



MINISTERIO DE EDUCACIÓN
REPÚBLICA DEL PERÚ



UMC
Unidad de Medición de la
Calidad Educativa

El aprendizaje de la medición

Análisis de las pruebas de
material concreto aplicadas
en la Evaluación Nacional 2001
a alumnos peruanos de cuarto
y sexto grados de primaria

David Palomino Alva

7

Documento de trabajo
UMC

Ministerio de Educación del Perú, 2004
Calle Van de Velde N° 160, Lima 41-Perú
Teléfono: 435 3900
www.minedu.gob.pe

ISBN

Depósito legal N°

IMPRESIÓN:

Este documento fue preparado por el consultor de la UMC:
David Palomino Alva

Reservados todos los derechos.
Se autoriza citar o reproducir en todo o en parte el presente documento
siempre y cuando se mencione la fuente.

Impreso en Lima, Perú
Tiraje ejemplares
Mes de ...

CONTENIDO

	PÁGINA
INTRODUCCIÓN	7
EL PROBLEMA DE LA MEDIDA	9
1. La medición en la cultura de la humanidad	11
2. Importancia de la medición en la vida cotidiana	14
3. La medición en la educación básica	15
3.1. La medición en la Estructura Curricular Básica de Educación Primaria de menores	15
3.2. Capacidades relacionadas con la medición de longitudes propuestas en la Estructura Curricular Básica	15
4. Didáctica y evaluación de la medición	17
4.1. Didáctica de la medición	17
4.2. El material concreto como mediador de aprendizajes	20
4.3. La evaluación de la medición	21
UNA EXPERIENCIA CON ALUMNOS PERUANOS DE CUARTO Y SEXTO GRADOS PRIMARIA	23
5. La evaluación de las capacidades referidas a la medición en la Evaluación Nacional 2001	25
5.1. Las capacidades evaluadas	25
5.2. El instrumento de evaluación	25
5.3. Características del grupo evaluado	27
5.4. El material concreto utilizado	28
6. Análisis de resultados según los tipos de actividades matemáticas	31
6.1. Medición directa de longitudes	31
6.2. La estimación de longitudes	35
6.3. Resolución de problemas sobre medición de longitudes	42
6.4. Cálculo del perímetro, área y volumen	48
<hr/> DOCUMENTO DE TRABAJO N°7	5

7.	Resultados de los alumnos en la prueba escrita de matemática	60
8.	Reflexiones finales	62
9.	Conclusiones	64

BIBLIOGRAFÍA	67
---------------------	----

ANEXOS

Anexo 1	Resumen de las tareas de la prueba de material concreto de cuarto grado de primaria	69
Anexo 2	Resumen de las tareas de la prueba de material concreto de sexto grado de primaria	71
Anexo 3	Módulo de materiales distribuidos por el Ministerio de Educación a los centros educativos de educación primaria	75

INTRODUCCIÓN

Como parte complementaria de la Evaluación Nacional 2001 (EN 2001) del área Lógico Matemática, la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) aplicó, en ese año, pruebas de solución de problemas con material concreto. En la presentación de la EN 2001, se señalaba que la evaluación nacional dirigida a los grados cuarto y sexto de primaria incluiría este tipo de pruebas¹. Estas pruebas y sus resultados son interesantes en tanto representan el primer intento en el país de realizar un tipo de evaluación que dé cuenta del desempeño de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos usando material concreto. En este sentido, el presente trabajo pretende difundir los resultados de estas pruebas aplicadas en el marco de la EN 2001.

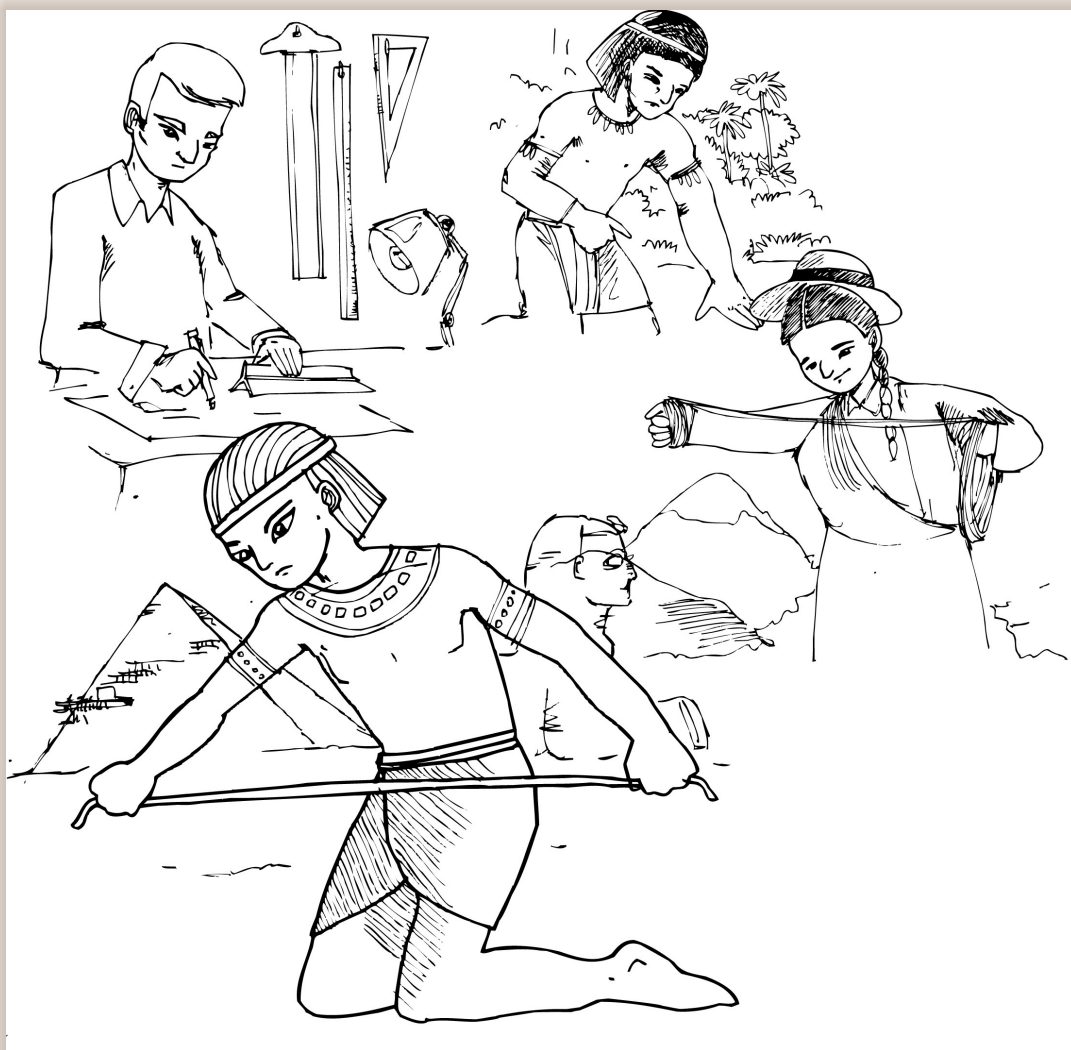
Este trabajo ha sido dividido en dos partes. En la primera, se presenta un marco histórico cultural de la medición, así como aspectos relevantes acerca de su didáctica en la educación básica. En la segunda parte, se analizan las características generales de la prueba y las respuestas de los alumnos de cuarto y sexto grados de primaria a las tareas propuestas.

Los resultados se han distribuido de acuerdo con el tipo de actividad matemática implicada. Siguiendo este patrón, se presentan cuatro grupos de tareas: el primero agrupa las tareas referidas a la medición de longitudes; el segundo está referido a la estimación; el tercero se ocupa de la resolución de problemas abiertos con medición de longitudes; y el último analiza las respuestas sobre el cálculo del perímetro y área de figuras elementales, así como el cálculo del volumen de sólidos simples.

Se espera que este trabajo sea de utilidad tanto para evaluaciones futuras como para todas las personas interesadas en mejorar la didáctica de la medición en la educación básica.

1. Cueto, S. y Rodríguez, J. (2001): "¿Cuánto aprenden nuestros estudiantes? Presentación de la Evaluación Nacional 2001". En: Ministerio de Educación del Perú Unidad de Medición de la Calidad Educativa. *CRECER*, N° 2, julio de 2001, Lima, pp. 20-23.

EL PROBLEMA DE LA MEDIDA



1. LA MEDICIÓN EN LA CULTURA DE LA HUMANIDAD

En 1988, el investigador Alan J. Bishop publicó *Mathematical Enculturation*, trabajo en el que plantea una tesis que, desde ese entonces, ha merecido la atención y la reflexión de otros educadores matemáticos. Bishop sostiene que existen determinadas actividades matemáticas compartidas por todo grupo cultural, las cuales surgen, precisamente, de las necesidades del entorno inmediato. Las actividades interculturales que identificó fueron seis: contar, situar, medir, diseñar, jugar y explicar². Como se observa en esta lista, realizar mediciones forma parte de las actividades cotidianas de cualquier grupo cultural humano. En nuestra cultura, en particular, la medición ha interesado a científicos e investigadores en todas las épocas de la historia de la ciencia y la tecnología, y es una actividad que se encuentra presente en la vida cotidiana de cualquier ciudadano de hoy.

El cuerpo humano ha sido, por lo general, uno de los primeros referentes para la medición. Sin embargo, aunque este hecho se haya observado en la cultura occidental, no aparece, necesariamente, en todas las culturas. Lo que sí parece ser general en todas es la necesidad de ser capaz de establecer, por medio del lenguaje, comparaciones apoyadas en expresiones del tipo "más que" y "menos que" antes de desarrollar la idea de medida. En los estudios sobre la evolución de los sistemas de unidades, se aprecia, claramente, el paso de los sistemas vinculados con las necesidades ambientales y sociales hacia otros más precisos.

Como ya se ha anotado, el desarrollo de la medición en la cultura occidental se inició con referentes en el cuerpo humano. Fueron las medidas de longitud las primeras en ser desarrolladas. Así, inicialmente, se utilizaban los pies y los dedos de las manos. Aunque podía resultar útil, este tipo de medidas informales no aseguraba la comparabilidad de sus resultados, pues existe variación de longitudes entre dichos referentes corporales, los cuales dependen de las personas que realizan la medición.

Entre las medidas de longitud más antiguas, se puede señalar el codo. Por ejemplo, en la *Biblia*, se lee que el Arca de Noé tenía 300 codos de longitud, 50 codos de ancho y 30 codos de altura. El codo de los tiempos de Noé era la longitud del brazo de un hombre desde la punta del codo hasta el extremo del dedo medio. Obviamente, la longitud del codo varía con la persona. Por ejemplo, el codo de Noé se considera, por lo general, de unos 45,72 cm, mientras el codo real egipcio tenía 52,42 cm y el codo olímpico de Grecia, 46,32 cm.

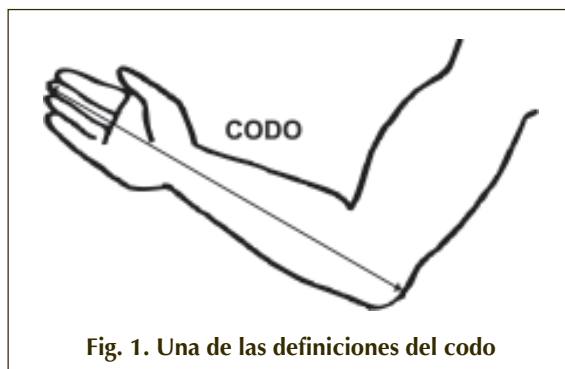


Fig. 1. Una de las definiciones del codo

² Esta actividad, explicar, está relacionada con la búsqueda de argumentos objetivos para demostrar una aseveración y se encuentra en el origen del razonamiento deductivo.

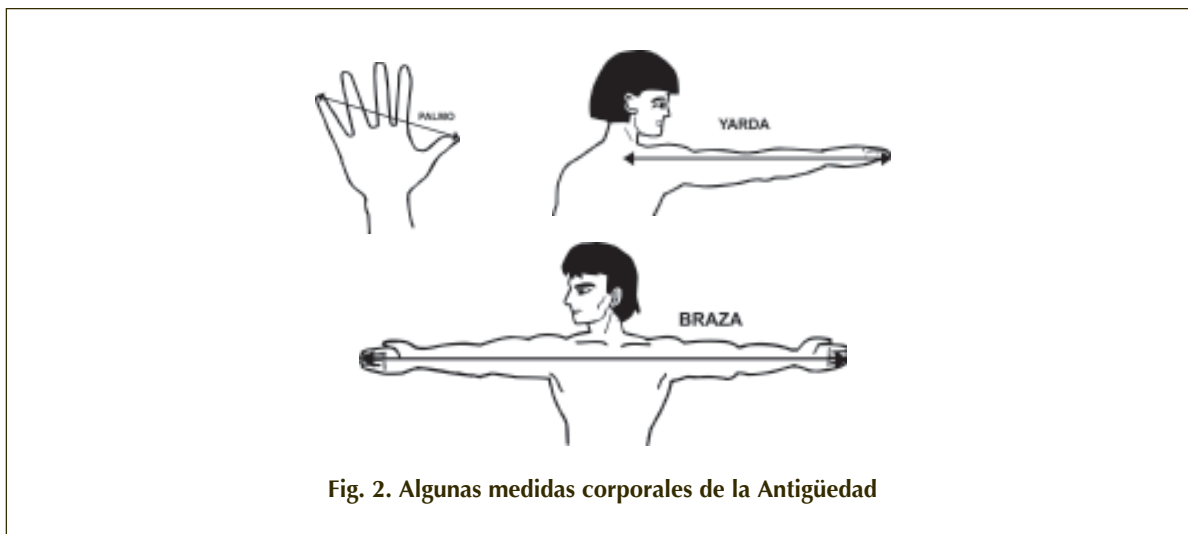


Fig. 2. Algunas medidas corporales de la Antigüedad

Otras medidas antiguas de longitud eran el dígito, que era la anchura de un dedo; la mano o palma, que era la anchura de la mano humana; y el palmo, que era la distancia del extremo del pulgar a la punta del dedo meñique con la mano extendida. El pie fue adoptado como unidad de medida mucho más tarde, hacia el año 280 a.C.

Análogamente al sistema de unidades actual, las medidas en la Antigüedad también se relacionaban entre ellas: el palmo era 1/2 de un codo, la palma era 1/6 de un codo, etc. Para medir distancias más extensas, se utilizaban otras medidas, como el paso, la braza

o la yarda, que estaban referidas a longitudes corporales más grandes.

Aún hoy en día, en algunos pueblos del Perú, se siguen utilizando medidas corporales. Por ejemplo, los habitantes del pueblo de Chayachuita, en Iquitos, para construir sus casas, utilizan medidas corporales, como el paso con el que miden la tierra que va a ser el patio de la casa; la braza (*A'na tampa*), con la que miden los horcones, las soleras, las vigas, las cumbreras; la cuarta (*A'na imira*), que es empleada para medir la distancia de techada de las hojas; y el gеме, dimensión utilizada para medir las patillas de los horcones.

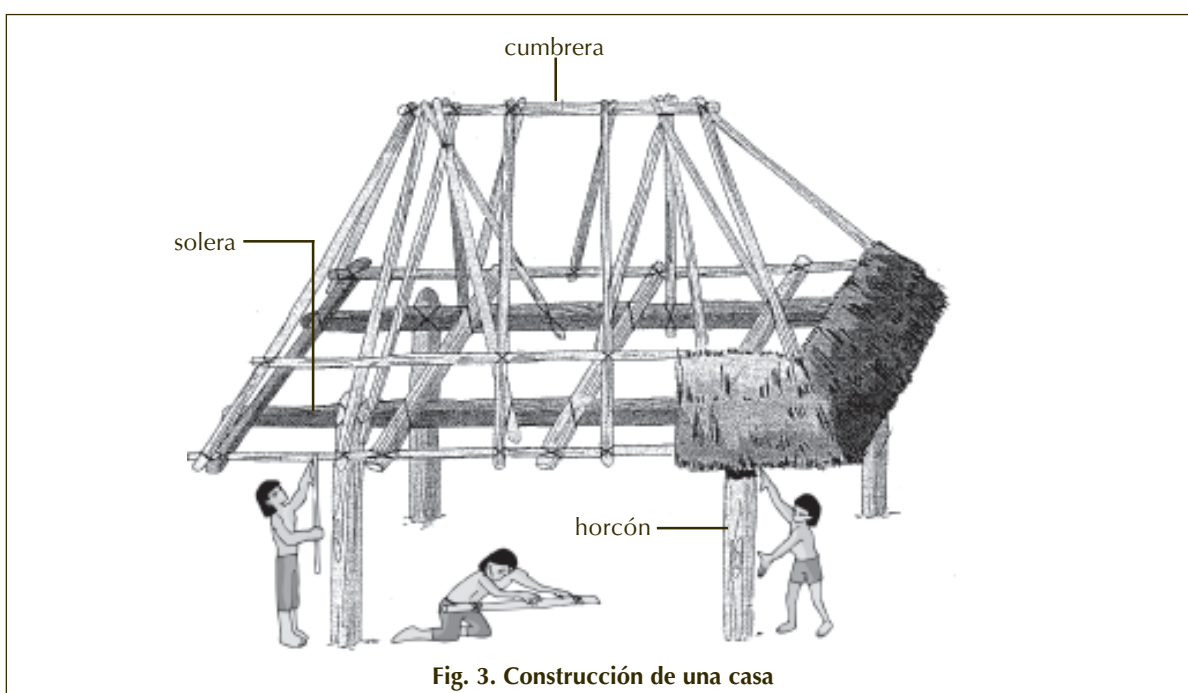


Fig. 3. Construcción de una casa

La búsqueda de mayor precisión y seguridad en la comparabilidad entre las mediciones produjo que las culturas se interesasen cada vez más en el desarrollo de mejores sistemas de medición. En el caso de la cultura occidental, este camino tuvo un hito considerable en marzo de 1791, fecha en la que se presentó a la Asamblea Nacional Francesa³ un reporte que proponía la adopción de un sistema decimal de pesas y medidas. Este sistema definió como unidad de longitud la diezmillonésima parte de la distancia entre el Ecuador y el Polo Norte a lo largo del Meridiano de París; a esta unidad se le denominó "metro". Entre los años 1792 y 1799, científicos franceses, considerando que la Tierra era una esfera perfecta, estimaron la distancia total y la dividieron entre diez millones; de este modo, obtuvieron una aproximación al metro. Más tarde, después de descubrirse que la forma de la Tierra no es perfectamente esférica, el metro se volvió a definir como *la distancia entre dos líneas finas trazadas en una barra de aleación de platino e iridio*. En 1960, la Conferencia Internacional de Medidas redefinió el metro como *1 650 763,73 longitudes de onda de la luz anaranjada-rojiza emitida por el isótopo criptón 86*. Sin embargo, las medidas de la ciencia moderna requerían una precisión aun

mayor. Así, en 1983, el metro se definió como 'la longitud del espacio recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de 1/299 792 458 de segundo', definición actualmente aceptada.

