladar la figura en el plano.



Procedimiento con Conexiones

A pesar de parecer sencillo, este ejercicio demanda del estudiante relacionar varios conceptos geométricos respecto a los polígonos. Además debe hacer comparaciones y tener en cuenta los cuantificadores al inicio de cada pregunta para resolverlo. No puede ser resuelto descuidadamente.

Marca con una X donde convenga

a) Todos sus lados son de igual medida

b) Todos sus \angle 's son rectos

c) Solo sus lados opuestos son de igual medida

d) Ninguno de sus \angle 's son rectos

e) Sus diagonales son iguales

Figura	CARACTERÍSTICAS					
	A	B	C	D	E	G
Cuadrado	X	X	X		X	
Rectángulo	X	X	X		X	
Rombo	X		X	X	X	
Romboido				X	X	

El texto de este ejercicio dice:

- Marca con una X donde convenga:
 - A) Todos sus lados son de igual medida.
 - B) Todos sus ángulos son rectos.
 - C) Solo sus lados opuestos son de igual medida
 - D) Ninguno de sus ángulos son rectos
 - E) Sus diagonales son iguales.

Numeración

Memorización

Este ejercicio demanda únicamente por parte del estudiante el escribir el número, lo cual es algo que ya tiene previamente aprendido, además que no involucra ningún tipo de conexión con otro concepto.

Escritura de números naturales

1^o - Dos mil ochocientos uno = 2,801

2^o - mil quinientos dos = 1,502

3^o - dos mil setecientos dos = 2,702

4^o - dos mil doscientos dos = 2,202

5^o - dos mil ciento uno = 2,101

6^o - dos mil novecientos diez = 2,910

Procedimientos sin Conexiones

Estos ejercicios planteados a los estudiantes demandan la simple aplicación de un algoritmo, que en este caso sería el realizar la multiplicación y no demandan enlaces con otros conceptos.

Ejercicios de Multiplicación Decimales

d) $8,39 \times 4,3$

$$\begin{array}{r} 8,39 \\ \times 4,3 \\ \hline 2517 \\ 3356 \\ \hline 36,077 \end{array}$$

e) $5,032 \times 9$

$$\begin{array}{r} 5,032 \\ \times 9 \\ \hline 45,288 \end{array}$$

f) $4,08 \times 95$

$$\begin{array}{r} 4,08 \\ \times 95 \\ \hline 2040 \\ 3672 \\ \hline 387,60 \end{array}$$

g) $69,5 \times 4,3$

$$\begin{array}{r} 69,5 \\ \times 4,3 \\ \hline 2085 \\ 2780 \\ \hline 298,85 \end{array}$$

h) $6,345 \times 3,2$

$$\begin{array}{r} 6,345 \\ \times 3,2 \\ \hline 12690 \\ 19035 \\ \hline 20,3040 \end{array}$$

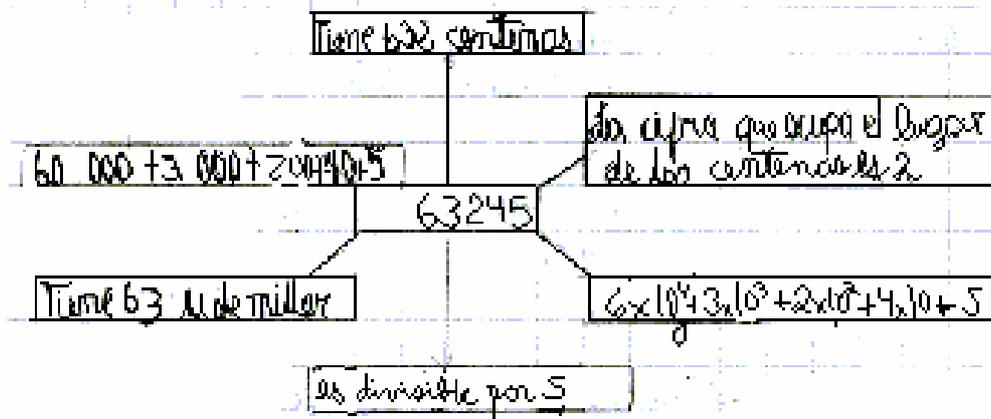
i) $47,325 \times 3,5$

$$\begin{array}{r} 47,325 \\ \times 3,5 \\ \hline 236625 \\ 141975 \\ \hline 165,6375 \end{array}$$

Procedimiento con Conexiones

En este ejercicio se le proporciona al niño un número y se le pide que establezca diferentes relaciones en cada cartel. No se le da mayor información, ni se encuentra un ejemplo o ejercicio previo. Implica establecer los conceptos generales subyacente a los números para poder caracterizarlo de distinta manera. Es ambiguo, no existe una sola forma de resolverlo.

1.3 Completó los cartones:



Medición

Memorización

En este ejercicio al estudiante se le da previamente un ejemplo en el cual se le muestra una regla para convertir de metros a centímetros. Esto lo repite en los ejercicios que se les deja, lo cual no demanda la conexión con algún otro concepto.

8 5 6	cm	=	8 5 6	mm
1 2 7 5	cm	=	1 2 7 5	mm
1 2 5 4 3	cm	=	1 2 5 4 3	mm
8 4 5	m	=	3 4 5 0 0	cm
5	m	=	5 0 0	cm
9 7 5	m	=	9 7 5 0 0	cm
1 8 5	m	=	1 8 5 0 0	cm

Procedimientos sin Conexiones

Este ejercicio dejado a los estudiantes, consiste en la aplicación de una fórmula, mediante el reemplazo de los datos y el desarrollo del algoritmo, sin demandar del estudiante el enlace con algún otro concepto.

2.- La base de una pirámide es un cuadrado de 4 cm de lado. Su apotema mide 8 cm. Hallar su área.

$$A = ?$$
$$P = 16 \text{ cm}^2$$
$$ap = 8 \text{ cm}$$
$$= 1^2 = 4 = 16$$
$$A = \frac{P \cdot ap + b}{2}$$
$$A = \frac{16 \cdot 8 + 16}{2}$$
$$A = \frac{128 + 16}{2}$$
$$A = 64 + 16 = 80 \text{ cm}^2$$

El texto dice: "La base de una pirámide es un cuadrado de 4cm de lado. Su apotema mide 8 cm. Hallar su área".

Resolución de Problemas

Procedimientos sin Conexiones

Este tipo de ejercicio (problema), demanda al estudiante para su desarrollo de dos simples operaciones (multiplicaciones) para su solución, lo cual no demanda la conexión con algún otro concepto.

Un autobús escolar transporta diariamente 38 niños. Cada niño paga \$5 al día. ¿Cuánto recauda el autobús al cabo de 20 días?

Datos	Operación	Respuesta
Transporta 38	$\begin{array}{r} 38 \times 190 \times \\ \hline 20 \end{array}$	El autobús recauda en 20 días \$3800
Cada niño paga \$5	$\begin{array}{r} 190 \\ \hline 000 \\ \hline 380 \end{array}$	
Recauda el autobús:?	$\begin{array}{r} 3800 \\ \hline 3800 \end{array}$	

Procedimiento con Conexiones

En este ejercicio podemos apreciar a diferencia del anterior, que es ambiguo, y que para su solución demanda el enlace con varios conceptos; asimismo, puede haber diversas formas de resolverlo.

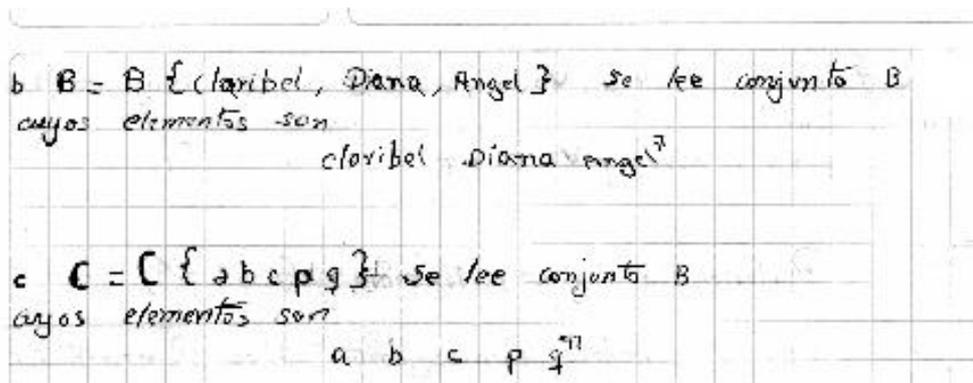
2. Por la noche, Marcos, Adela, Isabel y Javier se fueron a dormir cada uno a una hora distinta: a las 9, a las 10, a las 11 y media y a las 12. Adela se acostó media hora después que Javier. Marcos no fue el primero en acostarse. ¿A qué hora se acostó cada uno?

	M	A	I	J
9	NO	NO	SI	NO
10	SI	NO	NO	NO
11:30	NO	NO	NO	SI
12	NO	SI	NO	NO

Fuera de la ECB

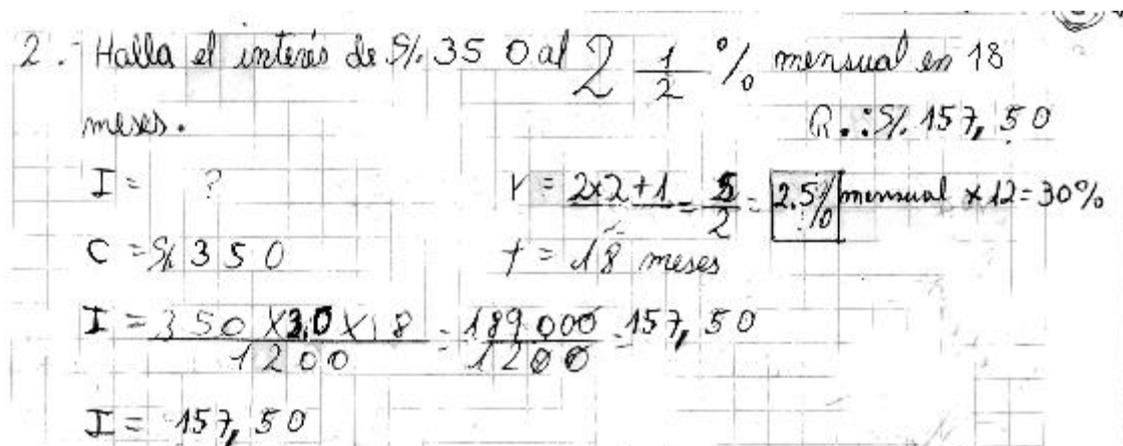
Memorización

Este ejercicio corresponde al tema de conjuntos, perteneciente al currículo anterior (no vigente). Después de ser presentados varios ejemplos de lectura de conjuntos se les plantea a los estudiantes estos dos ejercicios, para los cuales sólo tienen que repetir el patrón del ejemplo.



Procedimientos sin conexiones

Este ejercicio pertenece al tema de "Interés y Capital". Para este tipo de ejercicios se les dieron todas las fórmulas del tema. Lo único que demanda del estudiante es el reemplazo y la resolución del algoritmo.



Objetivos y justificación del proyecto

En años recientes la cobertura de la educación peruana se ha incrementado notablemente, al punto que casi el 100% de los estudiantes en edad de asistir a la escuela primaria lo hacen (Guadalupe, 2000). Sin embargo, una serie de estudios (World Bank, 1999) y pronunciamientos de especialistas (Foro Educativo, 2000) han coincidido en señalar que la baja calidad del sistema educativo peruano es uno de los principales retos a afrontar en la actualidad. Intentar definir el término “calidad educativa” excede los objetivos del presente trabajo, en el que se intenta más bien explorar uno de los aspectos comúnmente asociados a la calidad: el rendimiento en pruebas estandarizadas.

El Perú ha participado en un estudio internacional de rendimiento escolar organizado por la UNESCO (UMC & GRADE, 2001a). Este estudio evaluó el rendimiento de escolares peruanos de tercer y cuarto grados en lenguaje y matemática. Sería técnicamente incorrecto comparar el rendimiento en promedio en lenguaje con el de matemática, excepto para decir que entre los doce países Latinoamericanos participantes en el estudio Perú ocupó el doceavo (último) lugar en matemática en tercer grado y onceavo en cuarto grado, mientras que en lenguaje ocupó el décimo lugar en tercer grado y el noveno lugar en cuarto grado. En otras palabras, los resultados muestran que los estudiantes peruanos tuvieron un rendimiento hacia la cola de países en ambas áreas, pero relativamente peor en matemática.

Otro dato interesante del rendimiento de los estudiantes peruanos en matemática proviene de la evaluación nacional del rendimiento escolar de 1998 (realizada solamente en contextos urbanos). En dos informes (UMC & GRADE 2001b y 2001c) se han presentado algunos de los ítemes de la evaluación y sus resultados. Estos revelan severas deficiencias, principalmente en el tema de fracciones y en la resolución de problemas considerados sencillos por los especialistas en diferentes temas. En cambio, aparentemente los estudiantes no tienen problemas para operar (por ejemplo realizar operaciones sencillas aritméticas) con números enteros.

A fines del 2001 se realizó una nueva evaluación nacional. Los informes preliminares mostraron que la gran mayoría de los estudiantes de sexto grado de primaria a escala nacional se ubican por debajo del rendimiento que se esperaría de ellos, de acuerdo a un punto de corte establecido por especialistas. Estos resultados han sido uno de los insumos para proponer una nueva Ley General de Educación (Comisión de Educación, 2002).

Todo lo anterior sugiere que existen problemas severos de calidad en el aprendizaje de matemática por parte de los estudiantes peruanos, al menos como se pueden medir en pruebas estandarizadas de opción múltiple. Entender la causa de estos problemas ha sido el foco de algunos estudios en el Perú. Por ejemplo en UMC y GRADE (2001d) y World Bank (1999) se analizaron datos de los estudiantes, sus familias y el centro educativo provenientes de encuestas administradas a escala nacional. En el ámbito internacional se ha hecho un análisis de los resultados de los estudiantes

peruanos en el marco del estudio de la UNESCO mencionado antes (Wilms & Sommers, 2001). Sin embargo, ninguno de los tres estudios mencionados utilizó datos provenientes de los procesos educativos que ocurren al interior del salón de clases, como por ejemplo la cobertura del currículo o la profundidad cognoscitiva con que el currículo es tratado.

Para intentar cubrir algunas de las carencias mencionadas antes en el presente estudio se intentó, en primer lugar, describir y entender qué es lo que ocurre al interior de salones de clase de lógico-matemática en términos de oportunidades de aprendizaje, en cuanto pueden ser medidas a través de los cuadernos y cuadernos de trabajo² de los estudiantes. En segundo lugar, interesa saber si las oportunidades de aprendizaje explican de manera significativa el rendimiento escolar en matemática, luego de controlar por una serie de características de los docentes, los estudiantes y sus familias.

Se plantea el estudio para un grado en particular, sexto de primaria, en la medida en que es uno de los grados en la evaluación de la UMC y es el último de la educación primaria, y por tanto las oportunidades de aprendizaje y rendimiento pueden ser vistas de alguna manera como la culminación del aprendizaje de matemática durante la primaria. Se incluyó en el estudio únicamente a estudiantes de escuelas públicas. Esto porque la escuela pública es donde se notan los peores rendimientos (UMC & GRADE 2001a) y porque la escuela pública atiende a aproximadamente el 85% de la demanda estudiantil en primaria, trabajando en sectores donde se concentran diferentes niveles de pobreza. Las escuelas privadas, en cambio, atienden a una minoría que tiene mayores recursos individuales y familiares para aprender. La siguiente sección presenta una breve revisión de la literatura pertinente para el estudio.

