

SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera Nacional



Himno Nacional



Escudo Nacional

DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

Artículo 1
Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

Artículo 2
Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

Artículo 3
Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

Artículo 4
Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

Artículo 5
Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

Artículo 6
Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

Artículo 7
Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

Artículo 8
Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

Artículo 9
Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

Artículo 10
Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

Artículo 11
1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

Artículo 12
Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

Artículo 13
1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

Artículo 14
1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 15
1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

Artículo 16
1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

Artículo 17
1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

Artículo 18
Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

Artículo 19
Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

Artículo 20
1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

Artículo 21
1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

Artículo 22
Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

Artículo 23
1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

Artículo 24
Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

Artículo 25
1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

Artículo 26
1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

Artículo 27
1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

Artículo 28
Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

Artículo 29
1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 30
Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.

Resolvamos problemas

Manual para el docente

Secundaria

3



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta socie-

dad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

3. Competitividad del País

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

Resolvamos problemas

Manual para el docente

Secundaria

3



MINISTERIO DE EDUCACIÓN



Resolvamos problemas 3

Manual para el docente

Editado por:

Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta de contenidos:

Marco Antonio Meza Huaylinos
Olber Muñoz Solís

Revisión pedagógica:

Olber Muñoz Solís

Diseño y diagramación:

Mery Luz Quirita Quispe
Patricia Noemí Maguiña Flores

Corrección de estilo:

Lérida Giuliana Fernández Toscano

Primera edición: diciembre de 2017

Tiraje: 4415 ejemplares

Impreso por:

Consortio Corporación Gráfica Navarrete S. A., Amauta Impresiones Comerciales S. A. C., Metrocolor S. A. Se terminó de imprimir en febrero de 2018, en los talleres gráficos de Amauta Impresiones Comerciales S. A. C., sito en Juan del Mar y Bernedo 1298- Lima.

©Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.º 2018-01708

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*



Querido(a) docente:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el manual de *Resolvamos problemas 3*, cuyo propósito es ofrecerte sesiones de aprendizaje para abordar las situaciones significativas presentadas en cada ficha del cuaderno de trabajo.

Las sesiones de aprendizaje que se proponen están estructuradas de la siguiente manera:

Inicio

Se presentan sugerencias para organizar a los equipos de trabajo, promoviendo una atención diferenciada, de manera que se brinde mayor apoyo al equipo que requiere consolidar los aprendizajes propuestos. Se presentan los propósitos por lograr y las pautas para el trabajo en equipo.

Desarrollo

Se explica cómo está organizada la sección *Aprendemos*, cuyas actividades han sido planteadas de acuerdo a las fases de *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).

Se sugiere que, para dar respuesta a las interrogantes de la sección *Aprendemos*, se realice un trabajo conjunto entre el docente y los estudiantes del equipo que requiere mayor atención. Para asegurar el logro de los aprendizajes propuestos, se presentan respuestas sugeridas a las interrogantes planteadas en las fases de *Resolución de problemas*.

En lo que respecta a la sección *Analizamos*, se abordan las tres situaciones con sus respectivas resoluciones: en las situaciones A y B, los estudiantes explicarán, reconocerán y describirán los procesos y las estrategias que se utilizaron para su resolución; y en la situación C, reconocerán el error de definiciones y de cálculo, a partir de lo cual plantearán la corrección del correspondiente proceso de resolución.

Por otro lado, se brindan indicaciones de cómo los estudiantes deberán desarrollar las situaciones de contexto propuestas en la sección *Practicamos*, las cuales se organizan por colores con relación al grado de dificultad. Así pues, el verde identifica a las situaciones de familiarización, que serán desarrolladas por los estudiantes que se encuentran en el nivel inicio; el amarillo refiere situaciones de traducción simple, que serán desarrolladas por los que se hallan en proceso; y el azul corresponde a situaciones de traducción compleja, que serán desarrolladas por quienes se encuentran en el nivel destacado. Esta sección *Practicamos* deberá ser trabajada por cada estudiante de manera individual.

Cierre

Se promueve la reflexión del proceso de aprendizaje, mediante preguntas o indicaciones propuestas por el docente, que permiten a los estudiantes explicar sus dificultades en el desarrollo de las actividades propuestas y cómo lograron superarlas, así como describir las estrategias empleadas en este proceso.

Reforzamos en casa

Son situaciones de contextos diversos que se presentan en la sección *Practicamos*, donde se indica qué situaciones deberá desarrollar el estudiante que se ubica en cada nivel (inicio, proceso y destacado).

Finalmente, te invitamos a continuar transitando el camino de la gestión de los aprendizajes, con el fin de contribuir con tu talento al desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes a tu cargo.

Contenido

Conociendo algunas estrategias		Página 6
Sesión 1	Conozcamos sobre la presión arterial	Página 13
Sesión 2	Optimizamos las ganancias	Página 21
Sesión 3	El censo nacional	Página 29
Sesión 4	El mapamundi	Página 37
Sesión 5	El recorrido de una esfera	Página 44
Sesión 6	Nuestro macrouniverso y microuniverso	Página 52
Sesión 7	Alimentación saludable	Página 60
Sesión 8	Elegimos un servicio conveniente	Página 68
Sesión 9	Ordenamos la habitación	Página 76
Sesión 10	Decoramos y construimos envases	Página 84

Sesión 11	Unidos por un complejo deportivo	Página 91
Sesión 12	Elegimos a los mejores atletas	Página 99
Sesión 13	¿Hay figuras iguales o parecidas?	Página 107
Sesión 14	El juego de ajedrez	Página 115
Sesión 15	Organizamos la campaña navideña	Página 122
Sesión 16	Las líneas aéreas y sus condiciones de viaje	Página 130
Sesión 17	Modelamos un fenómeno climatológico	Página 138
Sesión 18	Ahorramos en comunicaciones	Página 145
Sesión 19	Necesitamos los puentes peatonales	Página 153
Sesión 20	La inseguridad ciudadana	Página 161

Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

1. Estrategias de comprensión

Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuántos estados se perciben en el texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a la situación.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del texto que da origen a un problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo para aclarar este enfoque:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde. Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraeos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se

va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

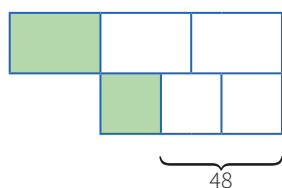
Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y $\frac{1}{3}$ del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	x	18
Felipe	x	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

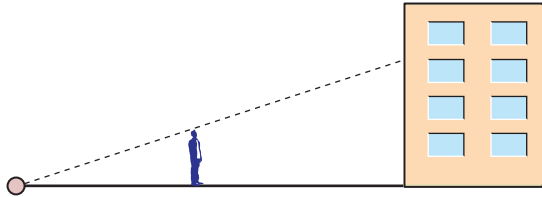
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

Solución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

Solución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



Diagramas conjuntistas

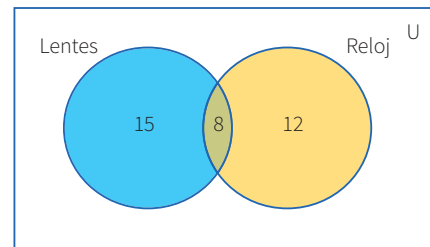
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes, y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

Solución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

Ejemplo:

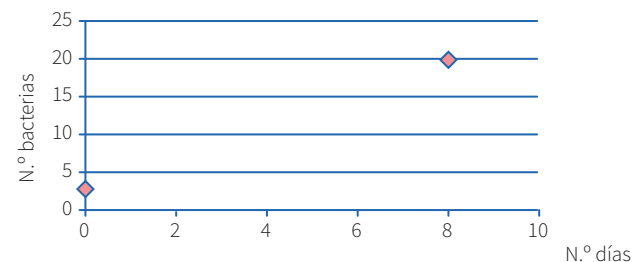
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

Solución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

Solución:

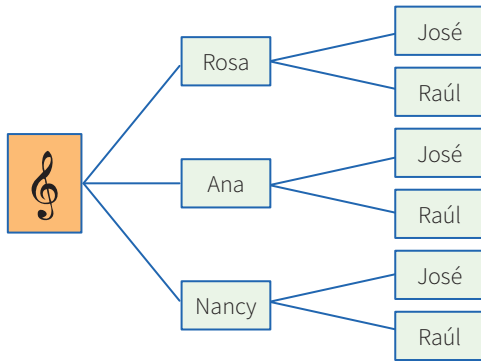
Tomás, Alfredo, Alberto y Roberto.



Diagramas de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

Ejemplo: Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



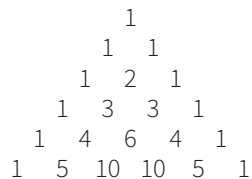
3. Otras estrategias

Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

Haz una lista sistemática

En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?

Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.

Solución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:
 Triángulos con una letra: a-b-c-d
 Triángulos con dos letras: ab-bc-cd
 Triángulos con tres letras: abc-bcd
 Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ triángulos.

Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

Ejemplo:

Halla el valor de $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$.

Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n) (n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier n entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale $S/100$ y elijo primero el descuento, termino pagando $S/106$. Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como $\div 2, -3$.
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos: $x = 90$

Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas, y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]; \text{ simplificando:}$$

$$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x; \text{ de donde } x = 2,4 \text{ horas}$$

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien, aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

Solución:

- Primero se observa que $50 \times 50 = 2500$, número que no llega; y que $60 \times 60 = 3600$, el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- 55×56 no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar $53 \times 54 = 2862$, el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con $56 \times 57 = 3192$, se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

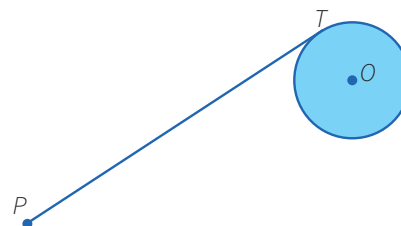
Supón el problema resuelto

Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto T es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos O con T , tendremos que OT es perpendicular a PT .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados, P , T y O , es posible hacer un triángulo uniendo el punto P con el punto O . Se observa que el triángulo es rectángulo.



Conozcamos sobre la presión arterial

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar, igualar cantidades, y las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con intervalos.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con intervalos, y para simplificar procesos usando las propiedades de los números y las operaciones, según se adecúe a las condiciones de la situación.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; es decir, debe conocer las características de cada estudiante.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Invita a los equipos de trabajo a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - ✓ Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Recalca que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Realizar operaciones con intervalos para resolver problemas y representar estos intervalos de forma geométrica y conjuntista.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Sabes cómo se mide la presión arterial?
La presión arterial se mide con un instrumento llamado tensiómetro, que calcula la presión sistólica y la presión diastólica en mmHg.
 2. Según los datos brindados, ¿en qué categorías está en riesgo la vida de una persona?
Cuando la presión sistólica es de 140 mmHg a más y la presión diastólica es de 90 mmHg a más.
 3. ¿Qué clases de intervalos conoces?
Intervalo cerrado, intervalo semiabierto por la derecha, intervalo semiabierto por la izquierda e intervalo abierto.
 4. ¿Qué te piden realizar?
La categoría de una persona que tiene presión arterial de 115 mmHg/78 mmHg. Además, expresar en un solo intervalo y de forma conjuntista la presión sistólica y diastólica de las categorías que ponen en riesgo la vida de una persona adulta.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. Para tener un solo intervalo de las categorías que ponen en riesgo la vida de una persona, ¿qué operación se puede realizar con los intervalos?
Unión.
 2. ¿Qué estrategia te sirve para resolver el problema?
Un diagrama tabular y un diagrama lineal (recta numérica) para representar los intervalos de forma geométrica.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Iniciamos el plan elegido. En una tabla escribimos como intervalo y como conjunto todas las categorías:

Categoría	Intervalo Presión sistólica (mmHg)	Como conjunto	Intervalo Presión diastólica (mmHg)	Como conjunto
Óptima	$A = [0; 120[$	$A = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x < 120\}$	$A = [0; 80[$	$A = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x < 80\}$
Normal	$B = [120; 130[$	$B = \{x \in \mathbb{R} / 120 \leq x < 130\}$	$B = [80; 85[$	$B = \{x \in \mathbb{R} / 80 \leq x < 85\}$
Normal alta	$C = [130; 140[$	$C = \{x \in \mathbb{R} / 130 \leq x < 140\}$	$C = [85; 90[$	$C = \{x \in \mathbb{R} / 85 \leq x < 90\}$
Hipertensión:	$D = [140; +\infty[$	$D = \{x \in \mathbb{R} / 140 \leq x\}$	$D = [90; +\infty[$	$D = \{x \in \mathbb{R} / 90 \leq x\}$
Estadio 1	$E = [140; 160[$	$E = \{x \in \mathbb{R} / 140 \leq x < 160\}$	$E = [90; 100[$	$E = \{x \in \mathbb{R} / 90 \leq x < 100\}$
Estadio 2	$F = [160; +\infty[$	$F = \{x \in \mathbb{R} / 160 \leq x\}$	$F = [100; +\infty[$	$F = \{x \in \mathbb{R} / 100 \leq x\}$

2. ¿En qué categoría está la medida de la presión arterial de 115 mmHg / 78 mmHg en una persona adulta?