La medición del área de superficies, por otro lado, fue entendida en la Antigüedad como una comparación basada en regiones geométricas conocidas, las que servían como unidades de medida y de las cuales la que más se utilizó fue la región cuadrangular. En el antiguo Egipto, se desarrollaron interesantes métodos para realizar la medición de áreas, pues las crecidas del río Nilo, algunas veces, borraban las demarcaciones de los terrenos y, como estos eran utilizados para el cálculo de los impuestos, los agrimensores debían delimitar nuevamente estos terrenos mediante el uso de algún método socialmente aceptado.

La mayor parte de los antiguos métodos utilizados para el cálculo del área y del volumen se agrupa en dos grandes categorías: métodos de exhaustión, aquellos en los que se rellena el interior de la superficie irregular con figuras de área conocida; y los métodos de acotación, en los cuales la figura irregular es delimitada por otra figura de áreas conocidas mayores o menores.

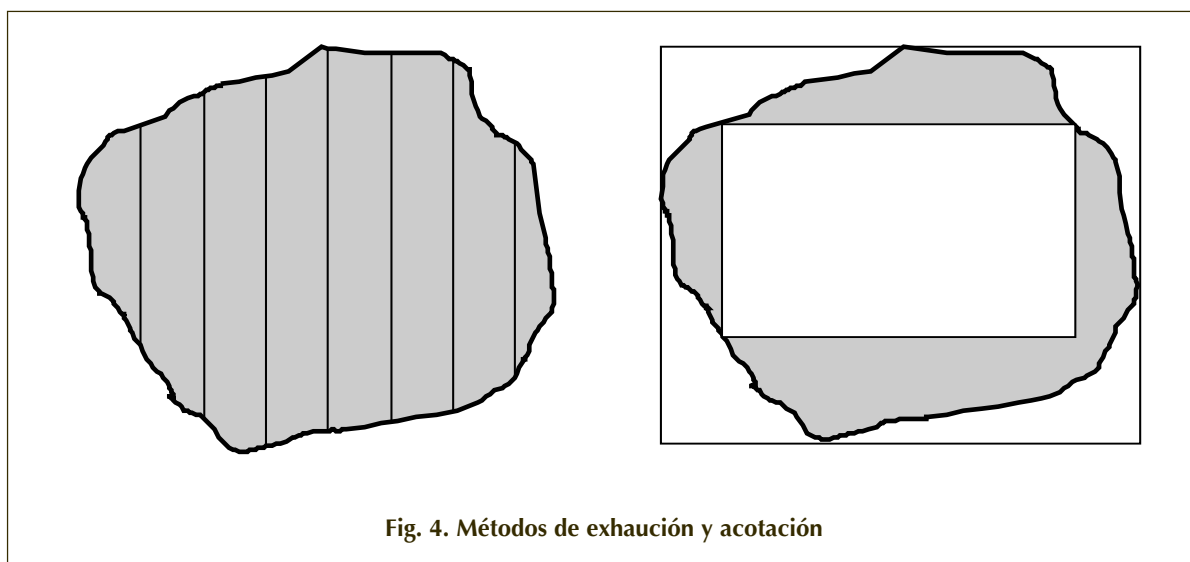


Fig. 4. Métodos de exhaustión y acotación

3. Este informe fue presentado el año 1791 –durante la Revolución Francesa– por la Academia de Ciencias de Francia, por encargo de la Asamblea Nacional Francesa. Véase: Ross, F. (1974)

2. IMPORTANCIA DE LA MEDICIÓN EN LA VIDA COTIDIANA

La medición es una actividad importante que debe ser desarrollada desde los primeros grados de educación primaria. El niño, al enfrentarse al mundo que lo rodea, desarrolla su percepción de la distancia a partir de la idea de cercanía: cerca, si lo puede agarrar; lejos, si no está al alcance de su mano. Poco a poco, llega, por abstracción, a tener una mejor idea de la noción de distancia, lo cual le permite realizar comparaciones. Por esta razón, estas experiencias cotidianas deben ser incorporadas en la educación formal, pues conforman ideas y saberes previos que ayudarán al adecuado tránsito del proceso de comparación al de medición.

A lo largo de su vida, el niño necesitará las medidas socialmente aceptadas y, principalmente, la habilidad de estimar, habilidad que muchos adultos de hoy, educados en la forma tradicional, no tienen desarrollada. Estimar es anticipar o predecir el resultado aproximado de una medición o de las operaciones que permiten conocer indirectamente una medida. Esta habilidad es muy necesaria en la vida cotidiana. Por ejemplo, cuando un ama de casa va al mercado a comprar y requiere saber si el dinero que lleva será suficiente, no necesita calcular el valor exacto de la compra; en su lugar, realiza una estimación del precio total de lo comprado. Así

mismo, cuando un taxista asigna un precio a una carrera, está estimando el tiempo y el gasto en gasolina que realizará y, dependiendo de la distancia, la ruta y la hora, asignará un costo a la carrera. Así como estas, se podría elaborar una lista de actividades humanas en las que el sentido numérico, la medición y la estimación son los principales procesos que permiten que estas se lleven a cabo con éxito.

Las medidas están presentes en nuestro mundo y su buen uso permite la eficiente interacción en la sociedad. En el mundo infantil, las mediciones son sumamente importantes, pues los niños están insertos en una sociedad que comparte un sistema de medidas determinado, al cual ellos deben adaptar su pensamiento. Conocer la talla de ropa que usan, estimar el peso de la mochila, estimar el tiempo de sus recreos o de las pruebas en el aula, organizar sus actividades familiares, etc. son actividades presentes en la vida de un niño y constituyen un efectivo contexto para el ejercicio de los procesos de comparación, estimación y medición. En este sentido, resulta de suma importancia desarrollar las habilidades de medición y estimación de medidas desde los primeros grados de la educación escolarizada.

3. LA MEDICIÓN EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

3.1. LA MEDICIÓN EN LA ESTRUCTURA CURRICULAR BÁSICA DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE MENORES

La Estructura Curricular Básica (ECB) de Educación Primaria de menores publicada en el año 2000 por el Ministerio de Educación del Perú adoptó un diseño curricular por competencias centrado en las necesidades del estudiante. En él, la matemática se concibe como una actividad humana útil para comprender el mundo, organizarlo y resolver situaciones problema susceptibles de ser matematizadas. En la fundamentación del área de Matemática, se menciona: “Aprender matemática es hacer matemática”. Esta idea implica que los estudiantes, ante una situación problema, se apropien de ella y la enfrenten sin temor; busquen, diseñen, seleccionen o adapten estrategias de solución; y desarrollen actitudes de confianza y perseverancia en la búsqueda de soluciones a la situación que enfrentan.

Otro aspecto importante es la consideración de la matemática como un medio de comunicación que permite a los estudiantes formular y expresar múltiples actividades humanas. De este modo, los alumnos pueden acceder al mismo simbolismo lógico, espacial y cuantitativo aceptado en nuestra sociedad, lo cual les proporciona

rá vías para el desarrollo de las capacidades de relación, representación y cuantificación.

La ECB de Lógico Matemática de primaria considera cinco aspectos o hilos conductores del currículo. Uno de ellos es la medición, la cual se trabaja desde los primeros años de la escolaridad. Este aspecto se desgrega en varias capacidades, cuyo desarrollo se facilita en la realización de actividades con material concreto.

3.2. CAPACIDADES RELACIONADAS CON LA MEDICIÓN DE LONGITUDES PROPUESTAS EN LA ECB.

En el año 2001, la Unidad de Medición de la Calidad Educativa del Ministerio de Educación del Perú, como parte del operativo llamado Evaluación Nacional 2001, aplicó un grupo de pruebas diseñadas por la UMC para evaluar el nivel de desempeño en las capacidades relacionadas con la medición empleando material concreto. Las pruebas fueron administradas por un grupo de examinadores debidamente entrenados a una muestra de alumnos de cuarto y sexto grados de primaria.

Las capacidades seleccionadas para ser evaluadas mediante este proceso se tomaron de las estructuras curriculares vigentes publicadas en los siguientes documentos:

- *Estructura Curricular Básica de Educación Primaria de Menores. Programa Curricular del Tercer Ciclo. Quinto y sexto grados.* Dirección Nacional de Educación Inicial y Primaria, 1999.
- *Estructura Curricular Básica de Educación Primaria de Menores. Programa Curricular del Segundo Ciclo de Educación Primaria de Menores.* Dirección Nacional de Educación Inicial y Primaria, 2000.

Estas capacidades curriculares fueron reformuladas posteriormente para que pudiesen ser medidas a través de una evaluación estandarizada. En la segunda parte de este trabajo, se presentará la reformulación de estas capacidades curriculares.

4. DIDÁCTICA Y EVALUACIÓN DE LA MEDICIÓN

4.1. DIDÁCTICA DE LA MEDICIÓN

Cuando se fija la atención en dos o más objetos para descubrir sus relaciones o estimar sus diferencias o semejanzas, se realiza una comparación. Así, por ejemplo, se puede comparar el color de los autos, la altura de las personas, el número de alumnos de varias clases, etc. A partir de esta comparación, es posible efectuar una clasificación de estos objetos de acuerdo con un criterio preestablecido. Por ejemplo, se pueden clasificar los autos por los colores, las personas por su altura, los salones por el número de alumnos, etc. El paso siguiente consistirá en efectuar ordenaciones de objetos según una determinada propiedad, como ordenar del más alto al menos alto, del menos ancho al más ancho, etc.

Algunas cualidades de los objetos se pueden cuantificar; otras no. A aquellas cualidades susceptibles de ser cuantificadas se les denominará "magnitudes". Para obtener un número que represente una magnitud de un objeto, se escoge una unidad de comparación y se elabora un procedimiento que permita hallar el número de veces que la unidad se encuentra contenida en la magnitud de dicho objeto.

Al principio, cuando el niño intenta realizar una medición, es suficiente una aproximación más o menos vaga, como lo era para el hombre de la Antigüedad la medición hecha

con unidades corporales. El desarrollo de las medidas estándares surgió por la necesidad de una mayor precisión. Sin embargo, aun ahora, es importante reconocer que las mediciones solo pueden resultar tan precisas como lo sea la herramienta utilizada para hacerlas. No obstante, en muchas situaciones cotidianas, la precisión extrema resulta innecesaria. Por ejemplo, el vendedor de telas que requiere cinco metros de tela para una cliente, por lo general, corta una medida levemente mayor; al final, la cliente se lleva cinco metros y un poco más. Por el contrario, un ingeniero no puede conformarse con mediciones de ese tipo, por lo que emplea instrumentos que le permitan realizar mediciones con mucha mayor precisión.

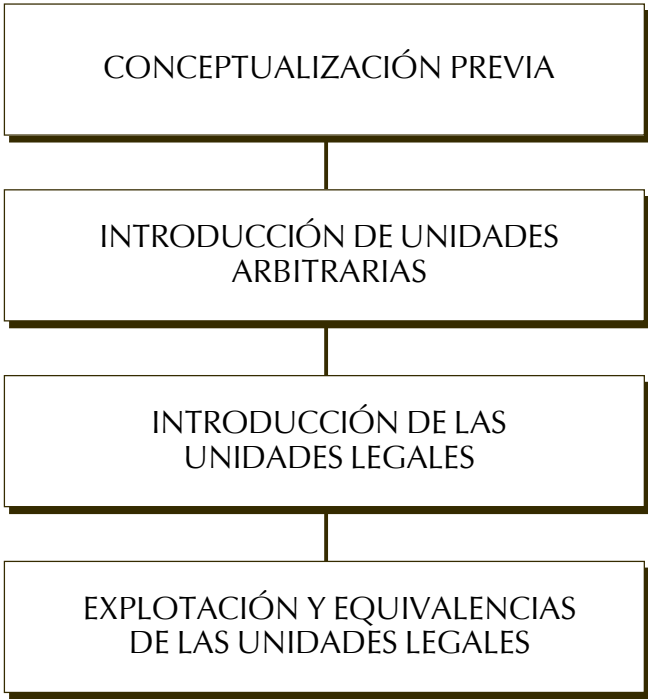
La selección y el empleo de unidades de medición constituyen procesos de abstracción relativamente avanzados que solo se pueden alcanzar después de una gran experiencia con los diversos aspectos del aumento de una cualidad particular, seguida de experimentos con medidas arbitrarias que, por lo general, parten de referentes cercanos del alumno, como su propio cuerpo, los elementos de sus juegos, la duración de sus actividades cotidianas, entre otros. Además, el interés por realizar mediciones puede surgir en el alumno espontáneamente como consecuencia de un hecho particular que haya presenciado en su casa, en la escuela o en sus juegos.

El trabajo de Jean Piaget y sus colaboradores destinado a comprender el desarrollo en el niño de los conceptos relacionados con la medida ofrece una contribución valiosa. Piaget identifica dos operaciones fundamentales de las que se desprende el concepto de medida: la conservación y la transitividad. La primera se relaciona con la invarianza de ciertas cualidades de los objetos cuando se ejercen transformaciones sobre ellos. Por su parte, la noción de transitividad señala que, si un elemento es igual a un segundo elemento y este es, a su vez, igual a un tercer elemento, entonces el primero será igual al tercero. Simbólicamente, esta noción se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Si } A = B \text{ y } B = C \text{ entonces } A = C.$$

La transitividad puede ser ilustrada con un ejemplo sencillo. Si se quiere construir un asta de bandera de igual altura al asta del colegio, se puede cortar una cuerda de igual largo que el asta; así, se podrá construir un asta de bandera de igual altura que la del colegio sin necesidad de transportar el asta a la casa. La didáctica de los conceptos y procesos relacionados con la medición es una tarea difícil que un maestro debe enfrentar para lograr que sus alumnos asimilen óptimamente estos conceptos y procesos. Se han organizado diversas secuencias didácticas para su desarrollo en el aula. A continuación, se presenta la secuencia propuesta por Martínez (1991)⁴, la cual consta de cuatro fases que serán luego descritas.

FASES DE LA DIDÁCTICA DE LA MEDIDA



4. Véase: Ayala, C. y otros (1997), p.125.

a. Fase de conceptualización previa

En esta fase, se trabajan los conceptos básicos en los que se asentarán los diversos procedimientos de medición, como los cuantificadores comparativos (más o menos largo, más o menos ancho, más grande, menos tiempo, etc.). Para desarrollar esta fase, se les puede pedir a los alumnos que clasifiquen y ordenen objetos en virtud del atributo o cualidad que se trabaje (longitud, duración de un sonido, tiempo que se tarda en llegar a diversos lugares, tamaño, etc.).

b. Fase de introducción de unidades arbitrarias

En esta fase, se plantean situaciones problema que requieren el proceso de la medición para ser resueltas (¿cómo podemos saber si el armario pasa por la puerta del salón?, ¿cuántos vasos de leche puede llenar una botella?, ¿cuál ventana es más larga?, ¿qué está más lejos del salón: el baño o el quiosco?). Para responder estas preguntas, se introducen medidas arbitrarias, se realizan mediciones usando estas medidas y, luego, se comparan los resultados obtenidos.

c. Fase de introducción de las unidades legales o estándares

En esta fase, se introduce al alumno en las convenciones sociales de la medida, las cuales permiten comunicar los resultados a los demás y establecer equivalencias y relaciones más fiables. Para trabajar esta fase, se les plantea a los alumnos situaciones problema como las siguientes: una longitud ha sido medida por la longitud del lápiz de dos niños y salen distintas medidas, ¿por qué?, ¿cómo podemos obtener una misma medida?; se han utilizado to-

dos los clips para medir el largo de un objeto, ¿cómo podemos medir el largo de un objeto nuevo si no tenemos más clips?; ¿cómo le explicas a tu mamá cuál es la altura de un compañero de tu clase?, etc. Es conveniente introducir primero una serie de unidades convencionales: metro (m), decímetro (dm) y centímetro (cm); litro (l), $\frac{1}{2}$ l y $\frac{1}{4}$ l; kilogramo (kg), $\frac{1}{2}$ kg y $\frac{1}{4}$ kg; segundo, minuto, hora, día y semana. Lógicamente, el alumno asimila estas unidades de medición a partir del uso de material concreto idóneo, como regletas de 1 dm o de 1 cm.

d. Fase de explotación y equivalencias de las unidades legales

En esta fase, se trata de introducir a los alumnos mediante material concreto y manipulable en la realización de equivalencias entre las distintas unidades convencionales presentadas en la fase anterior. Se pueden formular preguntas como ¿cuántas regletas de un dm caben en un espacio de 40 cm? o ¿cuántas pesas de $\frac{1}{2}$ kg equilibrarán un peso de 2 kg? En esta fase, se presentan actividades en las que los alumnos miden varios objetos usando instrumentos de medición de diversa graduación. También usan material concreto para establecer equivalencias entre unidades convencionales. Por ejemplo, se pueden formular preguntas como ¿cuántas regletas de 1 cm caben en una regleta de 1 dm?

La propuesta didáctica presentada es solo una de las diversas que han diseñado investigadores en educación matemática; pero, sea esta secuencia didáctica u otra la adoptada para desarrollar la capacidad de medir, debería incluir en cualquier nivel educativo:

- actividades de conservación;
- actividades de medición con unidades de medida arbitrarias;
- actividades de comparación;
- actividades de medición con unidades estandarizadas simples;
- actividades de selección de unidades adecuadas;

- actividades de estimación de medidas;
- actividades de medición con diversas unidades de medida de la misma cualidad;
- actividades de conversión de unidades; y
- actividades de medición directa de perímetros, áreas, volúmenes y de su cálculo basado en fórmulas.

En la segunda parte del presente trabajo, se describirán algunas de estas actividades. Así mismo, se analizarán los resultados de los alumnos de cuarto y sexto grados evaluados mediante algunas de estas tareas.

4.2. EL MATERIAL CONCRETO COMO MEDIADOR DE APRENDIZAJES

Medir es una actividad que debe ser aprendida mediante métodos experimentales. No basta explicar el sistema de unidades de medida y, luego, realizar ejercicios sobre conversiones de unidades. Es necesario que las clases destinadas a desarrollar esta capacidad incluyan actividades de tipo experimental, en las cuales los alumnos, individualmente o en grupo, puedan ejercitarse en el proceso de medición con instrumentos variados, haciendo las conversiones necesarias, estimando medidas y, luego, comprobando la calidad de sus estimaciones.

El objetivo principal es que los alumnos realicen experimentalmente mediciones y estimaciones, desarrollen destrezas en el uso de instrumentos de medición, y resuelvan problemas que involucren diferentes magnitudes, utilizando las unidades de medida convencionales más comunes.

La construcción y el uso de instrumentos de medición –como el metro, las cintas graduadas, el dinamómetro, la balanza, el termómetro– son actividades que también favorecen la comprensión del significado de medir.

