

¿Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en Matemática?

Estimado(a) docente:

Este informe contiene los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE 2012) en Matemática y tiene como objetivo brindar información sobre el rendimiento de nuestros estudiantes. Así podremos conocer sus logros y dificultades para atender mejor sus necesidades de aprendizaje. Además, brindamos algunas recomendaciones y estrategias para mejorar los aprendizajes en Matemática que se complementan con los fascículos de las Rutas de Aprendizaje.



CONTENIDO

	Pág.		Pág.
1. La prueba de Matemática	2	5. Creencias de los docentes, dificultades de los estudiantes y recomendaciones pedagógicas	12
1.1. ¿Qué entendemos por Matemática?.....	2	A. Creencias respecto de la construcción de la decena.....	13
1.2. ¿Cuál es el objetivo de la ECE en Matemática?.....	4	B. Creencias respecto de la comprensión del número y de la inclusión jerárquica.....	18
1.3. ¿Qué evaluó la prueba de Matemática de la ECE 2012?.....	4	C. Creencias respecto de las equivalencias no convencionales en el sistema de numeración decimal	22
2. ¿Cómo se presentan los resultados de la ECE 2012?	5	D. Creencias respecto de los significados aditivos	26
3. ¿Cuáles son los resultados de los estudiantes de su IE en la ECE 2012? ... 6		6. Actividades sugeridas para trabajar en el aula	31
3.1. ¿Qué les faltó a mis estudiantes para alcanzar el Nivel Satisfactorio en la ECE 2012?.....	8	Actividad 1: Paquetes de choclos	31
3.2. Cantidad de estudiantes ubicados por nivel de logro y por sección.....	9	Actividad 2: Muchas cosas detrás de los canjes.....	36
4. ¿Cuáles son los resultados de los estudiantes en su UGEL, DRE y país en la ECE 2012?	10	Anexo	39

1. La prueba de Matemática

Para saber qué evalúa la prueba es importante comprender qué entendemos por Matemática.

1.1. ¿Qué entendemos por Matemática?

Para empezar, veamos lo que sucede en un puerto de nuestra Amazonía.



Ahora analicemos:

> ¿Qué actividades observamos?

> ¿Alguna de estas actividades necesita del saber matemático? ¿Por qué?

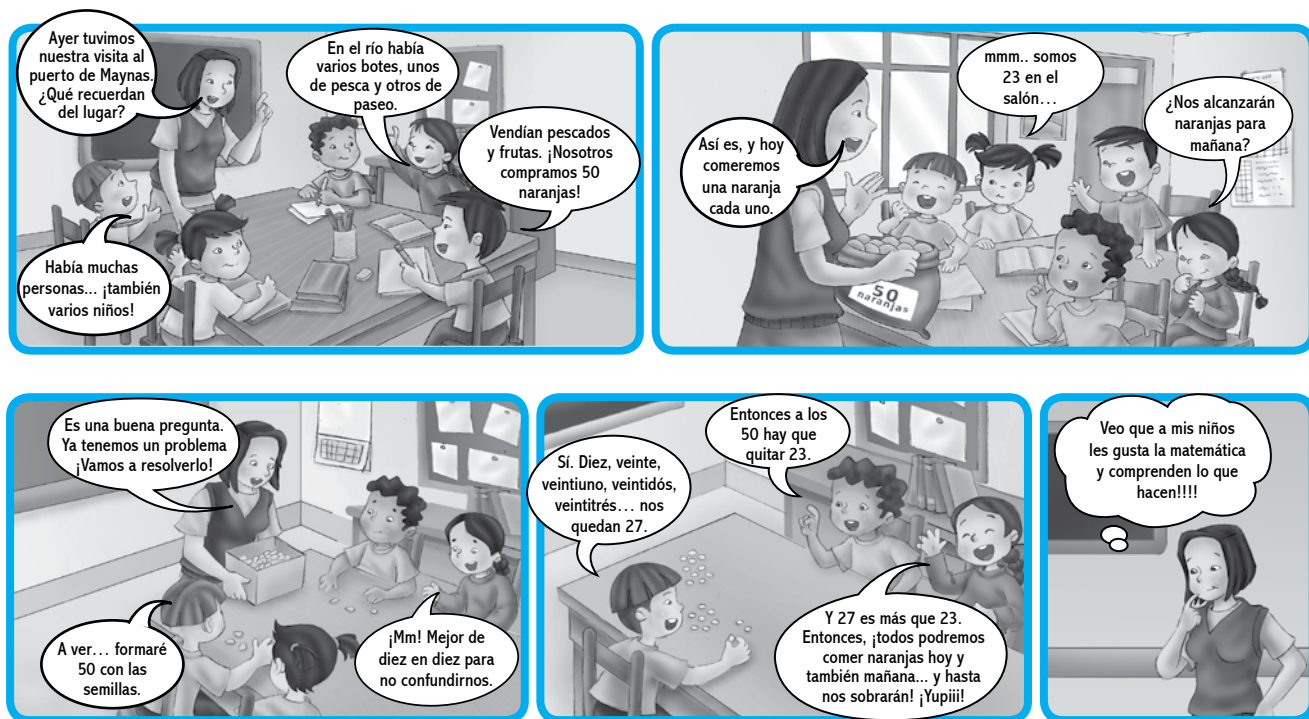
> Una persona que no ha desarrollado convenientemente sus capacidades en la resolución de problemas, ¿tendrá dificultades para afrontar con éxito las actividades mostradas?

Como vemos, la Matemática está presente en las actividades cotidianas de las personas. Todos, de alguna manera hemos desarrollado nuestras capacidades matemáticas en mayor o menor grado. Esto influye en la forma como interactuamos con el medio y damos respuesta a los desafíos que diariamente vivimos. En ese sentido, la Matemática constituye un método de pensamiento orientado a resolver problemas de la vida cotidiana al desarrollar capacidades y posibilitar diversas estrategias de resolución. Todos estamos en la posibilidad de construirla, comprenderla y desarrollarla.

Por lo tanto, la Matemática que deben aprender nuestros niños¹ en la escuela debe permitirles afrontar y resolver problemas de la vida cotidiana, realizar juicios críticos, argumentar adecuadamente y comunicar de manera eficiente. De esta manera se optimizará su actuación en el medio y les posibilitará mejores oportunidades de desarrollo personal. Esto ocurre, por ejemplo, cuando medimos la longitud de los troncos, cuando clasificamos las frutas para venderlas, cuando estimamos el peso de algunos productos, cuando interpretamos un recibo de consumo de energía eléctrica, cuando jugamos con los dados, cuando practicamos algún deporte, cuando se construyen los andenes para la agricultura o cuando usamos algún programa informático.

Es así que el saber matemático está en permanente construcción, ya que ha surgido y sigue desarrollándose a partir de la necesidad del hombre por resolver situaciones problemáticas.

Veamos cómo la profesora Carmen aprovecha una situación problemática surgida de la experiencia de los niños para generar situaciones de aprendizaje que les permitan desarrollar su capacidad de resolución de problemas, tomar decisiones fundamentadas y construir nociones matemáticas.



Analicemos la situación presentada:

- > ¿Qué problema del entorno de los niños constituye el insumo para la clase de la profesora Carmen?
- > ¿Cuál es el propósito de la clase de la profesora Carmen?
- > ¿Por qué los niños se muestran interesados en aprender Matemática?

Reflexiono a partir de mi experiencia:

- > ¿Por qué es importante que mis niños aprendan Matemática?
- > ¿Qué necesitan aprender mis niños en Matemática?
- > ¿Debo enseñar a mis niños a resolver problemas? ¿Por qué?

¹ En el presente documento usamos la palabra "niños" para hacer referencia tanto a niños como a niñas.


1.2. ¿Cuál es el objetivo de la ECE en Matemática?

El objetivo principal de la ECE en Matemática es brindar información acerca de los logros de aprendizaje de nuestros niños, vinculados a su capacidad de resolución de problemas en el ámbito de los números y las operaciones, para tomar decisiones que permitan asegurar aprendizajes de acuerdo a lo esperado para el grado.

¿Son convenientes las comparaciones a partir de los resultados de la ECE?

No, cuando estas pretendan sancionar a los niños, docentes o escuelas por bajo rendimiento o premiar por buenos resultados, postergando a unos y estimulando aisladamente a otros. La evaluación sancionadora es anti-educativa.

Sí, cuando se orienta a ver la evolución año tras año de nuestra institución educativa y cuando está orientada a valorar avances e identificar errores para corregirlos. Una adecuada evaluación siempre debe sustentarse en el reconocimiento de las posibilidades de desarrollo inherentes a todo niño. La tarea del docente es determinar la manera eficaz de fomentar este reconocimiento.



No se aconseja hacer comparaciones entre resultados de distintas instituciones educativas, sobre todo si pertenecen a estratos socioeconómicos distintos, a diferentes áreas (rural o urbana), si tienen distinto tamaño de población escolar y si no tienen proximidad geográfica ni cultural.

Por tanto, este informe de resultados será valioso si se aprovecha fundamentalmente para lo siguiente:


- Analizar, diseñar y ejecutar un plan de mejora de los logros obtenidos por los niños evaluados, en el marco de su avance en la educación primaria.
- Determinar los aspectos esenciales que posibiliten una mejor actuación docente en el segundo e, incluso, en el primer y tercer grado de su institución educativa.

Esto tendrá mayor sentido si se realiza en el marco del Plan de Mejora de los Aprendizajes y del desarrollo del Proyecto Educativo Institucional.

1.3. ¿Qué evaluó la prueba de Matemática de la ECE 2012?

Se evaluaron capacidades asociadas al sentido numérico² (ver Anexo). En la ECE, el sentido numérico se entiende como la comprensión que tiene una persona de los números y la habilidad para dar significado a situaciones que involucran números y cantidades. Una persona que ha desarrollado su sentido numérico podrá realizar juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles para resolver diversos problemas, así como estimaciones y cálculos de manera reflexiva.

La ECE no evalúa todos los aprendizajes previstos para segundo grado, el trabajo en el aula debe garantizar el logro de los aprendizajes propuestos en el DCN.



La prueba de Matemática de la ECE 2012 se elaboró de acuerdo al Diseño Curricular Nacional (DCN) vigente, al Mapa de Progreso de Números y Operaciones³ y a otros documentos oficiales que emite el Ministerio de Educación. Tomó en cuenta las competencias, capacidades y estándares previstos para el final del tercer ciclo en el organizador o dominio de Número y Operaciones.

² Para mayor información puede revisar el Marco de Trabajo de la ECE 2010. Disponible en: http://www2.minedu.gob.pe/umc/ece/Marco_de_Trabajo_ECE.pdf

³ Para mayor información puede revisar el Mapa de Números y Operaciones, disponible en: <http://www.ipeba.gob.pe/estandares/MAPADENUMEROSYOPERACIONESagosto2012.pdf>

2. ¿Cómo se presentan los resultados de la ECE 2012?

En la ECE, los resultados de los niños en la prueba de Matemática se presentan a través de niveles de logro.

Los niveles de logro en Matemática

A partir de sus respuestas en la prueba, los niños se ubicaron en alguno de estos niveles: Nivel 2, Nivel 1 o Debajo del Nivel 1. Veamos qué significa cada nivel.



Nivel 2: Satisfactorio

LOGRÓ LOS APRENDIZAJES ESPERADOS

Resuelve situaciones matemáticas según lo esperado para el grado.



Al finalizar el año, todos nuestros estudiantes deberían ubicarse en el Nivel 2.

Nivel 1: En Proceso

NO LOGRÓ LOS APRENDIZAJES ESPERADOS

Resuelve solo situaciones matemáticas sencillas.



Estos estudiantes aún no logran los aprendizajes esperados para el grado.

Debajo del Nivel 1: En Inicio

NO LOGRÓ LOS APRENDIZAJES ESPERADOS

Tiene dificultades incluso para resolver situaciones matemáticas sencillas.

3. ¿Cuáles son los resultados de los estudiantes de su IE en la ECE 2012?

En esta sección se presentan los resultados de los estudiantes de su escuela en la prueba de Matemática de la ECE 2012. Lea y analice con atención esta información.

	CANTIDAD	PORCENTAJE*
Nivel 2: Satisfactorio		
Nivel 1: En Proceso		
Debajo del Nivel 1: En Inicio		
TOTAL		

*Las escuelas con menos de 10 estudiantes no tienen resultados porcentuales.

NIVEL 2: SATISFACTORIO

LOGRÓ LOS APRENDIZAJES ESPERADOS



Estos estudiantes pueden resolver situaciones matemáticas variadas, según lo esperado para el grado. Veamos algunos ejemplos de lo que puede hacer un estudiante de este nivel:

> Resuelve problemas para los cuales el procedimiento de solución no es evidente y debe establecer relaciones, seleccionar datos útiles o integrar algunos datos.

> Resuelve problemas vinculados a nociones de doble, triple y mitad usando estrategias aditivas.

> Reconoce que un número puede componerse y descomponerse a partir de grupos de 10 unidades.

> Identifica equivalencias no convencionales de los números.

Lee la lista de precios y responde: ¿Cuánto se pagará por comprar dos lapiceros, un borrador y un cuaderno?

LISTA DE PRECIOS	
TAJADOR.....	S/. 1
BORRADOR.....	S/. 2
LAPICERO.....	S/. 3
CUADERNO.....	S/. 5

Zulema tiene 21 tarjetas. Observa:



¿Cuántos grupos de 10 tarjetas puede formar Zulema con las tarjetas que tiene?

NIVEL 1: EN PROCESO

NO LOGRÓ LOS APRENDIZAJES ESPERADOS



Estos estudiantes pueden resolver solo situaciones matemáticas sencillas. Ahora, veamos algunos ejemplos de lo que puede hacer un estudiante de este nivel:

- > Resuelve situaciones aditivas vinculadas a acciones de juntar, agregar, quitar.

Humberto tenía 19 mandarinas. Luego regaló 6 mandarinas.
¿Cuántas mandarinas le quedaron a Humberto?

- > Reconoce patrones y completan términos en secuencias numéricas.

- > Realiza operaciones de adición y sustracción.

Resuelve:

$$\begin{array}{r} 58 + \\ \underline{23} \end{array}$$

- > Compara números de hasta dos cifras.