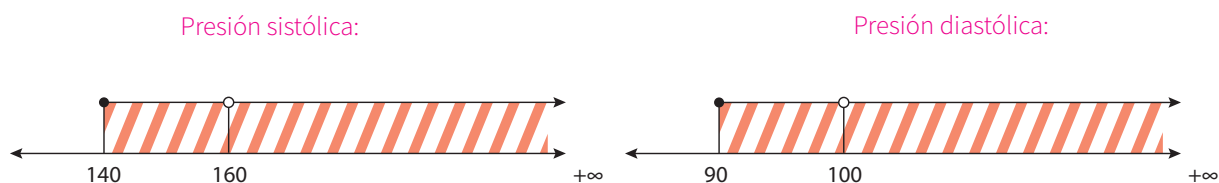
Categoría óptima.

3. ¿Cuál es el intervalo de la presión sistólica y diastólica de las categorías que ponen en riesgo la vida de una persona?

Presión sistólica de riesgo: $[140; +\infty[$

Presión diastólica de riesgo: $[90; +\infty[$

4. En un diagrama de la recta numérica, determinamos gráficamente la unión de los intervalos de las categorías que ponen en riesgo la vida de una persona:



5. Escribe como conjunto la expresión de los intervalos de la presión sistólica y diastólica que ponen en riesgo la vida de una persona:

Presión sistólica de riesgo: $\{x \in \mathbb{R} / x \geq 140\}$

Presión diastólica de riesgo: $\{x \in \mathbb{R} / x \geq 90\}$

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Por qué este tipo de medidas se expresa con intervalos?

Se usan intervalos porque estos agrupan un conjunto de valores que permiten saber el estado de nuestra presión arterial.

2. ¿En qué otras situaciones de la vida se pueden usar intervalos?

Cuando se agrupan medidas de talla, peso, distancias, tiempos, etc.

3. Describe y explica las estrategias que seleccionaste para responder las interrogantes.

Se organizó en una tabla la escritura como intervalo y como conjunto de las categorías. Luego se realizó el gráfico de los intervalos en la recta numérica para ver con mayor claridad las respuestas.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Qué estrategia se utilizó para dar respuesta a la situación A?
Se organizó en una tabla la información que se obtiene del gráfico.
 2. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al procedimiento utilizado en la situación inicial?
La información se organiza en una tabla y se toman algunos valores de los intervalos.
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.
 1. ¿Qué tipos de intervalos son los que representan los tiempos de producción de los lotes 1 y 2?
Son intervalos semiabiertos por la derecha.
 2. ¿Con qué tipo de intervalo se ha representado el tiempo de producción del lote 2 en la recta numérica y cuál es la respuesta correcta?
*Se ha representado el tiempo de producción del lote 2 con un intervalo semiabierto, por la derecha. La representación gráfica de cada lote es inadecuada. El intervalo representado por la línea azul corresponde al lote 2 y el intervalo representado por la línea anaranjada corresponde al lote 1.
El tiempo que tardaría producir el lote 1 y el lote 2 está representado por la unión de ambos intervalos de tiempo $[2,5 ; 5[$ horas.*
- Después del análisis de las situaciones realizado por cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

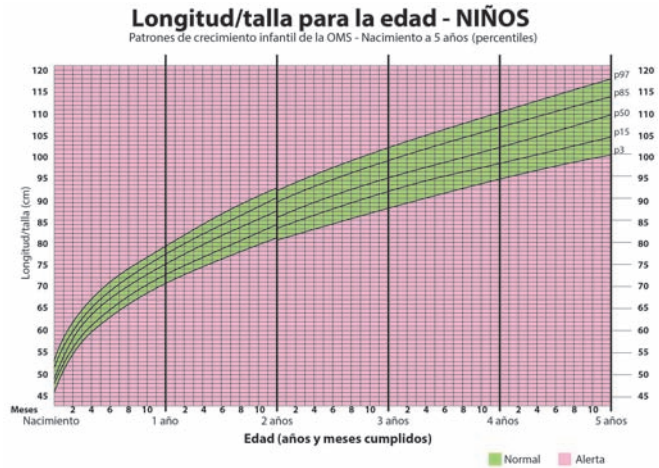
- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

Edad y talla de niños menores de 5 años

La siguiente gráfica muestra la relación entre la edad y la estatura para niños de 0 a 5 años de edad.

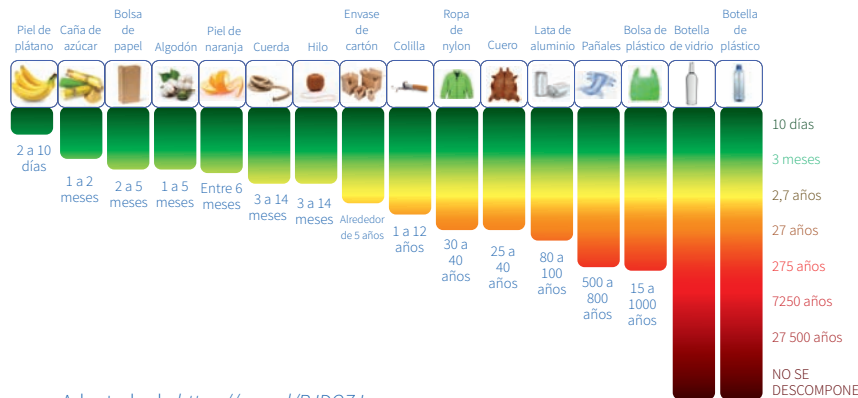


Con esta información, responde las preguntas 1 y 2.

Fuente: <https://goo.gl/26bmN2>

- ¿Qué talla podría tener un niño de 4 años 8 meses de edad para que su estatura sea considerada como “normal”?
 a) 70 cm b) 95 cm **c) 110 cm** d) 120 cm
- ¿Qué intervalo corresponde a un niño de 3 años cuya talla se encuentra en alerta?
 a) [70;100[b) [90;102] c)]100;115] **d)]105;120]**

¿Cuánto tarda en degradarse?



Adaptado de <https://goo.gl/RJDQZJ>

Los desechos sólidos se denominan comúnmente “basura” y representan una amenaza debido a su producción excesiva e incontrolada, ya que contaminan las aguas, la tierra y el aire. Además, ponen en peligro la salud humana y la naturaleza en general. Algunos de estos desechos pueden tardar mucho tiempo en descomponerse o degradarse, como se muestra en el gráfico.

Con esta información, responde las preguntas 3 y 4.

Adaptado de <https://goo.gl/oLcl6d>

- Expresa, mediante representación simbólica de un intervalo, el tiempo que tarda en degradarse una bolsa de plástico.
 a)]15;1000[b) [15;1000[**c)]15;1000]** d)]15;1000]
- Representa, haciendo uso de intervalos, la diferencia del tiempo que tarda en degradarse una cuerda menos el tiempo que tarda en degradarse una bolsa de papel.

Respuesta adecuada: Expresa mediante intervalos los tiempos que tardan en degradarse la cuerda y la bolsa de papel. Luego realiza la diferencia:

Cuerda: $[3; 14]$

Bolsa de papel: $[2; 5]$

La diferencia es: $[3; 14] - [2; 5] =]5; 14]$

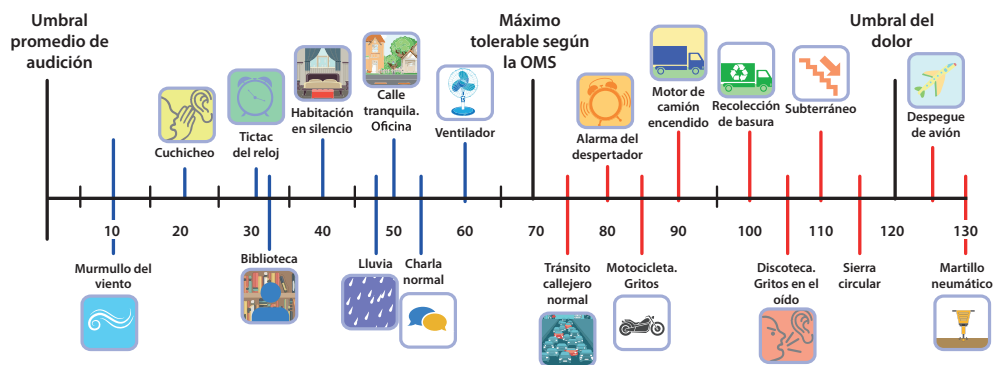
Respuesta parcial: Solo escribe como intervalos los tiempos que tardan en degradarse la cuerda y la bolsa de papel, sin establecer la diferencia.

Respuesta inadecuada: No entiende la pregunta.

5. Cuidado con los ruidos

La contaminación debido al ruido provocado por las actividades industriales, sociales y de transporte puede causar malestar, irritabilidad, insomnio, sordera parcial, etc.; afecta a la sociedad en general y produce daños a la salud, no solo auditivos, sino también nerviosos, pues puede provocar hipertensión.

El sonido en exceso es considerado un contaminante porque puede producir efectos fisiológicos y psicológicos nocivos para una persona o un grupo de ellas. El ruido se mide en decibelios (dB), los equipos más utilizados para medirlo son los sonómetros. La OMS considera los 70 dB como el límite superior deseable. Los ruidos mayores de 90 dB provocan daños auditivos permanentes y un alto grado de estrés y nerviosismo. El umbral de molestia comienza a los 120 dB, pero el simple hecho de estar expuesto por mucho tiempo a sonidos superiores a 90 dB puede producir daños.



Representa mediante intervalos la siguiente frase “ruidos mayores de 90 dB”. Luego determina la diferencia del intervalo del sonido producido por un motor de camión encendido menos el intervalo del sonido producido por un ventilador. Representa esta diferencia mediante intervalos.

- a) $[90; +\infty[; [60; 90]$ b) $]90; 120[;]60; 90[$ c) $[90; 120] ;]60; 90[$ **d) $]90; +\infty[;]60; 90[$**

6. Teresa resuelve el siguiente problema matemático sobre operaciones con intervalos:

Si $A = [0; 5[$ y $B = [2; 7]$, determina $A \cap B$.

Ella obtiene como respuesta $[2; 5]$. Sin embargo, Dante le dice que esa respuesta es equivocada.

¿Con cuál de los dos estás de acuerdo?

- a) Con Teresa. **b) Con Dante.** c) Con ninguno. d) Con los dos.

7. Escribe en forma de intervalo y representa gráficamente los enunciados de cada caso:

- Todos los números reales comprendidos entre -2 y 5 , ambos incluidos.

Respuesta adecuada: $[-2; 5]$

- Todos los números reales menores que 3.

Respuesta adecuada: $]-\infty; 3[$

- Todos los números reales comprendidos entre -1 y 2 , incluyendo el -1 y no el 2 .

Respuesta adecuada: $[-1; 2[$

- Todos los números mayores o iguales que -4 .

Respuesta adecuada: $[-4; +\infty[$

Respuesta parcial: Responde correctamente solo dos o tres casos.

Respuesta inadecuada: Responde correctamente solo un caso.

- 8.** Sabiendo que $|a| < b$ es equivalente a " $-b < a < b$ ", ¿cuál es el intervalo que contiene los valores reales de " x " si $|2x + 3| < 15$?

a) $]-18; 12[$

b) $]-15; 15[$

c) $]-3; 3,6[$

d) $]-9; 6[$

9. Índice de masa corporal (IMC)

Una buena forma de determinar si el peso de una persona es saludable para su estatura es calcular su índice de masa corporal (IMC). Para calcularlo se divide el peso de la persona (en kg) entre el cuadrado de su estatura (en m).

IMC	Categoría
Menos de 18,6	Delgado
Desde 18,6 hasta 24,9	Normal
Más de 24,9 y menos de 30	Sobrepeso
Desde 30 hasta menos de 35	Obesidad grado 1
Desde 35 hasta menos de 40	Obesidad grado 2

Abel pesa 68,5 kg y tiene una estatura de 1,45 m. Tomando en cuenta el valor de su IMC, ¿en qué categoría se ubica según la tabla?

a) Normal.

b) Delgado.

c) Obesidad grado 1.

d) Obesidad grado 2.