El desarrollo de las capacidades relacionadas con la medición debe ser realizado a partir de actividades apropiadas y adaptadas al nivel de los alumnos; estas capacidades se deberían presentar en contextos accesibles e interesantes para ellos. El énfasis debe recaer en que el alumno lleve a cabo las actividades en diversos contextos y situacio-

nes. En este sentido, el entorno del aula debe proporcionar a los estudiantes los materiales necesarios para desarrollar las actividades, pero, además, el docente puede y debe realizar algunas actividades en el entorno comunitario.

Las actividades de laboratorio matemático en las que es necesario el uso de material concreto para resolver las situaciones planteadas adquieren, en este caso, una singular importancia. Así mismo, es importante que el proceso de aprendizaje considere el desarrollo histórico de la medición en la cultura del hombre mediante el diseño de una secuencia de actividades que complementen la enseñanza de la medición.

Con el fin de que los alumnos tengan la posibilidad de construir sus conocimientos matemáticos a partir de actividades interesantes para ellos, el Ministerio de Educación del Perú ha distribuido, en los centros educativos estatales, instrumentos de medición y módulos constituidos por material concreto de comprobada utilidad didáctica, tales como regletas de colores, material base diez, multicubos, mosaicos, cronómetros, unidades de medida de capacidad, entre otros⁵. Estos materiales pueden ser utilizados de diversas maneras y bajo múltiples orientaciones pedagógicas y permiten a los alumnos trabajar cooperativamente, ya que el material actúa como un medio físico para lograr la interdependencia positiva en el interior del grupo.

El material concreto también puede ser utilizado como soporte para la construcción de conceptos de tipo numérico y geométrico, y para la solución de problemas referidos a la medición de magnitudes, en particular, longitud, superficie y volumen.

Algunas razones que justifican el uso de material concreto en la clase de matemática en beneficio del aprendizaje de los alumnos pueden resumirse en el siguiente cuadro:

5. Véase anexo 3.

- Facilita la visualización de conceptos matemáticos.
- Proporciona una aproximación experimental a conceptos matemáticos.
- Permite construir conceptos a partir de una fase sensorial, lo que conlleva la posterior generalización y, luego, la abstracción del concepto.
- Facilita el trabajo cooperativo en el aula, pues el material puede actuar como elemento integrador del grupo.
- Motiva y permite introducir elementos lúdicos en el desarrollo de una actividad.
- Proporciona diversas vías de aproximación a los conceptos y procedimientos al integrar múltiples perspectivas.
- Proporciona medios para estimular diversas inteligencias.

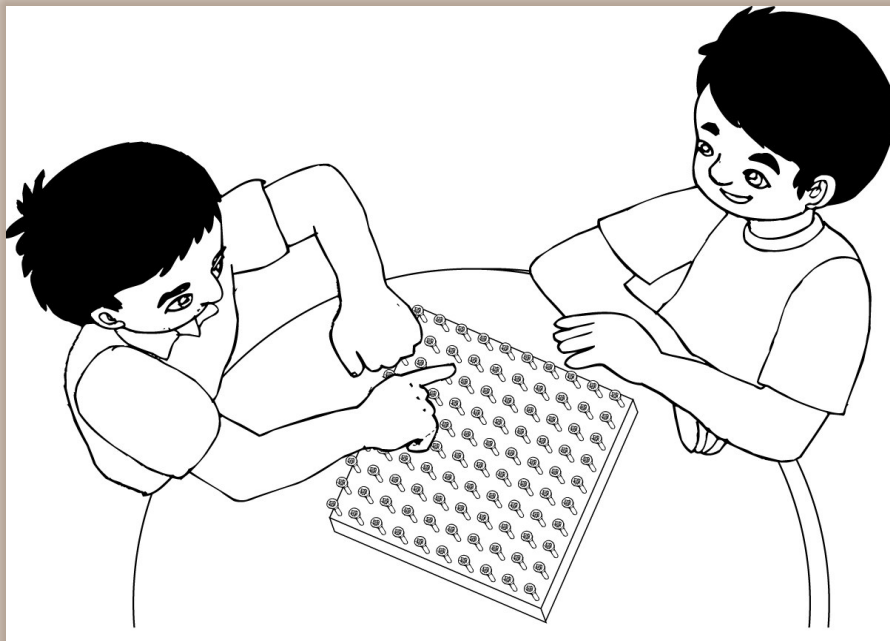
4.3. LA EVALUACIÓN DE LA MEDICIÓN

Puesto que el medio más idóneo para desarrollar la capacidad de medir o estimar es el experimental, es lógico pensar que la evaluación de dichas capacidades conlleve el diseño de tareas y pruebas que incluyan actividades con material concreto. En estas tareas, el alumno debe demostrar que es capaz de utilizar eficientemente los instrumentos de medición, comprender la cualidad del objeto que se le solicita medir, seleccionar la mejor unidad de medida, realizar la medición y registrar sus resultados de manera escrita.

Cabe señalar que una prueba de lápiz y papel no brindaría información suficiente acerca del desarrollo de las capacidades relacionadas con la medición, pues el alumno debe poner en práctica sus conocimientos y operar con objetos reales para responder a las interrogantes que se le planteen.

En conclusión, si se desea diseñar un instrumento para evaluar las capacidades de medición y estimación, se requiere un tipo especial de prueba conocido, en la literatura especializada, como “pruebas de desempeño con material concreto”. La aplicación de este tipo de pruebas, a alumnos de cuarto y sexto grados de primaria, será analizada en la segunda parte del presente trabajo.

UNA EXPERIENCIA
CON ALUMNOS
PERUANOS
DE CUARTO Y SEXTO
GRADOS DE PRIMARIA



5. LA EVALUACIÓN DE LAS CAPACIDADES REFERIDAS A LA MEDICIÓN EN LA EN 2001

5.1. LAS CAPACIDADES EVALUADAS

Como se ha señalado anteriormente, en el año 2001, como parte del operativo nacional de evaluación, la Unidad de Medición de la Calidad Educativa del Ministerio de Educación del Perú decidió evaluar, en los grados cuarto y sexto de primaria, las capacidades del currículo vigente relacionadas con la medición mediante pruebas de desempeño con material concreto.

Para realizar esta evaluación, la UMC seleccionó, adaptó y reformuló las capacidades del currículo relacionadas con la medición que eran susceptibles de ser evaluadas mediante instrumentos estandarizados. Este proceso, que incluyó consultas a docentes, investigadores, autores y editores de textos, y organismos no gubernamentales, culminó con una propuesta de capacidades reformuladas para los grados cuarto y sexto de primaria.

Cuarto grado

1. Estima y mide, en centímetros, la longitud de determinados elementos de un objeto dado y de otros objetos que construye.
2. Compara, en centímetros, la longitud de determinados elementos de varios objetos dados y de otros objetos que construye.

Sexto grado

1. Resuelve, en centímetros y metros, problemas de estimación y medición de la longitud de objetos y de otros que construye a partir de estos.
2. Calcula, en centímetros y metros, el perímetro y, en centímetros cuadrados y metros cuadrados, el área de regiones poligonales de no más de doce lados.
3. Calcula el volumen de cuerpos que no son redondos utilizando unidades arbitrarias y centímetros cúbicos de manera experimental, sin fórmulas.
4. Fundamenta su respuesta ante una pregunta y señala el procedimiento seguido.

5.2. EL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

Las pruebas aplicadas consideraron, además de la medición de longitudes, áreas y volúmenes, la medición del tiempo⁶.

Para cuarto grado, la prueba constó de diecisiete preguntas. Cuatro de ellas estuvieron referidas a la medición del tiempo; doce, a la medición de longitudes; y una, al cálculo de perímetros.

6. En este trabajo, se comentan solo los resultados correspondientes a la medición de longitudes y cálculos geométricos.

Para sexto grado, la prueba constó de veintisiete preguntas. Seis de ellas trataban sobre la medición del tiempo; siete, sobre la medición de longitudes; y catorce, sobre cálculos geométricos. Estas preguntas fueron presentadas a los alumnos en dos partes.

En todas las pruebas, los preguntas han sido de respuesta abierta, tanto corta como extendida. En el ítem de respuesta abierta corta, el estudiante debía escribir solamente su

respuesta: no se requería la presentación del proceso seguido para llegar a ella. En el caso de los ítems de respuesta abierta extendida, el estudiante sí debía explicitar el proceso de solución. Este último formato permite identificar, con mayor precisión y de manera más detallada, las estrategias de solución, así como los errores cometidos por los estudiantes.

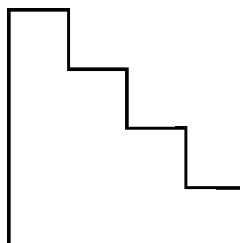
- a) Ítem abierto de respuesta corta. En este tipo de ítem, el estudiante debe registrar solamente su respuesta.

Mide el largo de tu lápiz en centímetros.

Respuesta: El lápiz mide _____.

- b) Ítem abierto de respuesta extendida. En este tipo de ítem, el estudiante debe registrar las estrategias que utilizó para llegar a la solución o justificar por escrito su respuesta.

Mide el perímetro de la siguiente figura.



Escribe en este espacio tus operaciones

Respuesta: _____

La administración de las pruebas estuvo a cargo de examinadores previamente capacitados para este fin. Esta aplicación se realizó en un ambiente acondicionado especialmente para que el alumno pudiese manipular el módulo de material concreto con el que iba a resolver la prueba. La aplicación de la prueba se realizó de manera personalizada, y se registraron los diversos acontecimientos, las dudas y el comportamiento del alumno examinado en un formato diseñado para tal efecto.

El examinador seleccionó un espacio en el colegio donde el alumno pudiese trabajar con la comodidad y el silencio adecuados. Al alumno se le presentó una tarea matemática para la que disponía del módulo de material concreto, que podía utilizar cuando lo necesitase. En lo que respecta a la duración de las sesiones, la de cuarto grado tuvo una duración promedio de 35 minutos, mientras que la de sexto duró, en promedio, 70 minutos.

5.3. CARACTERÍSTICAS DEL GRUPO EVALUADO

La muestra diseñada para la EN 2001 fue aleatoria, sin exclusión de ningún tipo de colegio. Es decir, se consideraron colegios urbanos y rurales, con polidocencia y unidocencia, con aulas multigrado o aulas de un solo grado; además, incluyó grupos aimara y quechua de Educación Bilingüe Intercultural. Para los grados cuarto y sexto de primaria, la muestra se diseñó para representar el rendi-

miento de los alumnos de colegios estatales y no estatales a escala nacional.

Para las pruebas de material concreto, se usó como base la muestra de la EN 2001, pero el número de colegios y, consecuentemente, de alumnos examinados fue menor. Para la aplicación de este tipo de pruebas, el examinador –luego de evaluar por medio de las pruebas de rendimiento– seleccionó, al azar, a cuatro alumnos de cada aula evaluada (un aula por cada colegio), y les aplicó las pruebas con material concreto.

Los centros educativos seleccionados, todos ellos de gestión estatal, fueron los mismos para ambos grados. Sin embargo, cuatro de ellos no contaban con sexto grado, por lo que, mientras en cuarto grado se aplicó la prueba a 54 colegios, en sexto grado fue aplicada solo a 50. Los colegios estaban ubicados en los departamentos de Ancash, Cusco, Loreto, Piura, Puno, Lima y la provincia constitucional del Callao.

GRADO	Nº CENTROS	Nº ALUMNOS ⁷
CUARTO	54	185
SEXTO	50	184

Al ser pequeño el número de centros educativos elegidos por muestreo intencional, los resultados son representativos solo en el ámbito de los alumnos evaluados.

7. En los colegios rurales multigrados, se consideraron solo 2 ó 3 alumnos para la muestra.

5.4. EL MATERIAL CONCRETO UTILIZADO

El material que se entregó a los estudiantes de cuarto grado de primaria para resolver la prueba consistió en los siguientes elementos:

- 1 regla de plástico milimetrada de 30 centímetros
- 1 juego de regletas de material microporoso con las siguientes características:

FORMA	COLOR	LARGO	ANCHO	CANTIDAD
Cuadrangular	blanco	2 cm	2 cm	24
Rectangular	rojo	4 cm	2 cm	12
Rectangular	verde claro	6 cm	2 cm	4
Rectangular	rosado	8 cm	2 cm	3
Rectangular	amarillo	10 cm	2 cm	3
Rectangular	verde oscuro	12 cm	2 cm	3
Rectangular	negro	14 cm	2 cm	3
Rectangular	marrón	16 cm	2 cm	3
Rectangular	azul	18 cm	2 cm	3
Rectangular	anaranjado	20 cm	2 cm	3
Rectangular	plomo	35 cm	2 cm	3

- 1 caja de fósforos (5,2 cm x 3,1 cm x 1,3 cm)
- 20 cuadraditos de material microporoso de 1 cm² de área
- 1 lápiz
- 1 borrador
- 1 tajador

El material que se entregó a los estudiantes de sexto grado de primaria para resolver la prueba consistió en los siguientes elementos:

- 1 regla de plástico milimetrada de 30 centímetros
- 1 juego de regletas de material microporoso con las siguientes características:

FORMA	COLOR	LARGO	ANCHO	CANTIDAD
Cuadrangular	blanco	2 cm	2 cm	24
Rectangular	rojo	4 cm	2 cm	12
Rectangular	verde claro	6 cm	2 cm	4
Rectangular	rosado	8 cm	2 cm	3
Rectangular	amarillo	10 cm	2 cm	3
Rectangular	verde oscuro	12 cm	2 cm	3
Rectangular	negro	14 cm	2 cm	3
Rectangular	marrón	16 cm	2 cm	3
Rectangular	azul	18 cm	2 cm	3
Rectangular	anaranjado	20 cm	2 cm	3
Rectangular	plomo	35 cm	2 cm	3

- 1 reloj de agujas (con horario y minuterero)
- 3 cajas de fósforos (5,2 cm x 3,1 cm x 1,3 cm)
- 20 cuadraditos de material microporoso de 1 cm² de área
- 1 geoplano de malla cuadrangular de 10 x 10 (espacio entre clavijas: 3 cm)
- 1 caja con ligas de diversos tamaños
- 20 cubitos de 1 cm³
- 1 lápiz
- 1 borrador
- 1 tajador

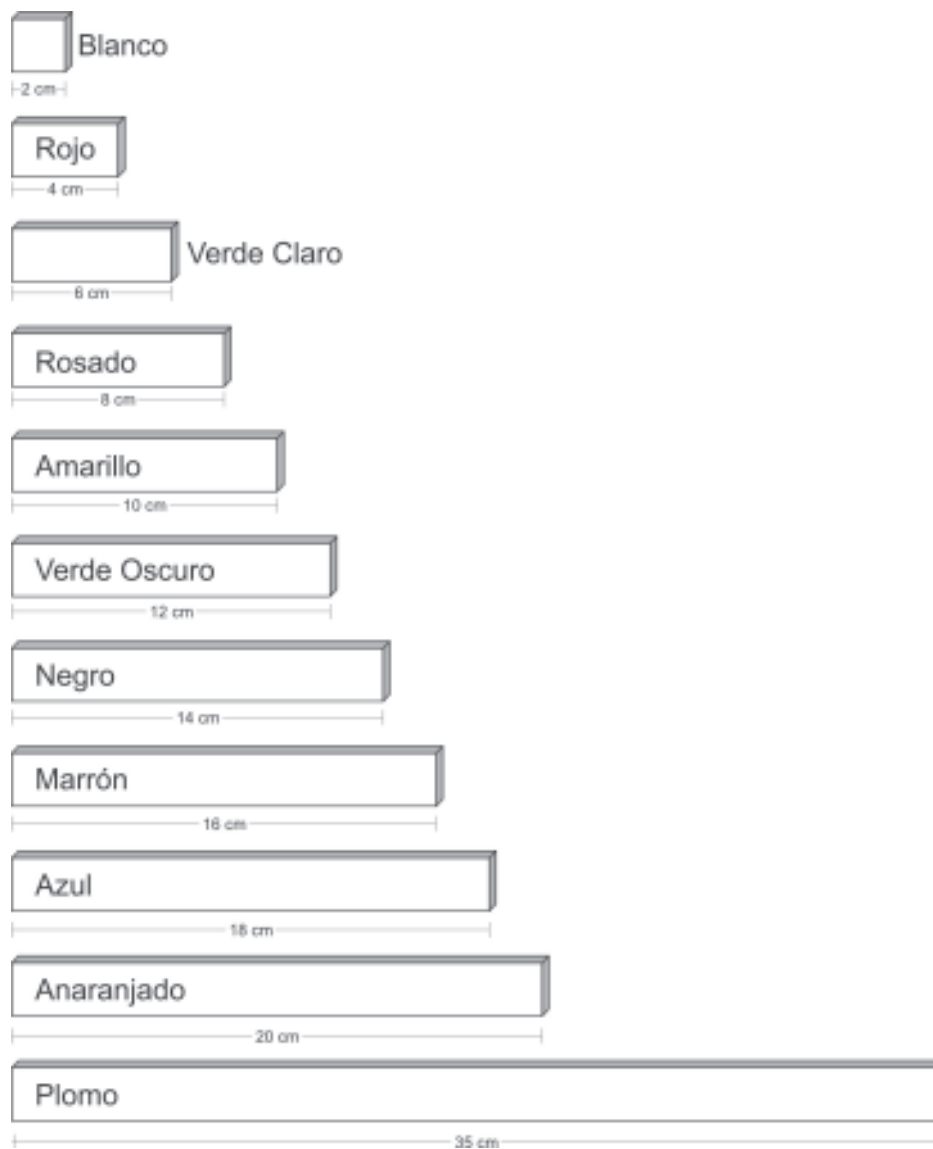


Fig. 5. Juego de regletas de material microporoso

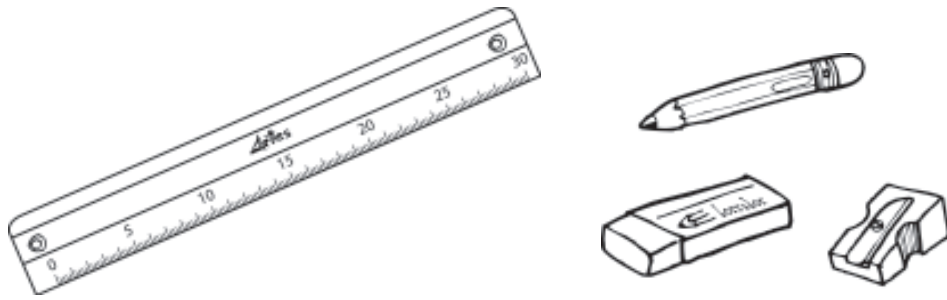


Fig. 6. Útiles entregados por la UMC

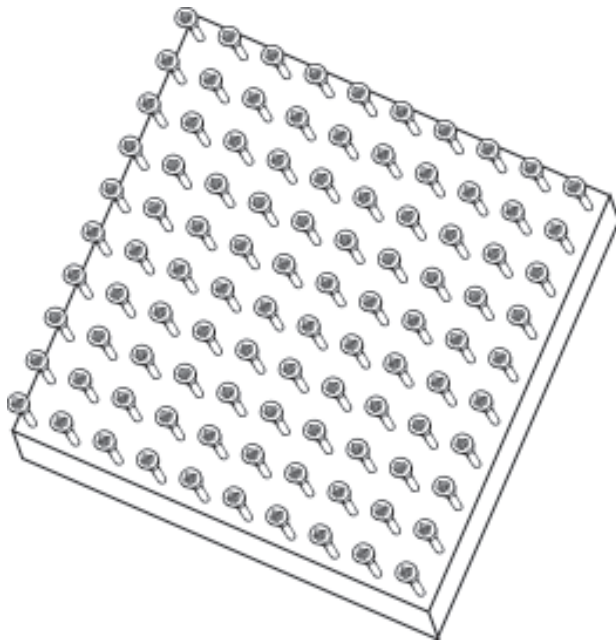


Fig. 7. Geoplano de 10 x 10 (30 cm x 30 cm)



Fig. 8. Caja de fósforos

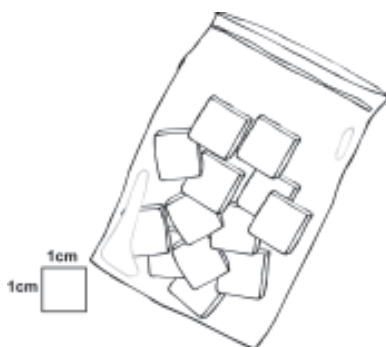


Fig. 9. Cuadrados 1 cm de lado

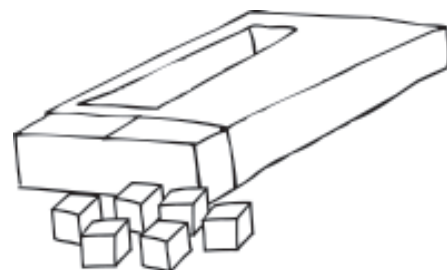


Fig. 10. Cubos de 1 cm de arista

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS SEGÚN LOS TIPOS DE ACTIVIDADES MATEMÁTICAS

6.1. MEDICIÓN DIRECTA DE LONGITUDES

Una de las actividades más importantes en la construcción del procedimiento de medición de longitudes es la medición directa utilizando instrumentos de medición estándares. Estas actividades se realizan, por lo general, luego de introducir unidades arbitrarias de medida y de haber generado, en el grupo de alumnos, la necesidad de utilizar una medida universal.