² Los cuadernos de trabajo se refieren a textos basados en el currículo que presentan algunos conceptos y problemas, que deben ser completados en el mismo cuaderno de trabajo por cada estudiante. Los cuadernos de trabajo son uniformes para el país, entregándose uno a cada estudiante hacia el inicio del año escolar.

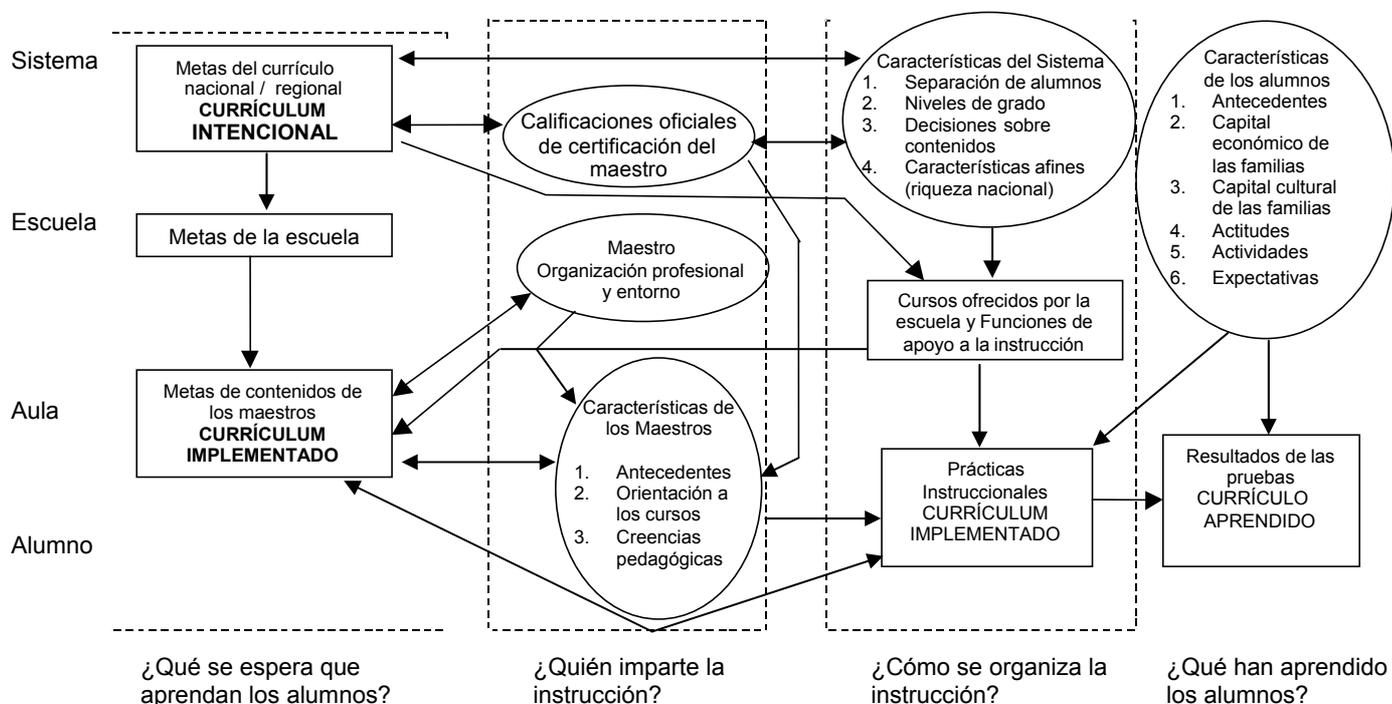
Marco Teórico

En el presente marco se revisan, fundamentalmente, los conceptos de oportunidades de aprendizaje, en tanto se relaciona al currículo, y el reto de la equidad en el sistema educativo peruano.

Oportunidades de Aprendizaje (ODA)

El concepto de oportunidades de aprendizaje fue desarrollado inicialmente por la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Escolar (IEA³; Mc Donnell, 1995). La IEA ha organizado gran parte de las evaluaciones internacionales del rendimiento escolar en las últimas décadas. En estas evaluaciones se notó claramente que no todos los estudiantes habían tenido las mismas oportunidades de aprender el material en el cual estaban siendo evaluados. Así, la interpretación de un resultado en un contexto en el que los estudiantes han recibido lecciones y materiales pertinentes, pero no dominan las competencias, debería ser diferente de un contexto en el que hay estudiantes que igualmente no dominan la competencia, pero nunca han tratado el tema en clase; de este segundo grupo se diría que no ha tenido oportunidades de aprendizaje en el tema de la evaluación. Recientemente, el grupo técnico encargado de la elaboración del Tercer Estudio Internacional del Rendimiento en Matemática y Ciencias (TIMSS⁴) ha desarrollado el estudio de las oportunidades de aprendizaje en lo que se refiere al currículo. El gráfico 1 presenta el marco conceptual y preguntas de investigación utilizados en TIMSS.

Gráfico 1. Modelo de Oportunidades de Aprendizaje de TIMSS



³ International Association for the Evaluation of Educational Achievement.

⁴ Third International Mathematics and Science Survey.

Cómo se puede apreciar, el modelo de TIMSS es complejo en la medida en que en el estudio sobre el rendimiento escolar se incluyeron variables que tenían que ver con el sistema educativo, el centro educativo, el aula, y el estudiante y su familia, buscando contestar las preguntas de investigación que aparecen en la base de la figura.

De los conceptos que se han desarrollado en el marco conceptual referido interesa describir tres en el presente estudio: *currículo intencional*, *currículo implementado* y *currículo aprendido*.

El *currículo intencional* se refiere a los documentos curriculares que guían la práctica docente. En el Perú, el currículo intencional debería ser el currículo oficial vigente del Ministerio de Educación. En educación primaria, el Ministerio ha publicado en los últimos años nuevas versiones del currículo que han sido generalizadas gradualmente a todos los grados. Este nuevo currículo refleja cambios en la concepción del proceso pedagógico que han sido denominados “cambios en el paradigma educativo” (DINEIP, 2000). Estos cambios suponen básicamente, un énfasis en el aprendizaje (en oposición a la enseñanza) y el estudiante (en oposición al maestro y materiales educativos). Un tema central en el nuevo currículo es el de *competencia*, que alude a un *saber hacer* por parte de los estudiantes (en oposición a la memorización sin sentido de materiales). Las competencias incluyen tanto aspectos cognoscitivos como afectivos y de procedimientos (llamados *procedimentales* en el currículo).

Sin embargo, como es de suponer, este cambio no se ha dado de manera uniforme. En un estudio realizado en escuelas urbanas de todo el país en 1998 se encontró que muchos docentes seguían usando el antiguo currículo, a pesar de estar vigente ya el nuevo (Galindo, 2002). En un estudio realizado en zonas urbanas y rurales de Puno, se encontró que muchos docentes trataban en clase temas que no correspondían al currículo vigente (Cueto y Secada, 2001). Esto significa que en la práctica muchas veces el currículo intencional no corresponde totalmente con lo que los estudiantes aprenden en clase. De ahí la necesidad de estudiar el *currículo implementado*. Este término alude a aquellas competencias del currículo intencional que los docentes deciden tratar con los estudiantes en el aula. La discrepancia entre el currículo intencional y el implementado se puede deber a muchos motivos: un currículo demasiado amplio, dificultades de los estudiantes con temas básicos, prioridades pedagógicas del docente, dificultades pedagógicas o de dominio de contenidos del docente, o recursos educativos con los que cuenta (o de los que carece), por mencionar algunas. Éste ha sido un tema notablemente poco investigado en el Perú. Se sabe poco acerca de qué partes del currículo cubren los docentes en el aula y qué importancia o peso asignan a diversas competencias en los salones de clase.

Es el currículo implementado, y no el intencional, el que debería tener gran poder explicativo sobre el aprendizaje de los estudiantes. Finalmente, lo que interesa en términos de calidad es cuánto aprenden los estudiantes; el aprendizaje ha sido denominado *currículo aprendido* en el esquema de TIMSS.

Hay algunos estudios que han tratado sobre el currículo de matemática en el Perú. Galindo (2002) encontró que existe una correlación significativa, positiva y moderada entre el porcentaje del currículo cubierto en clase (currículo intencional) y rendimiento en pruebas estandarizadas de matemática (currículo aprendido). La muestra analizada correspondía a docentes y estudiantes de zonas urbanas de todo el país.

El estudio de Galindo sólo consideró aspectos de cobertura declarados por el docente. Esto tiene evidentes limitaciones, en la medida en que los docentes podrían haber reportado lo que piensan se espera de ellos (cubrir todos los temas del currículo) y no lo que realmente hicieron. En un estudio de Gómez y Steinporsdottir (2001) se utilizó un método diferente, analizando los cuadernos y cuadernos de trabajo de estudiantes de cuarto y quinto grados de primaria en una muestra de escuelas de Puno. En este análisis se incluyó tanto la cobertura del currículo como la profundidad con que los temas matemáticos eran tratados con los estudiantes. Los resultados mostraron en general, que los temas eran tratados de manera desconectada unos de otros, y sin pedir a los estudiantes que analicen los problemas, sino que ejecuten operaciones matemáticas (este resultado sugiere que el currículo por competencias, que requiere justamente altas dosis de integración entre temas y análisis, no se estaría implementando). Sin embargo, el estudio de Gómez y Steinporsdottir, no relacionó la cobertura o profundidad con que se trataron los temas (currículo intencional) con el aprendizaje de los estudiantes (currículo aprendido).

En Argentina, Cervini (2001) realizó un análisis de las oportunidades de aprendizaje en matemática y el rendimiento en una muestra de estudiantes de 6° y 7° grados de zonas urbanas. El análisis mostró que la cobertura del currículo tenía un peso estadísticamente significativo para explicar el rendimiento, aún después de controlar por el nivel socioeconómico de los estudiantes (en el estudio se utilizó un modelo lineal jerárquico, ver descripción más adelante). Sin embargo, el estudio de Cervini, al igual que el de Galindo, se basó exclusivamente en reportes de los docentes para estimar la cobertura del currículo en el aula. Es notable, de todos modos, que en ambos estudios se haya encontrado una correlación positiva entre oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática.

Estudios como los mencionados abren una nueva perspectiva para entender el rendimiento escolar, al analizar datos sobre procesos educativos dentro del salón de clases. En el Perú, los pocos estudios de determinantes del rendimiento escolar han sido hechos sobre la base de un modelo de *input* y *output*, tomando sobre todo datos de autoreportes de los estudiantes, padres de familia, docentes y directores, sin mirar directamente los procesos educativos en el aula (por ejemplo World Bank, 1999; UMC & GRADE, 2001d; Wilms & Sommers, 2001). No se debe mal interpretar lo anterior: los estudios de determinantes del rendimiento escolar son importantes en la medida en que permiten aislar el efecto de una serie de variables del centro educativo y el estudiante. Sin embargo, la información sobre los procesos educativos debería ayudar a explicar mejor los *outputs*, en este caso el rendimiento en pruebas

estandarizadas de matemática, ya que se trata de estudiar el impacto no sólo de aquello que está disponible (*input*), sino también cómo se utiliza (procesos educativos). En el caso del presente estudio se analizó el impacto de algunos procesos educativos, como se pueden entender a partir de los materiales de los estudiantes en el rendimiento en pruebas estandarizadas basadas en el currículo.

La falta de equidad en el sistema educativo peruano

En diversos documentos (por ejemplo Foro Educativo, 2000, y World Bank, 1999) se ha sugerido, que además de la calidad, la educación peruana adolece de serios problemas en cuanto a equidad. A lo que se alude, con lo anterior, es a una serie de indicadores educativos (por ejemplo repetición, deserción y rendimiento en pruebas estandarizadas) que muestran peores resultados para los estudiantes más pobres (INEI, 1995). Estos indicadores no se dan solamente en individuos, sino que se concentran en grupos de estudiantes que asisten a centros educativos específicos (en otras palabras existe menor variabilidad entre el nivel socioeconómico de los estudiantes que asisten a un mismo centro educativo que entre los estudiantes que asisten a diferentes centros educativos). El tema de la equidad en cuanto a oportunidades de aprendizaje ha sido poco investigado en el Perú. Lo que queda claro es que los resultados educativos de los estudiantes que provienen de contextos más pobres son por general peor que el de sus pares que provienen de familias con mayores recursos (ver por ejemplo UMC & GRADE, 2000, para ver rendimiento escolar e INEI, 1995, para ver resultados en cuanto a repetición y deserción de acuerdo al contexto socioeconómico de los estudiantes).

Recientemente Reimers (2000) ha publicado un libro sobre el tema que seguramente será muy influyente para el desarrollo de políticas educativas, en los próximos años. En este libro se analiza cómo los resultados educativos en América han sido desiguales, favoreciendo a aquellos estudiantes que provenían de familias con mayores recursos. Esto se puede notar en diversos indicadores, por ejemplo años de escolaridad y resultados en pruebas objetivas de rendimiento. Los estudiantes más pobres a menudo provienen de contextos donde se habla una lengua indígena que no es la dominante en el país, y esto ocurre frecuentemente en zonas rurales (aunque hay también mucha pobreza en zonas urbanas). El libro sugiere que el sistema educativo en la región ha perpetuado, o incluso acentuado, las diferencias socioeconómicas, cuando en realidad, debería haber ayudado a disminuirlas. El libro también sugiere que una inversión por igual para todos los estudiantes no ayudará a aliviar estas diferencias educativas, pues los estudiantes provenientes de familias de mayores recursos aportarán más en la educación de sus hijos; al no ocurrir lo mismo en las familias pobres, los resultados educativos tenderán a favorecer a estos grupos. Por tanto, se harían necesarios programas focalizados (y seguramente mayor inversión) para los estudiantes de contextos de pobreza como los mencionados anteriormente.

Sin embargo, en el libro de Reimers se encuentran relativamente pocos estudios o referencias a estudios que describan qué procesos educativos

necesitarían ser revisados para lograr mejores resultados. Muchos de los estudios han descrito las carencias en insumos (por ejemplo años de experiencia del docente, posesión de materiales educativos, etc.) y en los pobres resultados (por ejemplo en años de escolaridad), pero no han estudiado los procesos intermedios. Pensamos que se necesitarán en el futuro investigaciones empíricas que permitan afinar las reformas educativas y entender que no se trata solamente de cambiar aquello que se proporciona a la escuela y a los estudiantes, sino también y fundamentalmente, cómo se utiliza. El presente estudio se enmarca, dentro de esta lógica, en un aspecto específico del currículo, como son las oportunidades de aprendizaje de la matemática.

Preguntas e hipótesis de investigación

Para el presente estudio se plantearon cuatro preguntas de investigación. Sólo las dos últimas tienen hipótesis. La primera está referida al currículo intencional: *¿qué currículo usan los docentes de lógico-matemática⁵ de sexto grado de primaria de una muestra de escuelas?* La segunda pregunta de investigación tiene que ver con el currículo implementado: *¿cuáles son las oportunidades de aprendizaje en lógico-matemática, medidas a través de estimaciones de las competencias cubiertas, de la profundidad en el tratamiento de las competencias y de los ejercicios resueltos correctamente por competencia, de los estudiantes?* La tercera pregunta de investigación tiene que ver con el currículo implementado en contextos de mayor o menor pobreza: *¿existe una relación entre el nivel de pobreza promedio de los estudiantes que atienden un salón de clases y las oportunidades de aprendizaje?* La hipótesis del presente estudio es que mientras más pobre es el grupo de estudiantes de un salón de clases, menores son sus oportunidades de aprendizaje. Finalmente, la cuarta pregunta de investigación tiene que ver con la relación entre las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes y el rendimiento en matemática: *¿existe una relación entre el currículo implementado y el currículo aprendido?* La hipótesis del presente estudio es que mientras mayores las oportunidades de aprendizaje, mayor el rendimiento de los estudiantes, incluso luego de controlar por variables de los estudiantes y sus familias, y variables del centro educativo.