DEBAJO DEL NIVEL 1: EN INICIO

NO LOGRÓ LOS APRENDIZAJES ESPERADOS



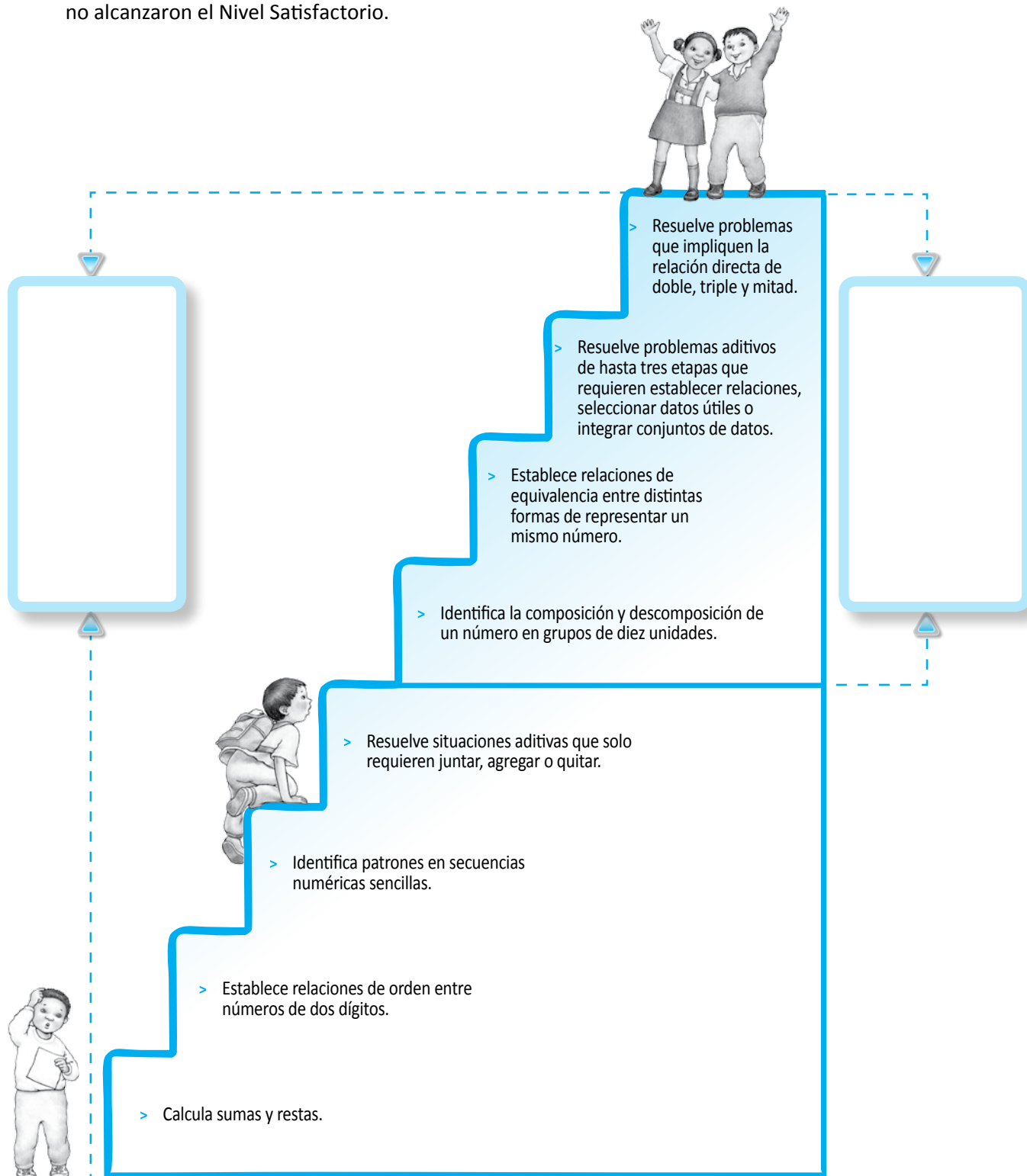
Los estudiantes ubicados en este nivel tienen dificultades para responder las preguntas más fáciles de la prueba. Incluso podrían estar resolviéndolas al azar. Un estudiante de este nivel establece relaciones numéricas sencillas en situaciones desprovistas de contexto.

Marca el número que está entre 5 y 7:



3.1. ¿Qué les faltó a mis estudiantes para alcanzar el Nivel Satisfactorio en la ECE 2012?

En el siguiente esquema podrá encontrar los aprendizajes que les faltó desarrollar a los estudiantes que no alcanzaron el Nivel Satisfactorio.



La escuela debe atender de **manera prioritaria** a los estudiantes que se encuentran en el Nivel En Proceso y en el Nivel En Inicio. Conocer los aprendizajes que no han logrado estos estudiantes servirá como punto de partida para atender sus necesidades de aprendizaje de manera diferenciada. Además, en el aula se debe promover oportunidades que garanticen el logro de los aprendizajes establecidos en el DCN.

3.2. Cantidad de estudiantes ubicados por nivel de logro y por sección

A continuación le presentamos los resultados en Matemática de cada una de las secciones de su IE:

NIVEL	SECCIONES												TOTAL
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
Satisfactorio													
En Proceso													
En Inicio													
Total													

Analicemos los resultados:

- > En la columna de su sección sume las cantidades que están en el Nivel En Proceso y Nivel En Inicio. Anote su respuesta a continuación: Este número indica la cantidad de estudiantes que NO lograron lo que se espera para segundo grado.

Estos resultados deberían también analizarse en los microtalleres del PELA.

- > ¿Qué dificultades tienen sus estudiantes que no han logrado lo esperado?

- > ¿Qué estrategias utilizaría con los estudiantes que no lograron lo que se espera para segundo grado, de modo que logren desarrollar los aprendizajes previstos?

- > ¿Cómo explicaría el desempeño de sus estudiantes que se encuentran en el Nivel Satisfactorio?, ¿qué factores cree que influyeron en sus resultados?

- > ¿Cómo se encuentra su sección respecto de las otras secciones de la escuela?

- > ¿Qué factores podrían explicar los resultados de la sección con mayor número de estudiantes en el Nivel Satisfactorio?

¿Podrían adaptarse los aspectos positivos del trabajo en esa sección para desarrollarlos con sus niños?

- > ¿Qué sugerencias le daría al actual docente de segundo grado para que sus estudiantes puedan lograr los aprendizajes previstos?

4. ¿Cuáles son los resultados de los estudiantes en su UGEL, DRE y país en la ECE 2012?

Ahora les presentamos los resultados de su UGEL, DRE y país:

	Su escuela *	Su UGEL **	Su DRE ***	El país
Lograron los aprendizajes esperados	Nivel 2: Satisfactorio			12,8%
No lograron los aprendizajes esperados	Nivel 1: En Proceso			38,2%
	Debajo del Nivel 1: En Inicio			49,0%
	Total	100%	100%	100%

* Las escuelas con menos de 10 estudiantes no tienen resultados porcentuales para evitar interpretaciones equivocadas.

** Si su UGEL no tiene resultados es porque no se consiguió la cobertura necesaria.

*** Si su DRE no tiene resultados es porque no se consiguió la cobertura necesaria.

Analicemos los resultados:

Según la tabla, a nivel nacional hay **12,8%** de estudiantes en el Nivel Satisfactorio. Respecto del año 2011, los resultados en este nivel prácticamente **se han mantenido**. Pero veamos que es lo que ocurre en los otros niveles.

- > En el 2012, el resultado nacional del Nivel En Inicio ha sido de **49,0%**. Esto significa que, respecto del año 2011 que fue 51,0%, hay una menor cantidad de estudiantes que tienen grandes dificultades para resolver situaciones matemáticas sencillas. ¿A qué cree que se deba esta mejora?

- > Como vimos, a nivel nacional la cantidad de estudiantes del Nivel En Inicio ha disminuido y eso es bueno. En su escuela, ¿también disminuyeron los estudiantes del Nivel En Inicio? ¿O tal vez han aumentado? Explique por qué cree que ocurrió eso.

- > También hemos visto que, en el Nivel Satisfactorio, el resultado del país se ha mantenido. En su escuela, ¿hay más estudiantes en este nivel que el año anterior, o hay menos? Explique estos resultados.

- > ¿Qué estrategias se están programando en su escuela para ayudar al grupo de estudiantes que no se ubican en el Nivel Satisfactorio?

- > Haga la misma comparación con los resultados de su UGEL y su DRE. Observe si su escuela obtiene mayores o menores resultados y pregúntese a qué se debe.

- > Desde el Ministerio de Educación se están realizando propuestas a los docentes acerca de cómo atender a los estudiantes que NO se ubicaron en el nivel Satisfactorio, a través de los Informes de Resultados de la ECE y de las Rutas de Aprendizaje. En su IE, ¿incorporan estas sugerencias?, ¿de qué manera?

Como vemos, la ECE nos da información acerca de los aprendizajes alcanzados por los niños de segundo grado. Sin embargo, también puede orientar la labor de los docentes de primer y tercer grado. Tome como punto de partida las siguientes preguntas para reflexionar acerca de las prácticas docentes que se implementan en su escuela.

> SI SOY DOCENTE DE:



PRIMER GRADO

Los logros de los niños de segundo grado de primaria también dependen de lo aprendido en primero, por eso necesitamos desarrollar en nuestros niños aquellos aprendizajes priorizados en las Rutas de Aprendizaje⁴ y trabajar de manera coordinada con el profesor de segundo grado.

Analice:

1. ¿Cómo puedo desarrollar las nociones de clasificación, seriación, ordinalidad y cardinalidad para que mis niños puedan construir con éxito la noción del número?
2. ¿Cómo puedo trabajar estas nociones a partir de la resolución de problemas con mis niños?
3. ¿Qué situaciones aditivas puedo abordar con mis niños?
4. ¿Cómo puedo fomentar en mis niños el aprecio por la matemática y su interés por aprenderla?

RECUERDE que no se trata de acelerar artificialmente el aprendizaje de los niños, sino de ofrecerles adecuadas oportunidades y un buen acompañamiento para que logren desarrollar sus capacidades matemáticas.



SEGUNDO GRADO

Tome en cuenta que los niños no llegan al aula en las mismas condiciones de aprendizaje. Decir que llegaron de primer grado con algunas dificultades en el aprendizaje de la matemática no es razón para que terminen el segundo grado en una situación similar.

Debemos identificar los aprendizajes aún no logrados por nuestros niños para generar actividades que les permitan alcanzar dichos aprendizajes.

No debemos perder de vista el Mapa de Progreso, el cual nos indica lo que debemos lograr con nuestros niños, ni las Rutas de Aprendizaje que nos indican cómo lograrlo.

Analice:

1. ¿Qué estrategias debo usar para que mis niños consoliden la noción de la decena y así se aproximen mejor a la comprensión del sistema de numeración decimal?
2. ¿Qué situaciones debo proponer para que mis niños comprendan el número y sus equivalencias no convencionales?
3. ¿Qué situaciones aditivas puedo desarrollar con mis niños en el segundo grado según el Mapa de Progreso de Números y Operaciones?
4. ¿Qué estrategias didácticas puedo aplicar en mi aula para que este año más niños logren ubicarse en el Nivel Satisfactorio?

RECUERDE que no se trata de aplicar pruebas similares a la de la ECE, ni entrenar a los niños en preguntas parecidas, sino de desarrollar capacidades matemáticas a través de otras actividades didácticas pertinentes.



TERCER GRADO

Use los resultados de la ECE, las Rutas de Aprendizaje y el Mapa de Progreso para guiar su labor en el aula. Identifique los aprendizajes aún no logrados por sus niños y diseñe un plan de acompañamiento que les asegure superar progresivamente las dificultades que encuentran en matemática.

Usted cuenta con información específica, tanto de los aprendizajes alcanzados como de los no logrados por el grupo de niños que recibe. En sus manos está el sentar las bases para garantizar el desarrollo de sus capacidades matemáticas.

Analice:

1. ¿Cómo puedo hacer para que mis niños sigan desarrollando aprendizajes sobre el sistema de numeración decimal?
2. ¿Qué situaciones aditivas puedo desarrollar con mis niños en este grado?
3. ¿Qué estrategias puedo usar para que mis niños que se ubicaron en el Nivel En Proceso y Nivel En Inicio logren superar sus dificultades?
4. ¿Qué nuevos aprendizajes debo promover en mis niños para que sigan desarrollándose? ¿Cómo puedo relacionar los nuevos aprendizajes con aquellos que ya lograron?

RECUERDE que los aprendizajes que aún no han sido consolidados por sus niños, deben ser retomados para garantizar un mejor desarrollo. Tome como referencia los estándares de aprendizaje del mapa de progreso de Números y Operaciones correspondientes al segundo nivel.

⁴ Para mayor información revise: <http://www.perueduca.edu.pe/web/visitante/docentes/rutas-del-aprendizaje>

5. Creencias de los docentes, dificultades de los estudiantes y recomendaciones pedagógicas

Las creencias son nuestras formas de comprender determinados hechos y cosas. Tienen que ver con nuestros afectos y emociones, y están fuertemente arraigadas en nosotros pues las construimos a partir de experiencias, informaciones, percepciones, etc. Ellas explican gran parte de nuestras prácticas y tienen cierta permanencia, pero pueden modificarse debido a otras experiencias o al ser contrastadas con otras creencias.

En particular hay una estrecha relación entre las creencias que tenemos los profesores respecto de la Matemática y nuestras prácticas pedagógicas; ellas de algún modo ejercen gran influencia en nuestra apreciación de cómo aprenden los niños y cómo enseñamos. Así nuestras creencias intervienen en las decisiones de cómo planificamos, desarrollamos y evaluamos los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. De ahí que es importante que reflexionemos acerca de ellas, preguntándonos qué sustento tienen, cómo se relacionan entre ellas, qué consecuencias producen y cómo podemos modificarlas.

En esta sección se abordan algunas de estas creencias, asociadas a la comprensión del número, a la construcción del sistema de numeración decimal o a la resolución de problemas aditivos.