El uso de material concreto puede ayudar al desarrollo de estas capacidades, pero lo fundamental es enfrentar al alumno a las mediciones de diversos objetos de su entorno: primero, objetos que midan una cantidad entera de unidades de medida; luego, objetos que tengan una longitud mayor que la longitud del instrumento de medida; y, finalmente, listones de diversas longitudes que permitan

generar problemas y realizar mediciones de la longitud de objetos compuestos.

Es conveniente utilizar reglas de tamaños distintos para que el alumno seleccione la regla más apropiada para resolver cada caso presentado. Luego de trabajar con este tipo de actividades, se puede introducir la medición de la longitud de objetos con unidades fraccionarias de medida, por ejemplo, 3,5 cm ó 10,8 cm.

A continuación, se presentan algunos resultados de la aplicación de la prueba de material concreto en tareas similares a las descritas anteriormente. Estos resultados darán cuenta del grado de desarrollo de los alumnos de cuarto y sexto grados de primaria evaluados respecto de la capacidad de medir la longitud de objetos cuando estos tienen una medida entera de centímetros y de menor longitud que el instrumento de medida empleado.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 1

Tarea propuesta 1

Con una regla mide el largo de las tiras marrón, amarilla, negra y azul.

La tira marrón mide: _____

La tira amarilla mide: _____

La tira negra mide: _____

La tira azul mide: _____

Ahora escribe los colores de las dos tiras de menor longitud.

Intención de la tarea

La resolución de esta tarea implica que el alumno utilice la regla disponible para realizar las mediciones de las longitudes solicitadas. Para ello, deberá leer, en la graduación de la regla, la medida y deberá indicar una respuesta que haga referencia a la unidad de medición. Luego, el alumno deberá realizar una comparación numérica entre las medidas obtenidas y seleccionar aquellas regletas que tengan menor longitud. En esta tarea, se encuentra implícita la evaluación de la comprensión de la relación comparativa “menor que”.

Ficha técnica

- Actividad: Medición de la longitud de objetos aislados
- Grupo evaluado: Alumnos de cuarto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 regleta rectangular marrón de material microporoso de 16 cm x 2 cm
 - 1 regleta rectangular amarilla de material microporoso de 10 cm x 2 cm
 - 1 regleta rectangular negra de material microporoso de 14 cm x 2 cm
 - 1 regleta rectangular azul de material microporoso de 18 cm x 2 cm
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros

Criterios de calificación

En el momento de la calificación, se aceptó un margen de error de 0,5 cm, por lo que las respuestas que se consideraron correctas para la tarea fueron las siguientes:

Regleta marrón: $16 \pm 0,5$ cm

Regleta amarilla: $10 \pm 0,5$ cm

Regleta negra: $14 \pm 0,5$ cm

Regleta azul: $18 \pm 0,5$ cm

Para la comparación entre regletas, se han aceptado como respuestas correctas los colores o las medidas de las regletas indistintamente; es decir, el alumno hubiese podido escribir: “La amarilla y la negra” o “Las que miden 10 y 14 centímetros”.

Cualquier medición está correctamente realizada si se ha hecho la comparación con una unidad estándar o arbitraria. Es decir, no basta que, al realizar la medición, el evaluado mencione el número de unidades; es necesario que señale qué unidades utilizó para realizar la medición. En este sentido, no se han considerado como respuestas correctas aquellas en las que se haya registrado únicamente el numeral.

Resultados y comentarios

Alrededor de un 50% de los evaluados logró realizar las mediciones de las longitudes de las tiras de manera correcta. Estos alumnos escribieron el número asociado con la unidad de medida. Para cada medición, los porcentajes de respuestas correctas fueron los siguientes:

Tira marrón: 48,6%

Tira amarilla: 50,3%

Tira negra: 50,3%

Tira azul: 51,4%

Adicionalmente, hubo un grupo de alumnos que colocó solamente el numeral. Es probable que estos, al realizar la medición con la regla que se les entregó, solo leyeron el número indicado, lo cual significa que estos alumnos no tienen afianzado el concepto de medida, ya que realizan únicamente la lectura de un instrumento. Si la regla hubiese tenido otra graduación, los alumnos hubieran escrito el mismo numeral. Este grupo se ubica entre el 14% y el 19% de los evaluados.

Alrededor de un 3% de los alumnos colocó de manera correcta el numeral, pero utilizó unidades de medida inapropiadas. Por ejemplo, en el caso de la medición de la tira marrón, estos alumnos escribieron: "16 metros".

Todas las regletas por medir tenían una longitud menor que el instrumento entregado para realizar la medición, la regla de plástico de 30 cm. De este modo, la tarea señalada permite inferir que uno de cada dos alumnos evaluados puede realizar la medición correctamente cuando el instrumento tiene un largo mayor que la longitud del objeto medido.

En la consigna sobre comparación de longitudes, el 63,8% de los evaluados realizó la comparación correctamente en la medida en que identificaron las dos regletas de menor longitud. Un 4,9% de los alumnos solo identificó la regleta de menor longitud. Este tipo de respuesta puede deberse a la costumbre que han desarrollado los alumnos de presentar solo una respuesta a los problemas de la matemática escolar.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 2

Tarea propuesta 2

Ahora con tu regla mide lo que se indica en cada caso y escribe su medida.

El largo de una tira marrón mide _____

El lado de la base del geoplano mide _____

Intención de la tarea

En esta tarea, el alumno deberá realizar la medición física de la regleta, para lo cual utilizará la regla de plástico proporcionada. Para contestar correctamente esta pregunta, el alumno deberá utilizar adecuadamente los instrumentos de medición, ubicar la regla en el inicio de la escala (0 cm, no en el inicio de la regla de plástico) y, luego, leer el numeral que indica la regla. Esta tarea nos brinda información acerca de la capacidad para realizar mediciones directas cuando se tiene un instrumento de medida apropiado.

Criterios de calificación

Dado que lo que se está evaluando es la habilidad de medir con instrumentos, el margen de error aceptado debería ser el del ins-

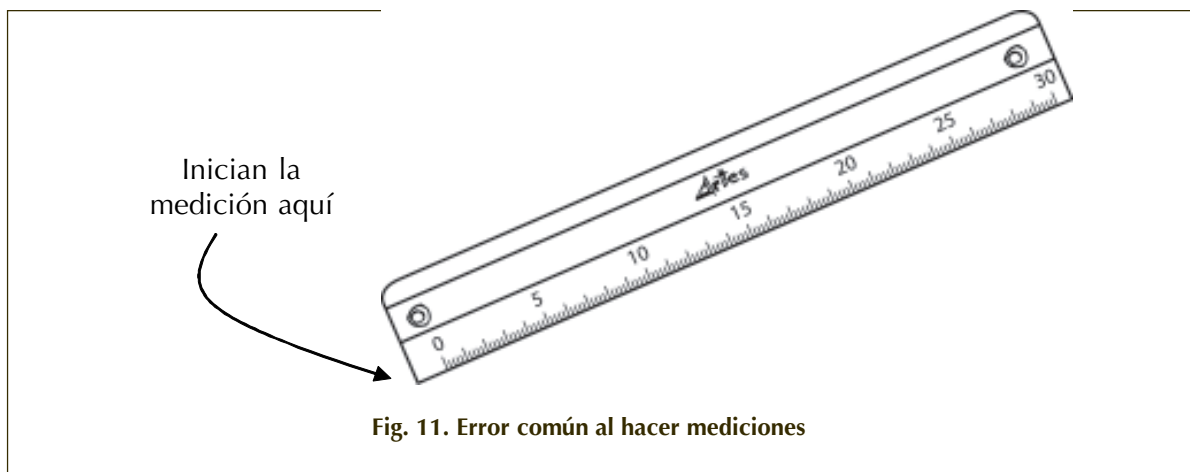
trumento, que, en el caso de la regla proporcionada, es de $\frac{1}{2}$ mm. Sin embargo, para esta evaluación no se consideró este error, pues las medidas de los elementos proporcionados eran números enteros de centímetros. Las respuestas correctas aceptadas fueron "16 cm" para la regleta marrón y "30 cm" para la base del geoplano. Además, se consideró imprescindible la colocación de la unidad de medida, pues, de lo contrario, sería una simple lectura en una escala graduada sin considerar las medidas estándares que el alumno usó para comparar.

Resultados y comentarios

En el caso de la medición de la regleta marrón, un 58,7% contestó correctamente. En el caso de la medición de la base del geoplano, el porcentaje de aciertos fue de 53,3%. En el grupo de alumnos que no respondió correctamente, los resultados señalan que los errores en que estos incurrieron se produjeron sin patrones frecuentes de comportamiento. Por ejemplo, colocaron medidas ininteligibles o escribieron números al azar. En algunos casos, se ha podido detectar el uso de la regla desde el extremo sin considerar el inicio de la graduación (0 cm).

Ficha técnica

- Actividad: Medición de objetos aislados
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros
 - 1 regleta rectangular marrón de material microporoso de 16 cm x 2 cm
 - 1 geoplano cuadrangular de 30 cm x 30 cm



6.2. LA ESTIMACIÓN DE LONGITUDES

Estimar es el proceso de medir o de obtener la medida de un objeto sin la ayuda de instrumentos, sino mediante juicios subjetivos. Una estimación es el resultado de estimar; es la medida realizada “a ojo” de una determinada cualidad medible de un objeto. Se trata, por lo tanto, de una conjetura. Así, se puede definir la estimación como una aproximación basada en experiencias anteriores, en la que se utiliza una unidad de medida estándar de una cualidad de un objeto.

La capacidad de estimación debe ser ejercitada desde los primeros niveles de la educación formal. Se trata de una de las capacidades de mayor utilidad en la vida cotidiana. Cuando los niños realizan sus juegos, muchas veces, hacen estimaciones de medidas. Esta actividad se puede observar en la delimitación de arcos de fulbito, en la elaboración

de un diagrama para el juego de mundo, en el juego de bolitas, entre otros. Del mismo modo, los alumnos deberán realizar una estimación al decidir cuántas y cuáles golosinas pueden comprar con el dinero de la propina o cuánto tiempo asignarán a una determinada tarea.

El Informe Cockroft⁸ señala que la estimación es útil en situaciones en las que la medición efectiva es difícil o molesta de obtener, en las que es posible el uso de estrategias de ensayo y error, o en las que se admiten amplios márgenes de tolerancia. Sin embargo, pese a que se reconoce la estimación como una capacidad importante por desarrollar en el alumno, no suelen realizarse sistemáticamente en las aulas actividades relacionadas con la estimación. Esta situación puede deberse, entre otras, a algunas de las siguientes razones:

- Los adultos, en general, y los maestros, en particular, no tienen desarrollada esa habilidad.
- No se dispone de orientaciones lo suficientemente precisas sobre cómo hacerlo.
- No se tiene en cuenta el tiempo preciso para desarrollarlas.
- Es difícil evaluar esta habilidad.

(Olmo y otros, 1993)

8. Véase: Cockroft, W. (1985).

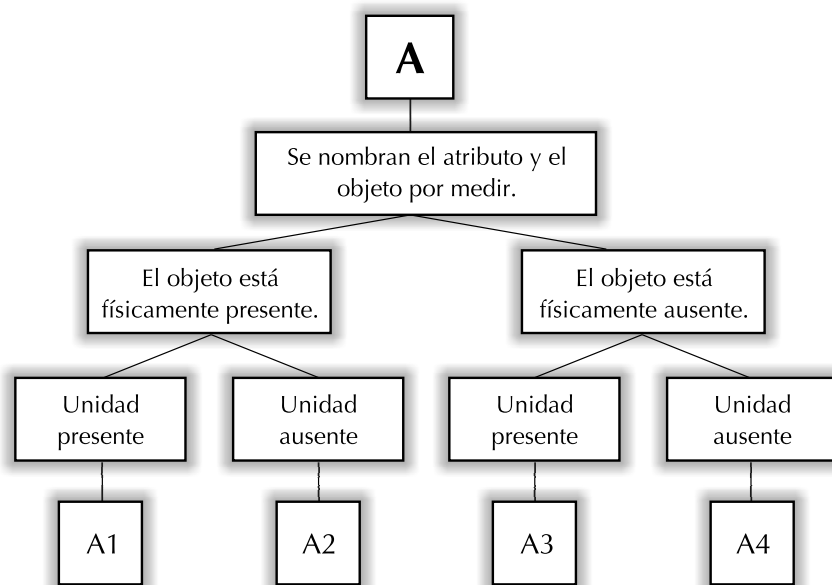
Hildreth (1983) señala que estimar la longitud con cierto grado de exactitud es una labor compleja que involucra conceptos y habilidades como:

- la comprensión de la cualidad que será medida,
- la comprensión del concepto de “unidad de medida”,
- una imagen mental de la unidad que será utilizada en la tarea de estimación,
- la habilidad de comparar objetos según el atributo que será medido,
- la habilidad de realizar la iteración de la unidad,
- la habilidad de seleccionar y usar estrategias adecuadas para realizar

- estimaciones, y
- la habilidad de verificar la adecuación de la estimación.

Incluir la estimación en el aula requiere un diseño y una selección adecuados de las actividades que pueden ayudar a los niños a desarrollar las habilidades mentales enumeradas anteriormente. Bright (1976) propuso un esquema para diseñar actividades de estimación que desarrollen estas habilidades en varios niveles. A continuación, se presenta este esquema acompañado de un ejemplo que permitirá al docente generar sus propias actividades para el trabajo de estimación en sus clases.

SITUACIONES DE ESTIMACIÓN



Veamos un ejemplo del uso de este esquema:

A1: Se pide estimar la longitud de un lápiz en centímetros. El lápiz y una regleta de un centímetro están físicamente presentes en el momento de presentar la tarea. En este caso, el atributo es la longitud; el objeto por medir, el lápiz. El objeto y la unidad están físicamente presentes.

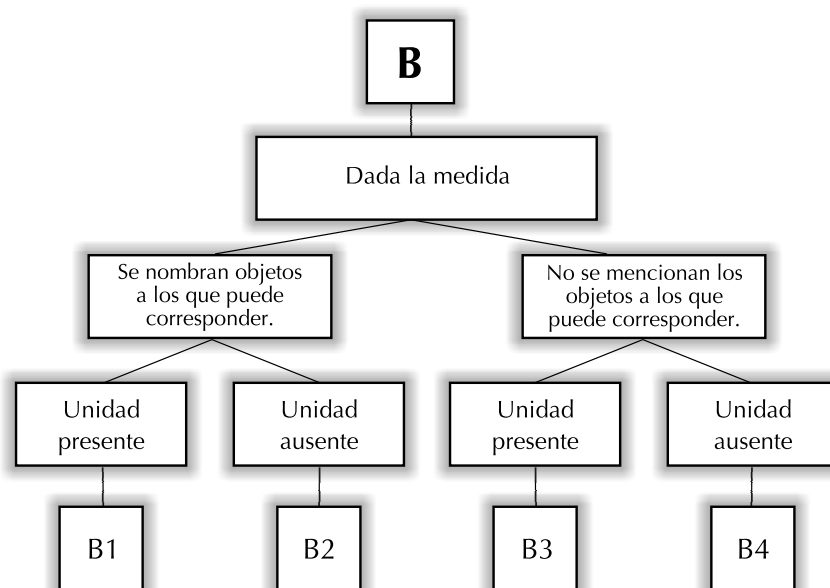
A2: Se pide estimar la longitud de un lápiz en centímetros. El lápiz está presente,

pero la unidad de medición está físicamente ausente en el momento de presentar la tarea. En este caso, el atributo es la longitud; el objeto por medir, el lápiz. El alumno debe imaginarse mentalmente la unidad para poder realizar la estimación.

A3: Se pide estimar la longitud de una caja de fósforos. Solo una regleta de un centímetro está físicamente presente en el momento de presentar la tarea. En este caso, el atributo es la longitud; el objeto

por medir, la caja de fósforos, pero solo la unidad está físicamente presente.
 A4: Se pide estimar la longitud de una caja de fósforos en centímetros. En esta

oportunidad, no se encuentran presentes ni el objeto ni la unidad de medida. En este caso, el atributo es la longitud; el objeto por medir, la caja de fósforos.



B1: Se presentan diversos objetos y se le pide al alumno que indique cuál o cuáles de estos objetos pueden medir cinco centímetros. Una regleta de un centímetro se encuentra físicamente presente en la experiencia.