⁵ El término “lógico-matemática” es usado por el nuevo currículo del Ministerio de Educación para referirse al área de matemática. En este trabajo se usarán los términos “matemática” y “lógico-matemática” indistintamente.

Metodología

La metodología se basó en parte en los procedimientos e instrumentos que la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) del Ministerio de Educación administró en el marco de la evaluación nacional de noviembre del 2001. De este modo, algunos de los procedimientos e instrumentos que se describen a continuación han sido elaborados por la UMC y otros fueron elaborados por el equipo de investigación del presente estudio. En Rodríguez y Cueto (2001) se pueden consultar los objetivos de la evaluación nacional referida.

Localidades, centros educativos y sujetos

Se realizó el estudio en una selección de 22 escuelas⁶ primaria del departamento de Lima, participantes en la evaluación de la UMC. La selección de escuelas se realizó de manera intencional entre la muestra seleccionada aleatoriamente por la UMC, de modo que se tuviera variedad en cuanto a ubicación del centro educativo (en Lima metropolitana y fuera de la ciudad) y del tipo de centro educativo (polidocente completo y multigrado⁷). El cuadro 1 muestra el número de escuelas de acuerdo a estas variables:

Cuadro 1. Número de centros educativos en la muestra por ubicación y tipo

	Polidocente Completo	Polidocente Multigrado
Lima metropolitana	8	3
Resto del departamento	7	4

En cada centro educativo participaron todos los estudiantes evaluados por la UMC y el docente de aula de matemática. El diseño muestral de la UMC fue de dos etapas: en una primera se seleccionaron aleatoriamente escuelas (tomando en cuenta el tamaño del estrato en la población) y en la segunda, se seleccionó un salón del grado (en caso fuera polidocente completo). El cuadro 2 muestra algunas características de la muestra. Se ha dividido estos resultados por tipo de escuela dado que los estudiantes que atienden cada tipo suelen ser diferentes:

⁶ La muestra inicial fue de 24 escuelas, pero por problemas en la recolección de datos en dos escuelas, una unidocente y otra polidocente completa, se redujo la muestra a 22.

⁷ Los centros educativos polidocentes completos tienen a los estudiantes de diferentes grados en salones separados, cada uno con al menos un docente; los centros educativos multigrados tienen a los estudiantes de dos o más grados en un mismo salón compartiendo un docente. El caso extremo del multigrado es el unidocente, donde todos los estudiantes del centro educativo (4 o 6 grados de primaria) se encuentran en el mismo salón con un docente.

Cuadro 2. Características de la muestra por tipo de escuela.

	Polidocente Completo	Polidocente Multigrado
Porcentaje de varones	46%	55%
Edad Promedio	11.52	12.15*
Desviación estándar	(0.95)	(1.55)
Promedio de personas que viven con el niño	5.63	5.91
Desviación estándar	(3.07)	(1.88)
Porcentaje de los estudiantes que aprendió a hablar castellano primero	98%	95%
Desviación estándar	(15%)	(23%)
Porcentaje de niños que viven con su mamá	94%	85%*
Desviación estándar	(23%)	(36%)
Porcentaje de niños que viven con su papá	83%	77%
Desviación estándar	(37%)	(42%)
Porcentaje de hogares con auto	20%	11%*
Desviación estándar	(40%)	(31%)
Porcentaje de hogares que cuentan con refrigerador	65%	53%*
Desviación estándar	(48%)	(50%)
Porcentaje de viviendas con TV a color	79%	64%*
Desviación estándar	(41%)	(48%)
Porcentaje de viviendas con teléfono	48%	20%*
Desviación estándar	(50%)	(40%)
Porcentaje de asistencia diaria a la escuela el 2001	96%	92%*
Desviación estándar	(7%)	(14%)
Porcentaje de niños que trabajan	41%	72%*
Desviación estándar	(49%)	(45%)
n	295	74

* La diferencia es significativa estadísticamente ($p < 0.05$) entre grupos (t de student para grupos independientes).

Instrumentos

La UMC diseñó algunos instrumentos que fueron utilizados en el presente estudio. El primero es la prueba de rendimiento. Esta prueba tiene 125 ítems, agrupadas en 28 capacidades, que a su vez están agrupadas en 7 competencias del currículo. Estas pruebas han sido diseñadas sobre la base de un modelo de evaluación de *criterios*⁸. Básicamente, lo que esto significa es que las pruebas se han diseñado sobre la base de especificaciones desarrolladas a partir del currículo vigente. Las evaluaciones realizadas por la UMC en 1996 y 1998 estuvieron basadas en el modelo de *normas* y por tanto daban información general sobre el rendimiento en matemática, más no específica vinculada a las competencias. Dado que era imposible administrar

⁸ Para más detalles sobre el modelo de evaluación ver Rodríguez y Cueto (2001). La elaboración de las pruebas se basó en un cuidadoso proceso que incluye las especificaciones de cada instrumento, que están disponibles en www.minedu.gob.pe/gestion_institucional/of_planmedumc/indicadores/medicion/doctecnicos_eva2001.htm En la misma dirección se encuentran algunos resultados preliminares de la evaluación nacional 2001.

todos los ítemes a todos los estudiantes, se utilizó un diseño de formas rotadas. En este diseño en particular, cada estudiante respondió al menos una pregunta de cada capacidad, completando dos cuadernillos (cada uno en una hora de trabajo aproximadamente). El puntaje en las preguntas que no contestó fue estimado sobre la base de procedimientos de teoría de respuesta al ítem (en particular la teoría de Rasch). Este procedimiento fue posible dado que los diversos cuadernillos fueron administrados aleatoriamente a los estudiantes en cada salón de clases (por tanto las muestras eran comparables, y cualquier variabilidad en los puntajes de los ítemes podía ser atribuida a la dificultad del ítem).

En segundo lugar se aprovecharon de la UMC las encuestas administradas a estudiantes para conocer algunas de sus características individuales y familiares, y de sus docentes de matemática, para obtener información sobre su formación y experiencia principalmente.

Por otro lado, un equipo de trabajadores de campo contratados por los autores del presente estudio recolectó los cuadernos y cuadernos de trabajo de los dos mejores estudiantes de cada salón de clases. Estos estudiantes fueron identificados por sus docentes. Se asumió que la unión de los cuadernos y cuadernos de trabajo de estos estudiantes daría el máximo en cuanto a oportunidades de aprendizaje a que podría haber estado expuesto un estudiante cualquiera del salón (por tanto el resultado de esta unión se generalizó para el conjunto de estudiantes del salón).

La unidad de análisis para categorizar cada una de las tres variables que se presentan más adelante fue el *ejercicio*⁹, definido como la unidad más pequeña de una actividad en el cuaderno o cuaderno de trabajo que focaliza en una idea o trabajo matemático. El ejercicio demanda del estudiante un resultado o respuesta. Generalmente los ejercicios son agrupados por los profesores bajo una indicación (coloca “verdadero o falso”, halla el decimal de las siguientes fracciones, etc.) o agrupados temáticamente (grupo de problemas de porcentajes, grupo de ejercicios de áreas). A estos grupos los llamamos “Bloque de Ejercicios” siendo únicamente una referencia para ubicar los ejercicios en la codificación. Ejemplos de ejercicios son problemas matemáticos, o ejercicios numéricos de aritmética, graficar en el plano cartesiano, etc. Esta clasificación de un ejercicio deja fuera las definiciones de conceptos. Esta clasificación no toma en cuenta la longitud de los ejercicios; en otras palabras en algunos casos se codificó como ejercicio una operación sencilla y rápida, y en otros un problema que requería varias operaciones para ser resuelto. Los ejercicios de los cuadernos y cuadernos de trabajo fueron codificados sobre la base de tres características:

1. **Cobertura del currículo:** El documento base para el análisis de la cobertura curricular fue el Programa Curricular Básico Tercer Ciclo del Ministerio de Educación (2000). En este programa, para el área de Lógico-Matemática se proponen 5 “aspectos” a trabajar por los profesores: Geometría, Numeración, Resolución de Problemas, Medición y Estadística. Cada una de estos aspectos está formado por una o más competencias, y

⁹ En inglés Stein et al (2000) lo denominan *Task*.

al interior de las competencias se ubican varias capacidades. En el presente informe, sólo se reportan los resultados para los 5 aspectos utilizados en las evaluaciones del Ministerio de Educación por la UMC. Sin embargo, la codificación de los ejercicios se hizo por aspectos, competencias y capacidades.

En el caso de los cuadernos de los niños, se encontró que los profesores trabajaban varias competencias fuera de la Estructura Curricular Básica (ECB) de Tercer Ciclo. Éstas pertenecen a currículos anteriores o de secundaria. Se codificó estos ejercicios bajo el rótulo “Fuera de la ECB”. Para los cuadernos de trabajo no hubo problema en cuanto a los aspectos del currículo (es decir, todos los ejercicios correspondían a algún aspecto del currículo), pero sí en algunos ejercicios referidos a una capacidad no contemplada en el currículo. Algunos de los ejercicios abarcaron dos o tres capacidades de una o dos competencias. Por esta razón, como primera codificación se utilizó el aspecto más relevante y se consideraron hasta 2 subordinadas a ellos. En la codificación final se utilizó la codificación predominante a juicio de los codificadores, para mayor detalle ver apéndice 3.

- 2 **El nivel de profundidad (demanda cognitiva) con el que se trataron los temas matemáticos:** para ello se elaboraron categorías sobre la base del mismo documento utilizado por Gómez & Steinporsdottir (2001) ya citado (Stein et al, 2000). En este documento se sugiere que las categorías que se pueden utilizar son cuatro, excluyentes entre sí, a saber: memorización, procedimientos sin conexiones, procedimientos con conexiones y “haciendo matemática”. Las definiciones de Stein et al para cada una de estas categorías, así como un ejemplo para cada una de ellas, se incluyen en el apéndice 1. Asimismo, en el apéndice 2 se incluyen una serie de ejemplos de los cuadernos de los estudiantes analizados para el presente estudio.

Las 4 categorías utilizadas se refieren al nivel de demanda cognitiva que exigen del estudiante un ejercicio o problema matemático. Así, las tareas de *Memorización* consisten en tareas automáticas, que el estudiante sólo debe evocar de su memoria sin la necesidad de realizar ningún procedimiento (por ejemplo resolver 3×5). Los *procedimientos sin conexiones* son algoritmos que van a requerir el uso de un procedimiento para ser resueltos, pero no requieren conexión entre conceptos matemáticos (por ejemplo hallar el decimal que representa la fracción $7/9$). Estas dos primeras categorías son consideradas dentro del nivel de *baja demanda cognitiva* (Stein et al, 2000).

Dentro de las tareas de *alta demanda cognitiva*, se encuentran los procedimientos con conexiones y las tareas que implican “*hacer matemática*”. Los *procedimientos con conexiones* requieren que el alumno use procedimientos que involucren varios conceptos matemáticos subyacentes con múltiples representaciones que ayudan a desarrollar el significado de la tarea. Son ejercicios que no pueden ser resueltos descuidadamente y en los que la respuesta no se deduce explícitamente del planteamiento. Por último, el nivel “*haciendo matemática*” demanda del

estudiante un pensamiento complejo y no algorítmico, en el que deben explorar y entender la naturaleza de los conceptos matemáticos; Requiere de los alumnos un análisis continuo de la tarea, el uso de aprendizajes previos y la autorregulación de sus procesos.

3. **Ejercicios resueltos correctamente por los estudiantes:** tanto en el cuaderno como en el cuaderno de trabajo se calculó la proporción de ejercicios resueltos correctamente por los estudiantes del total de ejercicios resueltos.

Cinco personas realizaron la codificación de 83 cuadernos de 21 escuelas (varios estudiantes tenían más de un cuaderno de matemática para el año) y 37 cuadernos de trabajo de 19 escuelas (en una escuela sólo se pudo recoger un cuaderno de trabajo). Como se dijo antes el total de escuelas visitadas fue de 22; de estas 22 en 18 tuvimos tanto cuadernos de trabajo como cuadernos.

El procedimiento para la codificación fue similar para las tres variables: luego de definir cada una de ellas, se elaboraron ejemplos de qué tareas serían asignadas a cada categoría en cada variable. Hecho esto los codificadores realizaron de manera independiente la codificación de un material común, discutiendo luego las discrepancias. Este procedimiento se repitió hasta lograr un mínimo de 90% de acuerdo entre los 5 codificadores. Luego de esto cada codificador procedió a calificar sus cuadernos de manera independiente. Cada codificador consultó con el resto aquellas tareas en las que tenía duda. El área en que hubo más discrepancia fue la de profundidad, sin embargo en esta se logró también el nivel de confiabilidad referido.

Por último, se recogieron datos de asistencia de cada estudiante a la escuela durante el año escolar y el número de días que los estudiantes tuvieron clases durante el año. Estos datos fueron tomados de los registros de los docentes. También se tomaron datos de los horarios de clases, pero lamentablemente estos a menudo no eran específicos (es decir no indicaban las horas) o los mismos docentes referían no seguirlo, por lo que no fueron utilizados en el presente estudio. Se recogieron otros materiales (planes de trabajo de los docentes y tareas y evaluaciones de los estudiantes) pero la recolección de las mismas fue muy desigual por centro educativo (de hecho algunos docentes los tenían y otros no), por lo que no se analizaron en el presente estudio.

Procedimientos

Los datos mencionados fueron recolectados durante la administración de las pruebas que la UMC realizó la última semana de noviembre y primera de diciembre pasados. Esto fue a fines del año escolar en todos los casos (de no serlo, se retornó a la escuela al finalizar el año escolar para el recojo de materiales). Los cuadernos y cuadernos de trabajo fueron devueltos a los estudiantes a mediados del año escolar 2002.

En cuanto al análisis estadístico, para las tres primeras preguntas de investigación se utilizaron estadísticos descriptivos. Para la última, se utilizaron modelos de regresión lineal jerárquica (HLM o Hierarchical Linear Models; Bryk

& Raudenbush, 1992) que permiten controlar el error tanto a nivel del estudiante como del grupo de estudiantes (en este caso el salón de clase, ya que se tomaron solamente resultados de un salón por centro educativo). Este método es superior a la regresión lineal simple en cuanto al cálculo del error estándar pues permite fijarlo a dos niveles, reduciendo así la probabilidad de errores estadísticos de Tipo I. Las variables a ser controladas estaban referidas al ámbito del estudiante y su familia (nivel 1) y el salón de clases y el centro educativo (nivel 2, se debe recordar que sólo se tomó un salón por centro educativo, por lo que no se puede distinguir entre estos estadísticamente).

En general, en los análisis de nivel de escuela se reporta la significancia estadística hasta el nivel de $p < 0.10$, ya que el número de unidades (salones de clase o escuela) era reducido (entre 18 y 22 según el análisis).