- 10.** Relaciona cada intervalo con su respectiva notación por comprensión:

$]-\infty; 4[$	$\{x \in \mathbb{R}/x < 4\}$	<p>Respuesta adecuada: Relaciona correctamente los intervalos desde su forma conjuntista.</p> <p>Respuesta parcial: Relaciona correctamente dos o tres de los intervalos en su forma conjuntista.</p> <p>Respuesta inadecuada: No logró relacionar adecuadamente los intervalos. Es posible que solo acierte en una relación, errando u omitiendo las demás.</p>
$[4; +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R}/x \leq 4\}$	
$[4; +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R}/x > 4\}$	
$]-\infty; 4[$	$\{x \in \mathbb{R}/x \geq 4\}$	



Optimizamos las ganancias

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Representa las características de una población en estudio mediante variables cualitativas o cuantitativas, y el comportamiento de los datos de una muestra de la población a través de histogramas, polígonos de frecuencia y medidas de tendencia central.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee tablas y gráficos de barras, histogramas, polígonos de frecuencia o circulares, así como diversos textos que contengan valores sobre las medidas de tendencia central.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

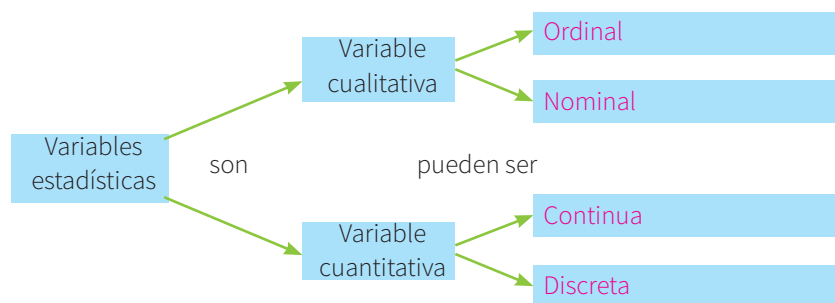
- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 1, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Representar las características de una población y el comportamiento de los datos de una muestra a través de histogramas, polígonos de frecuencia y medidas de tendencia central.
 - Interpretar gráficos estadísticos y diversos textos que contengan valores sobre medidas de tendencia central.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿De qué manera crees que le servirá a Ana realizar este estudio?
Le servirá para conocer qué platos de comida les gusta más a sus comensales y así tener menos pérdidas, es decir, menos platos de comida sin consumir.
 2. ¿Qué es una variable estadística?
Es una característica o cualidad que posee un conjunto de individuos, individuos (muestra), dentro de una población que se desea estudiar. Además, esta debe ser medible.
 3. ¿Cómo se está presentando la información de las edades?
Las edades se están presentando con datos agrupados en intervalos.
 4. ¿Qué conocimiento matemático puede ayudarnos a responder las interrogantes?
Se deben recordar los conocimientos de estadística: tabla de frecuencias.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué estrategia te ayudará a responder las interrogantes?
Tabla de frecuencias y aplicación de fórmulas.
 2. Recordamos los tipos de variables:



Ejemplos: *(Respuesta libre de cada estudiante).*

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. ¿Qué variables estadísticas ha considerado Ana en su estudio?

Ha considerado variables cualitativas nominales: ocupación y platos de comida, y una variable cuantitativa: edad.

2. Elaboramos una tabla de frecuencia para la variable “platos de comida”:

Platos de comida	f_i	F_i	h_i	H_i	$h_i\%$
Tallarines	6	6	0,30	0,30	30 %
Arroz con pollo	7	13	0,35	0,65	35 %
Cebiche	3	16	0,15	0,80	15 %
Pescado frito	4	20	0,20	1,00	20 %
Total	20		1,00		100 %

3. ¿Qué porcentaje de las personas prefiere arroz con pollo o cebiche?

El 50 % de las personas prefiere arroz con pollo o cebiche.

4. La variable “edades” está dada por datos agrupados. Aplicando fórmulas, recordemos cómo se forman estos grupos:

a) Como hay 20 datos, el número de intervalos (I) se determina con:

$$I = \sqrt{20} = 4,47 \approx 5$$

b) La edad mayor es: $X_{\text{máx.}} = 48$

La edad menor es: $X_{\text{mín.}} = 18$

El rango (R) es: $R = X_{\text{máx.}} - X_{\text{mín.}} = 30$

c) La amplitud del intervalo (A) es el cociente de dividir el rango por la cantidad de intervalos.

$$A = \frac{R}{I}$$

$$A = \frac{R}{I} = \frac{30}{5} = 6$$

5. ¿Por qué agrupó las edades de 6 en 6 para su estudio?

Porque al hallar la cantidad de intervalos iguales que podía formar con los 20 datos, resultó que la amplitud de estos intervalos era 6.

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿De qué otra forma se puede presentar la información estadística?

También se puede presentar la información en gráficos.

2. ¿Cómo crees que hizo Ana para recoger la información registrada en su tabla?

Elaboró una encuesta, aplicó, contabilizó y organizó las respuestas en una tabla.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 - ¿Qué diferencia hay entre ver la información en una tabla y verla en un gráfico?
Ver la información en un gráfico puede resultar más atractivo porque presenta colores y formas variadas.
 - ¿Qué estrategia se utilizó para realizar el gráfico circular?
Se han aplicado conocimientos de proporcionalidad: regla de tres simple.
 - ¿Con qué instrumento se miden los ángulos de los sectores?
Para tener la medida exacta de los ángulos sobre el papel, se recomienda el uso del transportador.
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.
 - ¿El proceso realizado para la resolución de la situación C es correcto? Explica.
No, porque el dato de la estatura mínima (134 cm) no se puede ubicar en ninguno de los intervalos propuestos en la resolución.
 - ¿Qué parte de la resolución cambiarías?
Se debe corregir el rango. Debe ser:

$$R = 202 - 134 = 68$$
Además, hay que corregir la amplitud:

$$A = \frac{68}{7} = 9,7 \approx 10$$

<i>Finalmente, se deben volver a escribir los intervalos:</i>	
[134;144[[174;184[
[144;154[[184;194[
[154;164[[194;204[
[164;174[
 - ¿Qué estrategia se utilizó en la resolución de la situación C?
Se están usando fórmulas.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.

- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

Temperatura en Lima

Las temperaturas registradas durante el mes de noviembre fueron:

22 °C, 22 °C, 23 °C, 23 °C, 22 °C, 23 °C, 22 °C, 21 °C, 23 °C, 24 °C, 21 °C, 23 °C, 22 °C, 21 °C, 22 °C, 22 °C, 23 °C, 23 °C, 23 °C, 22 °C, 23 °C, 21 °C, 23 °C, 24 °C, 24 °C, 24 °C, 22 °C, 24 °C, 24 °C, 22 °C.

Con esta información, responde las preguntas 1; 2; 3 y 4.

1. ¿Cuál de los siguientes gráficos estadísticos no es recomendable para presentar esta información?

- a) Histograma. b) Pictograma.
c) Diagrama de barras. d) Diagrama circular.

2. Completa la siguiente tabla de frecuencias.

Temperatura °C	f_i	h_i	$h_i\%$
21	4	0,14	14 %
22	10	0,33	33 %
23	10	0,33	33 %
24	6	0,20	20 %
TOTAL	30	1,00	100 %

¿Qué temperatura presenta menor frecuencia?

- a) 21 °C b) 22 °C c) 23 °C d) 24 °C

3. La temperatura que se ha repetido el 20% de las veces durante todo ese mes es:

- a) 21 °C b) 22 °C c) 23 °C d) 24 °C

4. Explica qué tipo de variable se está usando.

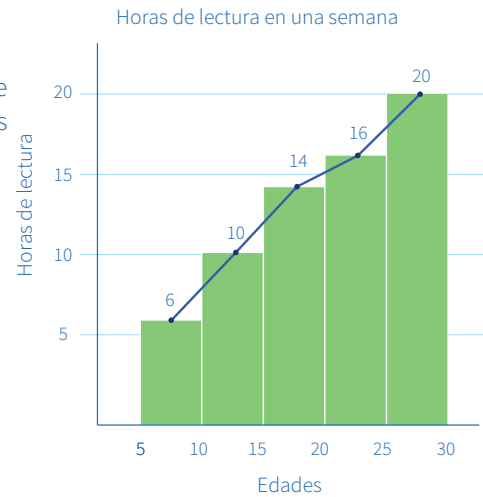
Respuesta adecuada: El estudiante comprende la situación y explica que debe usarse la variable cuantitativa discreta, porque son números enteros.

Respuesta parcial: El estudiante reconoce que se trata de una variable cuantitativa, pero no da más especificaciones.

Respuesta inadecuada: El estudiante da otras respuestas.

Horas de lectura

Se presenta un polígono de frecuencia acumulada que representa el tiempo en horas que se dedican a leer personas de 5 a 30 años.



Con esta información, responde las preguntas 5; 6 y 7.

5. ¿Qué variables estadísticas se identifican?
- a) Edades y lectura. b) Tiempo y semanas.
c) Edades y horas de lectura. d) Libros leídos.
6. ¿Qué porcentaje de horas de lectura tienen los menores de 20 años?
- a) 20 % b) 30 % c) 50 % d) 70 %
7. ¿Para qué tipo de datos recomiendas el uso de polígonos de frecuencia?

Respuesta adecuada: El estudiante reconoce que el polígono de frecuencia es la línea que se forma de las barras que representan datos agrupados y se considera para su elaboración la de frecuencia absoluta acumulada.

Respuesta parcial: El estudiante solo reconoce que el polígono de frecuencia se usa para datos numéricos.

Respuesta inadecuada: No conoce este tipo de gráfico.

8. Para realizar un trabajo sobre el medioambiente, unos estudiantes recogieron información sobre el tiempo de descomposición de varios tipos de materiales que podrían reciclarse, pero que la gente desecha como basura.

Objetos	Tiempo de descomposición
Papel	2 a 5 meses
Hilo	3 a 14 meses
Envase de cartón	5 años
Ropa de nylon	30 a 40 años
Latas de aluminio	80 a 100 años
Bolsas de plástico	15 a 1000 años

¿Qué tipo de gráfico estadístico recomiendas para presentar la información?

- a) Gráfico circular. b) Gráfico de barras.
c) Histograma. d) Pictograma.

Exportaciones

Los siguientes diagramas muestran información sobre las exportaciones de materiales tradicionales en el Perú a distintas partes del mundo.

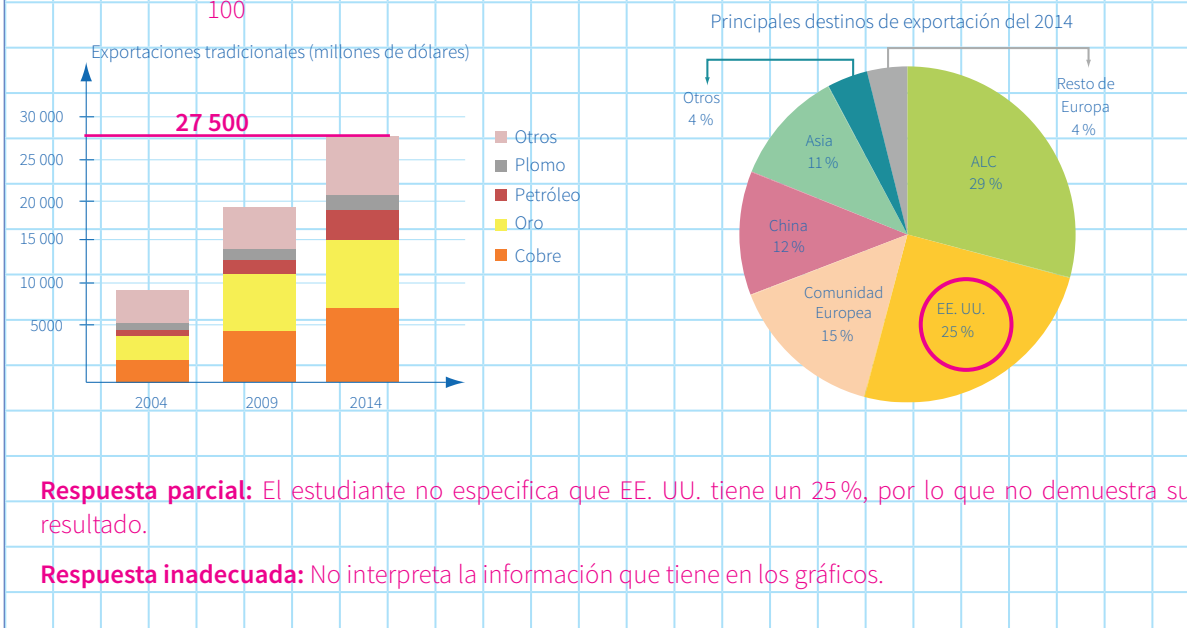


Con esta información, responde las preguntas 9 y 10.

9. ¿Cuál fue aproximadamente el valor total en millones de dólares de las exportaciones de oro en el 2014?
- a) 8 000 millones de dólares. b) 7000 millones de dólares.
- c) 12 000 millones de dólares. d) 16 000 millones de dólares.
10. ¿Cuál fue el valor de las exportaciones en millones de dólares a Estados Unidos en el 2014?

Respuesta adecuada: El total de las exportaciones equivale a 27 500 millones de dólares, de los cuales a EE. UU. le corresponde el 25%. Esto es un equivalente a:

$$25\% \cdot 27\,500 = \frac{25}{100} \cdot 27\,500 = 6875 \text{ millones}$$



Respuesta parcial: El estudiante no especifica que EE. UU. tiene un 25%, por lo que no demuestra su resultado.

Respuesta inadecuada: No interpreta la información que tiene en los gráficos.



I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee, interpreta e infiere tablas y gráficos, así como diversos textos que contengan valores sobre las medidas de tendencia central, para deducir nuevos datos y predecirlos según la tendencia observada.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la media, la mediana y la moda de datos discretos y continuos.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 2, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Interpretar tablas y gráficos estadísticos, y diversos textos que contengan valores sobre medidas de tendencia central.
 - Usar procedimientos adecuados para determinar la medidas de tendencia central de datos discretos y continuos.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Sabes en qué consiste un censo nacional de población y vivienda?

Un censo nacional de población y vivienda que hay en un procedimiento que permite recoger información acerca del número de habitantes que hay en el país y el número de viviendas.
 2. ¿Qué se busca conocer en la situación planteada?

Se busca conocer cuál es el promedio de la edad de los varones hasta los 90 años, según la información brindada en el cuadro, y cuál es la mediana de la edad de los varones peruanos hasta los 90 años, en el año 2007.
 3. ¿Cómo se presentan las edades en la tabla?