B2: Se presentan diversos objetos y se le pide al alumno que indique cuál o cuáles de estos objetos pueden medir cinco centímetros. La unidad de medición no se encuentra físicamente presente en la experiencia.

B3: Se le pide al alumno que mencione objetos que puedan medir diez centímetros de longitud. La unidad de medida se encuentra presente físicamente en el momento de realizar la tarea.

B4: Se le pide al alumno que mencione objetos que puedan medir diez centímetros de longitud. La unidad de medida, el centímetro, no se encuentra físicamente presente en el momento de realizar la tarea.

Como se ha mostrado en el ejemplo anterior, el esquema de Bright puede ayudar a diseñar diversas actividades no solo para la estimación de longitudes, sino para trabajar la estimación de otros atributos como el área o el volumen.

Además de estas actividades, pueden realizarse otras, como actividades sobre selección de medidas adecuadas para medir determinados atributos. Por ejemplo:

¿Cuál de las siguientes unidades utilizarías para medir:

... el ancho de tu dedo?

km m cm mm

...la altura del profesor?

m km dm cm

.... la longitud del río Amazonas?

m km dm mm

En estas actividades, el niño va identificando el hecho de que, si bien cualquiera de las unidades mostradas dará la longitud estimada, es mejor y más económico utilizar aquella que puede ser visualizada de alguna manera y que proporciona números manejables para otros cálculos.

Es posible organizar las actividades de estimación en forma lúdica y trabajando en grupos cooperativos. En estas actividades, se pueden proponer conjuntos de objetos para estimar algún atributo y se puede designar como ganador al grupo que logre una estimación con el menor error por defecto o por exceso.

Dado que la estimación es una conjetura, la medición directa, luego de la estimación *a priori*, irá retroalimentando la habilidad de estimar mediante un trabajo continuo y sistemático.

A continuación, se presentan los resultados de la prueba de material concreto en tareas de estimación de medidas. Algunas de ellas se inscriben en el esquema propuesto por Bright.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 3

Tarea propuesta 3

Coge una cajita de fósforos.

¿Cuántos centímetros crees que mide el largo de esta cajita?

Respuesta: _____

Intención de la tarea

En esta tarea, se intenta evaluar la capacidad de estimar longitudes de objetos comunes del entorno del alumno. La respuesta correcta de esta tarea implica que el alumno reconozca el término “largo” asociado con una forma prismática rectangular, que elija una medida adecuada para la estimación y que pueda hacerse de una imagen mental de la unidad de medida que utilizará.

Criterios de calificación

Teniendo en cuenta la edad de los alumnos evaluados, se han aceptado respuestas en un rango de 4 a 6 cm. Además, se han considerado como correctas respuestas que no asocian la medida con el numeral, dado que la tarea

propone la unidad en que se realizará la estimación. Sin embargo, se ha logrado identificar el porcentaje de los que responden usando la unidad y el de los que no lo hacen.

Resultados y comentarios

Un 66% de los alumnos evaluados logró realizar la estimación correctamente. Como se ha explicado anteriormente, la capacidad de estimar medidas será muy útil para lograr un desempeño adecuado en la vida cotidiana o laboral. En este sentido, resulta alentador que se haya logrado un porcentaje tan alto de alumnos que pueden realizar la estimación de manera correcta. Si descontamos de este grupo a aquellos que solo dieron el numeral, el porcentaje no disminuye significativamente, ya que se ubica en un 53,5%.

Ficha técnica

- Actividad: Estimación de longitudes de objetos del entorno
- Grupo evaluado: Alumnos de cuarto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 caja de fósforos con las siguientes dimensiones: largo: 5,2 cm; ancho: 3,9 cm; alto: 1,2 cm

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 4

Tarea propuesta 4

Forma un tren con una tira amarilla y una tira ploma.

¿Cuántos centímetros crees que mide el largo de este tren?

Respuesta: _____

Ahora usa tu regla para medir el largo de este tren. ¿Cuánto mide?

Respuesta: _____

Intención de la tarea

Esta tarea presenta dos partes. La primera intenta conocer si el alumno es capaz de realizar la estimación de la longitud de un objeto de mayor longitud que la de los instrumentos de medición que suele utilizar en su vida escolar. Así, desde el punto de vista del alumno, esta actividad constituye una situación novedosa.

La segunda parte cierra la tarea con una comprobación de lo estimado en la primera parte. El alumno debe realizar la medición con el instrumento entregado y debe diseñar un

método adecuado para realizar esta medición, pues la longitud de su regla es de 30 cm y la del tren es de 45 cm.

Criterios de calificación

En la estimación de la longitud del tren, se aceptó un error absoluto de 2 cm, con lo que la respuesta considerada como válida se encontró en el intervalo [43, 47]. Por su parte, en la medición del largo del tren, se consideró como respuesta correcta "45".

Resultados y comentarios

La estimación de la longitud del tren fue la parte más difícil para los alumnos, pues solo un 10,8% logró responder correctamente. Además, en este grupo, uno de cada nueve estudiantes no señaló la unidad de medida respectiva al escribir su respuesta.

La medición del largo del tren fue realizada correctamente por el 37% de alumnos. De este porcentaje, la quinta parte no utilizó la unidad de medida correspondiente al dar su respuesta. El 63% no respondió bien a esta parte. Este alto porcentaje se puede explicar

Ficha técnica

- Actividad: Estimación seguida de comprobación física de la medición
- Grupo evaluado: Alumnos de cuarto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 regleta rectangular amarilla de material microporoso de 10 cm x 2 cm
 - 1 regleta rectangular ploma de material microporoso de 35 cm x 2 cm
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo

por la dificultad que implica para los alumnos hacer una medición iterada, es decir, utilizar más de una vez el instrumento de medición para hallar una longitud. La dificultad de este proceso radica en que la lectura no es directa y se debe realizar un cálculo adicional. Los resultados de esta tarea pueden haber sido interferidos por la respuesta a una tarea

anterior de la prueba, en la cual se pedía el largo de cada una de estas tiras. El alumno podría haber recuperado esta información y sumado las longitudes.

Dado que la tarea solo recogía la respuesta del alumno, no se han podido rescatar las estrategias utilizadas para resolver esta parte.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 5

Tarea propuesta 5

Fíjate en los objetos que se indica en cada pregunta y responde:

¿Cuánto crees que mide el largo de una tira marrón?

Respuesta: _____

¿Cuánto crees que mide un lado de la base del geoplano?

Respuesta: _____

Intención de la tarea

Las dos partes de esta tarea están dirigidas a explorar la capacidad del alumno para realizar estimaciones. La elección de unidades métricas idóneas se encuentra implícita en esta tarea; por ello, las preguntas no indican ninguna unidad de medición para ser utilizada. Por el contrario, es el alumno quien, a partir del objeto dado a estimar, debe elegir la unidad que más le conviene utilizar.

Criterios de calificación

La tira marrón medía 16 cm y la base del geoplano proporcionado medía 30 cm. Como lo que se deseaba explorar era la capacidad

de estimar longitudes y no la de medirlas, se aceptaron como respuestas correctas aquellas que tuvieran un error absoluto no mayor de 2 cm en cada caso. La elección de esta

Ficha técnica

- Actividad: Estimación de longitudes
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 regleta rectangular marrón de material microporoso de 16 cm x 2 cm
 - 1 geoplano cuadrangular de 30 cm x 30 cm

cota de error se acordó en consulta con docentes de primaria.

Se consideró una categoría de calificación para aquellos alumnos que acertaban con el número, pero que colocaban unidades inapropiadas, como el km o el mm. No se consideraron como válidas aquellas respuestas que, aunque propusieran el número correcto, no indicaban las unidades de medida.

La estimación de una medida no está correctamente efectuada si no se le ha asignado la unidad de medida respectiva. Esta capacidad está relacionada con el sentido numérico y la habilidad de seleccionar medidas adecuadas para diversos contextos. Por ejemplo, una consecuencia del conocimiento cabal del sistema de unidades de longitud es saber que el km es una unidad de medida más apropiada que otras, como el cm, para estimar la distancia entre Cusco y Puno.

Resultados y comentarios

El 35,9% de los alumnos evaluados estimó correctamente la longitud de la tira marrón y el 37,5% estimó correctamente la longitud de la base del geoplano. Como se observa, los porcentajes de las dos actividades son similares. Si el margen de error hubiese sido menor, el porcentaje de los resultados exitosos habría disminuido considerablemente. El porcentaje de omisiones fue sumamente bajo: en ambos casos, fue del orden del 1%. Los datos anteriores permiten afirmar que aproximadamente un 60% de los alumnos evaluados de sexto grado no logra realizar buenas estimaciones. Tal vez, la razón de este alto porcentaje de fallas pueda encontrarse en la poca práctica de esta habilidad que se hace en la educación escolarizada. Una revisión de los libros de matemática existentes en el mercado nacional revela que las actividades de estimación de longitudes no suelen ser consideradas en forma sistemática.

Es recomendable que los docentes trabajen con más actividades de estimación no solo

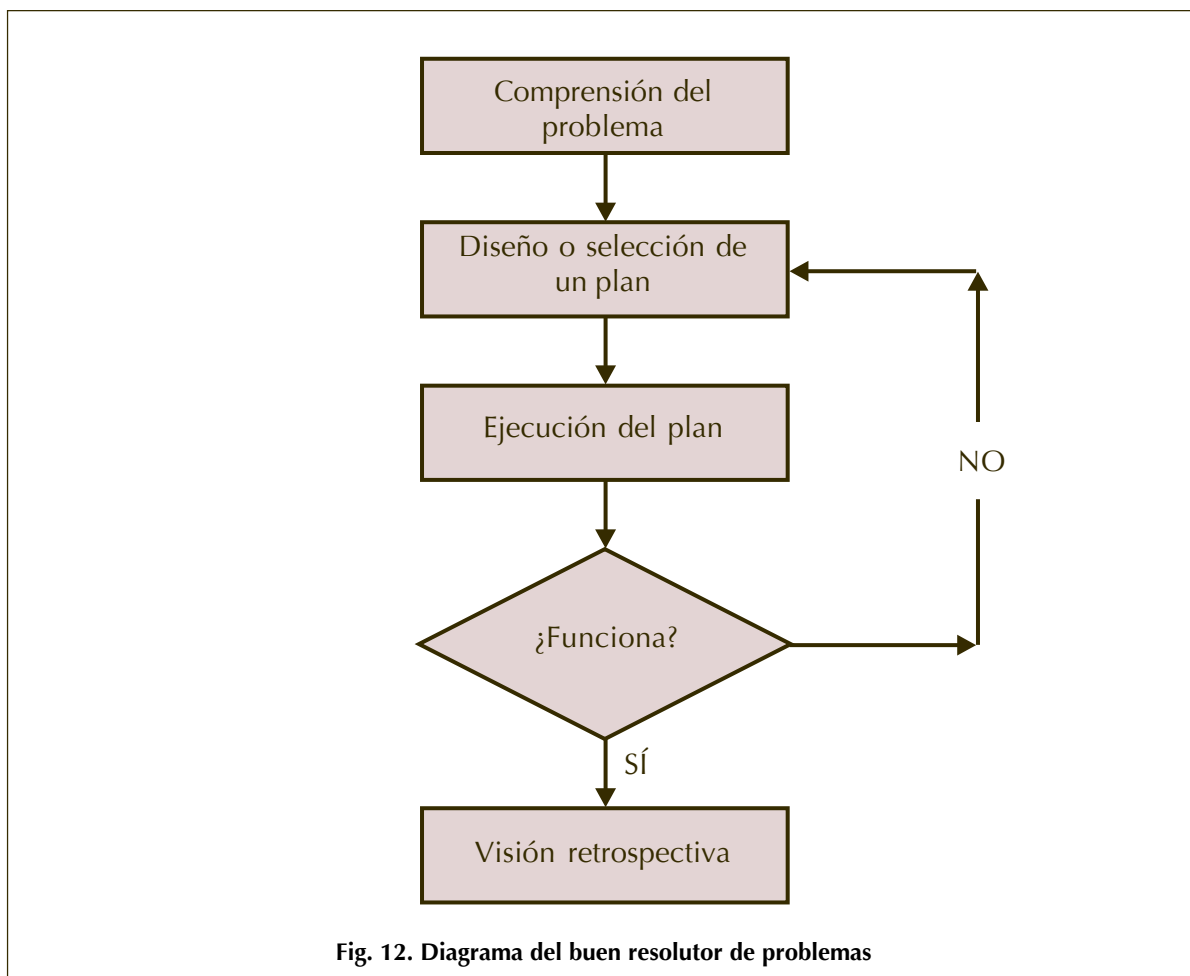
de longitud, sino de superficie, volúmenes, masa, dinero, entre otros. Es fácil conseguir los materiales e, inclusive, se pueden diseñar actividades lúdicas para adquirir destrezas en estimación.

6.3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE MEDICIÓN DE LONGITUDES

La resolución de problemas debe apreciarse como la razón de ser del contenido matemático, un medio poderoso para desarrollar conocimiento matemático y un logro indispensable de una buena educación matemática. El logro principal asociado con el desempeño eficaz en matemática es que los alumnos desarrollen diversas estrategias que les permitan resolver problemas con cierto grado de independencia y creatividad. La elaboración de estrategias personales de resolución de problemas genera en los alumnos confianza en sus posibilidades para hacer matemática y estimula su autonomía. Además, expresa el grado de comprensión de los conceptos y facilita a los alumnos mecanismos de transferencia a otras situaciones.

Un problema matemático puede definirse como una situación a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución y para la cual no se vislumbra un camino aparente y obvio que conduzca a su solución. Para enfrentarse con estas tareas, el alumno requiere comprender la situación y asumirla como un problema por resolver, diseñar una estrategia de solución combinando las ya conocidas o elaborando una nueva, aplicarla a la situación, y controlar en el proceso si su plan de resolución es el adecuado o si requiere reajustes. Finalmente, si su empresa es lograda con éxito, el alumno debería realizar una revisión crítica del proceso de solución con el fin de interiorizar los nuevos aprendizajes.

En general, el proceso que sigue un alumno al enfrentarse a un problema se puede resumir en el siguiente diagrama de flujo (Tapia, 1997):



Existen numerosos materiales estructurados que pueden ser utilizados para generar actividades de resolución de problemas relacionados con la medición, como el geoplano, las regletas de Cuisinaire o el tangram. Adicionalmente, estos materiales también permiten diseñar actividades de trabajo cooperativo, con lo que la clase de matemática adquiere un dinamismo y un clima que favorece el aprendizaje significativo. De la amplia literatura existente para diseñar actividades de resolución de problemas que involucran la medición de longitudes, se presentan aquí algunas que se pueden proponer en el trabajo en aula:

- Construir con un conjunto de regletas de diversas longitudes trenes con una longitud determinada
- Averiguar de cuántas maneras puede construirse un tren de una determinada longitud con un conjunto de regletas

- Construir trenes de longitud máxima y mínima con un grupo de regletas
- Construir figuras geométricas con determinadas características en el geoplano (segmentos de una longitud dada, rectángulos con base dada, cuadrados con lado dado)

Las tareas que se presentan a continuación fueron parte de la EN 2001. Se clasificaron como tareas de resolución de problemas en tanto el alumno debía, primero, comprender la situación y, luego, establecer una estrategia de solución personal y creativa para resolverla. Es posible que los conocimientos necesarios para resolver la tarea propuesta fueran de dominio de los alumnos, pero la estrategia de solución debía ser diseñada al enfrentarse con la tarea. De esta manera, se convirtió en un reto para su habilidad de utilizar la información disponible para resolver la situación presentada.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 6

Tarea propuesta 6

Forma un tren que tenga 24 centímetros de largo utilizando tiras de diferentes colores. No puedes repetir ningún color.

a) ¿Cuántas y de qué color son las tiras que utilizaste?

Respuesta: _____

Forma un tren que tenga 30 centímetros de largo utilizando tiras de dos colores diferentes.

b) ¿Cuántas y de qué color son las tiras que utilizaste?

Respuesta: _____

Construye el **tren más largo que se puede formar** con tres tiras de colores diferentes.

c) ¿Cuánto mide en centímetros el largo de este tren?

Respuesta: _____

Intención de la tarea

Esta tarea pertenece a la categoría de problemas abiertos, pues admite múltiples respuestas. Además, el alumno puede plantear diversas estrategias de solución para arribar a dichas respuestas.

Ficha técnica

- Actividad: Problemas sobre medición de longitudes de objetos compuestos
- Grupo evaluado: Alumnos de cuarto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 juego de regletas de material microporoso
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros

En las partes a) y b) el alumno puede, primero, ordenar las tiras de mayor a menor longitud y, a continuación, decidir si formará el tren con dos, tres o cuatro tiras para que le dé la longitud solicitada. Para ello, puede usar la regla para señalar la medida pedida y, luego, ir colocando las tiras hasta encontrar el par. La mayoría de estrategias suele ser de ensayo y error sistemático. Un pensamiento más sofisticado dejaría el material concreto para trabajar con las medidas de las regletas; si se observa la tabla de medida de las regletas, el problema se transformará en un problema de corte aritmético. Esta salida implica hallar el valor 24 ó 30 usando los números que representan las longitudes de las regletas.

La última parte es la más interesante, pues el niño debe darse cuenta de que, para lograr armar el tren más largo, debe identificar las tres tiras más largas. Este proceso mental implica una prueba matemática, pues el alumno deduce que no es necesario construir todos los trenes de tres tiras que se puedan hacer con el material proporcionado, sino que bastará seleccionar el conjunto de las tres más largas. El alumno que resuelve correctamente esta tarea presenta, entre sus capacidades cognitivas, la de la argumentación mediante el uso de referentes y descripciones matemáticas.

Criterios de calificación

- a) Se han considerado correctas todas las combinaciones de regletas que medían 24 cm que hubiesen sido conseguidas con dos, tres o cuatro regletas. Las respuestas que se aceptaron como correctas fueron las siguientes:

Con dos regletas:

amarilla y negra
naranja y roja
marrón y rosada
azul y verde
naranja y roja

Con tres regletas:

verde, rosada y amarilla
verde oscuro, rosada y roja
negra, rosada y blanca
azul, blanca y roja
marrón, blanca y verde
negra, blanca y rosada
negra, roja y verde
verde oscuro, blanca y amarilla
verde oscuro, roja y rosada

Con cuatro regletas:

blanca, roja, verde y verde oscuro
amarilla, rosada, blanca y roja

Las respuestas correctas se han clasificado en dos grupos: aquellos niños

que presentan la cantidad y los colores correctos, y aquellos niños que solo escriben los colores correctos.

- b) Para el caso de la construcción del tren de 30 cm de largo, se aceptaron como respuestas correctas aquellas formadas con dos regletas en las combinaciones que se detallan a continuación:
- naranja y amarilla
azul y verde oscuro
marrón y negra
- c) El tren más largo que se puede formar con las regletas proporcionadas mide 73 cm. Considerando que, al acoplar las regletas, se puede incurrir en errores de medición, se aceptaron como respuestas correctas aquellas que no sobrepasaron un error absoluto de 0,2 cm.