BLOQUE	CREENCIAS (INADECUADAS)
A. Respecto de la construcción de la decena	<ul style="list-style-type: none"> • “La construcción del número 10 se limita a un proceso iterativo”. • “La decena es solo un simple agrupamiento de diez unidades”. • “Usar el tablero de valor posicional es suficiente para comprender la decena”.
B. Respecto de la comprensión del número y de la inclusión jerárquica	<ul style="list-style-type: none"> • “Saber contar es señal de conocer los números”. • “Si el niño conoce un número, entonces podemos estar seguros de que comprende su relación inclusiva con los números anteriores a este”.
C. Respecto de las equivalencias no convencionales en el sistema de numeración decimal	<ul style="list-style-type: none"> • “Existe una única forma de descomponer un número”. • “La cantidad de decenas y unidades que tiene un número está indicada por la ubicación de sus cifras en el tablero de valor posicional”.
D. Respecto de los significados aditivos	<ul style="list-style-type: none"> • “Primero se deben aprender las operaciones para luego resolver los problemas”. • “Para resolver problemas matemáticos hay que atender a la palabra CLAVE”. • “Primero se debe trabajar los problemas de suma y luego recién los problemas de resta”.

En el interior de cada bloque se aborda lo siguiente:

- > Algunas creencias específicas que afectan el aprendizaje de la matemática en los niños.
- > Dificultades que ocasionan estas creencias en los aprendizajes de los niños.
- > Recomendaciones para superar las dificultades.

A. Creencias respecto de la construcción de la decena

Es frecuente creer que si un niño conoce el nombre de los números menores a la centena, los identifica, recita o lee es suficiente para considerar que ya ha construido el concepto de decena y que lo comprende bien. Observemos la siguiente historieta:



En la historieta se aprecia que los niños cuentan números menores que 100; sin embargo tienen dificultades para descomponerlos en grupos de diez. ¿Qué expresa esta situación?

El conteo, así como la identificación de la escritura de un número, no necesariamente refleja una comprensión adecuada de la decena y, en general, de los fundamentos de nuestro sistema de numeración decimal. Así como en la historieta, hay múltiples evidencias de que nuestros niños presentan notorias dificultades en estos aprendizajes. Por ello, abordamos algunas creencias vinculadas al proceso de construcción de la decena.

Algunas creencias que afectan la construcción de la decena

“La construcción del número 10 se limita a un proceso iterativo⁵”.

Esta creencia dificulta la construcción de la decena.

Desarrollar el siguiente proceso es común cuando se trata de la enseñanza-aprendizaje de los primeros números naturales:

$$\begin{array}{cccccccc} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & + & \square & = & 9 & \text{(NUEVE)} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & + & \square & = & 10 & \text{(DIEZ)} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & + & \square & = & 11 & \text{(ONCE)} \end{array}$$

Introducir un número mediante un proceso iterativo consiste en agregar una unidad a un número ya conocido para obtener el siguiente número natural. Este proceso está ampliamente difundido y también se utiliza en el caso del número 10. Sin embargo, introducir de ese modo el número 10 y, luego, utilizarlo con frecuencia, es insuficiente para construir la noción de decena.

⁵Un proceso iterativo es aquel en el cual se produce una reiteración o repetición.

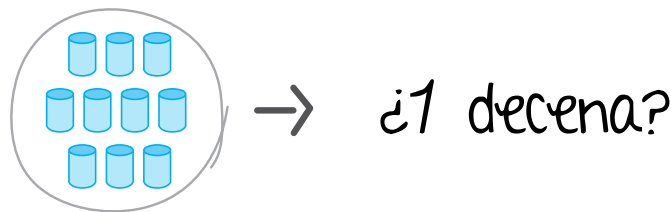
Comprender que los elementos de una colección dada representan “la misma cantidad”, independientemente del tamaño, color, naturaleza de los elementos o la disposición en el espacio donde se presentan, es fundamental en la construcción del concepto de número. De modo que, al igual que en los casos del 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, también hay que trabajar en esta perspectiva el número 10, sin embargo esto igualmente resulta insuficiente para construir la decena.

¿Y qué hay de particular en el caso del número 10? En el caso del número 10, hay un elemento nuevo, esencial e importante, que entra a jugar. Este número constituye una nueva unidad y es la base de nuestro sistema de numeración que se simboliza utilizando dos cifras. Estos aspectos tienen gran complejidad para el niño y exigen un trabajo cuidadoso por parte nuestra. En las páginas posteriores encontrará recomendaciones al respecto.

“La decena es solo un simple agrupamiento de diez unidades”.

Esta creencia dificulta la construcción de la decena.

Asociar 10 unidades con una decena es una práctica muy común. Esta actividad en sí no es incorrecta, pero creer que hacerla en forma repetida es suficiente para que los niños asimilen el concepto de decena, sí es un error. Y es que los niños podrían seguir identificando la decena como una simple colección de diez unidades, cuando el propósito es que la consideren como una “unidad de unidades”, es decir **una unidad nueva y diferente a las unidades que la conforman, equivalente a 10 de éstas.**



Similar situación ocurre cuando se utilizan atados de varillas, lápices u objetos similares formados por diez elementos o bloques articulados. Es una equivocación utilizarlos a lo largo de todo el ciclo sin preparar y “dar el salto” a la consideración de que la decena es “una unidad diferente a las unidades simples”. De ahí que los docentes tenemos el desafío de fomentar la reflexión de los niños a partir de acciones orientadas a ese fin. En las páginas posteriores encontrará recomendaciones al respecto.

“Usar el tablero de valor posicional es suficiente para comprender la decena”.

Esta creencia dificulta la construcción de la decena.

El uso del tablero de valor posicional como único recurso para introducir y desarrollar el concepto de decena es una práctica frecuente en nuestro sistema escolar; trayendo consigo consecuencias negativas en el aprendizaje de nuestros niños. Por ejemplo, se estila presentar el número 32 del modo que aparece en el tablero mostrado:

D	U
3	2

Esto lleva a identificar rígidamente las unidades con la cifra 2 y las decenas con la cifra 3. Las dificultades se manifiestan cuando se pregunta por una interpretación comprensiva del número 32. Por ejemplo ¿hay únicamente 3 decenas en el número 32? Muchos niños responden incorrectamente sí⁶, sin considerar que también hay 2 decenas y también 1 decena.

⁶Véase en este reporte las creencias referidas a inclusión jerárquica.

Dificultades que ocasionan estas creencias en la construcción de la decena

Veamos algunas dificultades con respecto a la construcción de la decena encontradas en las dos últimas evaluaciones censales.

Observa el tablero:

Decenas	Unidades
4	9

Ahora responde: ¿cuál vale lo mismo que el **4** del tablero?

a) 4 unidades

b) 49 unidades

c) 40 unidades


ECE 2011. Cuadernillo 1. Ítem 18.


Respecto de esta pregunta se encontró que solo el 29% de los niños respondió 40 unidades, lo cual es correcto. Un 43% de niños evaluados marcaron 49 unidades evidenciando que aún no logran discriminar entre decenas y el total de unidades; a su vez, un 22% marcó la alternativa 4 unidades mostrando que no tiene construida la noción de decena; y un 5% no respondió la pregunta.


La respuesta convencional, limitada al tablero posicional, es 4 decenas; sin embargo, no está entre las alternativas. Este hecho generó un conflicto cognitivo que no fue resuelto adecuadamente por la gran mayoría de los niños. Es decir, aproximadamente siete de cada diez niños que rindieron la prueba ECE 2011 a nivel nacional no evidenciaron una comprensión del concepto de decena y, en consecuencia, de los números mayores que 10. Es probable que el uso rígido y predominante del tablero de valor posicional explique en gran medida estos lamentables resultados.

En la conceptualización de la decena también tenemos evidencias en la ECE 2012. Veamos una de ellas en la siguiente pregunta.

Miguel prepara **2 decenas** de galletas y las coloca en una fuente. ¿Cuál de estas fuentes es de Miguel?

a) 

b) 

c) 

ECE 2012. Cuadernillo 1. Ítem 19.

Solo el 58% de los niños evaluados respondió correctamente esta pregunta, lo cual indica que aproximadamente 4 de cada 10 niños no han construido aún el concepto de decena y tienen dificultades para visualizarla en un contexto real.

El 32% de los niños asocia 2 decenas de galletas con 2 galletas y marcan la primera alternativa, evidenciando que aún no logran entender la equivalencia de las decenas en términos de unidades simples.

Recomendaciones para superar estas dificultades y que los niños lleguen a construir la decena

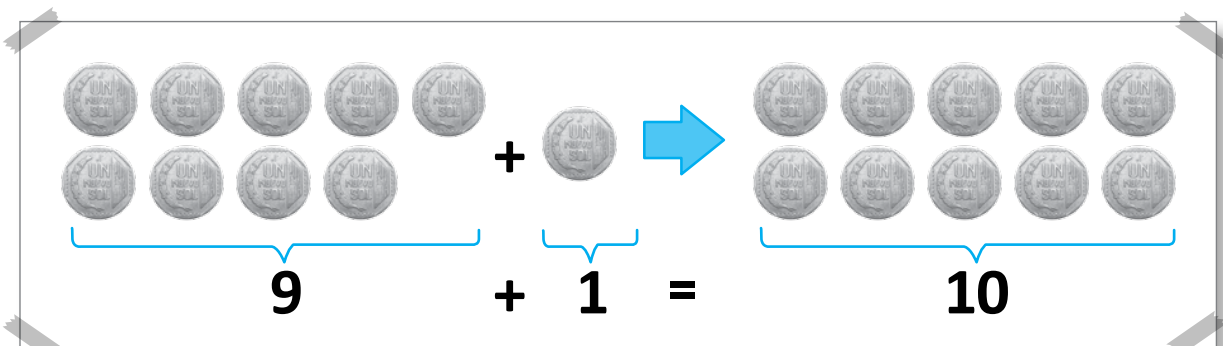
La construcción del concepto de número se apoya en la actividad del niño con objetos concretos, principalmente a partir de la reflexión de sus acciones sobre estos. Por eso es importante que el docente estimule sistemáticamente el análisis y el significado del número por parte de cada niño.

- **Seleccione los materiales de trabajo y las representaciones más pertinentes.**

El proceso de iteración para obtener números agregando una unidad al número anterior debe desarrollarse con mucho cuidado, sobre todo cuando se proceda a obtener el número 10.

Este proceso, por ejemplo, podría tener como soporte concreto las monedas de un sol. La secuencia aconsejable sería:

- Obtener el número 10 agregando una unidad al nueve.



- Trabajar con decenas formadas por paquetes de 10 monedas de un sol.
- Luego, utilizar un billete de diez soles para reemplazar un paquete de 10 monedas. En este caso no se trata de diez unidades o diez monedas de un sol, sino de algo distinto, una unidad diferente, al que coloquialmente denominamos “un billete”.

Observa la secuencia sugerida para diseñar y llevar a cabo diferentes actividades⁷:



Esta forma de trabajar enfatiza la relación: “diez unidades equivalen a una decena” y “la decena es una unidad diferente a las unidades que la conforman”.

Un proceso similar puede seguirse para la formación de los números mayores que 10, enfatizando que se hace uso de la “unidad de unidades”, es decir la decena, la cual no excluye las unidades previamente establecidas, sino más bien las conserva. Esta conservación se expresa en la flexibilidad de representar un número cualquiera mediante distintas descomposiciones no convencionales⁸.

⁷Más adelante, en la sección de actividades, se presenta un caso de una secuencia similar con otro material concreto.

⁸Por ejemplo: 21 se puede representar mediante “una unidad de unidades” (billete de diez soles) y 11 unidades (monedas de 1 sol). Véase en este reporte las creencias referidas a equivalencias no convencionales.

En general podemos decir que los materiales de trabajo y la representación son importantes en este proceso. Por ejemplo, si en el caso del número 13 utilizamos una tira o bloque de 10 cuadraditos y 3 cuadraditos independientes, es claro que en dicha representación aparecen identificados 13 unidades –aunque diez unidades estén juntas y 3 sueltas–, no destacando aún la presencia de la “unidad de unidades”, la decena.



En cambio, si se sustituye la barra de 10 unidades por otra figura que la representa (donde no se visualizan las unidades) y se le acompaña con el gráfico de 3 unidades independientes, la representación ya no se orienta hacia la elaboración del número como cardinal de todo conjunto o colección de 13 elementos, sino hacia su representación en el sistema de numeración decimal, tal como puede apreciarse a continuación.



Por otra parte, el desarrollo del pensamiento del niño también puede ser estimulado sistemáticamente si se proponen actividades que sigan el proceso inverso al que acabamos de presentar; por ejemplo, mediante preguntas como las siguientes: ¿cuántas monedas de un sol debes darme por 3 billetes de 10 soles? ¿Cuántas decenas en total hay en cuarenta y dos: una, dos, tres o cuatro?

- **Proponga actividades de ordenamiento y secuenciación que involucren a las decenas.**

Una vez construida la decena, el niño puede construir la secuencia ascendente de decenas 10, 20, 30, ..., 90, asumiendo que aquella que temporalmente toma la condición de última incluye a las anteriores. Así, en la secuencia ascendente “10, 20, 30”, el 30 está en última posición y contiene o incluye a 20 y a 10. Propicie que exploren la construcción de patrones que involucren a las decenas, tanto en forma ascendente como descendente, y que analicen si la relación indicada ocurre o no en cada caso. Por ejemplo:

Completar las siguientes secuencias:

0, , 20, , 40, 50,

90, , 70, , 50, , 30, 20,

10, 30, , 70,

Las evidencias prácticas y los estudios concernientes indican que el uso cotidiano de los números por parte de los niños (identificándolos, escribiéndolos, leyéndolos) no es suficiente para afirmar que conocen y aplican correctamente el manejo de unidades y decenas.

Construir el concepto de decena y, en general, desarrollar aprendizajes de los números tiene un alto nivel de complejidad, representa para los niños un desafío con exigencias mayores que las de su expresión oral o su representación escrita, usando o no el tablero de valor posicional. Por otra parte, algunas estrategias didácticas utilizadas en la escuela muestran limitaciones para potenciar el proceso de construcción de la decena por parte de los niños, pues se sustentan en creencias que interpretan limitadamente el concepto de la decena. Un propósito para mejorar nuestra labor profesional exige modificar tales creencias y trabajar la decena como una nueva “unidad de unidades” que conserva las unidades previamente establecidas.

B. Creencias respecto de la comprensión del número y de la inclusión jerárquica

Muchas veces nos hemos preguntado ¿qué significa conocer el número? o ¿cómo podemos darnos cuenta de que el niño está aprendiendo de manera adecuada el número? Las explicaciones que se suelen dar son diversas. Observemos:



! Creencia inadecuada

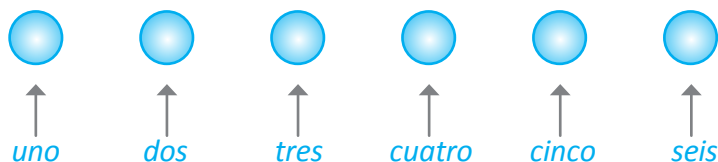
Algunas creencias que afectan la comprensión del número y la inclusión jerárquica

“Saber contar es señal de conocer los números”.