Resultados

La primera pregunta de investigación era *¿qué currículo usan los docentes de lógico-matemática de sexto grado de primaria?* El siguiente cuadro muestra datos al respecto:

Cuadro 3. Estructura curricular que usan los docentes por tipo de escuela (número de escuelas; reporte de los docentes o director)

Estructuras Curriculares	Muestra Total	Polidocente Completo	Polidocente Multigrado
Programa Curricular de Educación Primaria (Programa anterior a 1998)	1	0	1
Estructura Curricular Básica de Educación Primaria de Menores 1998	2	1	1
Estructura Curricular Básica de Educación Primaria de Menores 1999-2000	18	14	4
Total	21	15	6

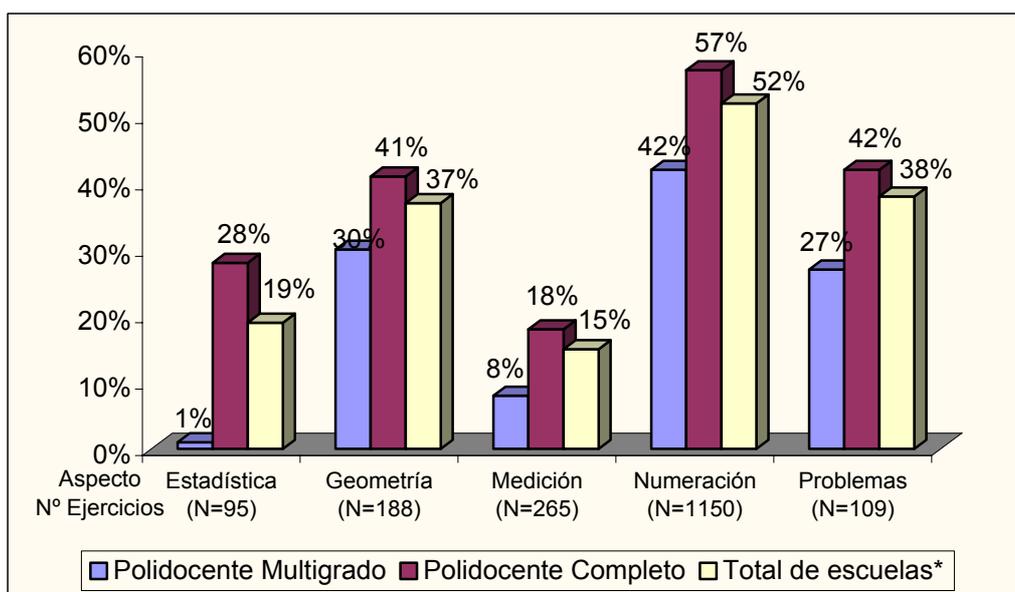
En el cuadro se puede observar, que gran parte de los docentes de las escuelas señalan usar la ECB 1999-2000. Sin embargo, el uso de versiones más antiguas o incluso del currículo no vigente es más probable entre docentes de escuelas multigrado.

Al analizar los cuadernos se observó que el 81% de los docentes tratan al menos un tema que está fuera de la ECB 1999-2000; Al respecto, en los cuadernos de los niños se encuentran temas como: teoría de conjuntos (de currículos anteriores), ecuaciones e inecuaciones, resolución de problemas de interés, capital y tanto por ciento (los últimos temas están en los currículos de secundaria).

La segunda pregunta de investigación fue *¿cuáles son las oportunidades de aprendizaje en lógico-matemática, medidas a través de estimaciones de las competencias cubiertas, la profundidad en el tratamiento de las competencias y de los ejercicios resueltos correctamente por competencia, de los estudiantes?*

Un primer tema relevante de política es cuánto de los cuadernos de trabajo ha sido desarrollado por los niños. Como se dijo antes, estos cuadernos de trabajo son repartidos gratuitamente por el Estado y sólo pueden ser utilizados por un estudiante. Sería de esperar que el 100% de los ejercicios disponibles estuviera resuelto a fin de año, pero lamentablemente esto no es así:

Gráfico 2. Porcentaje de los ejercicios resueltos del Cuaderno de Trabajo en cada aspecto por tipo de escuela.



*En este y otros análisis "Total de escuelas" es el promedio de los porcentajes de todas las escuelas disponibles.

Lo que nos señala el gráfico anterior es que, a pesar de que el Ministerio les proporciona estos materiales gratuitamente a los docentes para que trabajen los estudiantes, estos son usados de manera muy limitada. Esto es más marcado en el caso de los Polidocentes Multigrados, y sobre todo en medición y estadística. Las razones para ello pueden ser varias, se puede especular que los docentes no consideran adecuado este material para los alumnos, o tal vez los docentes no dominan los aspectos, o quizás los materiales les llegan tarde a los centros educativos, o podría ser que simplemente los docentes no trabajan suficientes horas y días a lo largo del año. Pero también podría ser que los docentes deciden que los ejercicios del cuaderno de trabajo son demasiado difíciles para sus estudiantes y toman una decisión pedagógica de no resolver más que una mínima parte. Sea la razón que fuere lo que queda claro es que desde un punto de vista de política hay un problema: los cuadernos de trabajo no son utilizados en su integridad, haciendo notable un gran desperdicio de recursos.

Un siguiente tema de interés es la cobertura de las capacidades previstas en el currículo. Para el cálculo de las capacidades cubiertas, lo que se realizó es calcular la mediana de ejercicios resueltos por capacidad. Así se consideró una capacidad como cubierta si se habían desarrollado un número de ejercicios por encima de la mediana para esa capacidad. De este análisis se pudo apreciar que las escuelas polidocentes completas cubren una mayor

cantidad de capacidades que las multigrados, aunque el promedio global de ejercicios por capacidad para toda la muestra refleja que no se están desarrollando gran parte de las capacidades del currículo (en muchos casos no se encontró ningún ejercicio resuelto para la capacidad). En el apéndice 3 se encuentra el promedio de ejercicios resueltos por capacidad en los cuadernos y cuadernos de trabajo de la muestra.

A continuación se muestra un cuadro en el cual se puede apreciar la cobertura de las capacidades por parte de las escuelas de la muestra:

Cuadro 4. Capacidades cubiertas por tipo de escuela y aspecto.

Polidocentes Completos

	No son Cubiertas	Sólo en los Cuadernos de Trabajo	Sólo en los Cuadernos	Cubiertas en ambos
Estadística	4	1	0	1
Geometría	7	3	1	1
Medición	7	3	1	2
Numeración	15	7	3	4
Problemas	1	1	1	1

Polidocentes Multigrados

	No son cubiertas	Sólo en los Cuadernos de Trabajo	Sólo en los Cuadernos	Cubiertas en ambos
Estadística	5	0	0	0
Geometría	9	2	1	0
Medición	10	2	0	0
Numeración	19	3	5	2
Problemas	2	0	1	0

Promedio de Escuelas

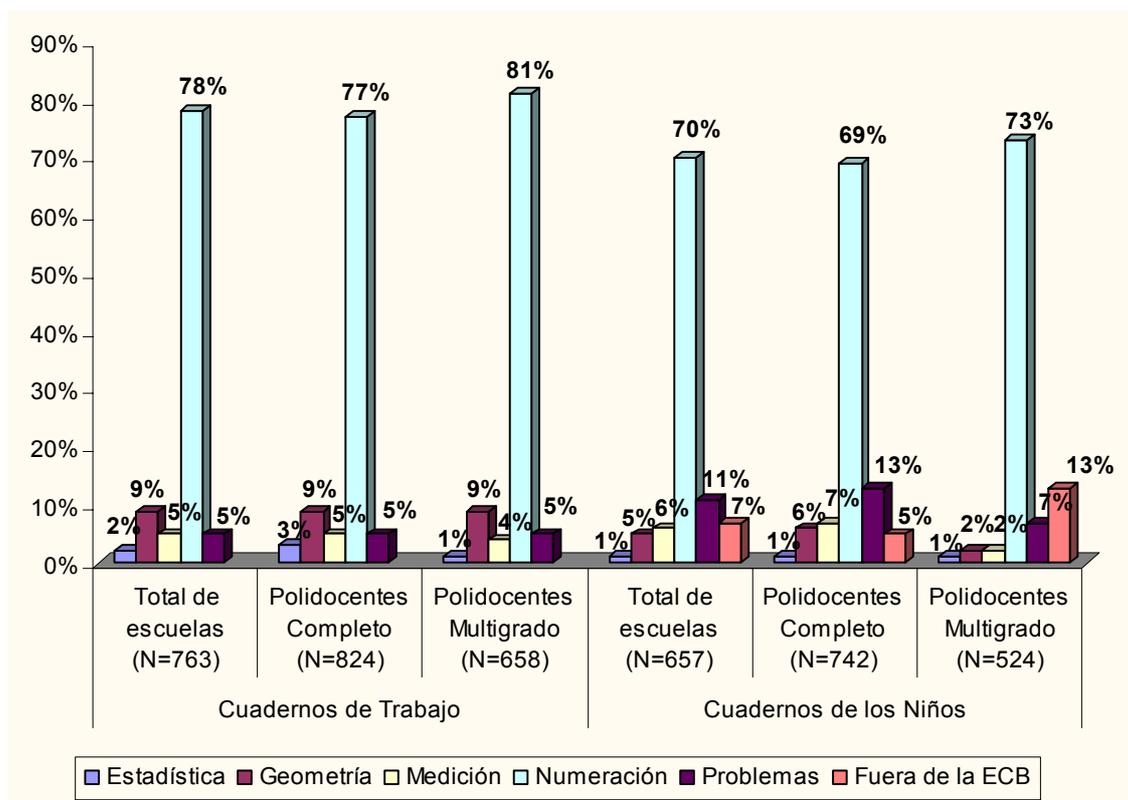
	No son cubiertas	Sólo en los Cuadernos de Trabajo	Sólo en los Cuadernos	Cubiertas en ambos
Estadística	4	1	0	0
Geometría	7	3	1	1
Medición	8	2	1	1
Numeración	16	6	4	3
Problemas	1	1	1	1

N=18 escuelas

Nota: Los promedios han sido redondeados al entero más cercano.

Entrando al análisis de los aspectos cubiertos por los docentes en el aula, el siguiente gráfico muestra qué porcentaje de ejercicios fue resuelto por cada aspecto del currículo (en este caso el análisis es relativo, es decir se presenta el porcentaje de ejercicios resuelto en un aspecto como un porcentaje del total de ejercicios resueltos):

Gráfico 3. Porcentaje de Ejercicios Resueltos por los estudiantes por aspecto en el Cuaderno de Trabajo y Cuadernos de clase.



Lo que se aprecia claramente en el cuadro anterior es que el aspecto que más se trabaja tanto en el cuaderno como en el cuaderno de trabajo en ambos tipos de escuelas es el de numeración.

El gráfico 2 también sugiere que los docentes de escuelas Multigrado han tenido más dificultades o resistencia a utilizar a la nueva ECB, ya que son los que en mayor proporción enseñan contenidos de otros currículos (esto de alguna manera concuerda con los datos del cuadro 3, presentado antes).

Otro de los objetivos del estudio es ver el nivel de profundidad de los ejercicios que desarrollan en clase los alumnos para lo cual, como se mencionó anteriormente se codificaron los ejercicios en cuatro niveles: Memorización, Procedimientos sin conexiones, procedimientos con conexiones y Haciendo Matemática.

Antes de presentar los ejercicios resueltos se presentan a continuación los ejercicios disponibles en los cuadernos de trabajo, de tal forma de ver cual es la oferta que se da a los estudiantes con respecto al nivel de profundidad. Se ha separado "Problemas" del resto de aspectos porque este debería ser el que tuviera mayores niveles de profundidad:

Cuadro 5. Ejercicios disponibles en el cuaderno de trabajo por nivel de profundidad.

Numeración, Medición, Geometría y estadística	Frecuencia	Porcentaje
Memorístico	347	19%
Procedimiento sin conexiones	1096	61%
Procedimiento con conexiones	246	14%
Haciendo Matemática	9	0%
Problemas		
Procedimiento sin conexiones	96	5%
Procedimiento con conexiones	13	1%

De acuerdo al nuevo currículo se esperaría que predominaran los ejercicios de alta demanda cognitiva. Sin embargo se puede apreciar del cuadro anterior que del total de ejercicios el 85% son de baja demanda cognitiva, es decir, el resolver simples algoritmos y ejercicios que impliquen el seguimiento de diversas reglas y no demandan del estudiante enlazar diversos conceptos matemáticos ni explorar diversas maneras para resolver un ejercicio o problema.

El siguiente cuadro muestra el nivel de profundidad de los ejercicios y problemas desarrollados por los estudiantes. Se ha separado en este caso los cuatro primeros aspectos del de problemas, pues se esperaría que en este último hubiera incluso mayor predominancia de alta demanda cognitiva:

Cuadro 6. Porcentaje de Ejercicios Resueltos por los estudiantes en el Cuaderno de Trabajo y Cuadernos de clase por nivel de demanda cognitiva

Numeración, medición, geometría y estadística	Cuadernos de Trabajo			Cuadernos de los Niños		
	Total	Polidocente Completo	Polidocente Multigrado	Total	Polidocente Completo	Polidocente Multigrado
Memorización	25%	24%	25%	22%	20%	26%
Procedimiento sin conexiones	62%	62%	63%	65%	67%	66%
Procedimiento con conexiones	8%	9%	8%	2%	0%	1%
Haciendo Matemática	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Problemas*						
Procedimiento sin conexiones	5%	5%	4%	11%	13%	7%
Procedimiento con conexiones	0%	0%	0%	1%	0%	0%
Haciendo Matemática	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%

*En problemas por definición no puede haber memorización.

En el cuadro 6 se observa que el nivel de demanda cognitiva de los ejercicios resueltos por los niños, tanto en el cuaderno de trabajo como en sus cuadernos de clase, es principalmente *procedimientos sin conexiones*. Es decir, los estudiantes pasan la mayor parte del tiempo resolviendo ejercicios que se resuelven con la aplicación de un simple algoritmo. Esta situación no cambia cuando se analizan los problemas (de hecho, los estudiantes parecen pasar muy poco tiempo dentro del salón de clases resolviendo problemas). Es notable que no se encontraran ejemplos de “haciendo matemática”, a pesar que de acuerdo al currículo debería ser uno de los ejercicios preferidos por los

docentes (aunque, como se vio antes, la oferta de este tipo de ejercicios en los cuadernos de trabajo es escasa).

La última categoría de análisis de los cuadernos y cuadernos de trabajo está relacionada al porcentaje de ejercicios resueltos correctamente:

Cuadro 7. Porcentaje de ejercicios correctos sobre el total de ejercicios resueltos, por tipo de Escuela y aspecto

Aspectos	Cuadernos de Trabajo			Cuadernos		
	Total de Escuelas	Polidocente Completo	Polidocente Multigrado	Total de Escuelas	Polidocente Completo	Polidocente Multigrado
Estadística	64% 12 de 18	64% 17 de 26	100% 1 de 1	86% 7 de 8	85% 10 de 12	100% 1 de 1
Geometría	64% 45 de 70	66% 51 de 77	60% 34 de 56	86% 48 de 56	86% 66 de 77	86% 13 de 15
Medición	53% 20 de 39	58% 27 de 47	26% 5 de 20	80% 28 de 35	79% 39 de 49	90% 5 de 6
Numeración	70% 420 de 597	74% 482 de 650	60% 289 de 482	87% 383 de 440	87% 405 de 463	86% 340 de 394
Problemas	59% 23 de 39	65% 29 de 49	37% 11 de 29	83% 60 de 72	83% 76 de 92	84% 28 de 33
Fuera de la ECB				86% 39 de 45	85% 34 de 40	88% 47 de 54

En el cuadro anterior apreciamos que existe un mayor porcentaje de ejercicios correctos en los cuadernos de los niños, lo cual se puede deber a que estos a menudo son resueltos en la pizarra para todos los estudiantes.

Cabe señalar que si observamos el número de ejercicios resueltos entre tipos de escuelas, estos son mayores en el caso de los polidocentes completos, dando mayor énfasis a los ejercicios de numeración, estadística y resolución de problemas. Por otro lado las escuelas multigrado desarrollan en promedio más ejercicios fuera de la ECB.