Resultados y comentarios

El 72,4% de los alumnos contestó correctamente la primera parte de la tarea. La segunda parte fue correctamente contestada por un 78,4%. Ambos porcentajes muestran un nivel bastante alto de aciertos; sin embargo, la construcción del tren de longitud máxima solo fue correctamente realizada por un 36% de los evaluados, mientras que un 62% de los evaluados falló en esta parte.

En general, se observó que, en las tres partes de la tarea, el porcentaje de alumnos que no contestó es muy bajo. Este hecho puede ser explicado por la presencia del material concreto, que, de algún modo, motiva a los alumnos a intentar resolver la situación. La idea del *máximo* de un conjunto dado todavía no ha sido muy bien construida por los alumnos. Además, como se señaló anteriormente, la adecuada resolución de la tarea implicaría que el alumno esté manejando argumentos deductivos que, aunque elementales, pueden resultar difíciles de lograr.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 7

Tarea propuesta 7

Forma un tren que tenga 24 centímetros de largo utilizando tiras de diferentes colores. No puedes repetir ningún color.

a) ¿Cuántas y de qué color son las tiras que utilizaste?

Respuesta: _____

Forma un tren que tenga 30 centímetros de largo utilizando tiras de dos colores diferentes.

b) ¿Cuántas y de qué color son las tiras que utilizaste?

Respuesta: _____

Construye el **tren más largo que se puede formar** con tres tiras de colores diferentes.

c) ¿Cuánto mide en centímetros el largo de este tren?

Respuesta: _____

Intención de la tarea

Esta tarea propone tres problemas abiertos sobre medición de longitudes. Las estrategias que el estudiante puede elegir para resolverlos pueden ser gráficas, dinámicas, aritméticas, etc. Para resolver correctamente esta tarea, el estudiante deberá organizar las tiras

que tiene a su disposición, estimar y utilizar la regla proporcionada como medio de comparación para lograr construir el tren con la longitud solicitada.

Criterios de calificación

a) Para el caso del tren de 24 cm de largo, se aceptaron como respuestas correctas aquellas formadas con dos, tres o cuatro regletas en las combinaciones que se detallan a continuación:

Con dos regletas:
amarilla y negra
naranja y roja
marrón y rosada
azul y verde
naranja y roja

Ficha técnica

- Actividad: Resolución de problemas sobre medición de longitudes
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 juego de regletas
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros

Con tres regletas:
verde, rosada y amarilla
verde oscuro, rosada y roja
negra, rosada y blanca
azul, blanca y roja
marrón, blanca y verde
negra, blanca y rosada
negra, roja y verde
verde oscuro, blanca y amarilla
verde oscuro, roja y rosada

Con cuatro regletas:
blanca, roja, verde y verde oscuro
amarilla, rosada, blanca y roja

- b) Para el caso del tren de 30 cm de largo, se aceptaron como respuestas correctas aquellas formadas con dos regletas en las combinaciones que se detallan a continuación:
- naranja y amarilla
 - azul y verde oscuro
 - marrón y negra
- c) El tren más largo que se puede formar con las regletas proporcionadas mide 73 cm. Considerando que, al acoplar las regletas, se puede incurrir en errores de medición, para esta parte, se aceptaron

como respuestas correctas aquellas que no sobrepasaron un error absoluto de 0,2 cm.

Resultados y comentarios

En el primer problema, un 83,3% de los alumnos contestó correctamente, mientras que, en el segundo problema, lo hizo un 79,2%. Estos dos porcentajes son bastante alentadores, pues ambos problemas eran abiertos y, en general, este tipo de problemas no suele ser propuesto en las clases de matemática. Adicionalmente, se observó que la mayoría de los evaluados intentó resolver los problemas ensayando con el material proporcionado; muy pocos se independizaron de este y optaron por utilizar estrategias numéricas para resolverlo. Existe entre un 13% y un 18% de alumnos que cometieron errores en la medición. El tercer problema de este conjunto fue el que alcanzó la menor frecuencia de respuestas correctas: solo un 19% logró responderlo con éxito.

Como en el caso de cuarto grado, se observó que el porcentaje de alumnos que omitió la tarea fue muy bajo, lo que refuerza la hipótesis de que la presencia del material concreto motiva a los alumnos a involucrarse e intentar resolver la situación planteada.

6.4. CÁLCULO DEL PERÍMETRO, ÁREA Y VOLUMEN

Antes de iniciar en el aula el trabajo de medición de superficies y volúmenes, es conveniente presentar a los alumnos el concepto de área a partir de actividades sensoriales que los ayuden a distinguir las distintas cualidades de los objetos que manipulan. Uno de los problemas que con más frecuencia se repite en las aulas es que los alumnos tienden a confundir el perímetro con el área. Esta confusión se debe a que no se han tenido experiencias que permitan distinguir estas dos cualidades medibles.

Para percibir la cualidad área de superficie, las actividades de embaldosado son muy útiles. Las baldosas pueden ser construidas en papel o cartulina con diversas formas geométricas: triángulos equiláteros, cuadrados, rectángulos, pentágonos, hexágonos, heptágonos, etc. Estas son distribuidas a los niños para que traten de “pavimentar” un tablero, una mesa u otra superficie sin dejar huecos. Al principio, los alumnos intentarán cubrir los huecos con cualesquiera de las figuras y se sorprenderán al ver que solo con algunas de ellas es posible lograrlo, mientras que con otras no.

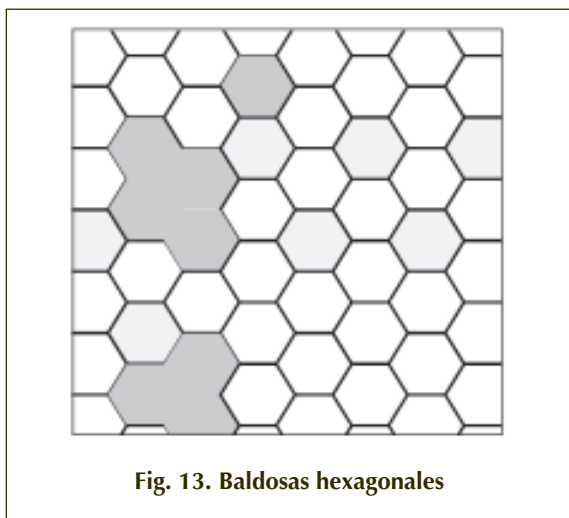


Fig. 13. Baldosas hexagonales

También ayudan a fijar el concepto de área actividades en las que el alumno haga uso de unidades de medida arbitrarias. Por ejemplo, tomando un tangram chino, se le puede pedir a los alumnos que encuentren

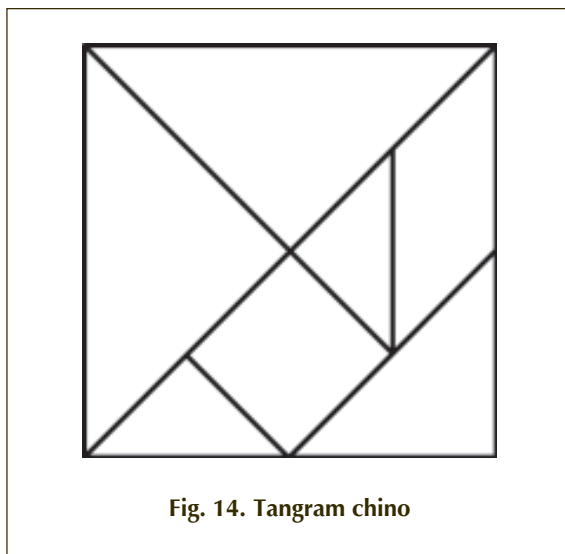


Fig. 14. Tangram chino

el número de triángulos pequeños necesarios para cubrir cada una de las piezas del tangram. En este caso, el triángulo pequeño es una medida arbitraria de área. El tangram chino es la disección de un cuadrado en siete piezas, como se muestra en la figura 14. Hay un cuadrado, un romboide y cinco triángulos: dos grandes, uno mediano y dos pequeños.

FIGURA	Nº de TRIÁNGULOS PEQUEÑOS
Triángulo grande	8
Triángulo mediano	4
Cuadrado	2
Romboide	2

El tangram también puede ser útil para construir el concepto de equivalencia de áreas. En la figura 15, se puede observar que el área del paralelogramo es igual al área del cuadrado, pues ambas equivalen a dos triángulos pequeños. Por ello, se dice que ambas figuras son equivalentes. El concepto de equivalencia se fija si los alumnos tienen experiencias con figuras que, aun cambiando su forma y posición, mantienen su área.

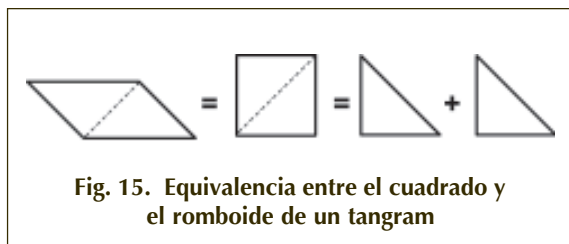


Fig. 15. Equivalencia entre el cuadrado y el romboide de un tangram

A continuación, se presentan otras actividades que pueden ayudar en la didáctica de la medición del área de figuras geométricas.

- Dibujar huellas corporales (mano, pie) colorearlas y recortarlas.
- Pintar con las manos el interior de figuras
- Hacer sellos de papa con diversas formas y tratar de cubrir el área de una figura con ellos, y, luego, explicar si es posible hacerlo o no.
- Dibujar en papel diferentes formas planas y entregar conjuntos de cuadrados, círculos y piezas rectangulares; observar y discutir sobre qué piezas cubren mejor las figuras dibujadas; discutir acerca de qué regiones o figuras son más fáciles de cubrir.
- Construir figuras con pentominos⁹.
- Construir rectángulos de igual área con tres pentominos.

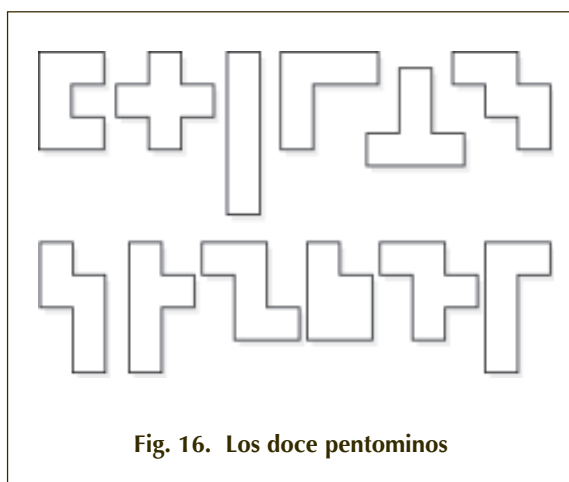


Fig. 16. Los doce pentominos

- Elaborar rompecabezas utilizando formas cuadradas, triangulares, etc.
- Calcular áreas de polígonos irregulares por triangulación.

9. Los pentominos son figuras que se forman uniendo por sus lados cinco cuadraditos iguales.

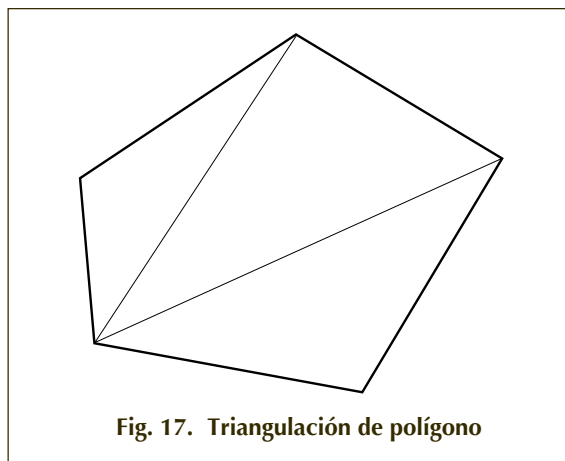


Fig. 17. Triangulación de polígono

- Comparar huellas de manos y pies de los alumnos mediante superposición.
- Identificar figuras equivalentes con mayor o menor área.
- Generar la necesidad de la unidad de medida estándar.
- Construir formas en mallas cuadrangulares o rectangulares.
- Distinguir área de perímetro.
- Medir el perímetro de varios rectángulos equivalentes.
- Realizar actividades con tiras tipo mecánico: áreas dinámicas.
- Medir con cuerdas perímetros de figuras y luego compararlos.
- Construir figuras de perímetro dado en el geoplano y, luego, calcular el área de cada una.

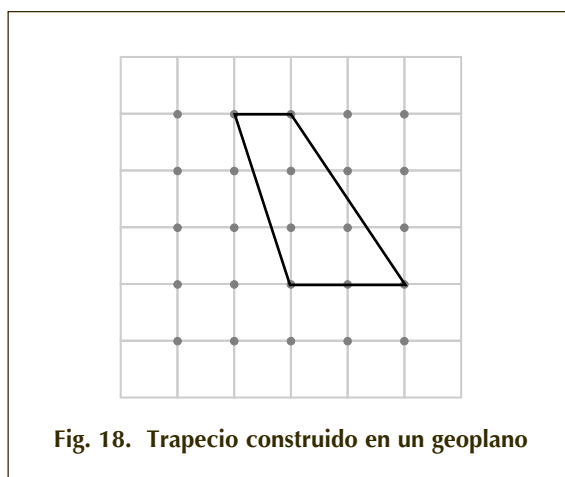


Fig. 18. Trapecio construido en un geoplano

En la EN 2001, las tareas que se les propuso a los alumnos incluyeron algunas de las actividades enumeradas aquí. A continuación, se revisará cómo respondieron los estudiantes ante estímulos similares a los comentados.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 8

Tarea propuesta 8

Coge una tira amarilla y halla su perímetro.
¿Cuál es en centímetros el perímetro de esta tira?

Respuesta: _____

Ahora forma un cuadrado con tres tiras de color verde claro.
¿Cuál es su perímetro?

Respuesta: _____

Intención

Para resolver correctamente esta tarea, el alumno debe conocer el significado de la palabra *perímetro* y construir una estrategia para realizar la medición. En ambos casos, se pide el perímetro de figuras elementales: un rectángulo en el primero y un cuadrado en el segundo. Los alumnos pueden haber aprendido a usar fórmulas para cada caso, pero también pueden hallar el perímetro, simplemente, midiendo los cuatro lados y, luego, sumando las cantidades obtenidas.

Criterios de calificación

Como el alumno evaluado iba a realizar varias mediciones, se consideró que podría existir un error de operación en cada medida, así que, en ambas partes, se aceptó un error de 1 cm. Las respuestas consideradas como correctas fueron las siguientes:

• Perímetro de la regleta amarilla: 24 ± 1 cm
• Perímetro del cuadrado: 24 ± 1 cm

Resultados y comentarios

Solo un 18,3% de los evaluados logró responder la primera parte correctamente, mientras que un 22,7% respondió correctamente la segunda parte. Estos porcentajes fortalecen la hipótesis presentada en el informe descriptivo de la EN 2001¹¹, donde se señala que los conceptos geométricos son trabajados en las aulas de forma incipiente, y sin el énfasis y la variedad requeridos para lograr aprendizajes significativos.

Es probable que el porcentaje real de aciertos fuese menor, pues no se tiene seguridad de la intervención del evaluador, el cual pudo

Ficha técnica

- Actividad: Cálculo experimental del perímetro de rectángulos y cuadrados
- Grupo evaluado: Alumnos de cuarto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 regleta rectangular amarilla de material microporoso de 10 cm x 2 cm
 - 1 regleta rectangular verde claro de material microporoso de 6 cm x 2 cm
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros

11. Véase: Montané, A., ed. (2003a).

haber explicado el significado de la palabra *perímetro*. La matemática tiene su propia simbología y vocabulario, los cuales deben manejarse con soltura. No se trata solo de que el alumno se desempeñe bien al resolver problemas; es también necesario que maneje un vocabulario elemental y el conjunto de no-

taciones de la rama matemática que está estudiando. Por este motivo, esta tarea utiliza la palabra *perímetro* y, así, evita colocar cualquier palabra castellana que denote lo mismo, pero que no provenga del vocabulario estándar de la matemática.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 9

Tarea propuesta

Coge una tira amarilla y halla su perímetro.

¿Cuál es en centímetros el perímetro de esta tira?

Respuesta: _____

Intención de la tarea

Para resolver esta tarea correctamente, el alumno debe entender qué es el perímetro de una figura plana, en este caso, un rectángulo. El perímetro puede ser medido de diversas maneras: sumar los cuatro lados del rectángulo; medir solo el largo y el ancho, duplicar cada medida, y sumarlas; medir el largo y el ancho, sumar estas medidas y duplicar el resultado; usar una fórmula previamente aprendida, etc.

En la prueba, se proporcionó la unidad de medida al alumno. De este modo, solo se requería que colocara el número al que llegó después de hacer sus cálculos.

Criterios de calificación

Teniendo en cuenta el grado evaluado, la calificación de esta tarea fue más exigente. La respuesta que se consideró como correcta fue "24 cm" o "24". Si el alumno escribía medidas inapropiadas como "metros" o "kilómetros" adjuntas al numeral 24, la respuesta no se consideraba correcta.

Resultados y comentarios

Solo un 21,7% de los alumnos evaluados respondió correctamente esta tarea. Dentro del grupo de alumnos que erraron, un 14% de ellos colocó unidades inapropiadas como "km" o "mm".

Ficha técnica

- Actividad: Cálculo experimental del perímetro de un rectángulo
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 regleta rectangular amarilla de material microporoso de 10 cm x 2 cm
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 10

Tarea propuesta 10

Construye un tren con dos tiras anaranjadas y una rosada.

¿Cuál es en centímetros el perímetro de este tren?

Respuesta: _____

¿Y cuál es este perímetro en metros?

Respuesta: _____

Intención de la tarea

Además del cálculo geométrico, que implica hallar el perímetro de la figura compuesta, la tarea permite explorar acerca de la capacidad del evaluado para identificar equivalencias elementales. No se está evaluando la capacidad de convertir unidades, pues la tarea, simplemente, requiere que el alumno recuerde la equivalencia entre 1 m y su correspondiente cantidad en centímetros. El proceso de solución de esta tarea requiere que el estudiante forme la figura, entienda el concepto de perímetro de esta composición y lleve la cuenta de las mediciones que realiza. Luego, deberá realizar los cálculos correspondientes, sean adiciones o multiplicaciones.

Criterios de calificación

Se consideró como respuesta correcta "100 cm" o "100" para la primera parte. En el caso de la medición en metros, se consideró como válidas las repuestas que consignaban el numeral 1 ó los que escribían "1 m" o "1 metro".