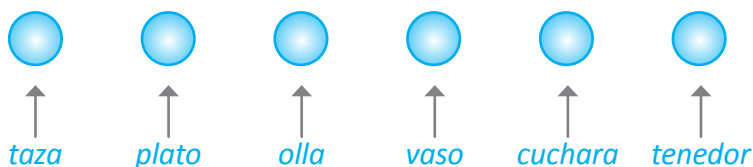
Esta creencia dificulta la comprensión del número y la inclusión jerárquica.

En ocasiones se atribuye demasiada importancia al conteo o recitado de los números, tomándolo como un indicador de qué tanto está aprendiendo un niño con respecto de los números. Así, hay quienes piensan que mientras más lejos llegue el niño en el conteo es mejor, pues está evidenciando conocer más números, tal como se muestra en la historieta.

El conteo es sólo un proceso que interviene en el aprendizaje del número pero, por sí mismo, no garantiza su comprensión. Por ejemplo, un niño puede contar hasta 100 con cierta facilidad pero podría estar comprendiendo el número en el **sentido nominal simplemente**, esto es, nombrarlos de acuerdo a la secuencia numérica:

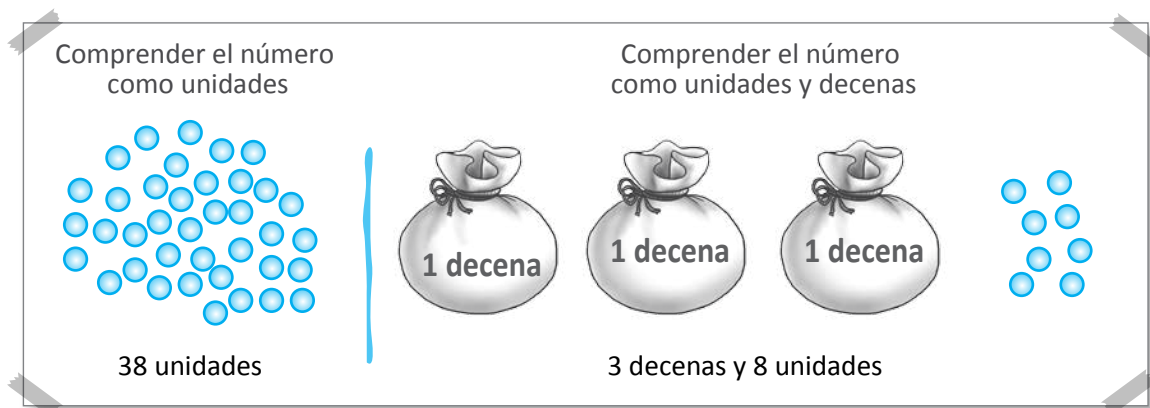


Esta forma de interpretar el número se asemeja a la denominación que se da a los objetos, sin mayor relación unos con otros:



Por otra parte, un niño puede contar hasta 100 sin mayor dificultad y puede reconocer también que el número representa una cantidad que engloba otras cantidades menores; sin embargo, podría estar comprendiéndolo **únicamente en términos de unidades**. Esto es, cuando dice 38 podría estar pensando en 38 unidades sueltas sin llegar a comprender que en 38 hay grupos de 10 unidades que constituyen una nueva unidad que es diferente a las unidades sueltas y que esta nueva unidad se denomina decena.

De este modo, al pensar en 38 debería pensar en 38 unidades sueltas, pero también debiera considerar que este número puede expresarse como 3 decenas y 8 unidades.

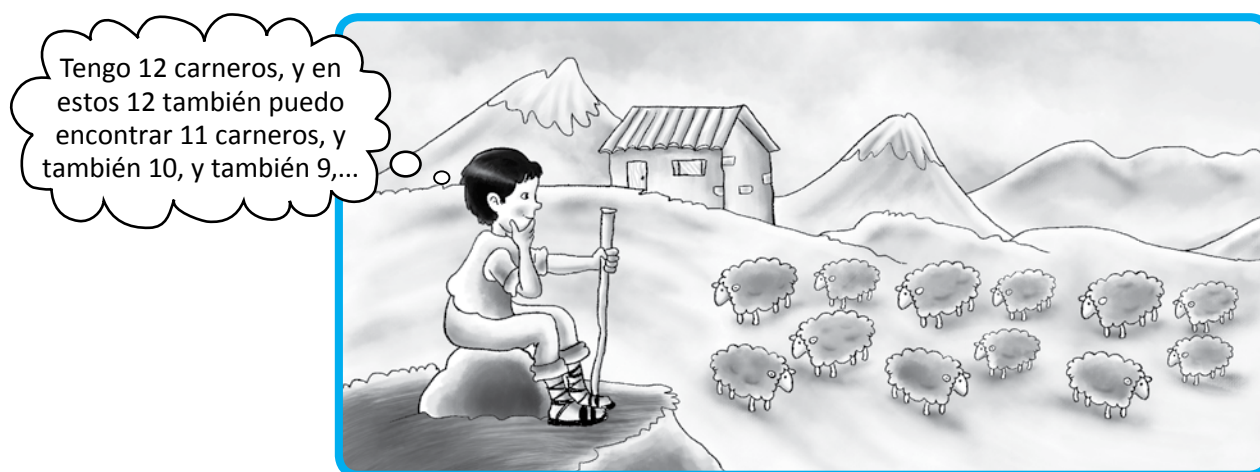


Como notamos, el conteo no asegura que el niño esté comprendiendo el significado del número a cabalidad (aún cuando puede dar indicios de cierta aproximación a esta noción). Las relaciones que el niño establece entre los números, así como la flexibilidad de su pensamiento para entenderlo de varias formas, dan indicios más certeros de estar comprendiendo el número adecuadamente.

“Si el niño conoce un número, entonces podemos estar seguros de que comprende su relación inclusiva con los números anteriores a este”.

Esta creencia dificulta la comprensión del número y la inclusión jerárquica.

Contrariamente a lo que podamos creer, comprender que un número incluye a otros es un proceso complejo que el niño va conquistando poco a poco. El recitado de los números no garantiza este logro. El niño puede saber que 11 está antes que 12 (comprensión ordinal del número), pero esto no significa que él comprenda que 11 está incluido en 12 (inclusión del número).



Para comprender el número es necesario que el niño establezca relaciones inclusivas entre unidades en un primer momento. Por ejemplo, darse cuenta que un número está relacionado con los anteriores al incluirlos, considerando la cantidad y no simplemente su posición en la cadena numérica.

Esta organización se va estructurando en la medida que el niño:

- reconoce jerarquías inclusivas entre unidades, es decir reconoce que uno está incluido en dos, que dos está incluido en tres, que tres está incluido en cuatro, ...
- reconoce jerarquías inclusivas entre decenas, es decir reconoce que una decena está incluida en dos decenas, que dos decenas están incluidas en tres decenas, ...
- reconoce jerarquías inclusivas entre unidades y decenas, es decir reconoce que una unidad está incluida en una decena, que dos unidades están incluidas en una decena, que tres unidades están incluidas en una decena, ... que diez unidades constituyen una decena.
- reconoce jerarquías inclusivas entre unidades, decenas y centenas, etc.



De allí la importancia de que las primeras construcciones (entre unidades y decenas) sea adecuada, ya que constituye la base de las futuras construcciones.

Por lo tanto, la comprensión del número no se restringe únicamente a lo que cada número aisladamente representa; sino, sobre todo, a las relaciones inclusivas que guarda con los otros números.

Dificultades que ocasionan estas creencias en la comprensión del número y la inclusión jerárquica

Crear que el niño ya comprende el número simplemente porque puede contar en un amplio rango numérico o porque puede escribirlo sin equivocarse o, incluso, porque puede reconocer la cantidad que representa, puede llevarnos a omitir un aspecto sustancial de esta comprensión que, como se ha dicho antes, está dado por las relaciones de inclusión.

Así, por ejemplo, posiblemente un gran porcentaje de niños de segundo grado puedan contar muy bien hasta 21, escribirlo sin dificultad y reconocer que en la ilustración hay 21 tarjetas; sin

embargo, el 42% de ellos no logra reconocer que 21 incluye a 10 y a otros tantos grupos de diez. Más aún, el 32% de los niños considera que en 21 tarjetas hay 21 grupos de diez. Esto nos muestra que cuando el niño piensa en 21 su pensamiento no admite otras formas de constituir este número que no sea el mismo 21. En segundo grado el niño debería pensar no solo en 21 unidades, sino también en dos grupos de 10 y una unidad suelta; la representación gráfica debiera facilitar este reconocimiento. Sin embargo, los resultados nos muestran que gran parte de los niños están alcanzando una comprensión limitada de los números.

Zulema tiene 21 tarjetas. Observa:



¿Cuántos grupos de 10 tarjetas puede formar Zulema con las tarjetas que tiene?

- a) 2 grupos.
- b) 3 grupos.
- c) 21 grupos.

ECE 2012. Cuadernillo 1. Ítem 9.

Recomendaciones para superar estas dificultades y para que los niños lleguen a comprender el número y la inclusión jerárquica

- **Propicie el diálogo como medio para identificar relaciones.**

Una forma de desarrollar la inclusión jerárquica numérica es reflexionar respecto de la inclusión entre categorías no numéricas (inclusión de clases). Por ello, proponemos a continuación una actividad que tiene como propósito establecer relaciones de este tipo. Sin embargo, es necesario precisar que cuando trabajamos con niños de segundo o tercer grado, la actividad debe desarrollarse en forma oral mayormente, aunque apoyada en representaciones gráficas o con ejemplares de los tipos de manzanas y de naranjas.

MANZANAS Y NARANJAS

Las manzanas y las naranjas son frutas que se cosechan en muchos lugares del Perú. La manzana es una fruta deliciosa y nutritiva pues contiene vitaminas y otros nutrientes que contribuyen a mantener la salud. Entre los tipos de manzana más comunes tenemos:

Manzana israel



Manzana delicia



Manzana de agua



La naranja también es una fruta deliciosa por su dulzura, y nutritiva por contener vitaminas y otros componentes muy importantes para prevenir enfermedades. Hay diferentes tipos de naranja, por ejemplo:

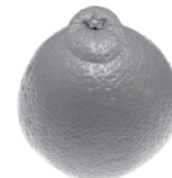
Naranja común



Naranja huando



Naranja tangelo



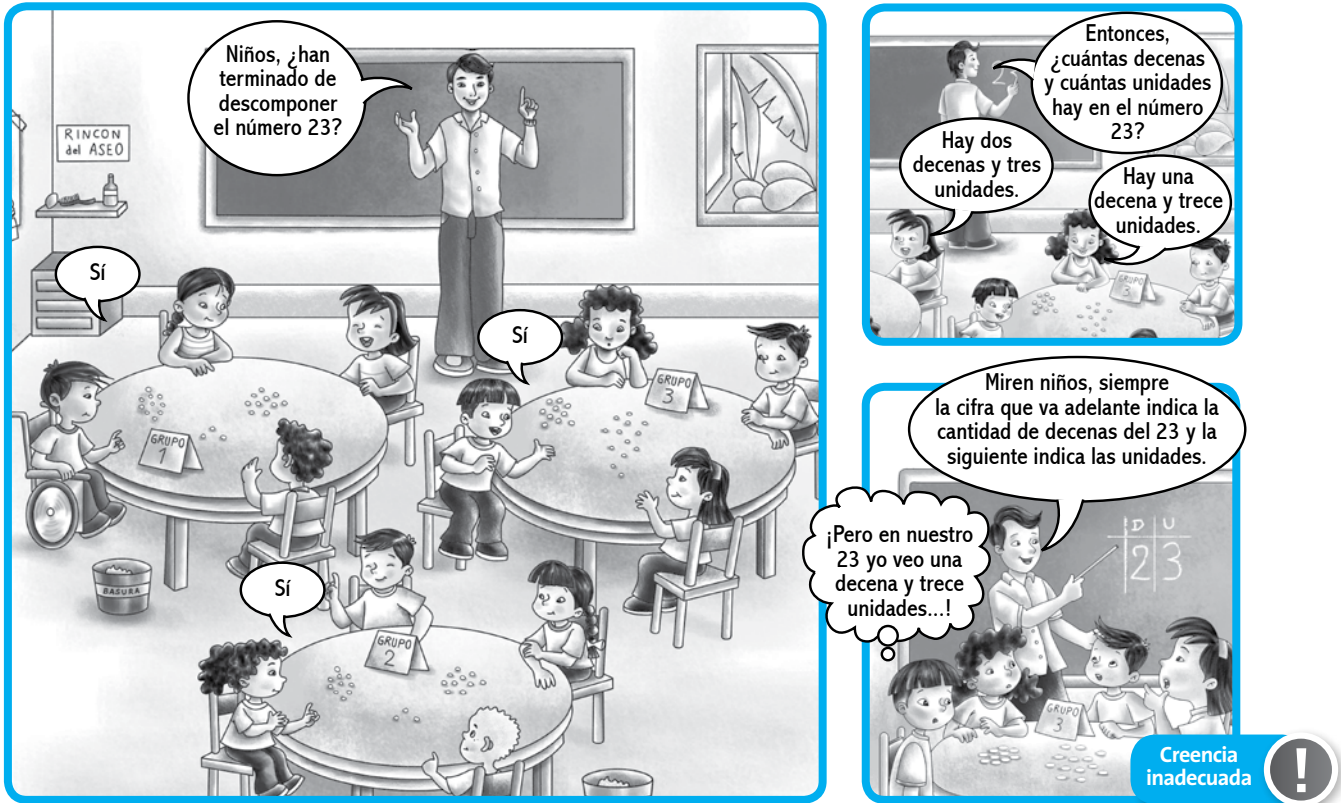
Ahora piensa y responde cada pregunta:

- > ¿Hay más manzanas delicia o más manzanas?
- > ¿Hay más naranjas o más frutas?
- > ¿Todas las manzanas israel son frutas?
- > ¿Todas las naranjas huando son frutas?
- > ¿Algunas naranjas son tangelo?
- > ¿Las naranjas comunes son manzanas?
- > ¿Hay frutas que no son naranjas?
- > ¿Hay manzanas que no son frutas?