La tercera pregunta fue *¿existe una relación entre el nivel de pobreza promedio de los estudiantes que atienden un salón de clases y las oportunidades de aprendizaje?* Como se mencionó antes, la hipótesis del presente estudio es que mientras más pobre es el grupo de estudiantes de un salón de clases, menores son sus oportunidades de aprendizaje. En este estudio hemos definido oportunidad de aprendizaje sobre la base del análisis de los cuadernos y cuadernos de trabajo en las tres categorías mencionadas. Esto, como se dijo antes, no significa que todas las oportunidades de aprendizaje (ODA) se pueden capturar en estos registros.

El siguiente cuadro muestra una correlación simple entre las variables de ODA y un puntaje promedio de nivel socioeconómico para la escuela. El nivel socioeconómico es una variable construida sobre la base de las encuestas a los estudiantes, y combina las siguientes variables: Bienes del hogar (si cuentan con auto, plancha, televisor a color, refrigerador y teléfono fijo en casa, codificándose con 1 si la tenían y con 0 si no la tenían), características de la vivienda (si el piso es de cemento, si tenían se codificaba con 1, y si no con 0) y si cuentan con luz eléctrica en el hogar (1 para sí y 0 para no). Lamentablemente la encuesta no incluyó preguntas acerca de la educación de

los padres. Con las variables referidas se hizo un análisis factorial con rotación Varimax, resultando un factor principal en el cual se combinaban linealmente todas las variables. La variable nivel socioeconómico se construyó sobre la base de los pesos que resultaron de este análisis factorial.

Cuadro 8. Matriz de Correlaciones entre variables de ODA y Nivel socioeconómico (Spearman).

	Puntaje Promedio por escuela en prueba de matemática	Nivel Socioeconómico de las familias	Promedio de capacidades cubiertas en la ECB (Cuadernos y Cuadernos de Trabajo)	Promedio del nivel de profundidad (Cuadernos y Cuadernos de Trabajo)
Nivel Socioeconómico de las familias	0.62 **			
Promedio de capacidades cubiertas en la ECB (Cuadernos y Cuadernos de Trabajo)	0.47 *	0.49 *		
Promedio del nivel de profundidad (Cuadernos y Cuadernos de Trabajo)	0.21	0.33	0.49 *	
Promedio de Ejercicios resueltos correctamente (Cuadernos y Cuadernos de Trabajo)	0.43 +	0.54 *	0.88 **	0.4 +

** al 1%, * al 5%, + al 10%

El cuadro anterior muestra que existe una relación positiva entre el nivel socioeconómico de los estudiantes y las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. En particular, se aprecia que la cobertura de capacidades del currículo y el porcentaje de ejercicios resueltos correctamente son mayores en aquellas poblaciones en las cuales el nivel socioeconómico es mayor. El nivel de profundidad también se incrementa con el nivel socioeconómico, pero la relación no es estadísticamente significativa.

Es importante destacar que la variable nivel socioeconómico parece capturar el nivel de bienestar de los estudiantes, pues la correlación que muestra con las pruebas es alta y positiva. Este es un resultado reportado frecuentemente en estudios de rendimiento escolar (por ejemplo UMC & GRADE, 2001d).

Finalmente, la cuarta pregunta de investigación era *¿existe una relación entre el currículo implementado y el currículo aprendido?* Para contestarla se realizó un análisis Jerárquico Multinivel (HLM). Este tipo de análisis permite explicar el rendimiento del alumno en matemática (currículo aprendido) tanto por variables del alumno como por variables de la escuela, es así que tendremos dos niveles. El modelo utilizado es el siguiente:

Nivel del alumno (Nivel 1):

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} (Edad)_{ij} + \beta_{2j} (Sexo)_{ij} + \beta_{3j} (NSE)_{ij} + \beta_{4j} (Ind. Asistencia)_{ij} + \beta_{5j} (G. Matemática)_{ij} + \beta_{6j} (Num. Personas)_{ij} + \varepsilon_{ij}.$$

Y_{ij} : Es el puntaje obtenido en matemática por el alumno i de la escuela j .
 ε_{ij} : Es el error aleatorio.

Nivel de la Escuela (Nivel 2):

$\beta_{oj} = \eta_{00} + \eta_{01}(\text{Tipo_escuela})_j + \eta_{02}(\text{Cobertura})_j + \eta_{03}(\text{Profundidad})_j + \mu_{oj}$.
 μ_{oj} : Es el error aleatorio.

En cuanto a las pendientes de las otras variables, se asumen fijas y que no varían entre escuelas.

VARIABLES DEPENDIENTES

Las variables usadas como dependiente en los modelos de regresión jerárquico son los cinco aspectos evaluados por el Ministerio de Educación en la Evaluación Nacional 2001 y el Puntaje Total obtenido por los estudiantes. Así tenemos las siguientes dependientes:

Introducción a la geometría.

Números y Numeración.

Resolución de Problemas.

Medición.

Organización de datos (Introducción a la estadística)

Puntaje total (La suma del puntaje en todos los ítems)

Es imposible asumir que hay total alineación entre las variables que hemos analizado en los cuadernos y cuadernos de trabajo y las pruebas. Sin embargo se debe decir que tanto para nuestro análisis como para la elaboración de las pruebas el elemento base fue el currículo vigente.

VARIABLES DEL ALUMNO Y FAMILIARES

Las variables usadas como explicativas a nivel de los estudiantes fueron:

Edad: Edad del estudiante (en años cumplidos, reportada por el mismo estudiante). La edad normativa en sexto grado es 12 años cumplidos.

Sexo: 1 para hombre y 0 para mujeres.

NSE: Nivel socioeconómico de las familias (puntaje factorial descrito antes).

Índice de Asistencia a la escuela: Proporción de días asistidos durante el año escolar, es decir el total de días asistidos por cada estudiante entre el total de días que hubo clases en la escuela.

Gusto por la matemática: Tomado de la encuesta a estudiantes. Se codificó 1 si respondió "El curso o área que más me gusta es Lógico-Matemática" y 0 si prefirió otra área (comunicación Integral, educación artística, personal social,

ciencia y ambiente o formación religiosa). Esta variable debería permitir controlar por aspectos afectivos que no corresponden al estudio aquí descrito.

Número de personas que viven con el niño: Se le pregunto al niño cuántas personas vivían en su casa. Esta variable es a menudo utilizada como un indicador de hacinamiento y por tanto de bienestar socioeconómico (a más personas en casa menor nivel socioeconómico).

Variables del aula o la escuela

Como se vio antes el promedio del rendimiento por escuela (β_{oj}) se consideró que varía entre escuelas y que podría depender de las siguientes variables:

Tipo de escuela: Toma el valor de 1 si es Polidocente Completo y 0 si es Polidocente Multigrado. Se esperaría un menor desempeño de los estudiantes en escuelas multigrado, por cuestiones de nivel socioeconómico (viven en contextos de relativa mayor pobreza) o por cuestiones pedagógicas (los docentes tienen que atender simultáneamente a estudiantes de diversos grados, y esto podría originar menor calidad en la enseñanza).

Cobertura: Promedio de capacidades cubiertas de la Estructura Curricular Básica en los cuadernos y cuadernos de trabajo (en cada aspecto o en el total del currículo dependiendo del análisis).

Profundidad: Promedio de los cuadernos y cuadernos de trabajo del nivel de profundidad de los ejercicios desarrollados (en cada aspecto o en el total del currículo dependiendo del análisis).

Como se puede notar, se incluye en el análisis algunas variables para controlar por variables confusoras. Estas variables provienen de la revisión de la literatura sobre el tema. En el análisis se presentan los coeficientes para cada variable, aunque no se discutirán sus resultados en la medida en que no corresponden a los objetivos del presente trabajo.

En el Cuadro 9 se muestran los descriptivos de las variables consideradas para el análisis de regresión, mientras en el Cuadro 10 se muestra los resultados del análisis de regresión del modelo multinivel sin incluir las variables de *Oportunidades de Aprendizaje* y en el Cuadro 11 se muestra el resultado con la inclusión de estas variables a nivel de la escuela.

Cuadro 9. Estadísticos Descriptivos de las variables incluidas en el modelo.

VARIABLES	N	Promedio	Desviación Estándar	Mínimo	Máximo
<i>Variables Dependientes: Rendimiento en la prueba</i>					
Geometría	276	23.42	6.23	4.58	39.22
Numeración	276	15.72	4.92	2.73	29.98
Problemas	276	17.48	6.24	2.48	36.49
Medición	276	9.06	3.39	1.17	19.38
Estadística	276	10.26	2.91	1.88	17.76
Puntaje Total	276	75.95	23.66	12.84	142.83
<i>Variables del estudiante</i>					
Sexo (1=Hombre, 0=Mujer)	276	0.52	0.5	0	1
Edad (En años)	276	11.75	1.19	10	19
Índice de asistencia en el 2001	276	0.96	0.06	0.65	1
Gusto por la Matemática (1=Si, 0=No)	276	0.45	0.5	0	1
Número de personas que viven en casa*	276	5.53	2.87	1	20
Nivel Socioeconómico (Puntaje Factorial)	271	-0.16	1.04	-2.52	1.35
<i>Variables de la escuela y el aula</i>					
Tipo de escuela (1=Polidocente Completo, 0=Polidocente Multigrado)	18	0.67	0.49	0	1
Profundidad en Estadística	12	2.52	0.43	1.91	3
Profundidad en Medición	14	2.03	0.31	1	2.25
Profundidad en Geometría	18	1.37	0.19	1	1.72
Profundidad en Numeración	18	1.82	0.08	1.56	1.93
Profundidad en problemas	18	2.06	0.10	2	2.45
Profundidad total	18	1.90	0.18	1.6	2.16
Cobertura del Currículo en estadística	12	0.24	0.12	0.08	0.42
Cobertura del Currículo en medición	14	0.29	0.24	0.04	0.75
Cobertura del Currículo en geometría	18	0.22	0.17	0	0.54
Cobertura del Currículo en numeración	18	0.32	0.15	0.11	0.58
Cobertura del Currículo en problemas	18	0.44	0.31	0	1
Cobertura del Currículo total	18	0.27	0.16	0.08	0.58

* No incluye al estudiante

Cuadro 10. Análisis jerárquico multinivel lineal de los aspectos y puntaje total de la prueba de rendimiento en Matemática.

	Geometría	Numeración	Problemas	Medición	Estadística	Puntaje Total
Nivel 1: Variables del estudiante y familiares						
<i>Sexo del Alumno (hombre vs mujer)</i>	1.94 **	1.41 **	1.72 *	1.03 *	0.83 *	6.88 **
(Error estándar)	(0.65)	(0.52)	(0.67)	(0.43)	(0.38)	(2.52)
<i>Edad (años cumplidos)</i>	-0.39	-0.28	-0.33	-0.25	-0.08	-1.36
(Error estándar)	(0.28)	(0.23)	(0.29)	(0.20)	(0.18)	(1.10)
<i>Índice de asistencia (Proporción de días asistidos)</i>	0.76	0.52	0.62	3.58	-0.35	2.61
(Error estándar)	(5.98)	(4.81)	(6.14)	(5.09)	(3.40)	(23.04)
<i>Gusto por la Matemática (Le gusta LM vs No le gusta)</i>	1.66 *	1.36 *	1.74 *	0.70	0.89 *	6.49 *
(Error estándar)	(0.68)	(0.54)	(0.69)	(0.43)	(0.37)	(2.60)
<i>Número de personas que viven con el niño</i>	-0.09	-0.08	-0.10	-0.05	-0.04	-0.37
(Error estándar)	(0.11)	(0.09)	(0.11)	(0.07)	(0.06)	(0.42)
<i>Nivel Socioeconómico (Puntaje Factorial)</i>	0.66 +	0.51 +	0.63	0.53 *	0.39 +	2.44 +
(Error estándar)	(0.39)	(0.31)	(0.40)	(0.25)	(0.22)	(1.49)
Nivel 2: Variables de la escuela y profesores						
<i>Intercepto Bo</i>	20.75 **	13.59 **	14.77 **	9.47 **	10.82 **	65.71 **
(Error estándar)	(1.77)	(1.36)	(1.70)	(1.12)	(1.14)	(6.56)
<i>Tipo de Escuela (PC vs PM)</i>	1.19	1.01	1.31	-1.27	-0.76	4.79
(Error estándar)	(2.06)	(1.57)	(1.96)	(1.19)	(1.16)	(7.60)
<i>Cobertura de la capacidad (Promedio del Cuaderno y CT)</i>						
(Error estándar)						
<i>Profundidad en el aspecto (Promedio del cuaderno y CT)</i>						
(Error estándar)						
Número de Estudiantes	276	276	276	224	206	276
Número de escuelas	18	18	18	14	12	18
Varianza a nivel 1	24.74	16.05	26.26	8.73	6.15	368.71
Varianza a nivel 2	13.58 **	7.71 **	11.78 **	1.72 **	0.93 *	181.12 **
Porcentaje de varianza entre escuelas	35%	32%	31%	16%	13%	33%
Confiability	0.86	0.84	0.84	0.71	0.68	0.85

**p<0.01, *p<0.05, +p<0.10

Cuadro 11. Análisis jerárquico multinivel lineal de los aspectos y puntaje total de la prueba de rendimiento en Matemática.

	Geometría	Numeración	Problemas	Medición	Estadística	Puntaje Total
Nivel 1: Variables del estudiante y familiares						
<i>Sexo del Alumno (hombre vs mujer)</i>	1.95 **	1.33 *	1.65 *	0.99 *	0.75 *	7.01 **
(Error estándar)	(0.65)	(0.53)	(0.67)	(0.43)	(0.38)	(2.52)
<i>Edad (años cumplidos)</i>	-0.38	-0.30	-0.38	-0.24	-0.09	-1.42
(Error estándar)	(0.28)	(0.23)	(0.29)	(0.20)	(0.18)	(1.10)
<i>Índice de asistencia (Proporción de días asistidos)</i>	-0.03	0.51	2.11	3.46	0.37	0.00
(Error estándar)	(5.97)	(4.80)	(6.18)	(4.97)	(3.43)	(22.86)
<i>Gusto por la Matemática (Le gusta LM vs No le gusta)</i>	1.65 *	1.48 **	1.80 *	0.67	0.94 *	6.43 *
(Error estándar)	(0.67)	(0.54)	(0.69)	(0.43)	(0.37)	(2.59)
<i>Número de personas que viven con el niño</i>	-0.09	-0.08	-0.10	-0.06	-0.04	-0.38
(Error estándar)	(0.11)	(0.09)	(0.11)	(0.07)	(0.06)	(0.42)
<i>Nivel Socioeconómico (Puntaje Factorial)</i>	0.57	0.45	0.64	0.45 +	0.32	2.18
(Error estándar)	(0.39)	(0.31)	(0.39)	(0.25)	(0.22)	(1.48)
Nivel 2: Variables de la escuela y profesores						
<i>Intercepto Bo</i>	20.94 **	13.24 **	15.91 **	10.19 **	11.37 **	70.97 **
(Error estándar)	(1.78)	(1.34)	(1.68)	(1.02)	(1.07)	(6.18)
<i>Tipo de Escuela (PC vs PM)</i>	0.78	1.46	-0.41	-2.26 +	-1.41	-3.62
(Error estándar)	(2.17)	(1.59)	(1.99)	(1.11)	(1.09)	(7.46)
<i>Cobertura de la capacidad (Promedio del Cuaderno y CT)</i>	6.65	0.52	5.01	3.90 *	7.53 *	14.13
(Error estándar)	(6.34)	(4.81)	(2.93)	(1.55)	(3.18)	(24.24)
<i>Profundidad en el aspecto (Promedio del cuaderno y CT)</i>	7.11	18.67 +	16.51 +	1.72	-0.60	48.34 *
(Error estándar)	(5.12)	(8.81)	(8.82)	(1.82)	(0.89)	(21.86)
Número de Estudiantes	276	276	276	224	206	276
Número de escuelas	18	18	18	14	12	18
Varianza a nivel 1	24.73	16.05	26.25	8.71	6.13	368.22
Varianza a nivel 2	11.51 **	6.20 **	9.62 **	0.87 **	0.53 **	124.01 **
Porcentaje de varianza entre escuelas	32%	28%	27%	9%	8%	25%
Confiability	0.84	0.82	0.81	0.58	0.56	0.80

**p<0.01, *p<0.05, +p<0.10

Lo que se puede notar es que antes de incluir en el segundo nivel las variables de ODA el nivel socioeconómico era significativo en la mayoría de modelos (al menos al 10%), es decir los alumnos con mayor nivel de pobreza obtienen los peores resultados, pero al controlar a nivel de escuela con las variables de ODA el efecto del nivel socioeconómico es absorbido en todos los modelos menos uno.