Las edades están agrupadas en intervalos cuya amplitud es de 10 edades.
 4. ¿Qué representan el promedio y la mediana de un conjunto de datos?

La media aritmética, promedio o simplemente media es la medida de tendencia central por excelencia. Se utiliza para describir un conjunto entero de datos mediante un solo valor que representa el centro de dichos datos.

La mediana es la medida de tendencia central que separa todo el conjunto de datos en dos grupos, uno de ellos por debajo y el otro por encima de la mediana.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Con qué estrategia podemos hallar el promedio y la mediana de datos agrupados?

Usando fórmulas.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Recordamos las fórmulas para hallar el promedio y la mediana de las edades agrupadas:

Promedio o media aritmética (\bar{x}):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{n}$$

x_i : Marca de clase de cada intervalo

f_i : Frecuencia absoluta de cada clase

n : Total de datos

Mediana (Me)

$$Me = L_i + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{me-1}}{f_{me}} \right) A$$

n: Total de datos

L_i : Límite inferior del intervalo mediano

F_{me-1} : Frecuencia absoluta acumulada anterior al intervalo mediano

f_{me} : Frecuencia absoluta del intervalo mediano

A: Amplitud del intervalo mediano

Recuerda:

$\frac{n}{2}$ si la cantidad de datos es par

y $\frac{n+1}{2}$ si la cantidad de datos es impar.

Con este resultado identificaremos el intervalo mediano.

2. Hallamos el promedio de la edad de los varones hasta los 90 años.

Edades	x_i	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$
[0;10[5	2 756 259	2 756 259	13 781 295
[10;20[15	2 876 709	5 632 968	43 150 635
[20;30[25	2 383 378	8 016 346	59 584 450
[30;40[35	1 921 716	9 938 062	67 260 060
[40;50[45	1 479 675	11 417 737	66 585 375
[50;60[55	999 795	12 417 532	54 988 725
[60;70[65	644 750	13 062 282	41 908 750
[70;80[75	387 911	13 450 193	29 093 325
[80;90]	85	152 632	13 602 825	12 973 720
TOTAL		13 602 825		389 326 335

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{n} = \frac{389\,326\,335}{13\,602\,825} \approx 28,62 \text{ años}$$

3. Hallamos la mediana de la edad de los varones peruanos hasta los 90 años.

$$Me = 20 + \left(\frac{6\,801\,413 - 5\,632\,968}{2\,383\,378} \right) \cdot 10 = 20 + 0,49024 \cdot 10 \approx 24,9$$

Con esto concluimos que la mitad de la población está por debajo de los 24,9 años y la otra mitad está por encima de esta edad.

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué opinas del uso de la calculadora o de un *software*?

(Respuesta libre).

2. ¿De qué otra forma se hubiesen hallado los resultados del promedio y la mediana?

Hay *software* estadísticos que hallan los resultados de la media, mediana y moda con solo ingresar los datos necesarios.

3. ¿Qué indica el valor del promedio y la mediana que hallaste?

El promedio indica que el valor representativo de las edades de los varones es de 28,62 años aproximadamente. La mediana indica que la mitad de la población está por debajo de los 24,9 años y la otra mitad está por encima de esta edad.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.

- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:

1. ¿Por qué las fórmulas aplicadas son distintas a las que se dieron anteriormente?

Porque ahora se está trabajando con datos no agrupados.

2. ¿Qué estrategia se aplica en la solución?

Se hace uso de la fórmula de la media.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{n}$$

- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. ¿Qué indica el valor de la moda de este conjunto de edades?

La moda indica la edad que tiene mayor frecuencia absoluta.

2. Se ha ubicado el intervalo modal en el intervalo [10;20[que corresponde a las edades. ¿Será correcto que la moda resulte 22 años aproximadamente?, ¿por qué?

No es correcto obtener como resultado de la moda 22 años, porque esta edad está fuera del intervalo identificado como "intervalo modal". Lo correcto hubiera sido que el resultado sea una edad que pertenezca al intervalo modal.

3. ¿Qué cambiarías en la resolución y qué resultado tienes ahora?

Se ha identificado que hay error en el límite inferior del "intervalo modal". Este debe ser $L_1 = 10$.

El resultado que se obtiene es:

$$Mo = L_1 + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) A = 10 + \left(\frac{120\ 450}{120\ 450 + 493\ 331} \right) \cdot 10$$

$$Mo = 10 + \left(\frac{120\ 450}{613\ 781} \right) \cdot 10 = 10 + 0,196(10) \approx 11,96$$

Concluimos que la moda de este conjunto de datos es 11,96 años, es decir, 12 años aproximadamente.

- Después del análisis de las situaciones realizado por cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. Dados los pesos de 10 niños: 42 kg, 38 kg, 46 kg, 40 kg, 43 kg, 48 kg, 45 kg, 43 kg, 41 kg y 39 kg, ¿cuál o cuáles de las afirmaciones siguientes son verdaderas?

- I) La moda de la distribución es 43 kg.
- II) El promedio es menor que 43 kg.
- III) La mediana coincide con la moda.

a) Solo I

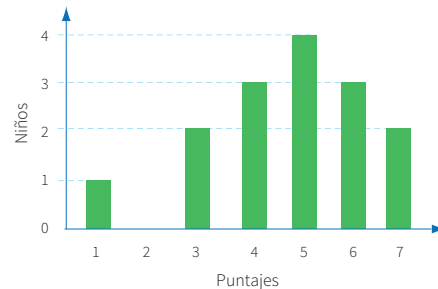
b) Solo I y III

c) Solo I y II

d) Solo II y III

2. El gráfico representa los puntajes obtenidos por 15 niños en una prueba. ¿Cuál o cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

- I) La mediana es 5.
- II) La moda es 5.
- III) La media aritmética (promedio) es 4,7.



a) Solo II

b) Solo III

c) Solo II y III

d) I, II y III

Empresa de transporte interprovincial

Se clasificaron las horas de manejo mensuales de los conductores de dos empresas de transporte interprovincial. Se obtuvieron las siguientes tablas:

Empresa A

Horas	N.º de conductores
[110;120[20
[120;130[30
[130;140[20
[140;150[10

Empresa B

Horas	N.º de conductores
[105;115[30
[115;125[50
[125;135[30
[135;145[10

Con esta información, responde las preguntas 3 y 4.

3. Determina la media de horas de las dos empresas y señala la afirmación correcta con respecto a dicha media.

- a) La media de la empresa A es igual que la media de la empresa B.
- b) La media de la empresa A es menor que la media de la empresa B.
- c) La media de la empresa A es mayor que la media de la empresa B.**

4. Elabora histogramas para representar las horas de manejo de los conductores de cada empresa de transporte interprovincial.

Respuesta adecuada: Elabora la tabla de frecuencias estadísticas y, a partir de ello, elabora los histogramas.

Tabla de frecuencias estadísticas de la empresa A

Horas	f_i	F_i	x
[110; 120[20	20	115
[120; 130[30	50	125
[130; 140[20	70	135
[140; 150[10	80	145

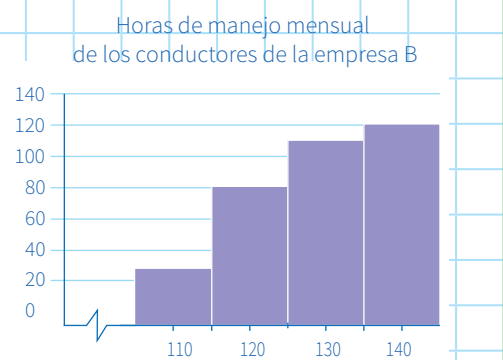
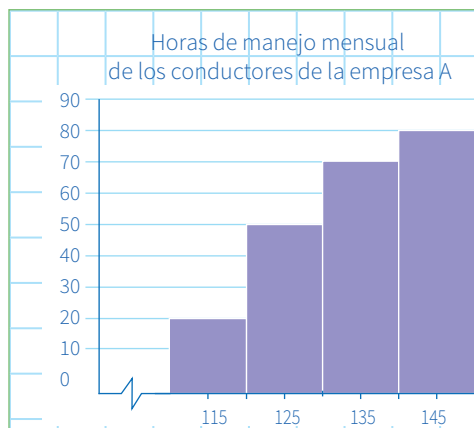
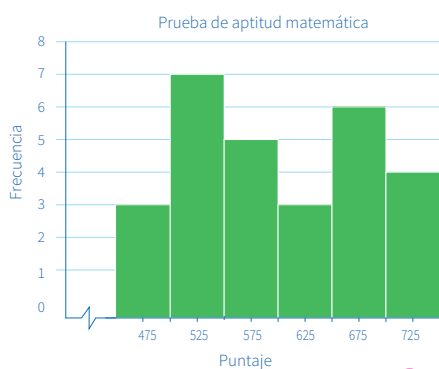


Tabla de frecuencias estadísticas de la empresa B

Horas	f_i	F_i	x
[105; 115[30	30	110
[115; 125[50	80	120
[125; 135[30	110	130
[135; 145[10	120	140

Respuesta parcial: Elabora solamente la tabla de frecuencias absolutas.

Respuesta inadecuada: Brinda otras respuestas.



Prueba de aptitud matemática

El siguiente gráfico corresponde a los puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes en un simulacro de una prueba de ingreso a la universidad.

Con esta información, responde las preguntas 5; 6 y 7.

5. Calcula la mediana de los puntajes obtenidos en esta prueba de aptitud matemática.

- a) 475 puntos. **b)** 590 puntos. c) 600 puntos. d) 550 puntos.
- 6.** Sabiendo que para aprobar la prueba de aptitud matemática se requiere superar los 500 puntos, ¿para qué será importante calcular la mediana de este conjunto de datos?
- a) Para saber cuál es el puntaje que permite aprobar en esta prueba.
b) Para saber si la mitad del salón superó el puntaje mínimo aprobatorio.
c) Para saber si coincide con el puntaje necesario para aprobar.
d) Para saber cuál es el puntaje que más se repite.
- 7.** Construye una tabla de frecuencias que incluya los intervalos de clase, la frecuencia absoluta de cada clase y las frecuencias absolutas acumuladas.

Respuesta adecuada: Interpreta los datos del histograma y elabora una tabla de frecuencias según lo solicitado.

Intervalos	f_i	F_i
[450; 500[3	3
[500; 550[7	10
[550; 600[5	15
[600; 650[3	18
[650; 700[6	24
[700; 750]	4	28
Total	28	

Respuesta parcial: Solo considera una de las frecuencias.

Respuesta inadecuada: Brinda otras respuestas.

8. Veinte números tienen un promedio de 20; doce de los números tienen un promedio de 8. ¿Cuál es el promedio de los otros ocho números?

- a) 12 b) 28 c) 62 **d) 38**

9. **Tiempo de carreras**

Se han realizado dos cronometrajes (en s) en una carrera de 200 metros planos a un grupo de 18 atletas, uno antes y otro después de una serie de entrenamientos. Los resultados son los siguientes:

Antes del entrenamiento						Después del entrenamiento					
21,6	25,5	26,9	26,8	28,7	27,8	21,6	24,1	25,3	24,4	26,1	24,9
23,9	21,1	23,9	21,6	25,5	23,9	23,4	21,4	23,5	22,5	23,7	22,9
25,7	28,9	24,3	27,7	25,3	21,9	25,1	27,2	24,1	27,2	23,4	21,5

¿Cuánto debería correr un atleta después del entrenamiento para que la mitad de los atletas tengan un tiempo menor que él (o como mucho lo mismo) y la otra mitad un tiempo mayor que él?

- a) 23,9 s** b) 23,0 s c) 23,5 s d) 24,2 s

10. La siguiente tabla muestra la distribución del ingreso familiar correspondiente a 80 familias.

f_i : Frecuencia absoluta simple

F_i : Frecuencia absoluta acumulada

h_i : Frecuencia relativa simple

Intervalo de los ingresos (S/)	f_i	F_i	h_i
[160;170[12	12	0,150
[170;180[48	60	0,600
[180;190[10	70	0,125
[190;200[6	76	0,075
[200;210]	4	80	0,050

Determina el número de familias que ganan menos de 200 soles.

Respuesta adecuada:	$F_1 = 12$
El número de familias es $n = 80$.	$F_2 = 12 + 48 = 60$
$\frac{f_i}{n} = h_i \rightarrow f_i = n \times h_i$	$F_3 = 60 + 10 = 70$
$f_1 = 80 \times 0,150$	$F_4 = 70 + 6 = 76$
$f_3 = 80 \times 0,125 = 10$	Se solicita el número de familias que ganan menos de 200 soles, lo cual será:
$f_4 = 80 \times 0,075 = 6$	$f_4 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 12 + 48 + 10 + 6 = 76$
Se solicita el número de familias que ganan menos de 200 soles, lo cual será:	Respuesta inadecuada: El estudiante brinda otras respuestas.
$f_4 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 12 + 48 + 10 + 6 = 76$	
Respuesta parcial:	
El número de familias es $n = 80$.	