Como hemos visto, comprender el número es una tarea compleja que requiere de oportunidades adecuadamente organizadas a fin de que el niño pueda establecer relaciones que lo lleven a construir las nociones numéricas de manera cada vez más completa. En este sentido, es importante desestimar la idea de que el aprendizaje de los números se reduce a la lectura y escritura de los simbolismos escritos, al conteo o a su constante práctica.

C. Creencias respecto de las equivalencias no convencionales en el sistema de numeración decimal

Muchas veces nos preguntamos por qué los niños tienen dificultades para resolver situaciones que involucren equivalencias en el sistema de numeración decimal. Las explicaciones pueden ser diversas. Observemos:





Algunas creencias que impiden utilizar equivalencias no convencionales

“Existe una única forma de descomponer un número”.

Esta creencia dificulta utilizar equivalencias no convencionales.

En la historieta notamos que frente a la indicación del profesor para que descompongan el número 23, los niños organizados en grupos hacen las siguientes descomposiciones:

Grupo 1 y Grupo 2	Grupo 3
<p>Descomposición usual</p>  <p>Con las 23 semillas forman dos grupos de 10, quedándoles tres semillas sueltas, razón por la que responden: “Hay dos decenas y tres unidades”. Esta es la descomposición más usual de un número, es correcta pero es la que algunos asumen como la única forma de descomponerlo.</p>	<p>Descomposición no usual</p>  <p>Con las 23 semillas forman un grupo de 10 dejando 13 semillas sueltas, razón por la cual responden: “Hay una decena y trece unidades”. Esta forma de descomponer el número 23 no es muy usual y algunos pueden pensar que se trata de un proceso intermedio antes de lograr la descomposición realizada por los grupos 1 y 2. Sin embargo, aun así, evidencia una comprensión más flexible del número.</p>

Las dos formas de descomponer el número 23: “dos decenas y tres unidades” y “una decena y trece unidades”, son correctas. Sin embargo, cuando un niño logra descomponer un número de dos cifras en decenas y unidades en forma convencional no podemos asegurar si en realidad comprende esta descomposición o si simplemente se trata de un procedimiento mecánico de separación de cifras. Por ejemplo el número 56 puede ser visto como $50+6$, como 5 decenas y 6 unidades, pero también como un número conformado por un 5 y un 6. Entonces, este tipo de descomposición no es suficiente para el desarrollo del sentido numérico de los números naturales. La posibilidad de pensar con los números y usar los números naturales de una manera flexible requiere que los niños puedan ver los números descompuestos de múltiples maneras.

La diferencia entre los niños que solo descomponen los números en forma usual con respecto a los niños que realizan descomposiciones no usuales o no convencionales lo podemos observar en el siguiente caso:

María es una niña de 8 años y no tiene ninguna dificultad en descomponer números de dos cifras. Su profesora le pide que descomponga el 47 y ella lo hace estableciendo que:

47 equivale a: 4 decenas y 7 unidades

Como podemos apreciar, para responder a este ejercicio María simplemente “jugó” con los dígitos del número 47 de una manera mecánica separando cada cifra y atribuyendo a cada una de ellas la denominación dada. Sin embargo, cuando la profesora le pide que realice una descomposición que contenga 17 unidades, se muestra desconcertada, pues no llega a comprender que el 1 del 17 es también una decena del 47.

Decenas	Unidades
?	17

¿De dónde es este 1?

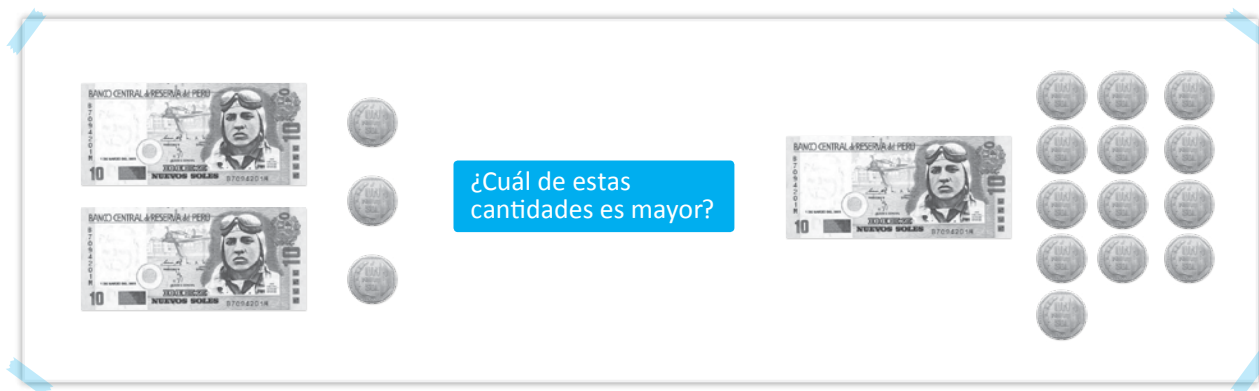
El uso de las representaciones no usuales permite que los niños logren lo siguiente:

- Comprender plenamente el sentido del canje en las operaciones de adición y sustracción. Por ejemplo, para efectuar la operación: $72-38$.

<p>Un procedimiento mecánico consiste en:</p> $\begin{array}{r} 6 \\ 72 \\ - 38 \\ \hline \end{array}$ <p>“De 7 me presto 1 y queda 6, el 2 se convierte en 12”</p>	<p>Un procedimiento reflexivo consiste en:</p> $\begin{array}{r} 72 \\ - 38 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 7D \ 2U \\ 3D \ 8U \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 6D \ 12U \\ 3D \ 8U \end{array}$ <p>“En 72 hay 7 decenas y 2 unidades, pero no puedo restar 2 unidades menos 8 unidades. Entonces cambio 1 decena por 10 unidades y me queda 6 decenas y 12 unidades. Ahora puedo restar 12 menos 8”</p>
---	---

- Comprender las diversas descomposiciones en el intercambio de dinero. Esto es de gran utilidad cuando el niño tiene que realizar operaciones de compra, venta o cambio de dinero. Por ejemplo:

Luis tiene 2 billetes de 10 soles y 3 monedas de 1 sol. Sofía tiene un billete de 10 soles y 13 monedas de 1 sol. ¿Quién de los dos tiene más dinero?



“La cantidad de decenas y unidades que tiene un número está indicada por la ubicación de sus cifras en el tablero de valor posicional”.

Esta creencia dificulta utilizar equivalencias no convencionales.

En la historieta observamos que frente a la respuesta del Grupo 3 de que “en el número 23 hay una decena y 13 unidades”, el profesor remarca que la cifra escrita en el tablero posicional indicará a qué orden (decenas o unidades) corresponde cada cifra.

Decenas	Unidades
2	3

Podemos deducir que el profesor considera que la descomposición que realizaron los niños del Grupo 3 es errada. Es cierto que el tablero de valor posicional permite visualizar la descomposición de un número y es un recurso visual que se puede utilizar luego de comprender la descomposición de un número en diversas formas. Sin embargo, no debe ser tomado como punto de partida para desarrollar tal aprendizaje porque tiende a encasillar el razonamiento del niño y se puede reducir a juegos mecánicos e irreflexivos con las cifras de un número.

Por tanto, que un niño pueda escribir las cifras de un número en forma correcta en un tablero de valor posicional, no nos asegura que este haya comprendido a cabalidad la descomposición del número.

Dificultades que ocasionan estas creencias en la utilización de equivalencias no convencionales

Realizar únicamente las descomposiciones usuales de un número, por ejemplo: “ $23 = 2$ decenas y 3 unidades”, y limitar el desarrollo de las descomposiciones poco usuales, por ejemplo “ $23 = 1$ decena y 13 unidades”, genera las siguientes dificultades:


- No permite que el niño maneje el número en forma flexible, lo cual le permitiría elegir la descomposición más adecuada según la situaciones que desee resolver.


- No nos da evidencias de que el niño comprende a cabalidad la descomposición de un número, pues puede tratarse simplemente de una acción mecánica de separar las cifras de un número acompañándola de la palabra “decenas” para la primera cifra y “unidades” para la segunda cifra.


Posteriormente esto puede ampliarse a las centenas.


Estas limitaciones en el desarrollo de la comprensión del sistema de numeración decimal le genera dificultades para resolver situaciones como la que se muestra.

Observa la canasta y responde: ¿Quién dice lo correcto?



a  En la canasta hay 2 unidades y 5 decenas de choclos.

b  En la canasta hay una decena y 15 unidades de choclos.

c  En la canasta hay 25 decenas de choclos.

ECE 2012. Cuadernillo 2. Ítem 21.

En este caso, el niño puede estar convencido de que 25 se descompone únicamente como “2 decenas y 5 unidades”, buscará algo similar a la descomposición que acaba de realizar. Como no la encuentra tal cual se inclinará por marcar la alternativa que dice: “En la canasta hay 2 unidades y 5 decenas de choclos”. El 18% de los niños razonaron de este modo. Esto nos da la evidencia de que casi 2 de cada 10 niños consideran que tanto la palabra “decenas” como “unidades” son elementos accesorios para realizar descomposiciones y que lo importante es reconocer las cifras del número que descompone.

El 46% de los niños aún no comprenden que un número se puede descomponer utilizando sus cifras y que cada una de ellas tiene un valor distinto. Ellos consideran el número 25 como un todo insoluble y se inclinan por marcar la tercera respuesta.

Solo el 33% de los niños resolvieron adecuadamente la pregunta.

Recomendaciones para superar estas dificultades y para que los niños lleguen a establecer equivalencias no convencionales



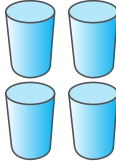
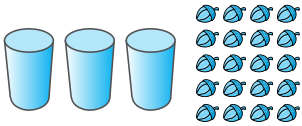
- Pasar de la descomposición usual a una descomposición no usual.**

En este caso, los niños observan un número presentado en su notación compacta y en su descomposición usual. La tarea consiste en que los niños completen una descomposición no usual de dicho número, de la cual se da una parte. Por ejemplo: usando semillas sueltas y también vasos que contienen exactamente 10 semillas, el niño deberá dibujar en la tabla los vasos o semillas que sean necesarios para completar la descomposición que se presenta incompleta cuidando que esta descomposición no usual sea equivalente a la descomposición usual.

Cantidad	Descomposición usual	Descomposición no usual
34		
	3 decenas y 4 unidades	_____ decenas y 14 unidades
50		
	5 decenas y 0 unidades	3 decenas y _____ unidades

- Pasar de una descomposición no usual a otra descomposición no usual**

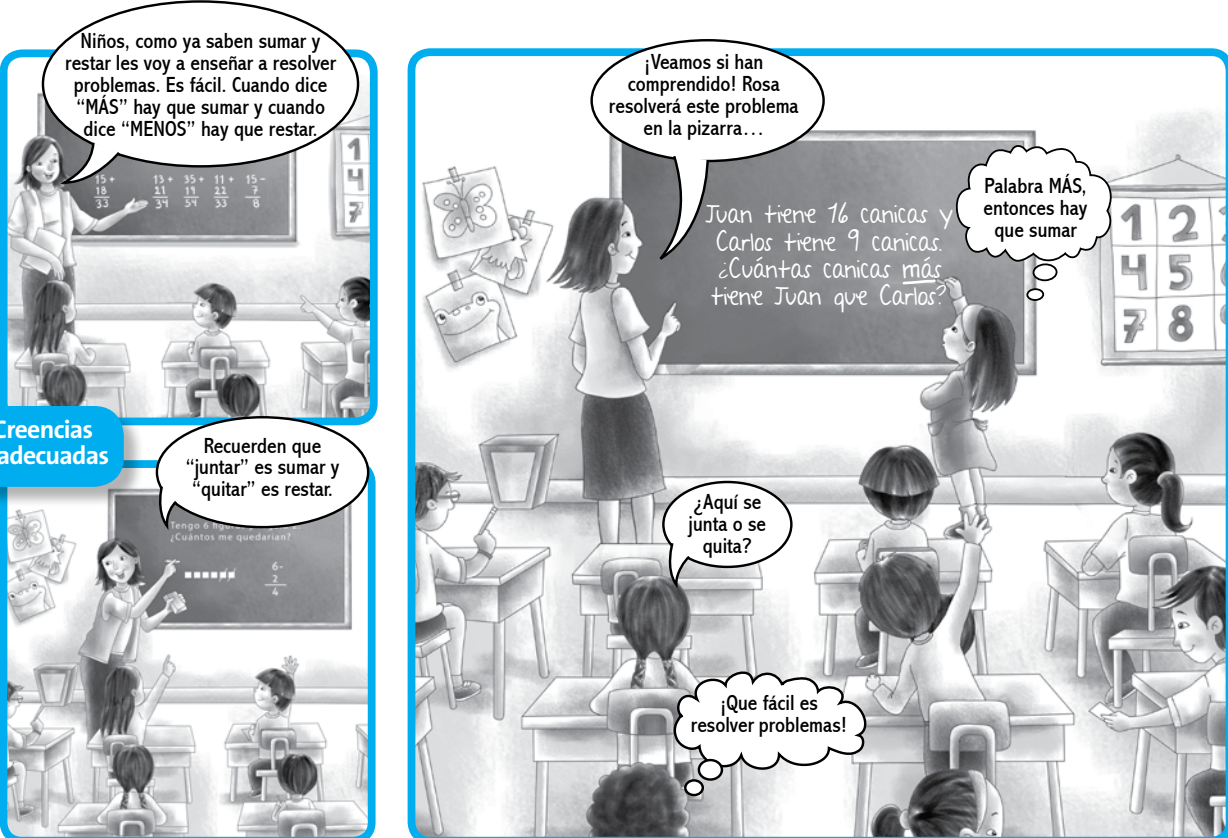
En este caso, los niños observan un número presentado en una descomposición no usual. La tarea consiste en que los niños completen otra descomposición no usual de dicho número, de la cual se da una parte. Por ejemplo: usando semillas sueltas y también vasos que contienen exactamente 10 semillas, el niño deberá dibujar los vasos o semillas que sean necesarios para completar la descomposición que se presenta incompleta cuidando que esta sea equivalente a la otra descomposición no usual de 34 y 50 respectivamente.

Descomposición 1	Descomposición 2	Descomposición 1	Descomposición 2
			
2 decenas y 14 unidades	_____ y 24 unidades	4 decenas y _____ unidades	3 decenas y 20 unidades

Para que nuestros niños logren comprender el sistema de numeración decimal, no es suficiente realizar descomposiciones usuales o convencionales de los números, sino que también es necesario que comprenda y realice descomposiciones no usuales que le permitirán comprender el sentido del canje en las operaciones y realizar acciones de intercambio monetario.