Resultados y comentarios

El cálculo del perímetro de la figura compuesta parece resultar difícil para los evaluados. Solo un 15,2% de los estudiantes logró la respuesta correcta, mientras que un 11,4% omitió la tarea.

La conversión a metros tiene un porcentaje de aciertos de 17,4%. El mayor porcentaje obtenido en esta parte se debe a que los alumnos estiman el perímetro o, simplemente, convierten un número grande de centímetros en un metro.

Ficha técnica

- Actividad: Cálculo experimental de perímetros de rectángulos
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 2 regletas rectangulares anaranjadas de material microporoso de 20 cm x 2 cm
 - 1 regleta rectangular rosada de material microporoso de 8 cm x 2 cm
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 11

Tarea propuesta 11

En el geoplano, con ligas, representa un rectángulo, de modo que uno de sus lados mida 12 centímetros.

- a) Escribe en centímetros la medida de cada uno de los otros tres lados de este rectángulo.

Respuesta: _____ centímetros; _____ centímetros;
_____ centímetros.

- b) ¿Cuál es el perímetro del rectángulo que has representado en el geoplano?

Respuesta: _____ centímetros.

- c) ¿Y cuál es este perímetro en metros?

Respuesta: _____ metros.

Intención

El problema admite múltiples respuestas. Es un problema abierto, pues no informa acerca de cuál debe ser la longitud del otro lado. Esta pregunta pretende explorar la comprensión del concepto de rectángulo y la capacidad de calcular longitudes en términos de otras unidades de medida, pues la separación entre los clavos del geoplano era de tres centímetros, lo que implicaba que un lado de nueve centímetros abarcara tres separaciones. En esta tarea, se explora, en un nivel sumamente sencillo, el conocimiento de la equivalencia entre centímetros y metros.

Criterios de calificación

La definición matemática de un rectángulo permite incluir el cuadrado como un tipo particular de rectángulo, pues verifica las condiciones necesarias y suficientes para ser considerado como tal; sin embargo, la mayoría de docentes de primaria no considera,

en el trabajo de aula, al cuadrado como un tipo particular de rectángulo. Según los niveles de desarrollo de Van Hiele¹², esto puede permitirse en alumnos de 8 a 9 años, ya que todavía no pueden establecer con claridad relaciones de inclusión. No obstante, en la educación secundaria, no se vuelve sobre

Ficha técnica

- Actividad: Construcción de rectángulos dado un lado del mismo y cálculo de perímetros de rectángulos
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 geoplano cuadrangular de 30 cm x 30 cm
 - 1 caja con ligas de diversos tamaños
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros

12. Para mayor información, véase: Crowley, M. L. (2004): *El modelo de Van Hiele de desarrollo de pensamiento geométrico*. http://www.hemerodigital.unam.mx/ANUIES/upn/vol13/sec_84.html

el tema para hacer la aclaración, lo que ocasiona errores en el razonamiento de los estudiantes.

Dado que los docentes de primaria no suelen considerar al cuadrado como un tipo particular de rectángulo, al establecer los criterios de calificación, se decidió excluir al cuadrado de las respuestas posibles.

En la primera parte, se consideró como correcta toda respuesta que fuera coherente con el concepto de rectángulo y que fuera posible construirla usando el geoplano.

Para la segunda parte, se usaron los datos que el alumno colocó, se calculó el perímetro, y, si existía coincidencia, se consideraba la segunda parte como correcta. Finalmente, partiendo de esta medida, se evaluó la conversión a metros del resultado de la tercera parte.

Resultados y comentarios

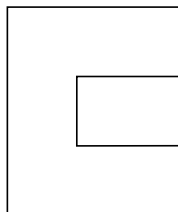
La tarea referida a la construcción del rectángulo fue correctamente respondida por un 63,6% de los alumnos evaluados. El porcentaje se reduce a 23,9% cuando se realiza el cálculo del perímetro de este rectángulo y solo un 4,9% logra expresar el perímetro en metros. Estos resultados permiten sostener que los alumnos, en su mayoría, pueden elaborar figuras con el geoplano, que respondan a una definición construida, pero los cálculos geométricos y las conversiones necesitan una mayor dedicación y práctica con actividades en las cuales puedan experimentar vívidamente el concepto de perímetro y realizar una aproximación comprensiva a las conversiones.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 12

Tarea propuesta 12

Fíjate que el cuadradito crema tiene 1 centímetro cuadrado de área.

Mide la superficie de la figura siguiente utilizando como unidad el cuadradito crema.



Respuesta: El área de la figura es _____ cuadraditos cremas.

¿Y cuál es el área de la figura en centímetros cuadrados?

Repuesta: El área de la figura es _____ centímetros cuadrados.

Intención de la tarea

Esta tarea explora sobre la habilidad del estudiante para establecer la relación entre un recubrimiento –usando cuadraditos–, el concepto de área de una figura y el uso de una unidad de superficie adecuada. La figura mostrada es bastante sencilla para ser trabajada, pues permite calcular su área con un número entero de los cuadraditos proporcionados.

Criterios de calificación

Se consideró como respuestas correctas para ambos casos si el alumno escribió el numeral “7” o la palabra “siete”.

Resultados y comentarios

El material concreto ayuda mucho a los alumnos, lo que se refleja en el 79,3% de alumnos que contestó correctamente la pregunta del recubrimiento. Sin embargo, al establecer la

relación entre el recubrimiento y el área de la figura, el porcentaje disminuye a 53,3%. Esta disminución revela que los estudiantes no comprenden bien el sistema de unidades de medida de superficie.

El recubrimiento es una actividad pedagógica importante. En este sentido, es recomendable trabajar con mosaicos y recubrimientos cuadrangulares, triangulares, hexagonales, etc., y hacer estimaciones de los recubrimientos. No obstante, estas actividades

Ficha técnica

- Actividad: Medición experimental de áreas
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 20 cuadraditos crema de material microporoso de 1 cm² de área

solo resultan útiles si, luego de realizarlas, el alumno puede establecer su relación con las unidades de superficie convencionales y si logra, poco a poco, independizarse de los cuadraditos y estimar, con estrategias de descomposición o división en partes simples y

menores, el valor del área. Esta subdivisión se encuentra en la base de los primeros cálculos de área realizados por Arquímedes de Siracusa y en las ideas fundamentales del cálculo integral.

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 13

Tarea propuesta 13

Sobre la base del geoplano, construye un cuadrado de 3 centímetros de lado.

¿Cuál es el área del cuadrado que has construido?

Respuesta: _____ centímetros cuadrados.

Intención de la tarea

Esta tarea pretende que el alumno realice el cálculo del área del cuadrado, para lo cual puede utilizar los cuadraditos proporcionados. Si decide hacerlo así, deberá formar con las ligas en el geoplano un cuadrado de tres centímetros de lado y, luego, cubrirlo con los cuadraditos entregados. Finalmente, deberá establecer la relación que permitirá afirmar que el número de cuadraditos cremas nos da el área del cuadrado mayor.

Criterios de calificación

Las respuestas que se aceptaron como correctas fueron “9” y “nueve”. Solo se consi-

deró la cantidad, ya que el formato de respuesta incluía la unidad de medición. Es posible que los alumnos hayan contestado bien sin tener clara la idea de que estaban realizando una medición del área en medidas convencionales. Para ellos, la respuesta “nueve” puede significar únicamente ‘nueve cuadraditos’ y no estar relacionada con las unidades convencionales de medida de superficie.

Resultados y comentarios

Solo un 13,6% de alumnos respondió correctamente esta tarea, porcentaje muy similar al de omisiones (12%). El error más frecuente fue construir un cuadrado cuyo lado era igual a tres unidades del geoplano, con lo que la cantidad de cuadraditos cremas proporcionados era insuficiente para cubrir el cuadrado. Otros alumnos dieron la medida del perímetro del cuadrado que habían construido en lugar de su área.

Estudios realizados sobre el proceso de aprendizaje de conceptos geométricos en los niños han señalado que el concepto de perímetro es más fácil de comprender que el concepto de área; los resultados obtenidos en esta evaluación parecen reforzar esta hipótesis.

Ficha técnica

- Actividad: Construcción de cuadrados dada la longitud del lado
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 geoplano cuadrangular de 30 cm x 30 cm
 - 1 caja con ligas de diversos tamaños

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 14

Tarea propuesta 14

Sobre la base del geoplano, construye un rectángulo cuyos lados midan 12 centímetros y 6 centímetros.

Ahora mide la superficie de este rectángulo utilizando como unidad un cuadrado del geoplano de 3 centímetros de lado.

¿Cuántos de estos cuadrados tiene de área el rectángulo que has construido?

Respuesta: _____

¿Y cuál es en centímetros cuadrados el área de este rectángulo?

Respuesta: _____

Intención de la tarea

La intención de esta tarea es introducir una unidad informal de superficie, en este caso, el cuadrado del geoplano. Luego, la tarea solicita la conversión de la medida informal a una medida estándar, lo que requiere una estrategia multiplicativa o nociones de proporcionalidad.

Criterios de calificación

Se aceptaron como respuestas correctas aquellas en las que el alumno escribió el numeral "8" o la palabra "ocho". Esta respuesta podía estar acompañada o no de una notación propia que indicara la medida informal de cuadrados del geoplano. En la segunda parte, se consideró como respuesta correcta si escribió "72" o "72 cm²".

Resultados y comentarios

La primera parte de la tarea fue correctamente contestada por un 57,1% de los alumnos evaluados. El porcentaje disminuye considerablemente a solo 11,4% en el caso de la

conversión a la medida estándar en centímetros cuadrados, ya que un 63% de los evaluados trasladó la medición en cuadrados de geoplano directamente a la medición en centímetros cuadrados; es decir, este porcentaje de alumnos dio como respuesta "8 cm²". Estos resultados revelan que, para estos alumnos, no importa el tamaño del cuadrado que se usa para recubrir una figura; para ellos, el número de cuadrados es el área de la figura.

Ficha técnica

- Actividad: Construcción de rectángulos a partir de sus lados
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 1 geoplano cuadrangular de 30 cm x 30 cm
 - 1 caja con ligas de diversos tamaños
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros

ANÁLISIS DE TAREA PROPUESTA 15

Tarea propuesta 15

Coge una cajita de fósforos y cubitos blancos.

Fíjate que el volumen de un cubito blanco es 1 centímetro cúbico.

- a. ¿Cuál es aproximadamente en centímetros cúbicos, el volumen de esta cajita de fósforos?

Respuesta: _____ centímetros cúbicos.

Utiliza tres cajitas de fósforos y construye un bloque.

- b. Aproximadamente, ¿cuál es en cubitos blancos el volumen del bloque que has construido?

Respuesta: _____ cubitos blancos.

- c. ¿Y aproximadamente cuál es el volumen del mismo bloque en centímetros cúbicos?

Respuesta: _____

Intención de la tarea

Esta tarea está referida a la geometría del espacio y hace uso de un objeto del entorno del alumno. El material concreto proporcionado incluía cubitos de 1 cm de arista. Se pretendía que el alumno utilice estos cubitos, y establezca una relación entre el número de cubitos y el volumen de la caja de fósforos.

Para responder adecuadamente la primera parte, el alumno debe tener noción de volumen. Entonces, formará un modelo de la cajita con los cubitos que se le ha proporcionado, contará estos cubitos y dará respuesta al cálculo del volumen de la cajita.

En la segunda parte, las estrategias pueden ser diversas. Los alumnos no cuentan con suficientes cubitos para armar el bloque, así que deben saber que el volumen es invariable y se mantiene en el espacio. El alumno puede realizar una estrategia de partición y hallar el volumen del bloque como la suma de las partes, es decir, como la suma de tres volúmenes conocidos. Esta medición se realiza de manera informal. En esta parte, no se establece una relación entre el volumen en términos de cubitos y las unidades estándar.

En la última parte de esta tarea, se pregunta por el volumen en cm^3 . La intención es clara: se desea saber si el alumno es capaz de establecer la relación entre la medida en cubitos y la medida en cm^3 .

Ficha técnica

- Actividad: Cálculo experimental del volumen de cuerpos prismáticos
- Grupo evaluado: Alumnos de sexto grado de primaria
- Material utilizado:
 - 3 cajas de fósforos con las siguientes dimensiones: largo: 5,2 cm; ancho: 3,9 cm; alto: 1,2 cm
 - 20 cubitos blancos de material microporoso de 1 cm^3
 - 1 regla de plástico de 30 cm de largo graduada en milímetros

Criterios de calificación

La respuesta correcta para la parte a) fue "15 cm³"; para la parte b), "45 cubitos blancos"; y, para la parte c), "45 cm³". En cada caso, se aceptó un margen de error de 1 cubito ó 1 cm³.

Resultados y comentarios

La primera parte referida a la medición en centímetros cúbicos hecha con ayuda de los

cubitos blancos fue resuelta correctamente por un 35,3% de los alumnos evaluados; la segunda parte, por un 30,4%; y la última parte, solo por un 23,9%.

Esta tarea fue la que tuvo el mayor porcentaje de omisiones: en un caso, llegó al 20% de respuestas en blanco. Este puede ser un problema de cobertura, ya que, en la mayoría de programas, la geometría del espacio se trabaja posteriormente a los conceptos de geometría plana, pese a que los niños se desenvuelven en un mundo tridimensional.

7. RESULTADOS DE LOS ALUMNOS EN LA PRUEBA ESCRITA DE MATEMÁTICA

Como se señaló anteriormente, los alumnos que rindieron la prueba de desempeño con material concreto fueron seleccionados entre aquellos que habían rendido la prueba escrita de matemática. Esta prueba consideró aspectos referidos a la medición, motivo por el cual conviene hacer un breve comentario acerca del desempeño de los alumnos en estas tareas.

En el caso de cuarto grado, se incluyeron tareas sobre el manejo de información acerca de las unidades más representativas de las magnitudes fundamentales del SLUMP (Sistema Legal de Unidades de Medida del Perú) y sobre el reconocimiento de las relaciones de equivalencia entre las unidades más usuales en situaciones cotidianas.

Estas preguntas no incorporaron capacidades referidas a problemas cuya solución demande la aplicación de la noción de medida o el planteamiento de estrategias de solución ligadas a una secuencia de operaciones, ni el uso de instrumentos de medición.

En el caso de sexto grado, se propusieron situaciones problemáticas enmarcadas en un contexto realista. Los contenidos involucrados estuvieron relacionados con las unidades de longitud, masa, tiempo y volumen, las equivalencias más usuales y la noción de perímetro. Las tareas incluyeron la estimación de la longitud de diversas figuras y la resolución de problemas que involucraban la noción de perímetro y de las magnitudes men-

cionadas; así mismo, era necesario que los estudiantes fueran capaces de realizar conversiones entre unidades de medida.

El cuadro muestra la distribución de los alumnos que rindieron las pruebas de material concreto según los niveles de desempeño definidos para la EN 2001 en la prueba escrita.

NIVEL DE DESEMPEÑO	CUARTO GRADO	SEXTO GRADO
Debajo del básico	29 %	53,9 %
Básico	16,2 %	41,9 %
Suficiente	54,8 %	4,2 %

Como se puede observar, el porcentaje que llegó al nivel suficiente en el caso de cuarto grado fue de 54,8%, porcentaje similar al de aciertos en varias tareas de la prueba de material concreto; sin embargo, cabe anotar que las preguntas consideradas en la prueba de matemática EN 2001 para medición fueron sumamente sencillas.

En el caso del conocimiento de la medición, las preguntas consideradas en la prueba escrita fueron sumamente elementales. Se limitaron principalmente a explorar el grado de incorporación de la información que se asumía previamente enseñada. Además, no se incluyeron preguntas referidas a proble-

mas que involucraran la noción de medida, cálculos aritméticos o el uso de instrumentos de medición. El hecho de que no se hayan incluido preguntas con estas exigencias se debió a que, en la prueba piloto de la EN 2001 (junio de 2000), la mayoría de alumnos evidenció muchas dificultades para resolver este tipo de problemas.

Es así que el denominado nivel suficiente definido para la prueba escrita¹³ no debe ser considerado como un nivel de logro importante en relación con lo que los alumnos deberían haber logrado en el grado que cursaban.

Como dato adicional se puede indicar que, en la encuesta sobre oportunidades de aprendi-

zaje aplicada a los docentes de cuarto grado de primaria en el marco de la EN 2001¹⁴, en la cual se le consulta al docente sobre el currículo desarrollado, solo un 25% de los encuestados afirma haber desarrollado completamente la competencia referida a medición durante el ciclo. Además, en cuanto al grado de profundidad con que la desarrollaron, la mayoría confiesa haberla trabajado solo de manera introductoria.

En el caso de sexto grado, se observa que el porcentaje de aciertos, en la mayoría de las tareas propuestas en la prueba de material concreto, es sensiblemente mayor que el porcentaje que se ubica en el nivel suficiente obtenido en la prueba escrita.

13. Véase la descripción de este nivel en Montané, A., ed. (2003a).

14. Véase: Zambrano, G. (2003).

8. REFLEXIONES FINALES

8.1. COMENTARIOS GENERALES SOBRE EL DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES

En las conclusiones de la EN 2001 respecto de los resultados de las pruebas de lápiz y papel aplicadas a alumnos de primaria, se señala que los docentes no trabajan la geometría ni la estadística con el énfasis con el que trabajan los algoritmos de operaciones básicas o el sistema de numeración decimal. Esta situación se ve reflejada en los bajos niveles alcanzados por los alumnos en las preguntas referidas a geometría y organización de la información, lo que puede indicar un problema de cobertura curricular. La matemática en primaria no puede reducirse al trabajo aritmético ni únicamente al cálculo operatorio. De hecho, la información estadística y los problemas reales referidos a la administración y organización del espacio están muy presentes en la vida cotidiana del niño, por lo que resulta importante preocuparse por introducir, en las clases, los temas de geometría, azar y estadística.

Por otro lado, como se ha apreciado en los resultados de la prueba con material concreto comentada en este documento, el bajo porcentaje de omisiones en las tareas propuestas permite inferir que, cuando los niños tienen materiales concretos para resolver un problema, se ven motivados para intentar resolverlo: se involucran en él, elaboran sus pro-

prios métodos de solución y dan respuestas a dicho problema. La matemática puede resultar interesante para los niños si se introducen en las clases actividades de investigación en las que se utilicen materiales concretos. Estos ayudan mucho a la motivación e interés del grupo; del mismo modo, sirven como mediadores entre los conceptos abstractos y los conceptos intuitivos previos. Por tanto, es conveniente ir incluyendo en las clases, de manera sistemática, el uso de estos materiales no solo en el caso de la medición, sino en otros temas como la numeración, el cálculo geométrico, el azar, etc. La experimentación con este tipo de materiales proporcionará espacios para construir con el grupo de alumnos aprendizajes valiosos y significativos, que serán más duraderos que aquellos obtenidos únicamente por medios auditivos o visuales.