I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario, y los representa utilizando coordenadas cartesianas, planos o mapas a escala.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Lee textos o gráficos que describen formas geométricas y sus propiedades, y relaciones de semejanza y congruencia entre triángulos. Lee mapas a diferente escala y compara su información para ubicar lugares o determinar rutas.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 3, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Determinar distancias, trayectorias y trazar rutas en mapas y planos haciendo uso de escalas.
 - Expresa mediante gráficos distancias y recorridos en mapas y planos haciendo uso de escalas.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿En qué se diferencia un mapa de un plano?
Un mapa es la representación de una superficie muy grande, mientras que un plano solo representa superficies pequeñas.
 2. ¿Qué información se observa en la esquina inferior derecha del mapa?
Se observa la escala con la cual está elaborado el mapamundi.
 3. ¿Qué conocimiento matemático se emplea para obtener información de las distancias en un mapa?
Se emplean las equivalencias proporcionales con las escalas.
 4. ¿Qué te piden hallar?
La escala del mapamundi mostrado y, según este, la mayor longitud de este a oeste en Sudamérica en la realidad.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué tipos de escalas hay?
Hay dos tipos de escalas: la escala numérica y la escala gráfica.
 2. ¿Qué estrategia utilizamos para hallar, a partir del mapamundi, la mayor longitud de este a oeste en Sudamérica en la realidad?
Realizar medidas con instrumentos y cálculos de longitudes haciendo uso de escalas.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Dibuja y describe la escala que se encuentra en la parte inferior derecha del mapa.

2300 km
1 cm

La escala indica que 1 cm en el mapa representa 2300 km en la realidad.
 2. Mide con una regla la mayor longitud de este a oeste del mapa geográfico de Sudamérica (considera el mapamundi de la situación inicial) e indica su valor en centímetros (cm).
Al medir con una regla la mayor longitud de este a oeste, resulta 2,2 cm.

3. Plantea la ecuación de proporcionalidad (regla de tres simple) entre la equivalencia de la escala gráfica y la medida obtenida del mapamundi.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ cm} \longrightarrow 2300 \text{ km} \\ 2,2 \text{ cm} \longrightarrow x \\ x = \frac{2,2 \text{ cm} \cdot 2300 \text{ km}}{1 \text{ cm}} = 5060 \end{array}$$

4. ¿Cuál es la mayor longitud de este a oeste en Sudamérica en la realidad?

La mayor longitud de este a oeste en la realidad es 5060 km.

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué conocimientos matemáticos se han aplicado para responder la interrogante?

Se han realizado mediciones, y se han establecido proporciones con la escala y la realidad.

2. ¿Qué lectura tendría una escala numérica 1 : 2000?

Esta escala se lee así: 1 cm representa 2000 cm de la realidad.

3. Para representar la plaza del Cusco, ¿usarías un mapa o un plano?, ¿por qué?

Usaría un plano, ya que la superficie no se extiende entre varias ciudades. Es una pequeña parte de superficie.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Cómo has obtenido el dato de la escala?
En la parte inferior derecha del plano se representa un segmento, el cual mide 2 cm. Entonces se interpreta que 2 cm del plano representan 20 m de la realidad.
 2. ¿Qué estrategia se utilizó para la resolución de la situación A?
Se han establecido relaciones de proporcionalidad.
 3. ¿A cuántos soles equivale el costo del local?
Se debe tomar información del tipo de cambio de dólares a soles (valor de la compra del dólar). $500 \times$ (valor del dólar en soles) = total de soles.
 4. ¿En qué otras situaciones son útiles los conocimientos de escalas?
Cuando se hacen maquetas, cuando se amplían o se reducen imágenes o fotos, etc.

- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. ¿Cómo se halla la equivalencia de 2400 m en cm?

Se sabe que: $100 \text{ cm} \equiv 1 \text{ m}$.

Entonces se multiplica: $2400 \times 100 \text{ cm} = 240\,000 \text{ cm}$.

2. ¿La respuesta obtenida es correcta? Si no lo fuera, ¿qué corrección harías?

La respuesta obtenida no es correcta, pues hay un error en la conversión de metros a centímetros:

$$\begin{aligned} \text{Escala} &= \frac{\text{Medida en plano}}{\text{Medida en la realidad}} = \frac{1}{10\,000} \\ \frac{1}{10\,000} &= \frac{x}{240\,000 \text{ cm}} \\ x &= \frac{240\,000 \text{ cm}}{10\,000} = 24 \text{ cm} \end{aligned}$$

3. ¿Qué estrategias se aplicaron para resolver la interrogante?

Se han establecido equivalencias entre las unidades de medida.

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

- En un plano a escala 1 : 75, una torre de electrificación rural tiene una altura de 24 cm. ¿Cuál será la altura de la torre en la realidad?
 a) 12 m b) 15 m **c) 18 m** d) 24 m
- En un mapa construido a escala de 1 : 90 000 000, la mayor distancia de norte a sur corresponde a dos puntos situados a 170 mm, y la mayor distancia de este a oeste corresponde a 110 mm aproximadamente. ¿Cuántos kilómetros representan estas distancias?
a) 15 300 km y 9900 km b) 16 300 km y 99 900 km
 c) 17 300 km y 8900 km d) 21 300 km y 7900 km
- El diámetro de la Luna es de 3,5 km; sin embargo, en el visor de un telescopio se ve con un diámetro de 1,6 cm. ¿Qué escala se ha empleado?
a) 1 : 218 750 b) 1 : 220 750
 c) 1 : 284 750 d) 1 : 218 850
- En el Callao se quiere llegar desde La Punta hasta el lugar señalado en la isla San Lorenzo. ¿Cuántos metros será el recorrido siguiendo la ruta señalada?



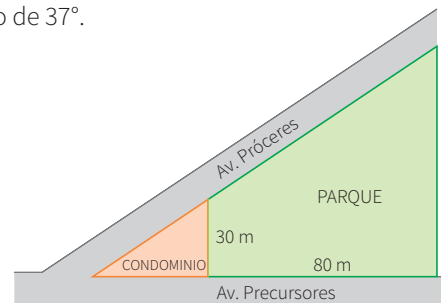
Respuesta adecuada: El estudiante mide los dos segmentos del recorrido y los suma, para luego, con una ecuación de proporcionalidad, establecer la equivalencia empleando la escala (9,4 km aproximados).

Respuesta parcial: El estudiante mide los segmentos del recorrido y los suma, para luego dar la distancia total del recorrido sin utilizar la escala.

Respuesta inadecuada: El estudiante no conoce la interpretación de la escala.

- Las avenidas Precursores y Próceres forman entre sí un ángulo de 37° .
¿Cuál es el perímetro del parque?

- a) 250 m
 b) 280 m
c) 300 m
 d) 320 m



- En el plano de la pregunta anterior, ¿qué escala se está usando?

- a) 1 : 20 b) 1 : 200 **c) 1 : 2000** d) 1 : 20 000

7. En el siguiente plano, ¿qué herramientas debes usar para conocer la escala empleada?



Fuente: <https://goo.gl/D1xhpT>

Respuesta adecuada: Con ayuda de una regla, se mide en centímetros, se divide con la medida que indica el plano (dicho valor está en metros, se debe convertir a centímetros).

Ejemplo:

1,90 m equivale a 190 cm.

Entonces $3,8/190 = 1/50$

La escala es 1/50

Respuesta parcial: Con ayuda de una regla, se mide en centímetros, se divide con la medida que indica el plano (no realiza la conversión de metros a centímetros).

Ejemplo:

1,90 m, dato del plano

3,8 cm, medida con regla

Entonces $3,8/1,90 = 2/1$

La escala es 2/1

Respuesta inadecuada: Brinda otras respuestas en las que no intervienen escalas.

8. En el plano de la pregunta anterior, ¿cuál es la escala que se está usando? (Sugerencia: realizar la medición con una regla sobre el dibujo del plano).

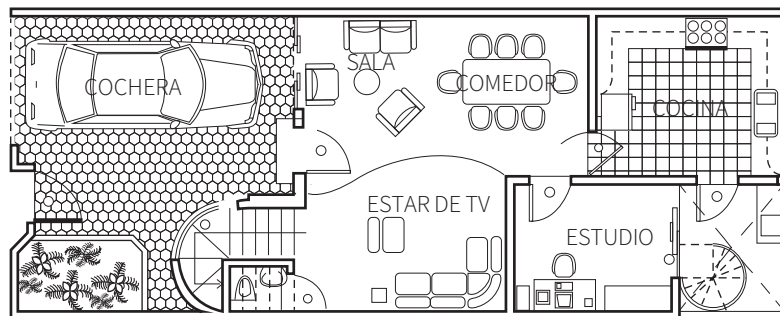
a) 1 : 50

b) 1 : 20

c) 1 : 150

d) 1 : 250

9. La longitud del automóvil mostrado en el siguiente plano es de 4,5 m. ¿Cuál es el área aproximada de la vivienda?



Fuente: <https://goo.gl/D1xhpT>

a) 120 m²

b) 90 m²

c) 150 m²

d) 180 m²

10. Si en el plano de un tanque elevado de 4 m de diámetro y 3 m de alto, el diámetro del tanque mide 10 cm, ¿cuánto es la escala que se está usando?, ¿y cuánto medirá el alto en centímetros (cm)?

Respuesta adecuada: Se hace la siguiente equivalencia:

$$\frac{\text{Medida en el plano o mapa}}{\text{Medida en la realidad}} = \frac{10 \text{ cm}}{4 \cdot 10 \text{ cm}} = \frac{1}{40}$$

$$\frac{x}{3 \text{ m}} = \frac{1}{40} \Rightarrow x = 0,075 \text{ m} \Leftrightarrow 7,5 \text{ cm es la medida del alto.}$$

Respuesta parcial: Solo se halla la escala 1 : 40 y no se expresa el alto del tanque.

Respuesta inadecuada: No se realiza ningún procedimiento que lleve a responder la interrogante.



El recorrido de una esfera

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficos.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes, y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen funciones cuadráticas $f(x) = x^2$, $f(x) = a x^2 + c$, $f(x) = a x^2 + b x + c$, para todo a diferente de cero, con coeficientes enteros y racionales.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el comportamiento gráfico de una función cuadrática, sus valores máximos, mínimos e interceptos, así como su eje de simetría, vértice y orientación, para interpretar su solución y estableciendo conexiones entre dichas representaciones.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 4, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Plantear la relación entre valores desconocidos o variación entre magnitudes mediante una función cuadrática.
 - Expresar mediante gráficas o tablas el comportamiento de una función cuadrática.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Cómo describes un movimiento vertical de caída libre?
Un movimiento vertical de caída libre es aquel en el cual la velocidad inicial es cero y conforme va transcurriendo el tiempo aumenta por la aceleración de la gravedad, que es 9,8 m/s² en el planeta Tierra.
 2. ¿Cómo actúa la gravedad en este movimiento?
La gravedad que hay en la Tierra acelera el movimiento a razón de 9,8 m/s².
 3. ¿Qué información se tiene del experimento de Manuel?
En una tabla se tienen registrados el tiempo y la altura de la esfera que dejó caer.
 4. ¿Qué te piden realizar?
Establecer la función matemática que permite hallar el recorrido de la esfera y realizar su gráfica en el plano cartesiano.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. Sabemos que los físicos ya demostraron una fórmula para caída libre. Entonces, ¿qué estrategia se puede utilizar para encontrar la función del recorrido de la esfera?
Usar una fórmula.
 2. ¿Qué tipo de gráfico se adecúa para representar el recorrido de la esfera?
Un diagrama cartesiano.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. ¿Cuál es la fórmula de caída libre que han demostrado los físicos?
$$h = V_0 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

<i>h = Altura o espacio vertical recorrido</i>	<i>g = Aceleración de la gravedad</i>
<i>V₀ = Velocidad inicial</i>	<i>t = Tiempo transcurrido</i>

2. Si hallas algunos valores con la fórmula de caída libre, ¿los resultados obtenidos serán los mismos que Manuel presentó en la tabla?

Como la velocidad inicial es nula y la aceleración de la gravedad es $9,8 \text{ m/s}^2$, la fórmula quedaría así:

$$h = 0 + \frac{1}{2} (9,8) \cdot t^2$$

$$h = 4,9 \cdot t^2$$

Se hallarán algunos valores con esta fórmula:

Tiempo (s)	0	1	2	3	...
Altura (m)	0	4,9	19,6	44,1	...

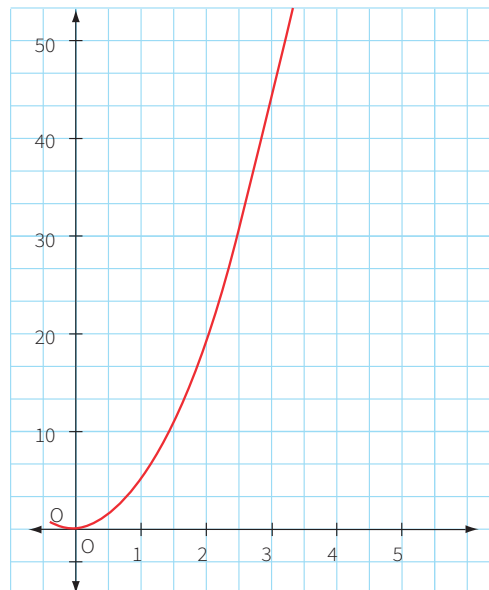
Comparando estos resultados con los obtenidos en el experimento, se llega a la conclusión de que la diferencia es por un error en la estimación y la fórmula es válida.