A nivel de la escuela, resultó significativa en algunos modelos el promedio de la cobertura de las capacidades del currículo y el nivel de profundidad de los ejercicios. De los 12 coeficientes de ODA, sólo uno es negativo, y éste no es significativo. Estos resultados, en general, confirman la hipótesis que se había formulado respecto del poder explicativo de las ODA en el rendimiento.

También cabe resaltar, que al incluir las variables de ODA a nivel de escuela la varianza entre escuelas disminuye. En el apéndice 4 se incluye la proporción de varianza explicada por cada una de las variables incluidas en el modelo, tanto a nivel 1 como a nivel 2. Como se puede notar ahí, las variables de ODA contribuyen significativamente a explicar el rendimiento escolar, incluso más de lo que explican las variables de los estudiantes individualmente. En un

estudio realizado por Benavides (2002) se encontró que la varianza entre escuelas es cercana al 40%, es decir mayor que en el presente estudio. Esto se puede deber al mayor número de escuelas y diversidad de la misma. En el presente estudio se analizaron alrededor de 20 escuelas públicas de Lima, mientras que la muestra de Benavides incluía más de 500 escuelas públicas y privadas de todo el país.

Por otro lado sin embargo, en el estudio de Benavides se utilizaron solamente encuestas realizadas a los docentes del centro educativo, mientras que en el presente estudio se usan variables que permiten ver a que han estado expuestos los estudiantes durante el año escolar en materia de aprendizaje.

Discusión

En la presente discusión se recapitulan los principales resultados y se comentan algunas implicancias para el desarrollo de políticas y nuevos estudios. La primera pregunta de investigación fue *¿qué currículo usan los docentes de matemática de sexto grado de primaria de una muestra de escuelas?* Los resultados muestran que los docentes usan principalmente el currículo vigente, que fue promulgado por el Ministerio de Educación. Sin embargo, un poco más del 80% de los docentes enseñan uno o más temas que pertenecen a currículos anteriores o a temas vigentes en grados superiores. Estos temas extra curriculares son más comunes entre docentes de escuelas multigrado. Tal vez este resultado deba ser considerado como un indicador de que la estrategia de difusión del nuevo currículo no ha sido lo efectiva que debiera. Lo interesante en todo caso es que esta falta de actualización respecto del currículo es más común en zonas donde se atiende a estudiantes más pobres.

La segunda pregunta de investigación fue *¿cuáles son las oportunidades de aprendizaje en lógico-matemática, medidas a través de estimaciones de las competencias cubiertas, de la profundidad en el tratamiento de las competencias y de los ejercicios resueltos correctamente por competencia, de los estudiantes?* Los resultados sugieren en primer lugar que los cuadernos de trabajo son relativamente poco usados por los docentes, a pesar que son repartidos de manera gratuita por el Estado. Esto implica gran ineficiencia en el uso de los recursos. A pesar de que no preguntamos a los docentes acerca de las causas de este poco uso (tema que sería de mucho interés para futuros estudios), se puede especular que una razón podría ser que no los consideran adecuados. Entre las alternativas para el Ministerio está la de considerar algo que ha sido sugerido por muchos especialistas, y es permitir que cada docente use los cuadernos o cuadernos de trabajo que como profesional considere convenientes. Esto podría darse de una lista de libros o cuadernos de trabajo previamente calificados como aceptables por el Ministerio de Educación; de entre esta lista cada docente podría elegir qué textos se ajustan mejor a sus características y las de sus estudiantes, y el Estado tendría que pagar por estos textos. Esto evitaría además la necesidad de distribuir el mismo texto a cada estudiante a escala nacional, aunque seguramente originaría otros problemas logísticos con el pago por cada texto.

En segundo lugar, es obvio que los docentes tratan en aulas principalmente las capacidades vinculadas a números y numeración. Todos los otros aspectos (Introducción a la geometría, Resolución de Problemas, Medición, e Introducción a la estadística) son bastante menos frecuentes. El currículo no prescribe qué porcentaje de los ejercicios debería ser dedicados a cada aspecto, pero es evidente que los docentes han decidido que en el tiempo disponible deben dar prioridad los ejercicios de numeración. Por otro lado el Cuaderno de trabajo hecho por el Ministerio da mayor énfasis a Numeración y el currículo tiene más capacidades para numeración que para cualquier otro aspecto, sugiriendo que este es el más importante. Este resultado es similar al reportado por Galindo (2002) y Gómez & Steinporsdottir (2001), por lo que puede ser considerado un hallazgo sólido proveniente de la investigación

educativa. El Ministerio tendría que considerar si esto que está ocurriendo es lo que se esperaba del nuevo currículo. Intuimos que no, y que habría que pensar en alternativas para un uso más balanceado de los aspectos y capacidades curriculares. Entre las posibles explicaciones para estos resultados, más allá de las mencionadas anteriormente, están que los docentes podrían preferir enseñar aquellos aspectos del currículo sobre los que consideran tener más dominio. Otra posibilidad es que consideren que el currículo es demasiado extenso y por tanto deben dar prioridad a algunos temas sobre otros. El Ministerio podría considerar entre sus opciones revisar los cuadernos de trabajo para sugerir un uso más balanceado de los aspectos curriculares, reformar el currículo para acortar temas y/o indicar a qué capacidades deberían dar prioridad los docentes, y dar capacitaciones específicas a la enseñanza y aprendizaje de la matemática en los aspectos del currículo que menos énfasis están teniendo.

En cuanto a la profundidad con que los temas matemáticos son tratados, sería de esperar, dado el nuevo currículo, que predominaran los ejercicios con alta demanda cognitiva, y sin embargo es al revés. Esto es cierto aún para los ejercicios vinculados a problemas, tanto en los cuadernos como en los cuadernos de trabajo (de hecho, la oferta de ejercicios en los cuadernos de trabajo es en general de baja demanda cognitiva). Los estudiantes pasan la mayor parte del año resolviendo ejercicios sin conexiones. Muy rara vez se les pide que solucionen problemas que requieren combinar conocimientos de diferentes aspectos de manera creativa; la mayor parte del tiempo los ejercicios están orientados a encontrar la respuesta a problemas numéricos utilizando operaciones enseñadas y practicadas previamente en clases. Este es un resultado también hallado por Gómez & Steinporsdottir (2001) en Puno. Al respecto, seguramente en los siguientes años será necesario que el Ministerio de Educación programe capacitaciones con docentes en ejercicio y las diversas instituciones formadoras de docentes revisen sus programas de formación en matemática, de modo que se asegure que los docentes dominen métodos para enseñar matemática que exijan altos niveles de pensamiento por parte de los estudiantes, de acuerdo a lo que se menciona en el currículo.

En cuanto a la proporción de ejercicios resueltos correctamente, es notable que los cuadernos y cuadernos de trabajo contienen frecuentemente errores. A menudo estos errores tienen una marca del docente indicando que el ejercicio es correcto. Esto puede deberse a que el docente mismo no puede resolver el ejercicio correctamente o a que revisa los ejercicios sin realmente fijarse. Sea por una razón u otra, es obvio que los estudiantes tienen a menudo errores en sus cuadernos que seguramente les llevan a conocimientos equivocados que podrían tendrán consecuencias en aprendizajes posteriores. De nuevo, es obvio que este problema requerirá reformas tanto en la formación como en la capacitación de docentes en ejercicio que sean específicas a la matemática. También requerirá seguramente diseñar algún sistema por el cual los docentes puedan revisar meticulosamente cada ejercicio de cada estudiante. Con las cargas horarias que suelen tener los docentes peruanos, que a menudo trabajan en dos centros educativos o trabajan por la tarde en alguna otra actividad, es difícil que esto ocurra.

La tercera pregunta de investigación era *¿existe una relación entre el nivel de pobreza promedio de los estudiantes que atienden un salón de clases y las oportunidades de aprendizaje?* Los resultados tienden a confirmar la hipótesis que el nivel socioeconómico promedio de los estudiantes de un salón de clases se relaciona significativamente con la cobertura del currículo, la profundidad con que las capacidades son tratadas, y el número de ejercicios resueltos correctamente. Esto supone la existencia de un sistema educativo que en matemática en vez de atenuar las desigualdades iniciales entre grupos de estudiantes tiende a acentuarlas. Podría ser que los docentes tomen estas decisiones de manera pedagógica, intentando adaptarse a las características de sus estudiantes. Sin embargo, el hecho es que al terminar la primaria es probable que los estudiantes de contextos más pobres habrán cubierto menos ejercicios y menos capacidades del currículo, con menos profundidad, que sus pares de contextos de menor pobreza. Este tipo de problema seguramente requeriría de una atención focalizada por parte del Estado en los contextos de mayor pobreza. Se trata finalmente de un tema de derechos humanos, en la medida en que todos los estudiantes deberían tener al menos iguales oportunidades de aprender matemática, no importa el contexto de pobreza del que provengan. Estos resultados son congruentes con las tesis de Reimers (2000) respecto a las desiguales oportunidades de aprender en Latino América.

Finalmente, la cuarta pregunta de investigación era *¿existe una relación entre el currículo implementado y el currículo aprendido?* Los resultados sugieren que mayor cobertura del currículo y mayor profundidad se asocian positivamente con mayor rendimiento en los aspectos específicos del currículo, aunque este resultado no se repite para todas las pruebas. En estos análisis se controló por el nivel socioeconómico de los estudiantes. Uno podría preguntarse entonces si lo que se debería exigir es mayor cobertura del currículo y más ejercicios resueltos en clases con estudiantes de menor nivel socioeconómico. Esto seguramente tendría que ser parte de la respuesta a los resultados aquí presentados, sin embargo es obvio que también será necesaria mucha capacitación para que los docentes puedan enseñar a mayores niveles de profundidad, para que dominen las materias que enseñan, y sistemas de incentivos para que revisen y corrijan el trabajo de sus estudiantes.

El presente estudio tiene varias limitaciones, entre ellas:

- La muestra fue sólo de estudiantes de escuelas públicas de Lima, en su mayoría castellano hablantes (aun cuando algunos de los resultados del presente estudio son similares a otros realizados en diversos contextos).
- El número de escuelas fue reducido, lo cual limita el poder estadístico del estudio. En el futuro sería interesante repetir el presente estudio en diversos contextos y con mayor número de escuelas y estudiantes.
- La medición del rendimiento se realizó solamente a fines del año escolar; hubiera sido preferible contar con una evaluación a inicios y a fines del año escolar, tratando de explicar el diferencial a partir de las oportunidades de aprendizaje.

A pesar de las limitaciones mencionadas los resultados del presente estudio sugieren una tarea ardua no sólo para el Ministerio de Educación, sino también para diferentes actores vinculados al aprendizaje y enseñanza de la matemática, entre los cuales se ubican los sindicatos o asociaciones de docentes, las editoriales encargadas de elaborar materiales educativos, las instituciones que forman y capacitan a docentes, y las asociaciones de padres de familia. Pensamos que sería un error pensar que los cambios para lograr una mejor calidad en educación para todos los estudiantes le competen únicamente a los funcionarios vinculados al Ministerio de Educación.

Las vías para pensar en reformas podrían incluir una o varias de las siguientes: cambios en el currículo (hacerlo más explícito y/o más corto), capacitaciones para docentes en ejercicio sobre la enseñanza de aspectos específicos basados en el currículo (a menudo las capacitaciones del Ministerio de Educación para docentes en ejercicio en los últimos años han sido de métodos generales para lograr la participación activa de los estudiantes y no específicas para cada área del currículo), revisión de los programas de formación de educación matemática de docentes (logrando que cada docente demuestre dominio de los aspectos que debe enseñar como primer requisito para poder enseñarlo), revisión de la política respecto de los materiales educativos (como se dijo antes, una posibilidad sería dejar que los docentes elijan sus propios textos, y el Estado se encargaría de pagar por ellos), y atención de las necesidades de los individuos o los grupos respecto del aprendizaje de la matemática (a través del incremento del número de horas pedagógicas de matemática, clases de recuperación, o provisión de asistentes de docencia para aulas con menor rendimiento).

Referencias

- Benavides, M. (2002). "Para explicar las diferencias en el rendimiento en Matemática de Cuarto Grado en el Perú Urbano: Análisis de resultados a partir de un modelo básico". En José Rodríguez & Silvana Vargas (Eds.) *Análisis de los Resultados y Metodología de las Pruebas CRECER 1998* (pp. 83-108). Documento de Trabajo 13 de MECEP. Lima: Ministerio de Educación
- Bryk, A. & Raudenbush, S. (1992). *Hierarchical Linear Models*. Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series 1. Newbury Park, CA: Sage.
- Cervini, R. (2001). Efecto de la "Oportunidad de aprender" sobre el logro en matemáticas en la educación básica argentina. *Revista Electrónica de Investigación Educativa* 3(2). Consultada en <http://77redie.ens.uabc.mx/vol3no2/contenido-cervini.html>
- Comisión de Educación, Ciencia y Tecnología. (2002). *Dictamen de la Ley Marco de Educación. Serie Documentos Parlamentarios*. Lima: Congreso de la República.
- Cueto, S. & Secada, W. (2001). Mathematics Learning and Achievement in Quechua, Aymara and Spanish by Boys and Girls in Bilingual and Spanish Schools in Puno, Peru. Reporte preliminar de investigación para el Banco Mundial.
- DINEIP (2000). *Programa Curricular de Segundo Ciclo de Educación Primaria de Menores (tercero y cuarto grados)*. Lima: Ministerio de Educación.
- Foro Educativo (2000). *Agenda de prioridades en educación: 2000-2005. Boletín de Foro Educativo*. Lima: Autor.
- Galindo, C. (2002). El currículo implementado como indicador del proceso educativo. En José Rodríguez & Silvana Vargas (Eds.) *Análisis de los Resultados y Metodología de las Pruebas CRECER 1998* (pp.13-38). Documento de Trabajo 13 de MECEP. Lima: Ministerio de Educación.
- Gómez, C. & Steinporsdottir, O. (2001). Enacted curriculum in mathematics: students' opportunity to learn. En Cueto, S. & Secada, W. Mathematics Learning and Achievement in Quechua, Aymara and Spanish by Boys and Girls in Bilingual and Spanish Schools in Puno, Peru. Reporte preliminar de investigación para el Banco Mundial
- Guadalupe, C. (2000). *Educación para todos 2000. Perú: Informe Nacional de Evaluación* (mimeo). Lima: Comisión Peruana de Cooperación con la UNESCO y Ministerio de Educación.
- INEI (1995). *Atraso y Deserción Escolar en Niños y Adolescentes*. Lima: Instituto Nacional de Estadística e Informática y Programa Mundial de Alimentos.

Ministerio de Educación (2000). *Programa Curricular Básico Tercer Ciclo*. Lima: Ministerio de Educación.

Mc Donnell, L. (1995). Opportunity to Learn as a research Concept and a Policy Instrument. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17 (3), 305-322.