Como era de esperar, las actividades referidas al cálculo de áreas y volúmenes fueron las más difíciles para los alumnos, seguidas por aquellas en las que debían estimar. En cuanto a la medición directa de longitudes, la frecuencia de aciertos indica que es una actividad relativamente fácil de realizar por los evaluados.

La confusión entre los conceptos de área y perímetro fue evidente; por ello, se requiere realizar mayor cantidad de actividades vivenciales para lograr distinguir entre estas dos cualidades (área y perímetro). El trabajo, en

este caso, deberá ser experimental y no deberá estar enfocado únicamente en el uso de fórmulas, pues estas pueden ser utilizadas sin tener claros los conceptos mencionados.

En el caso de sexto grado de primaria, una de las tareas más difíciles de la prueba fue la referida al cálculo de volúmenes. Al parecer, los temas de geometría del espacio no se trabajan mucho en las escuelas, pues solo en la tarea referida al cálculo de volúmenes se nota un porcentaje significativo de omisiones.

Por otro lado, los resultados de las pruebas escritas para cuarto y sexto grados de primaria indican que las conversiones resultan también difíciles para los estudiantes. Cabe señalar que, en las conversiones solicitadas en esta prueba de material concreto, el niño no contaba con algún soporte concreto para realizar la conversión, por lo que solo recurría a su conocimiento.

Por último, las mediciones de la longitud realizadas en un solo paso (cuando la longitud del objeto es menor o igual a la del instrumento) son más fáciles de realizar que aquellas que requieren un número mayor de pasos.

En los informes pedagógicos publicados por la UMC¹⁵, en los cuales se presentan los resultados de la Evaluación Nacional 2001, correspondientes a cuarto y sexto grados de primaria, se indica que, en el caso de cuarto grado, el porcentaje de evaluados que llega-

ba al nivel suficiente en la competencia referida al conocimiento de la medición fue de 45,5%, un porcentaje análogo al de los aciertos encontrados en las pruebas de material concreto en lo que respecta a las mediciones directas de longitud.

En el caso de sexto grado, solo un 4,68% se ubica en el nivel suficiente en la competencia referida a medición, porcentaje muy bajo comparado con los resultados de las tareas de la prueba de material concreto.

Al realizar comparaciones entre aquellos estudiantes que rindieron ambas pruebas (es decir, con lápiz y papel, y con material concreto), se puede señalar que, en el caso de cuarto grado de primaria, el porcentaje de alumnos evaluados que llega al nivel suficiente (54,74%) es mayor que el porcentaje de aciertos en la prueba de material concreto. Sin embargo, se debe destacar que las actividades de conocimiento de la medición propuestas en la prueba escrita fueron sumamente sencillas. En el caso de sexto grado, el porcentaje de alumnos que se ubica en el nivel suficiente en las pruebas con lápiz y papel fue de 4,68%. Este porcentaje es considerablemente menor que el porcentaje de aciertos alcanzado por estos mismos alumnos en la prueba de material concreto.

Finalmente, se presentan, en la siguiente sección, algunas conclusiones específicas del análisis de los resultados de las pruebas de material concreto.

15. Véanse: Montané, A., ed. (2003a); y Montané, A., ed. (2003b).

9. CONCLUSIONES

Las conclusiones que se presentan se refieren solo al grupo de alumnos evaluados y, de ningún modo, pueden ser extrapoladas a un nivel nacional; sin embargo, se puede dar luces acerca del comportamiento de un grupo de alumnos al enfrentarse con tareas matemáticas en las cuales no requieren únicamente lápiz y papel.

- El bajo porcentaje de preguntas omitidas por los estudiantes permite inferir que, cuando los alumnos tienen materiales concretos para resolver una tarea o un problema, se involucran en ellos e intentan darles solución. Este hecho se puede confirmar mediante la comparación entre las pruebas con lápiz y papel, y las de material concreto.
- El formato usado para registrar las respuestas y la tradición que existe sobre pruebas escritas parecen ser la causa de un patrón de comportamiento de los alumnos en lo referente a usar información anterior para resolver nuevas tareas. En algunos casos, una tarea podía ser resuelta usando las respuestas anteriores. Sin embargo, la mayoría de los examinados no regresaba a revisar los problemas ya resueltos.
- Aunque de forma leve, los casos de olvido de contenidos se incrementan de un grado inferior a uno superior. Esta situación se observa en algunas tareas, pues el porcentaje de aciertos alcanzado en cuarto grado de primaria era mayor que el porcentaje correspondiente en sexto. Para esta comparación, se han considerado preguntas con el mismo contenido e intención.
- Respecto de sexto grado, entre las tareas más difíciles de la prueba, se encuentran las referidas al cálculo de volúmenes. Al parecer, en las escuelas, no se trabajan mucho los temas de geometría del espacio, ya que en estas tareas se nota un porcentaje significativo de omisiones.
- De la misma manera, las conversiones resultan difíciles para los estudiantes. Esta dificultad se observa en los resultados de las pruebas escritas para cuarto y sexto grado. Cabe recalcar que, en las conversiones solicitadas en la prueba de material concreto, el alumno no contaba con un soporte concreto para realizar la conversión, por lo que solo recurría a su conocimiento.
- Las mediciones de la longitud realizadas en una sola etapa de medición (es decir, cuando la longitud del objeto es menor o igual a la longitud del instrumento) son más fáciles de realizar que aquellas que requieren un número mayor de etapas.
- Los errores más frecuentes en el uso de la regla fueron medir desde el inicio del instrumento –la regla– y medir a partir de la graduación 1 cm. Esta última ten-

dencia está relacionada con el proceso de contar: siempre contamos a partir de 1. También se observó un porcentaje significativo de alumnos que colocó únicamente el numeral, lo que indica que, para este grupo, el proceso de medición es análogo al proceso de conteo y no una comparación con algún tipo de medida estándar.

- La terminología matemática convencional es otro obstáculo para lograr el éxito en la solución de las tareas. En muchos casos, términos como perímetro, área o volumen no son comprendidos por los estudiantes.
- En cuanto a la dificultad de las tareas, se puede afirmar que las referidas al cálculo de longitudes son más simples que las referidas a áreas y estas, a su vez, son más simples que las referidas a volúmenes.
- Por último, en sexto grado, existe un porcentaje significativo de alumnos que tiene la noción del área, pero que no ha construido aún el concepto ni lo ha afianzado como para poder usarlo deliberadamente en diversos contextos.

BIBLIOGRAFÍA

LIBROS E INVESTIGACIONES

- Ayala, C. y otros (1997): *Manual del programa de estrategias de resolución de problemas y refuerzo de las operaciones básicas*. CEPE, Madrid.
- Bishop, A. (1988): *Enculturación matemática*. Paidós, Barcelona.
- Casasus, Y. (1995): *Recursos en el área de matemática*. Síntesis, Barcelona.
- Churchill, E. (1965): *Contando y midiendo*. UTEHA, México.
- Cockcroft, W. (1985): *Informe de la comisión sobre enseñanza de las matemáticas en las escuelas*. MEC, Madrid.
- Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas (1964): *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Aguilar, Madrid.
- Cueto, S. y otros (2003): *Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemáticas*. GRADE, Lima.
- Delgado, R.; Hernández, H. (1999): *Cuestiones de didáctica de la matemática*. Homo Sapiens, Buenos Aires.
- Devlin, K. (2002): *El lenguaje de las matemáticas*. Robin Book, Barcelona.
- Newman, J. (1998): *Sigma: el mundo de las matemáticas*. Vol. 1. Grijalbo, Barcelona.
- Olmo, M.; Moreno, M.; Gil, F. (1993): *Superficie y volumen*. Síntesis, Madrid.
- Polya, G. (1979): *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, México.
- Ross, F. (1974): *The Metric System*. S.G. Philips, New York.
- Steen, L. (1998): *La enseñanza agradable de las matemáticas*. Limusa, México.
- Tapia, L.; Cofré, A. (1995): *Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático*. Universitaria, Santiago (Chile).
- Willerding, M. (1969): *Conceptos matemáticos: un enfoque histórico*. CECSA, Barcelona.

BOLETINES Y REVISTAS

- Arellano, T., ed. (2000): *Compartiendo experiencias: testimonio de docentes del Proyecto de Materiales Educativos*. CAB/GTZ, Lima.
- Ministerio de Educación del Perú. Unidad de Medición de la Calidad Educativa (2000): *CRECER*. Lima, N° 1, abril de 2000.
- Montané, A., ed. (2003a): *Cómo rinden los estudiantes peruanos en Comunicación y Matemática: resultados de la Evaluación Nacional 2001. Cuarto grado de primaria. Informe pedagógico*. Ministerio de Educación del Perú. Unidad de Medición de la Calidad Educativa, Lima.
- Montané, A., ed. (2003b): *Cómo rinden los estudiantes peruanos en Comunicación y Matemática: resultados de la Evaluación Nacional 2001. Sexto grado de primaria. Informe pedagógico*. Ministerio de Educación del Perú. Unidad de Medición de la Calidad Educativa, Lima.
- Zambrano, G. (2003): Las oportunidades de aprendizaje en lógico-matemática: un estudio para cuarto grado de primaria. En: *Boletín UMC N° 22*, Unidad de Medición de la Calidad Educativa, Ministerio de Educación, Lima.

ANEXO 1

RESUMEN DE LAS TAREAS DE LA PRUEBA DE MATERIAL CONCRETO DE CUARTO GRADO DE PRIMARIA¹⁶

Con una regla mide el largo de las tiras marrón, amarilla, negra y azul.

La tira marrón mide: _____ (48,6%)

La tira amarilla mide: _____ (50,3%)

La tira negra mide: _____ (50,3%)

La tira azul mide: _____ (51,4%)

Ahora escribe los colores de las dos tiras de menor longitud.

_____ (63,8 %)

Coge una cajita de fósforos.

¿Cuántos centímetros crees que mide el largo de esta cajita?

Respuesta: _____ (66%)

Forma un tren con una tira amarilla y una tira ploma.

¿Cuántos centímetros crees que mide el largo de este tren?

Respuesta: _____ (10,8%)

Ahora usa tu regla para medir el largo de este tren.

¿Cuánto mide?

Respuesta: _____ (37%)

16. El porcentaje entre paréntesis indica el porcentaje de respuestas correctas a la pregunta respectiva.

Forma un tren que tenga 24 centímetros de largo utilizando tiras de diferentes colores. No puedes repetir ningún color.

¿Cuántas tiras y de qué color son las tiras que utilizaste?

Respuesta: _____ (72,4%)

Forma un tren que tenga 30 centímetros de largo utilizando tiras de dos colores diferentes.

¿Cuántas y de qué color son las tiras que utilizaste?

Respuesta: _____ (78,4%)

Construye el **tren más largo que se puede formar** con tres tiras de colores diferentes.

¿Cuánto mide en centímetros el largo de este tren?

Respuesta: _____ (36%)

Coge una tira amarilla y halla su perímetro.

¿Cuál es en centímetros el perímetro de esta tira?

Respuesta: _____ (18,3%)

Ahora forma un cuadrado de tres tiras de color verde claro.

¿Cuál es su perímetro?

Respuesta: _____ (22,7%)

ANEXO 1

RESUMEN DE LAS TAREAS DE LA PRUEBA DE MATERIAL CONCRETO DE SEXTO GRADO DE PRIMARIA¹⁷

Fíjate en los objetos que se indica en cada pregunta y responde:
¿Cuánto crees que mide el largo de una tira marrón?

Respuesta: _____ (35,9%)

¿Cuánto crees que mide un lado de la base del geoplano?

Respuesta: _____ (37,5%)

Ahora con tu regla mide lo que se indica en cada caso y escribe su medida.

El largo de una tira marrón mide: _____ (58,7%)

El lado de la base del geoplano mide: _____ (53,3%)

Forma un tren que tenga 24 centímetros de largo utilizando tiras de diferentes colores.
No puedes repetir ningún color.

¿Cuántas y de qué color son las tiras que utilizaste?

Respuesta: _____ (83,3%)

Forma un tren que tenga 30 centímetros de largo utilizando tiras de dos colores diferentes.

¿Cuánto mide en centímetros el largo de este tren?

Respuesta: _____ (79,2%)

Construye el **tren más largo que se puede formar** con tres tiras de colores diferentes.

¿Cuánto mide en centímetros el largo de este tren?

Respuesta: _____ (19%)

17. El porcentaje entre paréntesis indica el porcentaje de respuestas correctas a la pregunta respectiva.

Coge una tira amarilla y halla su perímetro.
¿Cuál es en centímetros el perímetro de esta tira?

Respuesta: _____ (21,7%)

Construye un tren con dos tiras anaranjadas y una rosada.

¿Cuál es en centímetros el perímetro de este tren?

Respuesta: _____ (15,2%)

¿Y cuál es este perímetro en metros?

Respuesta: _____ (17,4%)

En el geoplano, con ligas, representa un rectángulo, de modo que uno de sus lados mida 12 centímetros.

Escribe en centímetros la medida de cada uno de los otros tres lados de este rectángulo.

Respuesta: _____ centímetros; _____ centímetros;
_____ centímetros. (63,6%)

¿Cuál es el perímetro del rectángulo que has representado en el geoplano?

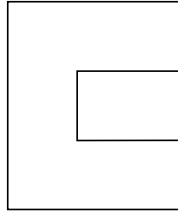
Respuesta: _____ centímetros. (23,9%)

¿Y cuál es este perímetro en metros?

Respuesta: _____ metros. (4,9%)

Fíjate que el cuadradito crema tiene 1 centímetro cuadrado de área.

Mide la superficie de la figura siguiente utilizando como unidad el cuadradito crema.



Respuesta: El área de la figura es _____ cuadraditos cremas. (79,3%)

¿Y cuál es el área de la figura en centímetros cuadrados?

Respuesta: El área de la figura es _____ centímetros cuadrados. (53,3%)

Sobre la base del geoplano, construye un cuadrado de 3 centímetros de lado.

¿Cuál es el área del cuadrado que has construido?

Respuesta: _____ centímetros cuadrados. (13,6%)

Sobre la base del geoplano, construye un rectángulo cuyos lados midan 12 centímetros y 6 centímetros.

Ahora mide la superficie de este rectángulo utilizando como unidad un cuadrado del geoplano de 3 centímetros de lado.

¿Cuántos de estos cuadrados tiene de área el rectángulo que has construido?

Respuesta: _____ (57,1%)

¿Y cuál es en centímetros cuadrados el área de este rectángulo?

Respuesta: _____ (11,4%)

Coge una cajita de fósforos y cubitos blancos.

Fíjate que el volumen de un cubito blanco es 1 centímetro cúbico.
¿Cuál es aproximadamente en centímetros cúbicos el volumen de esta cajita de fósforos?

Respuesta: _____ centímetros cúbicos. (35,3%)

Utiliza tres cajitas de fósforos y construye un bloque.
Aproximadamente, ¿cuál es en cubitos blancos el volumen del bloque que has construido?

Respuesta: _____ cubitos blancos. (30,4%)

¿Y aproximadamente cuál es el volumen del mismo bloque en centímetros cúbicos?

Respuesta: _____ (23,9%)

ANEXO 3

MÓDULO DE MATERIALES DISTRIBUIDOS POR EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN A LOS CENTROS EDUCATIVOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

MATERIAL DIDÁCTICO DE 3º Y 4º GRADOS

ÍTEM	MATERIAL	DESCRIPCIÓN
1	CASCABEL	<ul style="list-style-type: none">• 1 cascabel con 8 sonajeros• 1 instructivo
2	SALTERIO	<ul style="list-style-type: none">• 1 salterio de madera con cuatro platillos metálicos• 1 instructivo
3	TAMBORÍN	<ul style="list-style-type: none">• 1 tamborín de madera y badana de 25 cm de diámetro• 2 palillos• 1 instructivo
4	LUPAS	<ul style="list-style-type: none">• 4 lupas de 4x• 1 instructivo
5	IMANES	<ul style="list-style-type: none">• 1 imán en forma de herradura de 75 mm• 4 imanes en forma de barra de 68 mm
6	BRÚJULA	<ul style="list-style-type: none">• 1 brújula• 1 instructivo
7	BALANZA	<ul style="list-style-type: none">• 1 balanza con dos platillos y dos recipientes para líquidos• Pesas de plástico y de metal• 1 instructivo
8	MEDIDAS DE CAPACIDAD	<ul style="list-style-type: none">• 3 envases de plástico transparente con medidas de 1 litro, ½ litro y ¼ litro• 1 instructivo
9	TUBOS DE ENSAYO	<ul style="list-style-type: none">• 6 tubos de ensayo de plástico
10	PORTA TUBOS DE ENSAYO	<ul style="list-style-type: none">• 1 porta tubos de metal plastificado con capacidad para 48 tubos
11	RELOJ	<ul style="list-style-type: none">• 1 reloj de cuarzo de 20 cm de diámetro con funcionamiento a pila• 1 instructivo
12	JUEGOS DE POLIEDROS DESARMABLES	<ul style="list-style-type: none">• 15 triángulos amarillos, 15 triángulos azules, 15 triángulos verdes, 15 triángulos rojos• 7 cuadrados amarillos, 7 cuadrados azules, 7 cuadrados verdes, 7 cuadrados rojos• 3 pentágonos amarillos, 3 pentágonos azules, 3 pentágonos verdes, 3 pentágonos rojos• 1 instructivo
13	JUEGO DE CUBOS	<ul style="list-style-type: none">• 100 cubos de plástico• 5 tarjetas plastificadas con muestras de figuras armadas con los cubos• 1 instructivo

MATERIAL DIDÁCTICO DE 5º Y 6º GRADOS

QUINTO GRADO		SEXTO GRADO	
Área	Descripción	Área	Descripción
Comunicación Integral	<ul style="list-style-type: none"> • Un par de maracas • Cajón • Juego de razonamiento lógico-verbal • Tablero ruleta-magnético del lenguaje 	Comunicación Integral	<ul style="list-style-type: none"> • Huiro • Cajón • Juego de razonamiento lógico-verbal • Tablero ruleta-magnético del lenguaje
Lógico Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • 10 calculadoras • Trimino para cuatro operaciones • Juego de mosaico trapezoidal y tangramas 	Lógico Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • 10 calculadoras • Cronómetros • Juego de pentabloques y pentominos • Juego de 4 envases para volumen
Ciencia y Ambiente	<ul style="list-style-type: none"> • Trípode • Mechero • Juego de 12 tubos de ensayo • Pinzas • Gradillas para tubos de ensayo • Juego de 12 tapones • Dinamómetro • Estación de experimentos del agua y del aire 	Ciencia y Ambiente	<ul style="list-style-type: none"> • Trípode • Mechero • Juego de 12 tubos de ensayo • Pinzas • Gradillas para tubos de ensayo • Juego de 12 tapones • Dinamómetro • Estación de experimentos del agua y del aire
Personal Social	<ul style="list-style-type: none"> • Planisferio 	Personal Social	<ul style="list-style-type: none"> • Planisferio