3. ¿Cuál sería la expresión matemática que permite hallar el recorrido de la esfera?

El recorrido de la esfera se puede hallar con la siguiente función matemática: $h = 4,9 \cdot t^2$ o $f(t) = 4,9 \cdot t^2$

4. Grafica en un diagrama cartesiano los resultados obtenidos del recorrido de la esfera, relacionando el tiempo y la altura que alcanza.

Tomando los valores que ha registrado Manuel, se obtiene la siguiente gráfica:



Lo que se observa es la mitad de una parábola que se abre hacia arriba.

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué estrategias fueron útiles para resolver la situación inicial?

Tener la fórmula que los físicos ya habían demostrado y establecer el recorrido de la esfera mediante un gráfico en el plano cartesiano.

2. ¿Cómo se llama la función matemática que se ha obtenido?

La función matemática obtenida se llama "función cuadrática".

3. ¿Por qué la gráfica solo muestra la mitad de una parábola?

La gráfica es la mitad de una parábola, porque el tiempo toma solo valores positivos. A medida que el tiempo transcurre, la altura se incrementa proporcionalmente al cuadrado del tiempo.

4. ¿Se pueden hallar los valores máximo y mínimo de una parábola sin graficarla?

Sí es posible hallar los valores máximo y mínimo en una parábola aplicando la fórmula para hallar el vértice.

5. ¿Qué otras situaciones de la vida cotidiana se representan gráficamente con una parábola?

El lanzamiento de la pelota al arco de fútbol, el recorrido de un nadador en el agua, etc.

• El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Qué estrategias reconoces en la solución?
Se ha utilizado un diagrama analógico del terreno rectangular.
 2. ¿Por qué se toma el valor del vértice como punto o valor máximo? ¿En qué situación el vértice sería el punto o valor mínimo?
Porque la parábola se abre hacia abajo, entonces el vértice toma el valor máximo; cuando la parábola se abre hacia arriba, el vértice toma el valor mínimo.
 3. ¿Qué diferencia hay entre área y perímetro?
El área es la medida de la superficie plana de la figura y el perímetro es la medida de todo el contorno de la figura.
 4. ¿A qué corresponden los valores a, b y c de la fórmula del vértice?
La ecuación cuadrática tiene la expresión general: $ax^2 + bx + c = 0$. Estos valores son los coeficientes de los términos que se reemplazan en la fórmula.
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.
 1. ¿Puede ser el valor de la dosis un número negativo? ¿Por qué ocurrió esto?
No tiene sentido lógico que el valor de la dosis de la medicina sea un valor negativo. Esto ocurrió porque no se reemplazaron correctamente los valores en la fórmula.
 2. ¿Cómo cambiarías el desarrollo?, ¿y qué respuesta obtienes?
$$V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right)$$
$$V = \left(\frac{-(-50)}{2(1)}; \frac{-50^2 + 4(1)2500}{4(1)} \right)$$
$$V = (25; 1875)$$
Por tanto, el valor mínimo es de 25 mg, dosis que los enfermeros deberán administrar a los niños.
 3. ¿Qué estuvo mal? ¿La estrategia o el algoritmo? Explica.
Estuvo mal el desarrollo del algoritmo.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. A Rubén le gusta jugar tiro al blanco y quiere saber cómo podría calcular el área de cada círculo del tablero. Su profesor le dice: “El área de un círculo es directamente proporcional al cuadrado del radio de la circunferencia y el valor de pi (π) sería la constante”. A partir de esta información, ¿cuál es la representación matemática de la función área del círculo $A(r)$ que Rubén debe emplear para encontrar el área de cada círculo?

a) $A(r) = \pi r^2$

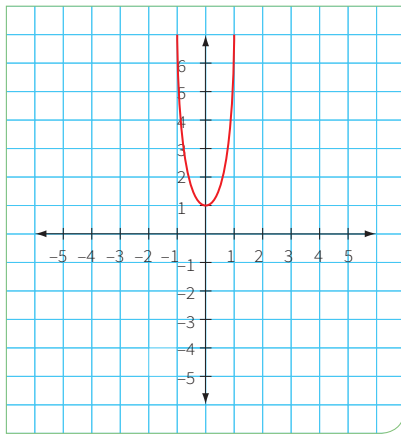
b) $A(r) = \pi r^3$

c) $A(x) = 2\pi$

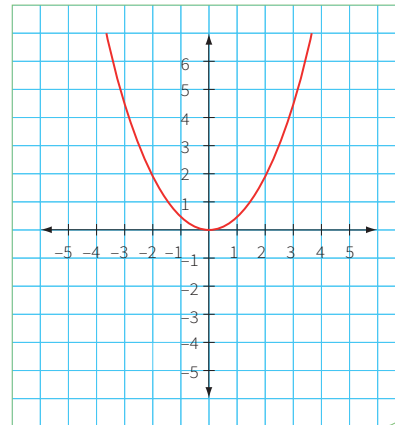
d) $A(x) = \pi r^3$

2. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la función cuadrática: $g(x) = \frac{1}{2}x^2$?

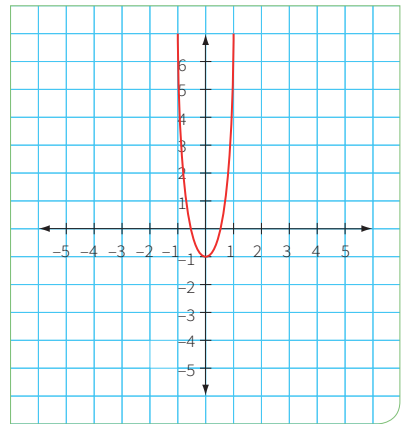
a)



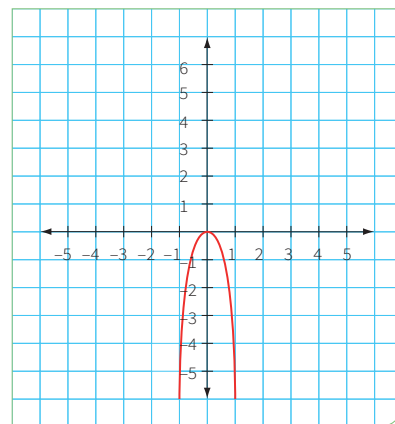
b)



c)



d)



3. Identifica la tabla o tablas de valores que pueden ser funciones cuadráticas.

a)

x	0	1	2	3	4
$f_1(x)$	3	2	5	12	23

c)

x	0	1	2	3	4
$f_3(x)$	5	4	1	-4	-11

b)

x	0	1	2	3	4
$f_2(x)$	1	-3	-7	-11	-15

4. Dada la siguiente función: $f(x) = (ax + m)^2$, donde "a" es un número real mayor que $7/3$ pero menor que $100,34$, ¿hacia dónde sería la orientación de la parábola?, ¿por qué?

Respuesta adecuada: Por teoría se sabe que si en una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, a es positivo, entonces la abertura de la parábola es hacia arriba.

Respuesta parcial: Desarrolla la expresión cuadrática, pero no determina la orientación de la gráfica.

Respuesta inadecuada: No reconoce que se trata de una ecuación cuadrática ni la gráfica que tendrá.

5. ¿Qué sucedería con la gráfica de una función cuadrática $g(x) = (x + 1)^2 + n$, sabiendo que n es un número natural, si aumentáramos el valor de n en cinco unidades?

a) El vértice de la parábola se desplazaría cinco unidades hacia abajo en el eje de las ordenadas.

b) El vértice de la parábola se desplazaría cinco unidades hacia arriba en el eje de las ordenadas.

c) El vértice de la parábola se desplazaría una unidad hacia la derecha en el eje de las abscisas.

d) El vértice de la parábola se desplazaría una unidad hacia la izquierda en el eje de las abscisas.

6. Con 40 metros de cerca se requiere delimitar, en una finca, un terreno donde se construirá una casa.
¿Cuál es la mayor área que podría tener este terreno?



a) 40 m^2

b) 80 m^2

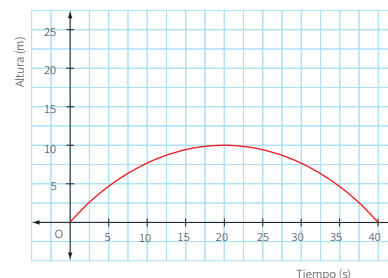
c) 100 m^2

d) 120 m^2

7. La trayectoria de un balón de fútbol

El siguiente gráfico ilustra la trayectoria de un balón de fútbol. La altitud máxima del recorrido del balón respecto al suelo es de 10 m.

Durante su ascenso, ¿a qué distancia horizontal de su punto de partida el balón alcanzó una altura de 6 m?



Respuesta adecuada: El estudiante encuentra la función $f(x) = -0,025x^2 + x$; la iguala a 6 porque es la altura y halla la distancia horizontal $x = 7,35$ o $7,4$.

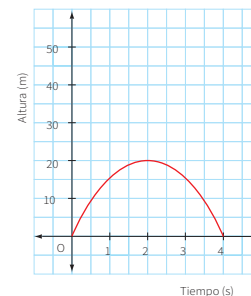
Respuesta parcial: El estudiante encuentra la función, pero no halla la distancia horizontal.

Respuesta inadecuada: El estudiante no realiza procedimientos que lo lleven a la respuesta.

8. El recorrido de una bengala de socorro

Una bengala es disparada desde una pequeña embarcación hacia el cielo. La altura $h(t)$ (en metros) donde se ubica la bengala en relación con la embarcación en un tiempo t (en segundos) transcurrido desde su lanzamiento puede estar asociada con la regla de $h(t) = -5(t - 2)^2 + 20$. El siguiente gráfico representa la función $h(t)$.

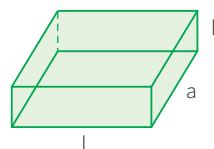
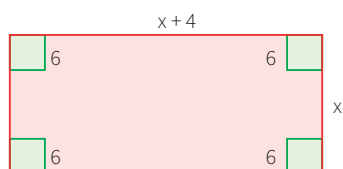
Por desgracia, este lanzamiento fue un fracaso. Normalmente, la altura máxima que alcanza este tipo de bengala es cuatro veces la altura que alcanzó en la situación descrita y su recorrido tarda el doble del tiempo mostrado en el gráfico.



¿Cuál es la regla de esta función?

- a)** $h(t) = -5(t - 4)^2 + 80$
- b)** $h(t) = -5(t - 2)^2 + 80$
- c)** $h(t) = -5(t - 8)^2 + 80$
- d)** $h(t) = 5(t - 2)^2 + 80$

- 9.** Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con esta se construye una caja cuyo volumen máximo es de 840 cm^3 , cortando un cuadrado de 6 cm en cada esquina y doblando los bordes para formar la caja sin tapa. ¿Cuáles serán las dimensiones de la pieza? (El volumen de la caja está dado por la multiplicación de las longitudes del alto, largo y ancho).



$$V = h \times l \times a$$

- a)** Largo 26 cm y ancho 22 cm
- b)** Largo 14 cm y ancho 10 cm
- c)** Largo 20 cm y ancho 7 cm
- d)** Largo 28 cm y ancho 5 cm

- 10.** Un biólogo introdujo en una isla una cantidad de garzas blancas, que en un principio se reprodujeron rápidamente. Pero, debido al cambio climático, los alimentos empezaron a escasear; por tanto, la población decreció. Se pudo registrar que el número de garzas blancas está representado por la siguiente expresión:

$f(x) = -x^2 + 22x + 104$, donde "x" representa los años que transcurrieron desde el momento en que se introdujeron.

Se desea saber cuál fue la cantidad inicial de garzas y en cuántos años se extinguirán por completo, a fin de tomar medidas de protección de esta especie.

Respuesta adecuada:	Se completan cuadrados:	
Se puede deducir que el eje x corresponde a los años que transcurrieron y el eje y, al número de garzas blancas.	$y = (x - 11)^2 - 225$	$15 = x - 11$
Para saber la cantidad inicial de garzas blancas, se halla la intersección de la parábola con el eje y:	$y + 225 = (x - 11)^2$	$x = 11 + 15 = 26$
$f(x) = -x^2 + 22x + 104$	$0 + 15^2 = (x - 11)^2$	$x = 11 - 15 = -4$
$f(0) = -0^2 + 22(0) + 104 = 104$ garzas blancas	La raíz cuadrada de 225 es 15 y -15.	
Y para conocer el número de años que transcurrirán para su extinción total, se halla la intersección con el eje x:	Se escoge el valor positivo porque se trata del tiempo.	
$f(x) = -x^2 + 22x + 104$	La cantidad de garzas blancas con que se inició fue de 104 y se extinguirán en 26 años.	
Para $y = 0$	Respuesta parcial: Solo determina la respuesta a una de las interrogantes.	
	Respuesta inadecuada: No resuelve.	