Reimers, F. (2000). (Ed). *Unequal Schools, Unequal Chances. The Challenges to Equal Opportunities in the Americas*. Cambridge, EE.UU.: The David Rockefeller Center Series on Latin American Studies, Harvard University.

Rodríguez, J. & Cueto, S. (Julio del 2001). ¿Cuánto aprenden nuestros estudiantes? Presentación de la Evaluación Nacional del 2001. *Revista Crecer* No. 2, 20-24. Lima: Ministerio de Educación & GRADE.

Rodríguez, J & Vargas, S. (2002). *Análisis de los resultados y metodología de las pruebas CRECER 1998*. Documento de Trabajo 13. Lima: MECEP – Ministerio de Educación.

Schmidt, W., Jorde, D., Cogan, L., Barrier, E., Gonzalo, I., Moser, U. Shimizu K., Sawada, T., Valverde, G., McKnight, C., Prawat, R., Wiley, D., Raizen, S., Britton, E. & Wolfe, R. (1996). *Characterizing Pedagogical Flow. An Investigation of Mathematics and Science Teaching in Six Countries*. Boston: Kluwer Academic Publishers

Stein, M. , Schwan, S. , Henningsen, A. , Silver, E. (2000) *Implementing standards – based mathematics instruction*. New York: Teachers College Press.

UMC (2000). *Revista Crecer 1*. Lima: Ministerio de Educación.

UMC (2001). *Revista Crecer 2*. Lima: Ministerio de Educación

UMC y GRADE (2000). Resultados de las pruebas de lenguaje y matemática. ¿Qué aprendimos a partir de la evaluación CRECER 1998? *Boletín CRECER* 5/6. Lima: Ministerio de Educación.

UMC & GRADE (2001a). El Perú en el primer estudio internacional comparativo de la UNESCO sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercer y cuarto grado. *Boletín UMC* 9. Lima: Ministerio de Educación.

UMC & GRADE (2001b). Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998. Resultados de lógico-matemática en cuarto grado de primaria. *Boletín UMC* 10. Lima: Ministerio de Educación.

UMC & GRADE (2001c). Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998. Resultados de lógico-matemática en sexto grado de primaria. *Boletín UMC* 13. Lima: Ministerio de Educación.

UMC & GRADE (2001d). Efecto de la escuela en el rendimiento en lógico-matemática en cuarto grado de primaria. *Boletín UMC 8*. Lima: Ministerio de Educación.

Willms, J. D. & M.A. Somers (2001). *Schooling outcomes in Latin America*. New Brunswick: Canadian Research Institute for Social Policy at the University of New Brunswick y LLECE.

World Bank (1999). Peru Education at a Crossroads. Challenges and opportunities for the 21st century (Vol I). Report No.19066-PE. Washington DC: The World Bank.

Apéndice 1. Guía para el análisis de Ejercicios de Stein y Colaboradores

En este apéndice se presenta la traducción literal hecha por los autores del presente trabajo de la clasificación de la demanda cognitiva de los ejercicios de matemática utilizada por Stein et al (2001). En esta primera sección aparecen los contenidos en la p. 16 del citado documento:

Nivel de Baja Demanda	
Tareas de Memorización	Procedimientos sin Conexiones
<ul style="list-style-type: none"> - Involucra tanto la reproducción de datos, reglas, fórmulas, o definiciones previamente aprendidas como la asignación de datos, reglas, fórmulas o definiciones a la memoria. - No puede ser resuelto utilizando procedimientos, ya que el procedimiento no existe, o porque el tiempo requerido para la resolución de la tarea es demasiado corto como para usar un procedimiento. - No es ambiguo: como las tareas que incluyen una reproducción exacta de material visto previamente y que es reproducido clara y directamente según el enunciado. - No tiene conexiones con conceptos o significados subyacentes a los datos, reglas, fórmulas o definiciones aprendidas o evocadas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Son algoritmos. El uso de procedimientos es igualmente requerido por la tarea o su uso está evidentemente basado en aprendizajes previos, experiencias, o dado por la tarea. - Requiere una limitada demanda cognitiva para ser completado exitosamente. Existe una pequeña ambigüedad acerca de lo que se requiere hacer y de cómo hacerlo. - No tiene conexión con conceptos o significados subyacentes a los procedimientos que están siendo usados. - Se centran en obtener una respuesta correcta más que desarrollar la comprensión de las matemáticas. - No requiere explicaciones, o explicaciones que se enfocan únicamente en describir el proceso usado.

Nivel de alta demanda	
Procedimientos con Conexiones	Tareas “Haciendo Matemáticas”
<ul style="list-style-type: none"> - Enfoca la atención de los estudiantes en el uso de procedimientos con el propósito de desarrollar niveles más profundos de comprensión de conceptos e ideas matemáticas. - Sugiere vías a seguir (explícitas o implícitas) que son extensión de procedimientos generales que tienen conexiones cercanas con ideas conceptuales subyacentes, en oposición a los limitados algoritmos que opacan respecto a los conceptos subyacentes. - Usualmente son representados de múltiples formas (Ej. : diagramas visuales, manipulativos, símbolos, situaciones problemáticas). Hacer conexiones a través de múltiples representaciones ayuda a desarrollar el significado. - Requiere cierto grado de esfuerzo cognitivo. A pesar que se sigan procesos generales, no pueden ser resueltos descuidadamente. Los estudiantes necesitan interconectar las ideas conceptuales que subyacen a los procedimientos, en función de completar exitosamente la tarea y desarrollar su entendimiento. 	<ul style="list-style-type: none"> - Requiere pensamiento complejo y no algorítmico (Ej.: no hay una vía predecible, una aproximación bien realizada, una vía dada por la tarea, la instrucción o en un ejemplo trabajado). - Requiere que los estudiantes exploren y entiendan la naturaleza de los conceptos, procedimientos o relaciones matemáticas. - Demanda el automonitoreo y la autorregulación por parte del individuo de sus procesos cognitivos. - Requiere que los estudiantes accedan a conocimientos y experiencias relevantes, y que hagan un uso adecuado de ellas a través de la tarea. - Requiere que los estudiantes analicen la tarea y que activamente examinen las demandas de la tarea que delimiten las posibles estrategias de solución y la solución. - Requiere un considerable esfuerzo cognitivo y puede involucrar cierto nivel de ansiedad para el estudiante, debido a la naturaleza impredecible del proceso de solución que se necesita.

A continuación se presentan los ejemplos para la clasificación anterior para los niveles de demanda cognitiva. Esta es la traducción literal hecha por los autores del presente trabajo del documento de Stein et al (2001, p. 13):

Ejemplo para las cuatro categorías de análisis

Nivel de Baja Demanda

- Memorización

¿Cuál es el equivalente decimal y porcentual de las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$?

Respuesta esperada del alumno:

$$\frac{1}{2} = .5 = 50\%$$

$$\frac{1}{4} = .25 = 25\%$$

- Procedimientos sin Conexiones

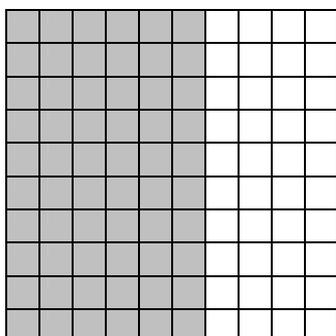
Convierta la fracción $\frac{3}{8}$ a decimal y a porcentaje.

Respuesta esperada del alumno:

Fracción	Decimal	Porcentaje
$\frac{3}{8}$	$8 \overline{) 3.000}$ $\underline{24}$ 60 $\underline{56}$ 40 $\underline{40}$ $--$	$.375 = 37.5\%$

Nivel de Alta demanda

- Procedimientos Con Conexiones:



Usando una cuadrícula de 10 x 10, identifica el decimal y el porcentaje equivalente de $\frac{3}{5}$.

Respuesta esperada del alumno:

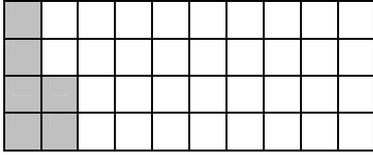
Gráfico	Fracción	Decimal	Porcentaje
	$\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$	$\frac{60}{100} = .60$	$.60 = 60\%$

- Haciendo matemáticas

Sombrea 6 cuadrados pequeños en un rectángulo de 4 x 10. Usando el rectángulo, explica cómo se determina cada una de las siguientes preguntas:

- a) El porcentaje del área sombreada.
- b) La parte decimal del área sombreada.
- c) La fracción que representa el área sombreada

Una posible respuesta de un alumno:



a) *Una columna será el 10% debido a que hay 10 columnas. Entonces 4 cuadrados es 10%. Luego, 2 cuadrados es la mitad de una columna, y la mitad de 10% es 5%. Por lo tanto, los 6 bloques sombreados es igual al 10% más 5% ó 15%.*

- b) *Una columna será .10 debido a que hay 10 columnas. La segunda columna tiene sólo 2 cuadrados sombreados, por lo que debe ser la mitad de .10 que es .05. Por tanto, los 6 cuadrados sombreados serían igual a .1 más .05 lo que equivale a .15.*
- c) *Seis cuadrados sombreados de 40 cuadrados es 6/40 que se reduce a 3/20.*

Apéndice 3. Competencias y Capacidades consideradas para el análisis de Ejercicios de los Cuadernos y Cuadernos de Trabajo

En este apéndice se incluye el “Cuadro de competencias del tercer ciclo del área de lógico matemática”, elaborado sobre la base del currículo vigente del Ministerio de Educación para sexto grado de primaria (MED, 2000). En el cuadro se presentan las competencias y sus respectivas capacidades como aparecen en el currículo, introduciendo en algunos casos las modificaciones que fue necesario introducir para poder clasificar todos los ejercicios encontrados. Así, el componente actitudinal ha sido suprimido del cuadro debido a que no forma parte del presente estudio. Por otro lado, en algunas capacidades se agregó al texto original algunos términos (en mayúsculas y cursivas). La razón de estas modificaciones es que, en muchos casos, la capacidad encontrada en el currículo oficial resultaba ambigua u obviaba algunos temas necesarios para desarrollar capacidades más complejas. Por ejemplo, en el aspecto numeración, en la capacidad 3, el currículo oficial plantea “*Clasifica, secuencia y ordena números naturales, de acuerdo a algunas propiedades*”. Sin embargo, en el cuaderno de trabajo y cuadernos se encontraron varios ejercicios en que se hace esto mismo, y operaciones más complejas, para decimales y fracciones. Por tanto, se agregó *decimales y fracciones* a esta capacidad.

En otros casos (específicamente en numeración, capacidades del 26 al 29) se agregaron capacidades no consideradas en el currículo (estas son indicadas en mayúsculas y entre paréntesis). Estas capacidades se encontraron en ejercicios de los cuadernos de trabajo y sobretodo en los cuadernos de los alumnos (por ejemplo mínimo común múltiplo). A pesar que algunas de ellas pertenecen a currículos de otros ciclos, no se consideraron “fuera de la estructura curricular básica”, ya que eran necesarias para lograr otras capacidades. Por ejemplo, en la capacidad 17 de numeración se habla de *suma de fracciones heterogéneas*; para dominar este tema es necesario saber mínimo común múltiplo.

El aspecto “Resolución de Problemas” no aparece como una competencia del currículo, ni se asignan capacidades dentro de este aspecto. A pesar de ello es uno de los pilares del currículo, por lo que la UMC lo consideró como uno de los cinco aspectos a medir en las pruebas. Siguiendo esta misma lógica, aquí se consideraron como resolución de problemas los ejercicios que correspondían con las capacidades 18 (resolución de problemas en general), 22 (problemas de proporciones) y 25 (problemas de porcentajes) de la competencia de numeración. En los otros aspectos: geometría, estadística y medición, no se contempla una capacidad que incluya la resolución de problemas. Por lo tanto, se codificó un ejercicio como un problema si correspondía con la definición general planteada en la capacidad 18, y adicionalmente se codificó la capacidad a la que correspondía temáticamente. En el cuadro que sigue no se presentan resultados para resolución de problemas sino para todas las capacidades de acuerdo a las competencias a las que corresponden. Para los análisis contenidos en el cuerpo del informe, todos estos ejercicios fueron separados y colocados en el aspecto “Resolución de Problemas”.

Por último, se encontraron ejercicios que no tenían relación con lo planteado en el currículo de este ciclo y que claramente pertenecían al currículo de secundaria. Estos temas se colocaron al final del cuadro y fueron considerados en los análisis del cuerpo del informe como “Fuera de la estructura curricular básica”.

En el siguiente cuadro, al lado derecho de cada capacidad se presenta el promedio de ejercicios resueltos de todas las escuelas de la muestra para los cuadernos y los cuadernos de trabajo de los estudiantes. En el caso de los cuadernos de trabajo, además del promedio, se presenta al número de ejercicios disponibles por cada capacidad.

Cuadro 1. Aspectos, competencias y capacidades considerados en el análisis.

Aspecto	Competencia	Capacidades	Promedio de Ejercicios Resueltos	
			Cuadernos	Cuadernos de Trabajo
G E O M E T R Í A	Diseña y transforma figuras en el plano cartesiano con precisión y creatividad	1- Representa figuras poligonales y no poligonales en el plano cartesiano a partir de la ubicación de puntos. Reconoce coordenadas.	21	27 de 35
		2- Transforma figuras en el plano cartesiano modificando las coordenadas de los puntos, aplicando una regla de transformación: traslada figuras, rota figuras, traza figuras simétricas, realiza ampliaciones y reducciones de figuras en el plano.	7	21 de 42
		3- Reproduce en cuadrículas diseños geométricos propios de su entorno cultural (de telas, cerámicas, etc.). Crea sus diseños aplicando transformaciones.	0	0 de 0
	Resuelve, evalúa y formula problemas matemáticos relacionados con figuras y cuerpos geométricos. Explica los procedimientos	4- Identifica formas geométricas en los objetos que lo rodean.	1	1 de 5
		5- Reconoce y encuentra patrones de cuerpos geométricos a partir de la observación y manipulación de objetos reales (cajas diversas y otros objetos que desarma y arma). Construye cubos, prismas, pirámides, conos y cilindros. Construye modelos de objetos que se encuentra a su alrededor y crea otros cuerpos.	0	2 de 12
		6- Describe, compara y clasifica cuerpos geométricos utilizando diversos criterios y los diferencia (poliedros y cuerpos redondos). Reconoce los elementos de los cuerpos geométricos y sus propiedades. Identifica y clasifica los poliedros en prismas y pirámides.	3	6 de 36
		7- Reconoce figuras planas diversas, las compara y clasifica. Identifica, compara y mide ángulos de polígonos.	2	1 de 10
		8- Identifica polígonos regulares y encuentra sus características.	0	5 de 24
		9- Construye con precisión polígonos y círculos utilizando instrumentos de dibujo (compás, regla, escuadra y transportador).	0	1 de 3
		10- Formula y resuelve problemas relacionados con figuras y cuerpos geométricos a partir de situaciones de la vida cotidiana.	0	0 de 0
		11- Mide ángulos utilizando el transportador y los clasifica en rectos, agudos y obtusos. (CURRÍCULO CICLO ANTERIOR)	10	6 de 15
		12- Construye rectas paralelas y perpendiculares utilizando la escuadra y la regla. (CURRÍCULO CICLO ANTERIOR)	1	1 de 6