D. Creencias respecto de los significados aditivos

Por muchos años se ha considerado que lo más importante en Matemática es aprender a sumar y restar muy bien para luego aplicar estas operaciones en la resolución de diversos problemas siguiendo recetas dadas. Observemos:



Niños, como ya saben sumar y restar les voy a enseñar a resolver problemas. Es fácil. Cuando dice "MÁS" hay que sumar y cuando dice "MENOS" hay que restar.

¡Veamos si han comprendido! Rosa resolverá este problema en la pizarra...

Juan tiene 16 canicas y Carlos tiene 9 canicas. ¿Cuántas canicas más tiene Juan que Carlos?

Palabra MÁS, entonces hay que sumar

¿Aquí se junta o se quita?

¡Que fácil es resolver problemas!

Tengo 8 monedas. ¿Cuántos me quedarían?

Creencias inadecuadas

Recuerden que "juntar" es sumar y "quitar" es restar.

La situación mostrada tal vez nos recuerde a la forma como nosotros aprendimos cuando fuimos niños; sin embargo es importante analizar cómo algunas estrategias de enseñanza repercuten en el aprendizaje de la Matemática.

Algunas creencias que afectan la resolución de problemas aditivos

“Primero se deben aprender las operaciones para luego resolver los problemas”.

Esta creencia dificulta la resolución de problemas aditivos.

En la historieta se observa que la profesora centra su trabajo en los algoritmos y en el dominio de reglas a seguir, dando énfasis al cálculo mas no a la comprensión de las situaciones que dan significado a las operaciones. Esta creencia está tan difundida que incluso se evidencia en algunos textos escolares.

El aprendizaje de las operaciones debe partir de situaciones del contexto del niño que le permitan abordar problemas a partir de su comprensión y uso de variadas estrategias de solución apelando a los recursos que disponen. El conteo con sus dedos, por ejemplo, sin tener la necesidad de usar un algoritmo determinado o registrar sus procedimientos por escrito de una manera rígida, es una estrategia válida en determinado momento. Tomemos en cuenta que darles recetas, “tips” o estructuras fijas puede ser perjudicial, pues el niño que desarrolla su capacidad para pensar aprende a sumar y a restar sin que se le diga cómo hacerlo y adquiere confianza en su propia capacidad de comprender las cosas y dar solución a los problemas que se le presenta.

“Para resolver problemas matemáticos hay que atender a la palabra CLAVE”.

Esta creencia dificulta la resolución de problemas aditivos.

Algunos docentes enfatizan en sus clases la atención a ciertas palabras clave a manera de receta segura para resolver problemas. En la historieta la profesora asocia la palabra MÁS con la operación de adición y la palabra MENOS con la operación de sustracción.

La consecuencia de trabajar con palabras clave es que puede llevar al niño a una equivocada comprensión del significado de las operaciones aritméticas y lo puede conducir a cometer errores por aplicarlo en situaciones que no corresponden.

Por ejemplo, el problema que la profesora plantea dice:

Juan tiene 16 canicas y Carlos tiene 9 canicas. ¿Cuántas canicas más tiene Juan que Carlos?

Si se atiende a la palabra clave se tendría que sumar $16 + 9$ ya que el problema plantea la expresión “MÁS”. Sin embargo, al comprender esta situación vemos que se trata de comparar dos cantidades de canicas y en este caso se puede plantear una resta para encontrar la diferencia de canicas entre las dos cantidades.

Por lo tanto, al resolver problemas no se debe atender a la palabra clave sino al sentido de la situación, a la relación entre los elementos que intervienen y al proceso reflexivo de resolución.

“Primero se debe trabajar los problemas de suma y luego recién trabajar los problemas de resta”.

Esta creencia dificulta la resolución de problemas aditivos.

Se cree que hay un orden conveniente cuando los niños comienzan a resolver problemas: abordar primero los “problemas de suma” y luego los “problemas de resta”. Se piensa que este orden garantiza la comprensión en la resolución de los problemas.

Sin embargo, sabemos que una misma situación puede ser abordada indistintamente tanto como una adición o como una sustracción. Esto depende de la manera como se relacionen los datos presentados y como se elaboren los razonamientos.

Así, por ejemplo, algunos docentes clasifican de antemano el siguiente problema como una situación de resta. Sin embargo, la interpretación de la situación puede llevar a los niños a representarlo de manera diversa. Veamos:

En un carro hay 35 pasajeros; 25 están sentados y el resto está de pie. ¿Cuántos pasajeros están de pie?

- a) 10 pasajeros.
- b) 50 pasajeros.
- c) 60 pasajeros.

ECE 2012. Cuadernillo 1. Ítem 12.

Los niños que piensan del siguiente modo:

“Los pasajeros sentados y los pasajeros de pie dan el total de pasajeros”

representan la situación mediante una adición:

$$\begin{array}{r} 25 + \\ \hline 35 \end{array}$$

Y van ensayando posibles respuestas como:

$25 + 5 = 30$	no cumple
$25 + 7 = 32$	no cumple
$25 + 9 = 34$	no cumple
$25 + 10 = 35$	sí cumple

A su vez, los niños que razonan de esta otra manera:

“Del total de pasajeros separo los que están sentados, me quedan los que están de pie”

representan la situación mediante una sustracción:

$$\begin{array}{r} 35 - \\ \hline 25 \end{array}$$

Por tanto, debiéramos prestar atención a la interpretación de la situación y estar atentos a la forma como los niños representan el problema, la cual origina el uso de las nociones de suma o resta, ya sea con algoritmos, con representaciones gráficas u otras estrategias particulares. Estas formas de trabajo estimulan la flexibilidad de pensamiento y garantizan la comprensión de la situación.

Dificultades que ocasionan estas creencias en la resolución de problemas aditivos

Las siguientes preguntas nos dan pistas de algunas de las dificultades que pueden tener los niños en lo referente a cómo aprenden los significados de las operaciones. Así tenemos:

Fabio tiene 30 figuritas y Gonzalo tiene 12 figuritas.
¿Cuántas figuritas tiene Fabio más que Gonzalo?

- a) 42 figuritas
- b) 30 figuritas
- c) 18 figuritas

ECE 2012. Cuadernillo 2. Ítem 7.

En esta situación el 45% de los niños se guían de la palabra clave MÁS y lo resuelven erróneamente mediante una adición, marcando como respuesta 42 figuritas. Un 15% de niños marcaron como respuesta 30 figuritas, considerando el “más que” como una comparación de cantidades y eligieron equivocadamente la cantidad mayor; este grupo no llegó a cuantificar esta diferencia. Por lo tanto, el 62% de los niños no logran entender el verdadero sentido de la situación que es una comparación aditiva.

Javier tenía 17 figuritas. Luego le regalaron algunas figuritas y ahora tiene 30 figuritas. ¿Cuántas figuritas le regalaron a Javier?

- a) 47 figuritas.
- b) 13 figuritas.
- c) 30 figuritas.

ECE 2012. Cuadernillo 2. Ítem 19.

Cuando reforzamos la idea de que lo más importante en la resolución de problemas es operar y ponemos la atención en la escritura del algoritmo, restamos importancia a la interpretación de la situación. Así por ejemplo, el problema que se presenta requiere que el niño comprenda que hay una cantidad inicial (17 figuritas) que luego es modificada por otra (se agregaron algunas) dando por resultado una cantidad final (30 figuritas), requiere además que el niño identifique cuál es la incógnita. Solo después de entender esta relación podrá decidir qué estrategia utilizar, una de las cuales puede ser una resta o una suma. Sin embargo, el 51% de los niños no logra

resolver este problema. El 37% da como respuesta 47 figuritas sin darse cuenta de que si se agregan 47 a 17, el resultado no podrá ser 30.

Recomendaciones para superar estas dificultades y que los niños lleguen a resolver problemas aditivos⁹

- **Trabajar las operaciones a partir de problemas que enfatizan su significado y su uso en situaciones de la vida real.**

Se recomienda utilizar situaciones cotidianas, cercanas a la experiencia del niño, para trabajar el significado de las operaciones. Esto motiva a los niños y los involucra en la situación a resolver. Por ejemplo, trabajar problemas a partir de:



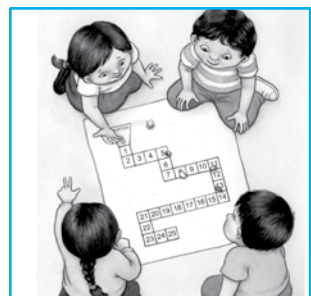
Visitas a lugares de la comunidad.



Actividades en clase, como por ejemplo preparar una receta.



Ordenar sus cosas en clase y saber cuántos libros han tomado para leer.



Situaciones de juego.

⁹ Para mayor información ver: “Informe de resultados para el docente. ¿Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros niños en Matemática? ECE 2011 Segundo grado de primaria”.

(Recuperable en, <http://umc.minedu.gob.pe/?p=230>)

- **Considere situaciones con diversos significados aditivos.**

Desde muy pequeños los niños pueden resolver problemas asociados a los significados de agregar, quitar, juntar, separar, aún sin saber sumar ni restar, efectuando solamente deducciones sencillas y utilizando como recurso el conteo y sus principios.

Los niños de segundo grado deben desarrollar las diversas nociones aditivas en forma progresiva y conectándolas entre sí. Para ello, se recomienda utilizar los siguientes significados:

<p>CAMBIO</p>	<p>En estos problemas se trabaja la adición y sustracción en acciones de “agregar” y “quitar”.</p> <p>Son situaciones en las que se describe el aumento o disminución de una cantidad a través del tiempo. Una cantidad es sometida a una acción que la modifica.</p> <div style="text-align: center;"> </div>	<p>Ejemplo: De esta repisa:</p> <p>Carlos se llevó algunos libros y quedó así:</p> <p>¿Cuántos libros se llevó Carlos?</p>
<p>COMBINACIÓN</p>	<p>En estos problemas se trabaja la adición y sustracción en acciones de “juntar” y “separar”.</p> <p>Son situaciones en las que se describe una relación entre colecciones que responde al esquema:</p> <div style="text-align: center;"> </div>	<p>Ejemplo: Si juntamos los juguetes de la repisa con los juguetes de la caja,</p> <p>¿cuántos juguetes hay en total?</p>
<p>COMPARACIÓN</p>	<p>Son situaciones en las que se expresa una relación de comparación entre dos cantidades.</p> <p>Tiene tres partes: la referencia, lo que se compara y la diferencia (cuánto más o cuánto menos).</p> <div style="text-align: center;"> </div>	<p>Ejemplo:</p> <p>¿Cuántas tortugas más hay dentro de la poza que fuera de ella?</p>
<p>IGUALACIÓN</p>	<p>Son situaciones en las que se expresa una relación dinámica en la que se compara una cantidad con otra con el fin de igualarlas.</p> <p>Tiene tres partes: la referencia, lo que se iguala y la diferencia (lo que falta o sobra para igualar).</p> <div style="text-align: center;"> </div>	<p>Ejemplo:</p> <p>¿Cuántos libros debe dejar Rosa para tener tantos como Juan?</p>

Centrar el aprendizaje de la Matemática solo en el dominio de algoritmos, adquiridos como un conjunto de procedimientos mecánicos y poco comprensibles en su uso, hace del aprendizaje de la Matemática algo ajeno a la realidad, respondiendo por reglas mas no por comprensión.

Por ello, recomendamos que los niños construyan las nociones matemáticas a partir de experiencias cercanas a su entorno y tengan la oportunidad de abordar problemas aditivos desde distintos significados.

Esto garantizará que comprendan lo que trabajan, que puedan relacionar los elementos que intervienen y que utilicen una variedad de recursos para enfrentar y resolver los problemas de manera reflexiva.


6. Actividades sugeridas para trabajar en aula

A lo largo de estos años hemos visto con preocupación que, con la intención de mejorar los resultados de los niños en la ECE, en algunos casos se recurre a replicar la evaluación con los mismos instrumentos u otros parecidos, exponiendo a los niños a una tensión innecesaria. Esta práctica no garantiza el desarrollo de aprendizajes, por el contrario es contraproducente. En lugar de entrenar se requiere de una intervención docente que tome en cuenta las necesidades de los niños, su situación de partida, los aprendizajes que les faltan desarrollar y el uso de estrategias didácticas pertinentes. Además, recordemos que los aprendizajes que debemos asegurar en segundo grado van más allá de lo que la ECE evalúa, pues ésta tiene limitaciones inherentes a una evaluación de gran escala. Existen otros aprendizajes relevantes para el grado que debemos garantizar desde el trabajo en aula.

Esta sección tiene el propósito de mostrar usos pedagógicos diversos y significativos a las preguntas de la ECE. Por ejemplo, utilizarlos como situación generadora de aprendizajes relevantes que no necesariamente forman parte de lo que la ECE evalúa, pero que constituyen parte de las expectativas de aprendizaje en distintos grados y ciclos de la educación primaria. De este modo se busca establecer conexiones entre distintos aprendizajes de la matemática.

Proponemos dos actividades que tienen esta perspectiva. En cada una se especifica la información general (propósito, organización del aula, materiales que se utilizarán) y el desarrollo de la actividad (actividades previas y actividad central), expuestas mediante una secuencia de orientaciones para el profesor.

Tenga en cuenta que cada actividad puede abarcar más de una sesión de clase, organice el tiempo de acuerdo a la realidad de su aula.



Debemos superar la creencia extendida de que el entrenamiento constante para la prueba asegura aprendizajes y, por tanto, buenos resultados.

ACTIVIDAD 1.

Paquetes de choclos

Información general

Esta actividad está dirigida a escuelas unidocentes y multigrado pero puede ser adaptada para escuelas de otras características.

> Propósitos:

- Los niños de primer a tercer grado interpretarán y representarán números de hasta dos cifras y resolverán situaciones que involucran la comprensión de la decena.
- Los niños de cuarto a sexto grado resolverán situaciones multiplicativas de proporcionalidad simple (partición) en números de hasta dos cifras.

> Organización del aula:

En plenaria y de manera grupal.

> Materiales:

- Para todos los niños: palitos de chupete, cañitas, canicas, semillas, piedritas, bolitas de papel (formadas arrugando papel), ligas o bolsitas para formar paquetes, etc.
- Para los niños de cuarto a sexto grado: adicionalmente material base diez.