Nuestro macrouniverso y microuniverso

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión del valor posicional de las cifras de un número hasta los millones, así como al comparar y ordenar cantidades expresadas en notación exponencial y científica.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo y estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con cantidades en notación científica y notación exponencial.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 5, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
 - El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Expresar cantidades grandes y pequeñas en notación científica y notación exponencial.
 - Realizar operaciones con cantidades expresadas en notación científica y exponencial haciendo uso de estrategias.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué datos te permiten dar solución a la situación planteada?
 - Días que tarda un cohete en recorrer 380 000 km: de 3,5 a 5 días.
 - Distancia de la Tierra al Sol: 150 000 000 km.
 - Diámetro de la bacteria *Bacillus megaterium*: de 0,000 003 m a 0,000 009 m.
 2. ¿Qué valores numéricos presenta la interrogante de la situación planteada?
 - Diámetro de la bacteria *Bacillus megaterium*: de 0,000 003 m a 0,000 009 m.
 - Hay 100 billones de galaxias.
 - Cada galaxia tiene 400 mil millones de estrellas.
 - Cada estrella tiene 10 planetas aproximadamente.
 3. Escribe la expresión 400 000 millones en su forma numérica.
Numéricamente se escribe 400 000 000 000.
 4. Escribe la expresión 100 billones en su forma numérica.
Numéricamente se escribe 100 000 000 000 000.
 5. ¿Es lo mismo escribir mil millones que un billón?
En su expresión numérica, mil millones es 1 000 000 000 y un billón 1 000 000 000 000. Por lo tanto, ambas expresiones son distintas.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Cómo escribirías la cantidad de 1 000 000 000 empleando potencias de 10?
Empleando potencias de 10, dicha cantidad es 10^9 .
 2. ¿Qué estrategia utilizarías para expresar las cantidades grandes o pequeñas de otra forma?
Se puede utilizar la notación científica: $N = f \cdot 10^n$, donde $1 \leq f < 10$ y “n” es un número entero positivo o negativo.

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Describe cómo expresarías la cantidad 0,000 003 m en notación científica.

Se traslada la coma decimal seis espacios hacia la derecha. Luego se escribe la potencia de 10 con un exponente negativo. Este exponente es un número que representa la cantidad de espacios que se ha trasladado la coma. Finalmente, se multiplican las dos expresiones: 3×10^{-6} .

2. Expresa las siguientes cantidades en notación científica.

- 100 billones : 10^{14}
- 400 000 millones : 4×10^{11}
- Diez : 10^1

3. Para hallar la cantidad de planetas que existen en el universo, multiplica las cantidades que se ofrecen como datos (expresadas en notación científica).

$$\text{Total de planetas} = 10^{14} \times 4 \times 10^{11} \times 10$$

$$\text{Total de planetas} = 4 \times 10^{26}$$

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué estrategias fueron útiles para resolver las interrogantes?

Los números se expresaron en notación científica.

2. La expresión $10,5 \times 10^9$ está escrita en notación científica. ¿Es correcta? Si no lo es, escribe la expresión adecuada.

La cantidad expresada en notación científica no es correcta. Lo adecuado es $1,05 \times 10^{10}$.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Qué procesos se han realizado para la resolución de la situación A?

Se realiza la conversión de segundos a minutos, luego de minutos a horas, después de horas a días y finalmente de días a años.

Se puede expresar la velocidad de la luz al inicio en notación científica, o realizar primero las conversiones y expresar el resultado final en notación científica.
 2. ¿Cómo determinas si el resultado final es la expresión correcta en notación científica?

Por la expresión $N = f \cdot 10^n$, donde $1 \leq f < 10$ y "n" es un número entero positivo o negativo.

El valor de la unidad (9,4608, que es 9) se encuentra entre $1 \leq 9 < 10$.

- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. ¿Cómo se expresan 6 500 000 m en notación científica?

Se expresa así: $6,5 \times 10^6$ m.

2. ¿Cómo corregirías esta equivalencia? $1149,8 \times 10^{18} \equiv 1,15 \times 10^{18}$

Si la coma se desplaza hacia la izquierda, entonces, para mantener la equivalencia, se debe aumentar en el exponente la cantidad de cifras que desplazó la coma. La expresión correcta es la siguiente: $1149,8 \times 10^{18} \equiv 1,15 \times 10^{21}$.

3. ¿Qué estrategias ayudaron a encontrar la respuesta?

Emplear la fórmula del volumen.

4. ¿Por qué el volumen se expresa en unidades cúbicas?














Se expresa en unidades cúbicas porque se relacionan tres dimensiones: largo, ancho y altura.

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde 				
Amarillo 				
Azul 				

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

- Si la masa de una partícula es $5,2 \times 10^{-8}$ g, ¿cuál es la masa de 80 millones de esas partículas?
 a) 4,16 g b) 41,6 g c) 416 g d) 4160 g
- La Vía Láctea es aproximadamente $3,3 \times 10^{34}$ veces el volumen del Sol. ¿Cuántas veces el volumen del Sol equivale a 7 galaxias similares a la Vía Láctea? Escribe en notación científica.
 a) $23,1 \times 10^{35}$ b) $2,31 \times 10^{35}$ c) $23,1 \times 10^{34}$ d) $2,31 \times 10^{34}$
- Si la masa aproximada de un protón es 0,000 000 000 000 000 000 167 gramos, ¿cuál será la masa de un millón de protones?
 a) $1,67 \times 10^{-15}$ g b) $1,67 \times 10^{-17}$ g c) $1,67 \times 10^{-16}$ g d) $1,67 \times 10^{-14}$ g

4. Cifras astronómicas

Los exploradores del firmamento manejan sin cesar cantidades formadas por una o dos cifras significativas seguidas de una larga fila de ceros. Sería muy incómodo expresar con los medios ordinarios tales cantidades, llamadas con razón “astronómicas”, y sobre todo operar con ellas. Los kilómetros que nos separan de la nebulosa de Andrómeda se representan con la siguiente cifra: 95 000 000 000 000 000 000.

Expresa el valor numérico en centímetros y en notación científica.

Respuesta adecuada:
$9,5 \times 10^{19}$ kilómetros
1 km equivale a 100 000 cm (10^5)
Finalmente $9,5 \times 10^{19} \times 10^5 = 9,5 \times 10^{24}$ cm
Respuesta parcial:
La representación de la cantidad en notación científica es $9,5 \times 10^{19}$ kilómetros.
Respuesta inadecuada:
El estudiante brinda otra respuesta.

- La superficie terrestre ocupa un total de 135 millones de kilómetros cuadrados. Si una planta de diente de león produce, aproximadamente, 10 semillas cada año y estas, al germinar, producen nuevas plantas, ¿en cuántos años cubriría la superficie terrestre un diente de león si todas sus semillas germinaran y si en cada metro cuadrado hubiera 70 plantas? Expresa en notación científica la cantidad de nuevas plantas de diente de león que crecerían en el periodo que le tomaría cubrir la superficie terrestre.

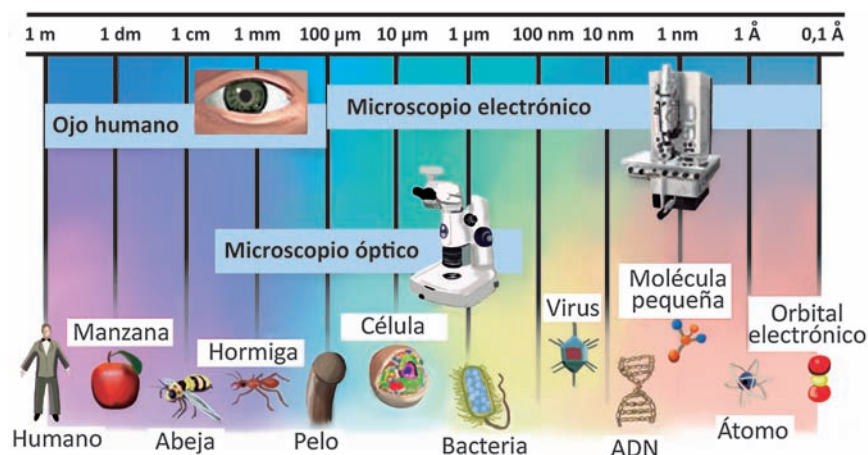
(Adaptado de *Matemática recreativa*, Y. Perelman)

- a) 10^{10} b) 10^{12} c) 10^{14} d) 10^{16}
- Aproximadamente, el 70 % de la superficie de nuestro planeta es agua, y hay alrededor de 1386 millones de km^3 de esta. Escribe en notación científica la cantidad que no es agua en km^3 .
 a) $5,94 \times 10^5$ b) $5,94 \times 10^6$ c) $5,94 \times 10^8$ d) $5,94 \times 10^9$

El poder de la resolución

La resolución es la capacidad que tiene un sistema óptico de aislar dos puntos que se encuentran muy próximos entre sí, de manera que se puedan ver individualizados uno del otro. Mientras más corta sea la distancia entre esos puntos del objeto, más finos serán los detalles. La distancia entre esos dos puntos se conoce como límite de resolución —el cual es referido también como el poder de la resolución— y puede ser usada como un indicador del rendimiento del microscopio. Esto se puede comparar vagamente con algunos aspectos de la informática; por ejemplo, el tamaño del píxel: mientras más pequeño sea el tamaño, mayor será la cantidad de detalles de la imagen digital. Los límites de resolución aproximados de algunos sistemas ópticos son

- Ojo humano: Desde 1 m hasta 0,2 mm
- Microscopio óptico: Desde 0,5 cm hasta 0,2 μm
- Microscopio electrónico: Desde 100 μm hasta 0,2 nm



Fuente: <https://goo.gl/prPYut>

Con esta información, responde las preguntas 7 y 8.

7. De acuerdo con la información presentada, identifica el valor de la resolución del microscopio con el que se observa una bacteria; conviértelo en metros y exprésalo en notación científica.
- a) 10^{-6} m b) $0,1 \times 10^{-6}\text{ m}$ c) $0,01 \times 10^{-4}\text{ m}$ d) $0,001 \times 10^3\text{ m}$
8. El ojo humano, sin hacer ningún esfuerzo, puede observar objetos del espesor de un pelo, y con el microscopio electrónico se pueden observar objetos del espesor de un átomo. Determina la diferencia que hay entre ambos puntos de resolución, y exprésala en metros y en notación científica.
- a) $9,999\ 99 \times 10^{-5}\text{ m}$ b) $9,999\ 99 \times 10^{-6}\text{ m}$ c) $9,999\ 99 \times 10^{-7}\text{ m}$ d) $9,999\ 99 \times 10^{-8}\text{ m}$

Los glóbulos rojos

Si se observa en el microscopio una gota de sangre, se ve que en ella nada una multitud enorme de corpúsculos pequeñísimos de color rojo, que son los que le dan ese color a la sangre. Esos corpúsculos sanguíneos, llamados glóbulos rojos, son de forma circular discoidea, o sea, oval aplanada, hundida en toda su parte central. En todas las personas, los glóbulos rojos son de dimensiones aproximadamente iguales, de 0,007 milímetros de diámetro y de 0,002 mm de grosor. Pero su número es fantástico. Una gotita pequeñísima de sangre, de 1 mm^3 contiene 5 millones de estos corpúsculos. En el cuerpo humano hay un número de litros de sangre 14 veces menor que el número de kilogramos que pesa la persona.

(Y. Perelman. Adaptado de *Matemática recreativa*)

Con esta información, responde las preguntas 9 y 10.

9. Si una persona pesa 40 kilogramos, su cuerpo contiene aproximadamente 3 litros de sangre, que es lo mismo que 3 000 000 de mm^3 . ¿Cuál es el número total de glóbulos rojos en dicha persona? Expresa el resultado en notación científica.

(Y. Perelman. Adaptado de *Matemática recreativa*)

- a) $1,5 \times 10^{13}$ b) 15×10^{13} c) 13×10^{13} d) $1,3 \times 10^{13}$
10. Si los glóbulos rojos que hay en 3 litros de sangre se dispusieran en línea recta, uno junto al otro, ¿qué longitud se obtendría en centímetros (cm)? Expresa en notación científica.

Respuesta adecuada:

Se calcula la cantidad de glóbulos rojos en la persona:

$$5\,000\,000 \times 3\,000\,000 = 15\,000\,000\,000\,000$$

Se convierte el diámetro del glóbulo rojo (0,007 mm) a centímetros: 0,0007 cm.

Luego se multiplica el resultado de la cantidad de glóbulos rojos por el diámetro del glóbulo rojo (0,0007 cm). Se obtiene 10 500 000 000.

Este resultado se expresa en notación científica así: $1,05 \times 10^{10}$.

Respuesta parcial:

Se calcula la cantidad de glóbulos rojos en la persona:

$$5\,000\,000 \times 3\,000\,000 = 15\,000\,000\,000\,000$$

Se convierte el diámetro del glóbulo rojo (0,007 mm) a centímetros: 0,0007 cm.

Luego se multiplica el resultado de la cantidad de glóbulos rojos por el diámetro del glóbulo rojo (0,0007 cm). Se obtiene 10 500 000 000.

Respuesta inadecuada:

El estudiante brinda otra respuesta.



Alimentación saludable

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, regularidades, valores desconocidos, relaciones de equivalencia o variación entre dos magnitudes, y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen proporcionalidad directa e inversa.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y emplea recursos, estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos y solucionar situaciones de proporcionalidad directa o inversa usando propiedades de las igualdades.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 6, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Establecer relaciones de equivalencias entre datos planteando modelos de proporcionalidad directa e inversa.
 - Usar estrategias o procedimientos para el desarrollo de situaciones que involucren proporcionalidad directa e inversa.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué datos te permiten dar solución a la situación planteada?