Aspecto	Competencia	Capacidades	Promedio de Ejercicios Resueltos	
			Cuadernos	Cuadernos de Trabajo
N U M E R A C I Ó N	Procesa, sistematiza y comunica la información derivada de situaciones concretas utilizando números naturales y las expresiones fraccionarias y decimales.	1- Codifica y decodifica números en el sistema de numeración decimal, reconociendo órdenes y clases hasta los millones.	60	66 de 115
		2- Establece relaciones entre nuestro sistema monetario y el sistema de numeración decimal. Reconoce las denominaciones de las monedas y realiza canjes.	4	2 de 7
		3- Clasifica, secuencia y ordena números naturales, <i>DECIMALES Y FRACCIONES</i> de acuerdo a algunas propiedades.	30	46 de 104
		4- Identifica números decimales y fraccionarios en situaciones de su entorno, los compara entre ellos y los diferencia de los números naturales.	1	8 de 25
		5- Reconoce y halla fracciones equivalentes a una fracción dada (utiliza material concreto y / o representaciones gráficas).	37	40 de 85
		6- Identifica fracciones decimales y las escribe como expresiones decimales (<i>Y VICEVERSA</i>).	11	24 de 69
		7- Establece y grafica relaciones numéricas (como por ejemplo: "es múltiplo de", "es divisible por").	0	0 de 0
		8- Utiliza la calculadora, como instrumento auxiliar, para buscar y verificar resultados.	0	3 de 16
	Resuelve, evalúa y formula problemas matemáticos relacionados con situaciones cotidianas, para cuya solución se requiere de las operaciones con números naturales y decimales.	9- Hace estimaciones numéricas y determina lo razonable de sus cálculos al contrastarlos con la realidad.	0	0 de 0
		10- Halla de manera rápida y eficaz el resultado de una operación. Utiliza de forma creativa el cálculo mental y escrito para resolver situaciones problemáticas cotidianas. Redondea el resultado de una operación.	5	44 de 60
		11- Aplica con corrección la técnica operativa usual de la adición, sustracción, multiplicación y división euclidiana de números naturales Y DECIMALES, estableciendo relaciones entre ellas.	134	105 de 156
		12- Halla diferentes formas para designar un mismo número utilizando la adición, sustracción, multiplicación y división. Utiliza cuadrados y cubos de los diez primeros números naturales.	19	17 de 28
		13- Utiliza las propiedades de las operaciones para elaborar y aplicar estrategias de cálculo mental	17	14 de 16
		14- Identifica múltiplos y divisores de un número. Reconoce cuándo un número es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 y 10. Identifica números primos.	34	93 de 162
		15- Resuelve operaciones combinadas agrupadas con o sin paréntesis. Conoce la prioridad de las operaciones y el empleo de los signos de agrupación.	35	40 de 57
		16- Resuelve situaciones problemáticas relacionadas con mediciones y uso del dinero aplicando su experiencia personal y las técnicas operativas de la adición y sustracción de números decimales.	0	4 de 11

Aspecto	Competencia	Capacidades	Promedio de Ejercicios Resueltos	
			Cuadernos	Cuadernos de Trabajo
N U M E R A C I Ó N	Resuelve, evalúa y formula problemas matemáticos relacionados con situaciones cotidianas, para cuya solución se requiere de las operaciones con números naturales y decimales.	17- Realiza adiciones y sustracciones con fracciones homogéneas y utiliza fracciones equivalentes en la construcción del concepto de adición y sustracción de fracciones heterogéneas.	26	11 de 22
		18- Resuelve problemas que requieren de operaciones con números naturales y decimales aplicando una metodología básica: - Analiza el enunciado para relacionar elementos y datos de la situación problemática. - Evalúa la pertinencia de los datos y selecciona una estrategia para hallar la solución. - Identifica la o las operaciones adecuadas para resolver el problema. - Verifica lo razonable de sus respuestas. - Elabora argumentos para fundamentar su respuesta y comunicar el proceso seguido en la solución de un problema.	44	24 de 56
		19- Formula problemas a partir de situaciones reales de su vida cotidiana relacionando las operaciones de números naturales y decimales.	1	2 de 10
		20- Conoce algunas funciones de la calculadora y explora procedimientos para obtener resultados con ella. La utiliza como instrumento auxiliar para realizar y verificar sus cálculos.	0	0 de 0
	Resuelve, evalúa y crea problemas matemáticos para cuya solución se requiere de la proporcionalidad. Demuestra confianza en sus propias capacidades y tenacidad en la búsqueda de soluciones.	21- Reconoce si una situación dada es de proporcionalidad directa o no lo es. Elabora tablas y gráficos de proporcionalidad directa	10	50 de 98
		22- Resuelve problemas que implican situaciones de proporcionalidad directa (densidad de población, desplazamientos en el espacio con su duración, etc.). Escoge el medio adecuado (gráficos, tablas de números proporcionales, etc.) para procesar la información y presentar los resultados.	11	1 de 3
		23- Amplía y reduce figuras y formas geométricas, aplicando la proporcionalidad.	0	0 de 0
		24- Utiliza la noción de escala para leer, interpretar y trazar gráficos (líneas de tiempo, dibujos, mapas, diagramas, planos).	0	2 de 14
		25- Resuelve problemas sencillos de porcentajes relacionados con situaciones factibles de presentarse en la vida real O NO.	20	14 de 44
		26- Realiza multiplicaciones y divisiones con fracciones. (AGREGADO)	21	9 de 35
		27- Halla el M.C.M y M.C.D. de números naturales (CURRICULO DE SECUNDARIA)	19	3 de 6
		28- Potenciación y Radicación de números naturales y fracciones. (CURRICULO DE SECUNDARIA)	30	22 de 33
		29- Reconoce, lee y escribe fracciones usadas en la vida cotidiana y las representa gráficamente. (CURRICULO DE CICLO ANTERIOR)	16	11 de 22

Aspecto	Competencia	Capacidades	Promedio de Ejercicios Resueltos	
			Cuadernos	Cuadernos de Trabajo
M E D I C I Ó N	Resuelve, evalúa y crea problemas relacionados con las unidades de medida más usuales de longitud, superficie, volumen, masa, y tiempo. Aprecia las aplicaciones de La medición en el trabajo cotidiano y en el intercambio comercial.	1- Utiliza instrumentos de medida de longitud y expresa sus mediciones en unidades usuales en su comunidad y algunas unidades del Sistema Legal de Unidades de Medida del Perú (SLUP). Utiliza las unidades apropiadas para cada situación.	0	0 de 2
		2- Reconoce las unidades de longitud mayores y menores que el metro y las relaciones entre ellas. Compara y ordena medidas de longitud (mm, cm, dm, m, Km).	12	6 de 17
		3- Realiza cálculos simples con medidas de longitud expresadas en unidades diferentes.	5	4 de 12
		4- Halla superficies equivalentes, utilizando materiales concretos y gráficos en cuadrículas.	0	0 de 4
		5- Reconoce las principales unidades de superficie mayores y menores que el metro cuadrado. Relaciona las unidades oficiales de superficie con las unidades agrarias conocidas.	4	3 de 32
		6- Compara perímetros y superficies de diferentes regiones poligonales y circulares de su entorno. Halla experimentalmente el área de triángulos, cuadriláteros y círculos. Deduce y utiliza las fórmulas respectivas.	26	5 de 65
		7- Utiliza instrumentos de medida de masa y expresa sus mediciones utilizando las unidades usuales en su comunidad y el gramo y el kilogramo. Utiliza las unidades apropiadas para cada situación.	2	2 de 8
		8- Realiza cálculos simples con medidas de masa expresadas en unidades diferentes. Compara y ordena medidas de masa.	5	6 de 21
		9- Realiza mediciones con unidades usuales de capacidad (volumen): litro, galón.	2	3 de 14
		10- Halla experimentalmente, el volumen de prismas y cilindros. Relaciona el decímetro cúbico con el litro Y CON EL KG DEDUCE Y UTILIZA LAS FORMULAS RESPECTIVAS.	6	7 de 69
		11- Conoce las unidades de tiempo usuales (hora, minuto, segundo) y las relaciones entre ellas. Distingue la hora y los intervalos de tiempo transcurridos y reconoce los instrumentos que se emplean para medirlos. Utiliza los referentes temporales de su comunidad.	7	6 de 26
		12- Realiza cálculos simples con medidas de longitud expresadas en unidades diferentes (como por ejemplo: mm ³ , cm ³ , dm ³). (AGREGADO)	3	0 de 0

Aspecto	Competencia	Capacidades	Promedio de Ejercicios Resueltos	
			Cuadernos	Cuadernos de Trabajo
E S T A D Í S T I C A	Elabora e interpreta tablas y gráficos que corresponden a fenómenos naturales, económicos y sociales de su medio local y nacional, y emite opinión sobre ellos. Resuelve, evalúa y formula problemas de la vida cotidiana relacionados con el registro, organización e interpretación de datos estadísticos.	1- Recoge y registra datos sobre situaciones familiares, comunales y nacionales. Elabora gráficos estadísticos con datos referentes a situaciones conocidas, utilizando gráficos de barras, poligonales y diagramas circulares.	6	1 de 6
		2- Lee e interpreta diagramas, esquemas, tablas y gráficos relacionados con información significativa para ella/él. Compara información expresada en tablas. Elabora preguntas y conclusiones a partir de los datos.	0	16 de 74
		3- Halla el promedio de un conjunto de datos e interpreta resultados.	0	0 de 0
		4- Emplea la calculadora u otros medios informáticos para procesar la información.	0	0 de 0
		5- Resuelve problemas relacionados con situaciones de su vida diaria vinculados al registro y organización de datos y a la interpretación estadística de los resultados obtenidos.	0	0 de 3
		6- Expresa lo probable de la ocurrencia de un suceso basándose en los datos disponibles.	0	1 de 12

Cuadro 2. Temas fuera de la Estructura Curricular Básica considerados en el análisis.

Aspecto	Temas	Promedio de Ejercicios Resueltos
		Cuadernos
F U E R A D E L A E C B	1- Resuelve ecuaciones con una variable de primer grado (CURRÍCULO SECUNDARIA).	20
	2- Resuelve inecuaciones con una variable de primer grado (CURRÍCULO SECUNDARIA).	7
	3- Resuelve problemas de interés, capital, tiempo y tanto por ciento (CURRÍCULO DE TERCERO DE SECUNDARIA).	5
	4- Halla la moda y la mediana de datos e interpreta resultados (CURRÍCULO DE CUARTO DE SECUNDARIA).	0
	5- Resuelve adiciones y sustracciones de números enteros (CURRÍCULO DE PRIMERO DE SECUNDARIA).	3
	6- Halla el valor numérico de los polinomios binomios (CURRÍCULO DE SEGUNDO DE SECUNDARIA).	1
	7- Conjuntos (CURRÍCULO ANTERIOR).	10

Apéndice 4. Magnitud de la variación del Rendimiento en Matemática por variables del estudiante y de la escuela

Uno de los puntos importantes de analizar en los modelos jerárquicos es en cuanto al poder para explicar la variable dependiente. Si bien en los modelos de regresión lineal se tiene como medida de ajuste el estadístico R cuadrado, en los modelos jerárquicos no existe este estadístico. Por esa razón este apéndice tiene por objetivo mostrar cuán relevantes son las variables en el modelo para explicar el rendimiento escolar (ver cuadros 10 y 11 en el cuerpo del informe como referencia a las explicaciones aquí contenidas).

Para poder apreciar lo anterior es necesario primero estimar un modelo ANOVA de la variable dependiente, de tal forma de hallar la varianza verdadera a nivel del alumno y de la escuela. En este caso se estima el ANOVA para cada uno de los aspectos y el puntaje total como se aprecia en el siguiente cuadro:

Cuadro 1. Análisis ANOVA de cada una de los aspectos y el Puntaje Total.

	Geometría	Numeración	Problemas	Medición	Estadística	Total
Promedio del Rendimiento en Matemática (ANOVA de efectos aleatorios)	23.12	15.48	17.18	9.04	10.91	74.80
Varianza - Nivel 1 (Entre estudiantes)	26.39	16.97	27.65	9.03	6.39	390.36
Varianza - Nivel 2 (Entre escuelas)	14.61	8.46	13.06	2.52	1.25	198.11
Variación en el rendimiento que se puede atribuir al interior de la escuela	64%	67%	68%	78%	84%	66%
Variación en el rendimiento que se puede atribuir a la escuela	36%	33%	32%	22%	16%	34%

En el cuadro anterior se puede apreciar que la mayor parte de la variación en el rendimiento se puede atribuir a diferencias al interior de cada escuela, mientras se puede atribuir en promedio el 29% a aspectos de las escuelas (promedio de la variación que se puede atribuir a la escuela). Este resultado es distinto a un modelo inicial obtenido en dos estudios anteriores. Así, para la evaluación de Matemática de la Evaluación CRECER 96 se encontró que el 54% de la variación en el rendimiento era entre escuelas (Banco Mundial, 1999), mientras en el estudio de la evaluación CRECER 98 era del 41% (Benavides, 2002). Esta discrepancia se puede deber más que todo al hecho de que se cuenta con una muestra mucho menor a la que contaban en estos estudios, así como la presencia de escuelas privadas lo cual no está considerado en este estudio.

Una vez obtenido cuánto de la varianza en el rendimiento se debe a variaciones entre escuelas y cuanto se debe a variaciones entre estudiantes al interior de las mismas, se comienza a controlar por una serie de variables tanto a nivel del estudiante como a nivel de escuela. Este ejercicio se realiza para poder determinar cuánto de la varianza se reduce al controlar por una o más variables. En este caso interesaba conocer el poder explicativo de las variables de oportunidades de aprendizaje.

En el modelo se controló a nivel uno por las variables sexo, edad, índice de asistencia, gusto por las matemáticas, número de personas que viven en la casa y nivel socioeconómico. En conjunto estas variables explican en promedio

el 6% de la varianza a nivel del alumno con relación al modelo inicial presentado antes.

A nivel de la escuela se controló por el tipo de escuela y las variables de ODA consideradas en el estudio. Tenemos así que al incluir la variable de tipo de escuela la varianza que se explica con relación al modelo inicial es el 6%, mientras que al incluir las variables de ODA en promedio lo que se llega explicar con relación al modelo inicial es el 25%. En otras palabras las variables de ODA incluidas en el modelo explican el 25% de la varianza original entre escuelas. Esto es sin duda un peso considerable que sugiere la importancia de las variables de ODA en el rendimiento. A continuación se muestra un cuadro con la varianza explicada en cada nivel (Estudiante y la escuela), al incluir las variables al modelo en cada una de las variables dependientes (puntajes en las pruebas).

Cuadro 2 Magnitud de los efectos en la varianza al incluir simultáneamente las variables en los modelos

	Geometría*		Numeración*	
	Varianza**	Variación explicada (Acumulado)	Varianza**	Variación explicada (Acumulado)
Variables del Estudiante				
Características personales y escolares	24.72	6%	16.03	6%
Variables de la escuela				
Tipo de escuela	13.58	7%	7.71	9%
Oportunidades de Aprendizaje	11.51	21%	6.20	27%

	Problemas*		Medición*	
	Varianza**	Variación explicada (Acumulado)	Varianza**	Variación explicada (Acumulado)
Variables del Estudiante				
Características personales y escolares	26.23	5%	8.71	4%
Variables de la escuela				
Tipo de escuela	11.78	10%	1.72	32%
Oportunidades de Aprendizaje	9.62	26%	0.87	65%

	Estadística*		Puntaje Total*	
	Varianza**	Variación explicada (Acumulado)	Varianza**	Variación explicada (Acumulado)
Variables del Estudiante				
Características personales y escolares	6.15	4%	368.38	6%
Variables de la escuela				
Tipo de escuela	0.93	26%	181.12	9%
Oportunidades de Aprendizaje	0.53	58%	124.01	37%

* La variación se altera de forma significativa con la inclusión de las variables

** La varianza del valor predicho de la dependiente, al controlar por las variables del estudiante y la escuela