Desarrollo de la actividad

Situaciones previas

- Pida a sus estudiantes que observen la siguiente imagen:
- A continuación, pregúnteles, ¿qué observan dentro de la canasta?, ¿cuántos choclos hay en total? Comente las respuestas subrayando sus referencias a la cantidad.
- Explore las distintas formas de representación. Pregunte:



Utilizando el material concreto, ¿cómo podemos representar la cantidad de choclos que hay en la canasta?

Se espera que los niños de los primeros grados realicen la representación solamente en términos de unidades, mientras que los mayores lo hagan utilizando decenas, por ejemplo: 2 decenas y 5 unidades, o 1 decena y 15 unidades.

- A continuación pídale que separen los 25 choclos en 2 montones y pregunte: **¿cuántos choclos tienen en cada montón?**

- En la pizarra, con la participación de sus niños, elabore una tabla y registre en ella, las distintas descomposiciones que van encontrando, por ejemplo el 12 y 13, 15 y 10, 2 y 23, etc. Comente sobre las distintas composiciones que puede tener un mismo número.
- Luego elaboren en la pizarra otra tabla donde anotarán en orden las descomposiciones halladas e irán completando las que falten.

25 choclos	
5	20
10	15
12	13
18	7
24	1

- A partir de la tabla propicie el análisis de relaciones entre las cantidades obtenidas mediante preguntas como:
 - ¿Qué condición deben cumplir cada par de números de la tabla?, ¿cómo están dispuestos los números verticalmente?
 - Si seguimos completando la tabla, ¿qué número debemos escribir en la primera columna y cuál en la segunda?
- Siguiendo la secuencia, ¿qué par de números creen que se escribirán en la fila 12 de la tabla?
 - Una de las descomposiciones es 4 y 21, ¿se puede considerar como una descomposición diferente a 21 y 4?, ¿por qué? ¿En qué se parecen estas dos formas de descomponer el 25?, ¿en qué se diferencian?
 - ¿Se puede considerar como una descomposición 0 y 25?, ¿por qué?
 - ¿Es posible descomponer 25 choclos en dos montones que tengan la misma cantidad de choclos?, ¿por qué?

25 choclos	
1	24
2	23
3	22
4	21
5	20
...	...

- > Pídale que vuelvan a juntar los materiales que representan a los choclos y que luego los separen en 3 colecciones o grupos. Nuevamente escriba en la pizarra la cantidad de choclos que tienen las colecciones que forman; por ejemplo: 10, 7 y 8; 5, 5 y 15; etc. Pregúnteles: ¿las tres colecciones que han formado tienen la misma cantidad de choclos?

Para el caso de los niños de los primeros grados, la formación de colecciones con igual cantidad de choclos, debieran hacerse a partir de la correspondencia uno a uno.

- Dígales que ahora separarán los 25 choclos en nuevas colecciones, pero esta vez las colecciones tendrán 5 choclos cada una. Luego pregúnteles, ¿cuántas colecciones podrán formar?, ¿quedan choclos sueltos?
- Pídale que formen colecciones con 6 choclos en cada colección. Pregúnteles: ¿cuántas colecciones podrán formar?, ¿quedan choclos sueltos?, ¿cuántos?
- A continuación pídale que formen colecciones con 10 choclos en cada colección. Pregúnteles: ¿cuántas colecciones podrán formar?, ¿quedan choclos sueltos?, ¿cuántos?

- > Si están trabajando con semillas, chapas, piedritas etc., pídeles que guarden en una bolsita cada colección de diez, en tanto que si están trabajando con palitos, cañitas, ramitas, que agrupen con una liga cada colección de diez.
- > A continuación oriéntelos para que reemplacen cada colección de 10 por una bola de papel. Pregúnteles: ¿cómo podemos llamar a esta bola de papel?, escuche sus respuestas y recoja aquellas que hagan referencia a la decena o decena de choclos. Pregunte: ¿a cuántos choclos representa la bola de papel? Refuerce la idea que una decena es una nueva unidad que equivale a 10 unidades. Finalmente, para cerrar esta parte pregunte: ¿cuántas decenas podemos formar con 25 choclos?, ¿cuántos choclos quedan sueltos?, ¿si solo empaquetamos una decena de choclos, cuántos quedan sueltos? En todo momento pídeles que trabajen con el material concreto para representar las situaciones que plantea.

Se cree que “una decena es un grupo de 10 unidades”, sin embargo esta creencia pierde de vista que una decena es en sí misma una unidad, nueva, que equivale a 10 unidades pero al mismo tiempo es distinta de estas unidades.

Situación central

Debe organizar el aula de la siguiente manera:

- Forme grupos combinando estudiantes de primer, segundo y tercer grados. Díales que cada grupo debe tener un secretario, quien escribirá la manera cómo resuelven la pregunta y preferentemente será un niño de segundo grado, un presentador que explicará a los otros grupos cómo lo resolvieron, preferentemente debe ser un estudiante de primer grado, y un monitor que tratará de absolver las dudas del grupo y podrá hacer las consultas con los otros grupos (este monitor preferentemente debe ser de tercer grado). Déjelos trabajando en grupos, díales que usen material concreto (palitos, ligas o piedritas y bolsitas para formar las decenas) o representaciones gráficas para representar la situación.

Cada vez que pueda acompañe y monitoree el trabajo de los más pequeños y apoye el trabajo de los estudiantes mayores que harán de monitores.

SITUACIÓN PARA LOS NIÑOS DE PRIMER A TERCER GRADO.

Presente en un papelógrafo el siguiente problema:

Juana tiene 15 choclos sueltos y un paquete de una decena de choclos. Su mamá tiene 2 choclos sueltos y 5 paquetes de una decena de choclos por cada paquete. Cada una de ellas coloca sus choclos en una canasta.

- ¿Quién de las dos tiene más choclos?
- ¿A quién de ellas pertenece la canasta que se muestra a continuación?



- Dé algunos minutos para que resuelvan la situación y luego, oriente el trabajo de los niños siguiendo las fases de resolución de problemas, según sea necesario.



Comprender el problema:

- > Lea las siguientes preguntas y converse con los niños de cada grupo:
 - ¿Qué nos piden averiguar o resolver en la situación dada?
 - ¿Qué entiendes cuando se dice que: “Juana tiene 15 choclos sueltos”? ¿Qué entiendes cuando se dice que “Juana tiene una decena de choclos”?
 - A partir del texto del problema, ¿cómo se puede hallar cuántos choclos tiene en total Juana? ¿Juana tiene más de 16 choclos o menos? ¿Por qué?
 - ¿Qué nos quiere decir que la mamá de Juana tiene “2 choclos sueltos y 5 paquetes de una decena de choclos por paquete”?
 - ¿La mamá de Juana tiene más de 10 choclos?, ¿por qué?, ¿y más de 20?



Diseñar o adaptar una estrategia:

- > Realice las siguientes preguntas.
 - ¿Se puede determinar el total de choclos de cada una de ellas?
 - ¿Podemos usar material concreto, por ejemplo palitos de chupetes, ligas, semillas, bolas de papel, etc. para que representen la situación?
 - Respecto de Juana, ¿cómo representamos sus choclos sueltos? ¿Y la decena de choclos que tiene?
 - Respecto de la mamá de Juana: ¿cómo representamos sus choclos sueltos y cómo representamos las decenas de choclos?
 - Según las representaciones realizadas, ¿de qué manera se puede comparar la cantidad de choclos que tiene cada una?
 - ¿Cómo se puede identificar cuál de las representaciones tiene 25 choclos?



Aplicar la estrategia:

- Representen la cantidad de choclos de Juana y de su mamá.
- Compáren utilizando las representaciones. Si no pueden comparar directamente los palitos (o semillas) con las bolas de papel, ¿puedes reemplazar o canjear las bolitas por palitos (semillas)?, ¿por cuántos palitos (o semillas) canjeas una bolita de papel?
- ¿Cuántos choclos en total tiene Juana?
- ¿Cuántos choclos en total tiene la mamá de Juana?
- ¿Quién tiene mayor cantidad de choclos: Juana o su mamá?
- Según las respuestas anteriores, ¿a quién pertenece la canasta de 25 choclos?



Reflexionar:

- ¿Cómo se pudo obtener la cantidad total de choclos de cada persona?, ¿cómo se puede determinar cuál es la mayor?
- Para comparar dos cantidades, ¿necesariamente se deben expresar en la forma convencional?
- ¿Los otros grupos obtuvieron la misma respuesta? ¿Resolvieron la situación de la misma manera que ustedes? Compáren sus estrategias.
- Ahora traten de resolver la misma situación usando otra estrategia sin material concreto, ¿cómo lo harían?
- Si Juana hubiera tenido 5 paquetes de choclos, ¿tendría más choclos que su mamá? ¿Por qué?

SITUACIÓN PARA LOS NIÑOS DE CUARTO A SEXTO GRADO.

Presente en un papelógrafo el siguiente problema.

Estas son las canastas de choclos que Alex y Leonor tienen en su puesto del mercado.



Para atender un pedido ellos deben formar, con estos choclos, 8 paquetes con igual cantidad de choclos en cada paquete. ¿Cuántos choclos deben poner en cada paquete? ¿Quedarán choclos sueltos?, ¿cuántos?

Forme grupos de estudiantes de varios grados para que trabajen la siguiente ficha (de preferencia entregue solo una ficha impresa a cada grupo) e igualmente asigne responsabilidades en los grupos.

Lean las siguientes preguntas, convérsenlas y den una respuesta por grupo:

**Comprender el problema:**

- ¿Qué se observa en la imagen? ¿Cómo están guardados los choclos?
- ¿Cuántas canastas de choclos hay? ¿Cómo son éstas canastas? ¿Cuál tiene mayor cantidad de choclos?
- ¿Hay choclos sueltos?
- ¿Qué piden hallar o averiguar?
- ¿Cuántos paquetes hay que armar? ¿Todos los paquetes deben tener la misma cantidad de choclos?

**Diseñar o adaptar una estrategia:**

- Si hubiera 16 choclos en total y se debe armar 8 grupos o paquetes con igual cantidad de choclos, ¿cómo podríamos hacerlo?
- Si hubiera 17 choclos en total y se debe armar 8 grupos o paquetes con igual cantidad de choclos, ¿cómo podríamos hacerlo? ¿Quedarían choclos sueltos?
- Con los 25 choclos de una canasta, ¿se podrá seguir el mismo proceso que en los casos anteriores para armar 8 grupos o paquetes con igual cantidad de choclos?
- ¿Cómo podríamos representar el total de los choclos de las 4 canastas utilizando material concreto?
- ¿Cómo podemos hacer para formar 8 grupos o paquetes iguales, si consideramos todos los choclos de las 4 canastas? ¿Se puede seguir una estrategia similar a la de los casos anteriores?

**Aplicar la estrategia:**

- Al formar 8 paquetes con igual cantidad de choclos con el total de choclos de las 4 canastas, ¿qué cantidad de choclos tendrá cada uno de los 8 paquetes? Usen material concreto.
- ¿Cuántos choclos sueltos quedan?

**Reflexionar:**

- ¿Qué camino seguimos para hallar la respuesta?
- ¿Los otros grupos obtuvieron la misma respuesta?
- ¿Los otros grupos resolvieron la situación de la misma manera? (Comparen su estrategia con la de sus compañeros.)
- Si pidieran resolver la misma situación usando otra estrategia que no utilice material concreto, ¿cómo lo haríamos?
- Si hubieran sido 4 canastas de 24 choclos cada canasta, ¿hubieran quedado choclos sueltos? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 2.

Muchas cosas detrás de los canjes

Información general

Esta actividad está dirigida a escuelas unidocentes que congregan niños de primer a sexto grado pero puede ser adaptada para escuelas de otras características.

> Propósitos:

- Los niños de primer a cuarto grado construirán el significado y uso de los patrones de repetición en situaciones de regularidad y de las operaciones con números naturales en situaciones problemáticas de agregar, quitar, igualar, comparar, repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales.
- Los niños de quinto y sexto grado reconocerán patrones en secuencias para identificar un término en una posición dada y construirán el significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones problemáticas aditivas de igualar y comparar, así como de situaciones multiplicativas de combinación y reparto.

> Organización del aula:

En grupos de cuatro niños, en caso de aulas multigrado, los grupos se conformarán por niños del mismo ciclo.

> Materiales:

- Material concreto estructurado y no estructurado: base diez, piedras, tapas, chapitas u otros.
- Papelotes cuadrículados y en blanco
- Plumones gruesos y colores
- Bolsas o recipientes para guardar las chapas
- Pregunta de la censal impreso, en paleote o en diapositiva

Desarrollo de la actividad

Situaciones previas

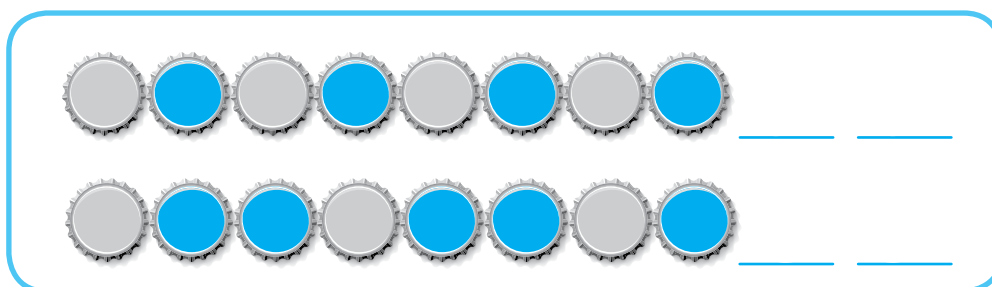
- Con algunos días de anticipación pida a los niños que coleccionen chapas que se emplean en su localidad.
- Pida que les comenten de dónde obtuvieron las chapas, en qué se usan, de qué material están hechas, de qué color son, qué tienen escrito, etc.
- Si es necesario pinte las chapitas de los colores que se requieren en la actividad.

En grupos de cuatro niños:

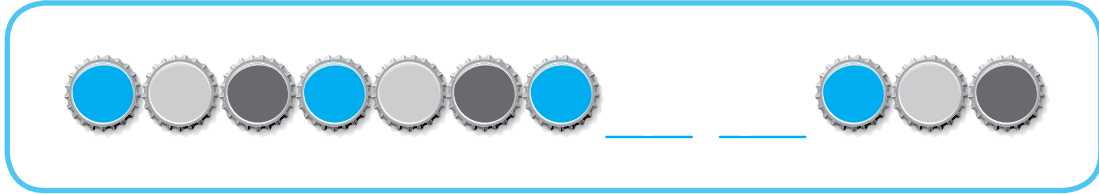
- Distribuya diversas actividades por ciclo: Pregunte qué cosas pueden hacer con las chapas que han recolectado. Por ejemplo, canjearlas por objetos, usarlas para armar collares, llaveros, trenes, etc. A partir de ello asigne las siguientes actividades:

Para primer, segundo, tercer y cuarto grado:

- Solicite que los niños formen grupos con las chapas según el criterio establecido por ellos y que le expliquen cómo lo han hecho. Tal vez, pueden haber separado las chapas en grupos o las pueden haber alineado formando "trenes" de chapas, donde cada chapa hará de un vagón.
- Pida que los niños describan el criterio utilizado en cada uno de los trenes presentados a continuación. Una vez identificado el criterio deben completar las dos chapas que faltan en la secuencia. (Note que estos criterios toman en cuenta solo la posición de las chapas: derecho y revés)



- Según el avance y el dominio de los niños en la comprensión del patrón de formación en una secuencia, se puede proponer otras condiciones como:
 - secuencias con más criterios en juego. (Por ejemplo: color y posición.)
 - elementos intermedios faltantes.
 Por ejemplo:

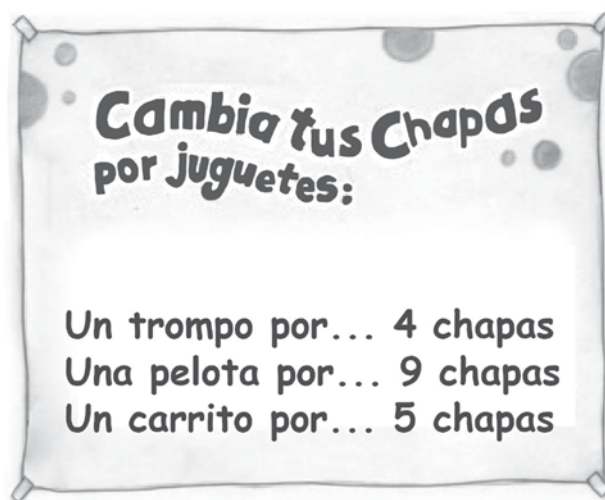


Para quinto y sexto grado:

- Pida a los niños que elaboren trenes con un patrón creado por ellos mismos y que expliquen el criterio utilizado.
- Pida a los niños que armen un tren siguiendo alguna secuencia creada por ellos y que tengan un máximo de 12 vagones. Pídales que identifiquen las características de la chapita que representa el vagón de la posición 15 o 20.

Situación central

A partir del cartel presentado, pídales que resuelvan las siguientes situaciones:



Para primer grado:

- Con todas las chapas del tren que han formado, ¿qué juguete puedes canjear?

Para segundo grado:

- Entre Luis y Sara tienen 10 chapas. Las chapas de Luis son 8. Sara recibió un regalo de varias chapas y con ello canjea una pelota, ¿cuántas chapas recibió Sara de regalo?

Para tercer grado:

- Sara canjeó 2 trompos y 3 carritos. ¿Cuántas chapas necesitó para hacer ese canje?

Usted puede reorientar las situaciones presentadas para utilizarlas con sus niños, según las necesidades del grupo.

Para cuarto grado:

- En un salón hay 8 niñas y 12 niños. Los padres de familia han realizado su campaña de recolección de chapas. ¿Qué juguetes elegirías para este grupo de niños y cuántas chapas tendrían que reunir los padres?

Para quinto grado:

- En el canje de juguetes hay trompos azules, rojos, verdes y amarillos; y carritos de 5 tipos: ambulancia, policía, bombero, camión, microbús. ¿De cuántas formas distintas se pueden formar una pareja de trompo y carrito? ¿Cuántas chapas necesitaría para tener todas esas parejas?

Para sexto grado:

- Con 100 chapas, ¿cuántos juguetes se podrían canjear? ¿Cuántas chapas se necesitarán para canjear un número exacto de cualquiera de los tipos de juguetes?

Oriente el trabajo de los grupos de acuerdo a las fases de resolución de problemas.

Adapte las preguntas presentadas en cada fase, según la situación que deba resolver cada grupo de niños. Tome como referencia las preguntas de las actividades presentadas anteriormente.

**Comprender el problema:**

- ¿De qué se trata el problema presentado?
- ¿Qué nos piden en la situación?
- ¿Qué información necesitamos para comprender el problema?
- ¿Qué información del cartel tenemos que usar?
- ¿Necesitamos averiguar información adicional?

**Diseñar o adaptar una estrategia:**

- ¿Qué cosas conocemos que nos puede ayudar en la resolución?
- ¿Cuál sería el primer paso o lo primero que tendríamos que averiguar?
- Conociendo el resultado anterior, ¿es más fácil resolver el problema?
- ¿Hay un único camino para resolverlo o encontramos más de un camino para hacerlo?
- ¿Qué secuencia de acciones debemos seguir para resolver la situación?
- ¿Usaremos solo materiales o también operaciones? ¿Cuáles? ¿En qué orden? ¿Qué averiguaremos al hallar el resultado de cada operación?

**Aplicar la estrategia:**

- Resuelve la situación usando el material concreto o las operaciones según lo haya acordado tu grupo. Recuerda hacerlo paso a paso y describir lo que vas encontrando.
- Una vez que hayan obtenido una respuesta, verifica la respuesta de otras formas.
- Busquen otras formas de resolver la situación.
- Soliciten verificar sus resultados con sus compañeros de otros grupos o entre todos en el salón.

Se cree que el único camino para resolver un problema es utilizar operaciones. Sin embargo, existen diferentes formas de comprender y resolver un problema, por ejemplo utilizando representaciones como gráficos, diagramas, esquemas, material concreto, etc.

**Reflexionar:**

- ¿Qué fue lo que mejor les salió en el grupo? ¿Por qué?
- ¿Qué no funcionó? ¿Por qué?
- ¿Cuál de las cosas realizadas en la resolución podrían usar en otras situaciones?
- Elaboren una lista con las recomendaciones que darían a otros niños para resolver situaciones similares.

ANEXO

Matriz de preguntas, indicadores y capacidades

Cuadernillo 1

Item	Indicadores curriculares	Capacidades adecuadas del DCN	Nivel de logro
1	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la suma de dos números de dos cifras presentadas en enunciado verbal.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
2	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la diferencia de dos números de dos cifras, presentadas en formato vertical.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
3	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la suma de dos sumandos de hasta tres cifras, presentadas en formato vertical.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
4	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la diferencia de dos números de dos cifras, presentadas en formato horizontal.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
5	Identifica el patrón de una secuencia numérica sencilla.	Interpreta y formula secuencias finitas de 2 en 2, 4 en 4 y 10 en 10, con números de hasta dos cifras.	1
6	Identifica los números mayores o menores respecto de un referente.	Interpreta relaciones "mayor que", "menor que", "igual que" y ordena números naturales de hasta tres cifras en forma ascendente y descendente.	1
7	Resuelve situaciones aditivas en acciones de "comparar", presentadas mediante diversos tipos de texto.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
8	Resuelve situaciones asociadas a una relación indirecta de doble, triple o mitad de una cantidad, presentadas en diversos tipos de texto.	Resuelve problemas que implican la noción de doble, triple y mitad de números naturales de hasta dos cifras.	Encima del nivel 2*
9	Identifica la agrupación reiterada de 10 unidades.	Interpreta y representa números de hasta tres cifras.	2
10	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "juntar" con información presentada en tablas de doble entrada.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras. Interpreta relaciones entre datos numéricos en tablas de doble entrada.	1
11	Resuelve situaciones aditivas en acciones de "comparar", presentadas mediante diversos tipos de texto.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
12	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "separar" a partir de información presentada en texto continuo.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
13	Resuelve situaciones asociadas a la relación directa de doble, triple o mitad de una cantidad, presentada en diversos tipos de texto.	Resuelve problemas que implican la noción de doble, triple y mitad de números naturales de hasta dos cifras.	2**
14	Expresa equivalencias convencionales entre unidades de orden en números de hasta dos cifras.	Interpreta y representa números de hasta tres cifras y expresa el valor posicional de sus cifras en el sistema de numeración decimal.	2
15	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "juntar" a partir de información presentada en un soporte gráfico.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras. Interpreta relaciones entre datos numéricos en gráfico de barras en cuadrículas.	1
16	Expresa números menores que 100 en su representación compacta usual desde su representación gráfica.	Interpreta y representa números de hasta tres cifras y expresa el valor posicional de sus cifras en el sistema de numeración decimal.	1
17	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "quitar" a partir de información presentada en texto continuo.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
18	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de juntar cantidades y formar grupos de 10, presentadas en diversos tipos de texto.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
19	Expresa equivalencias convencionales entre unidades de orden en números de hasta dos cifras.	Interpreta y representa números de hasta tres cifras y expresa el valor posicional de sus cifras en el sistema de numeración decimal.	2
20	Resuelve situaciones aditivas en acciones de "comparar", presentadas mediante diversos tipos de texto.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
21	Resuelve situaciones aditivas de varias etapas, presentadas en diversos tipos de texto.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2

Cuadernillo 2

Item	Indicadores curriculares	Capacidades adecuadas del DCN	Nivel de logro
1	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la suma de dos números de dos cifras, presentadas en formato vertical.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
2	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la diferencia de dos números de dos cifras, presentadas en enunciado verbal.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
3	Resuelve situaciones aditivas, donde se pide hallar uno de los dos sumandos de dos cifras, presentadas en formato horizontal.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
4	Identifica el patrón de una secuencia numérica sencilla para completar el término que falta.	Interpreta y formula secuencias finitas de 2 en 2, 4 en 4 y 10 en 10, con números de hasta dos cifras.	1
5	Identifica el número mayor o menor entre tres cantidades, a partir de información presentada con soporte gráfico.	Interpreta relaciones "mayor que", "menor que", "igual que".	1
6	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "juntar" a partir de información presentada en un soporte gráfico.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
7	Resuelve situaciones aditivas en acciones de "comparar", presentadas mediante diversos tipos de texto.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
8	Expresa equivalencias entre unidades de orden en números de hasta dos cifras.	Interpreta y representa números de hasta tres cifras y expresa el valor posicional de sus cifras en el sistema de numeración decimal.	2
9	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "separar" a partir de información presentada en texto continuo.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
10	Expresa números menores que 100 en su representación compacta usual desde su representación gráfica.	Interpreta y representa números de hasta tres cifras y expresa el valor posicional de sus cifras en el sistema de numeración decimal.	1
11	Identifica la agrupación reiterada de 10 unidades	Interpreta y representa números de hasta tres cifras.	2
12	Expresa la equivalencia explícita entre unidades y decenas en números de dos cifras.	Interpreta y representa números de hasta tres cifras y expresa el valor posicional de sus cifras en el sistema de numeración decimal.	1
13	Resuelve situaciones asociadas a una relación directa de doble, triple o mitad de una cantidad, presentadas en diversos tipos de texto.	Resuelve problemas que implican la noción de doble, triple y mitad de números naturales de hasta dos cifras.	2
14	Resuelve situaciones aditivas en acciones de "igualar", presentadas con soporte gráfico	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	1
15	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "quitar", presentadas en texto continuo y con información adicional.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2**
16	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "juntar" con información presentada en tablas de doble entrada.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras. Interpreta relaciones entre datos numéricos en tablas de doble entrada	1
17	Expresa un número desde su descomposición en unidades y decenas de manera no convencional a su notación compacta.	Interpreta y representa números de hasta tres cifras.	2
18	Resuelve situaciones aditivas de varias etapas, presentadas en diversos tipos de texto.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
19	Resuelve situaciones aditivas en acciones de "agregar" en las que se pide hallar la cantidad que produce el cambio, presentadas en texto continuo.	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
20	Resuelve situaciones aditivas en acciones de "igualar", presentadas en diversos tipos de texto	Resuelve problemas de adición y sustracción con números naturales de hasta tres cifras.	2
21	Expresa equivalencias no convencionales entre unidades de orden en números de hasta dos cifras.	Interpreta y representa números de hasta tres cifras y expresa el valor posicional de sus cifras en el sistema de numeración decimal.	2

* La resolución correcta de esta pregunta no fue considerada como requisito para ubicarse en el nivel 2. El nivel de logro de esta pregunta fue asignado por la complejidad de los procesos involucrados al resolverlo.

** El nivel de logro de esta pregunta fue asignado por la complejidad de los procesos involucrados al resolverlo.

INFORMES DE RESULTADOS DE LA ECE 2012

Veamos cómo deben distribuirse los informes de la ECE 2012 enviados a las escuelas evaluadas en segundo grado de primaria.

1 EL DIRECTOR

> Recibirá un paquete de informes en su IE. Deberá leer y analizar el Informe para la IE.

¿Cómo rinden nuestros estudiantes en la escuela?



> Deberá entregar los respectivos informes a los docentes de 2do y 3er grado.



¿Cómo mejorar la comprensión lectora de nuestros estudiantes?



¿Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en Matemática?



¿Cómo trabajar la escritura con nuestros estudiantes?



> Todos los docentes de primaria serán convocados por el director para realizar una Jornada de Reflexión en la que se definirán planes de mejora y compromisos para el logro de los aprendizajes.

LOS DOCENTES 2

Para realizar esta jornada deberán seguir las indicaciones de esta guía.



> Establecerán metas para este año y las registrarán en el papelógrafo de metas educativas.

3 LOS PADRES DE FAMILIA



Conozca los resultados de su hijo.

> Serán convocados por el docente a una reunión y recibirán los informes de resultados de sus hijos.



Si usted tiene alguna pregunta, sugerencia o comentario sobre este informe, con mucho gusto lo atenderemos en:
Calle del Comercio N° 193, San Borja.
Lima 41, Perú.
Telf. (01) 615-5840 / medicion@minedu.gob.pe

Estos informes se encuentran disponibles en:
<http://umc.minedu.gob.pe>
http://sistemas02.minedu.gob.pe/consulta_eca/



PERÚ Ministerio de Educación

Secretaría de Planificación Estratégica

Oficina de Planificación Estratégica y Medición de la Calidad Ed.

Unidad de Medición de la Calidad Educativa