Los datos que brinda la situación planteada son los ingredientes:	
1 $\frac{3}{4}$ tazas de arroz	$\frac{1}{2}$ taza de choclo
$\frac{1}{2}$ kg de pescado en filetes	1 hoja de laurel
$\frac{1}{2}$ taza de zanahoria picada	1 cucharadita de ajo
$\frac{1}{2}$ taza de arvejas	1 cucharada de ají colorado
1 cebolla	$\frac{1}{2}$ taza de pan molido
1 tomate	1 taza de brócoli
	$\frac{1}{4}$ de taza de aceite vegetal
 2. ¿Qué magnitudes intervienen en la situación inicial?

Intervienen la medida de los ingredientes y la cantidad de raciones.
 3. ¿Qué piden las interrogantes de la situación inicial?

Piden calcular la medida de los ingredientes en peso y capacidad, para 3 y 7 raciones.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué acciones realizarías para determinar la cantidad de ingredientes para 3 y 7 personas?

Se realiza una división del peso y la capacidad de los ingredientes entre 4. De esa forma se obtienen los ingredientes para una ración. Luego se elabora una tabla y se establece una relación para 3 y 7 raciones.
 2. ¿Qué estrategia permitirá organizar la información?

Diagrama tabular.

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Encuentra la cantidad de ingredientes para una ración.

Para encontrar la cantidad de ingredientes para una ración, se divide la cantidad de peso y capacidad de cada ingrediente entre 4:

$$1 \frac{3}{4} \text{ tazas de arroz: } 1 \frac{3}{4} \div 4 = \frac{7}{16} \text{ de taza.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ kg de pescado en filetes: } \frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{8} \text{ de kg.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ taza de zanahoria picada: } \frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{8} \text{ de taza.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ taza de arvejas: } \frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{8} \text{ de taza.}$$

$$1 \text{ cebolla: } 1 \div 4 = \frac{1}{4}$$

$$1 \text{ tomate: } \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \text{ taza de choclo: } \frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{8} \text{ de taza.}$$

$$1 \text{ cucharadita de ajo: } 1 \div 4 = \frac{1}{4} \text{ de cucharadita.}$$

$$1 \text{ cucharada de ají colorado: } 1 \div 4 = \frac{1}{4} \text{ de cucharada.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ taza de pan molido: } \frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{8} \text{ de taza.}$$

$$1 \text{ taza de brócoli: } 1 \div 4 = \frac{1}{4} \text{ de taza.}$$

$$\frac{1}{4} \text{ de taza de aceite vegetal: } \frac{1}{4} \div 4 = \frac{1}{16} \text{ de taza.}$$

2. Organiza los datos para determinar la cantidad de ingredientes para 3 y 7 raciones.

Ingredientes (4 raciones)	Ingredientes (1 ración)	Ingredientes (3 raciones)	Ingredientes (7 raciones)
1 $\frac{3}{4}$ de tazas de arroz	$\frac{7}{16}$	$\frac{21}{16}$	$\frac{49}{16}$
$\frac{1}{2}$ kg de pescado en filetes	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{1}{2}$ taza de zanahoria picada	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{1}{2}$ taza de arvejas	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{8}$
1 cebolla	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{4}$
1 tomate	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{4}$
$\frac{1}{2}$ taza de choclo	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{8}$
1 cucharadita de ajo	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$1 \frac{3}{4}$
1 cucharada de ají colorado	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$1 \frac{3}{4}$
$\frac{1}{2}$ taza de pan molido	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{8}$
1 taza de brócoli	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$1 \frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}$ de taza de aceite vegetal	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{7}{16}$

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué estrategias fueron útiles para resolver las interrogantes de la situación inicial?

Fueron útiles las divisiones y el uso de tablas.

2. ¿Qué ocurre con la cantidad de ingredientes para una persona?

Al reducir la cantidad de raciones, se reduce la cantidad de ingredientes.

3. Explica qué sucede con los ingredientes para 3 y 7 raciones en relación con los ingredientes para 4 raciones.

Al reducir la cantidad de raciones, se reduce la cantidad de ingredientes. Al aumentar la cantidad de raciones, se aumenta proporcionalmente la cantidad de ingredientes. Es decir, las dos magnitudes disminuyen o aumentan en la misma proporción.

4. ¿Cómo se denominan las magnitudes que aumentan en la misma proporción?

Se denominan magnitudes directamente proporcionales.

5. ¿Con qué otro método puedes encontrar los valores de las cantidades de ingredientes para 3 y 7 raciones?

Se puede aplicar la regla de tres simple para 3 raciones y luego para 7.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Qué magnitudes intervienen en la situación A?
Cantidad de alfalfa, número de conejos y cantidad de días.
 2. ¿Qué magnitudes son directamente proporcionales y cuáles son inversas o indirectas?
Son magnitudes directas el número de días y la cantidad de alfalfa. Son magnitudes inversas el número de días y el número de conejos.
 3. ¿Qué estrategia es útil para resolver en la situación A?
Es útil organizar la información en una tabla de proporcionalidad.
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.
 1. ¿Cómo se explica que la proporcionalidad entre los ingredientes sea directa?
La proporcionalidad entre los ingredientes es directa porque si se disminuye un ingrediente, también deben disminuirse los demás para así conservar las características del postre.
 2. ¿Cuánto es la expresión decimal de $\frac{3}{2}$?
 $\frac{3}{2} = 1,5$
 3. ¿Qué puedes decir de los resultados obtenidos en la tabla? Explica.
La proporción de azúcar no es correcta. Lo correcto es 1 kg.
 4. ¿Se puede resolver con otra estrategia?
También se puede aplicar la regla de tres simple.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. Seis obreros recubren con losetas 1200 m² de suelo en 4 días. ¿Cuántos metros cuadrados de suelo podrán cubrir con losetas 12 obreros en 5 días?

- a) 1500 m² b) 1920 m² c) 2400 m² **d) 3000 m²**

Taller de confecciones

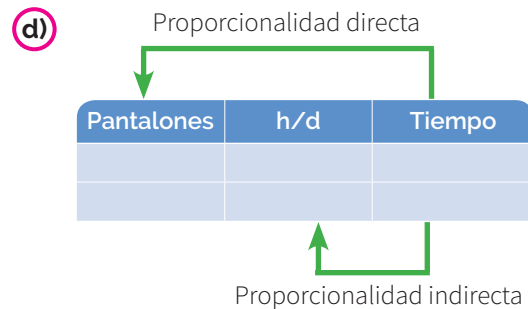
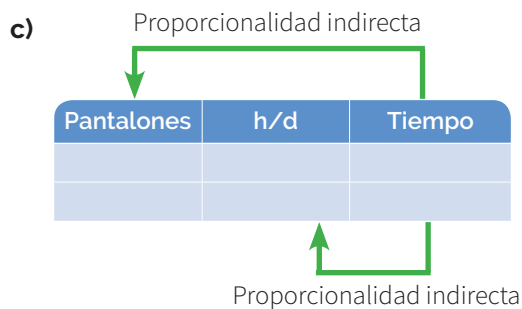
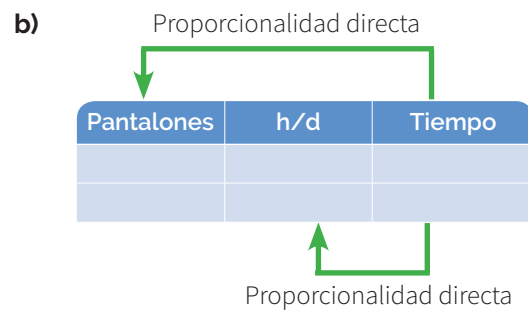
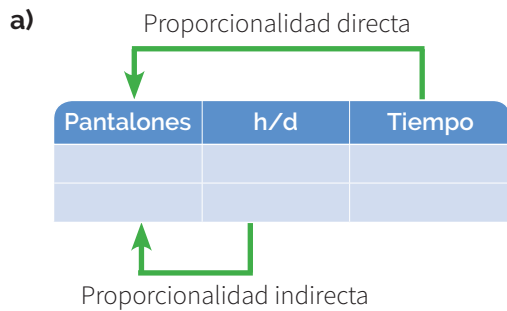
Por campaña, un taller de confecciones fabrica 720 pantalones trabajando 8 horas diarias durante 15 días. Debido a la gran demanda, recibieron el pedido de confeccionar 1800 pantalones. Por ello, han decidido trabajar 2 horas diarias de sobretiempo.



Fuente: <https://goo.gl/xnFHGn>

Con esta información, responde las preguntas 2; 3 y 4.

2. ¿Cuál de los esquemas se debe usar para resolver el problema?



3. Según los datos brindados en la situación, ¿en cuánto tiempo entregarán el pedido?

- a) 30 días** b) 12 días c) 45 días d) 150 días

4. Diego le dice a la maestra que la cantidad de pantalones y las horas diarias trabajadas cumplen una relación proporcional directa. ¿Estás de acuerdo con Diego? ¿Por qué?

Respuesta adecuada:
El estudiante responde que sí está de acuerdo con Diego. Su justificación se basa en que si una magnitud aumenta (o disminuye), la otra magnitud también. Así, por ejemplo, a mayor cantidad de pantalones, se requieren más horas diarias.

Respuesta parcial:

El estudiante responde que sí está de acuerdo con Diego. Sin embargo, no da una justificación o esta es insuficiente.

Respuesta inadecuada:

El estudiante brinda otras respuestas.

Mineros

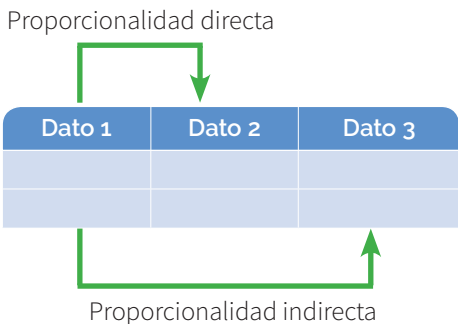
En una mina, una cuadrilla de 5 mineros abre una galería de 80 metros de longitud en 20 días. Otra cuadrilla tiene 16 mineros dispuestos a trabajar con la misma habilidad que los anteriores.



Fuente: <https://goo.gl/Aah9sQ>

Con esta información responde las preguntas 5 y 6.

- 5. Según la información brindada, ¿cuántos metros de galerías abrirá en 25 días la cuadrilla de 16 mineros?
a) 20 metros b) 100 metros c) 256 metros **d) 320 metros**
- 6. Una tercera cuadrilla con el doble de mineros que la primera cuadrilla mencionada, ¿cuántos días empleará para abrir 120 metros de galerías?
a) 10 días **b) 15 días** c) 40 días d) 60 días
- 7. Con el siguiente modelo escribe una situación que exprese relaciones proporcionales compuestas entre magnitudes.



Respuesta adecuada:

El estudiante escribe una situación problemática coherente y de posible solución en la que las magnitudes se relacionan según lo solicitado. Por ejemplo, 3 pintores pintan 24 m² de pared trabajando 6 horas diarias. ¿Cuántos pintores se necesitan para pintar 40 m² de pared si decidieron trabajar 5 horas diarias?

Respuesta parcial:

El estudiante escribe una situación problemática donde solo se evidencia uno de los tipos de proporcionalidad.

Respuesta inadecuada:

El estudiante brinda otras respuestas.

8. Reservoirio de agua

Para construir un reservorio de agua son contratados 24 obreros, que deben acabar la obra en 45 días trabajando 6 horas diarias. Luego de 5 días de trabajo, la empresa constructora tuvo que contratar los servicios de 6 obreros más y se decidió que todos deberían trabajar 8 horas diarias con el respectivo aumento en su remuneración. Determina el tiempo total en el que se entregará la obra.



Fuente: <https://goo.gl/NGd2Rb>

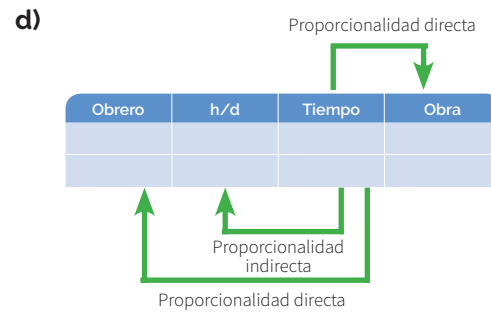
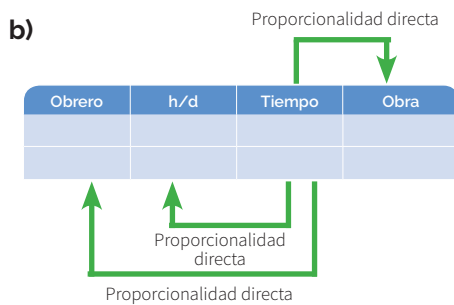
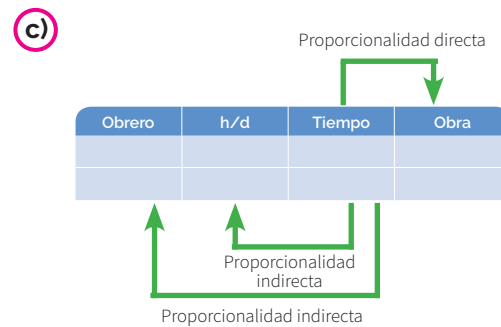
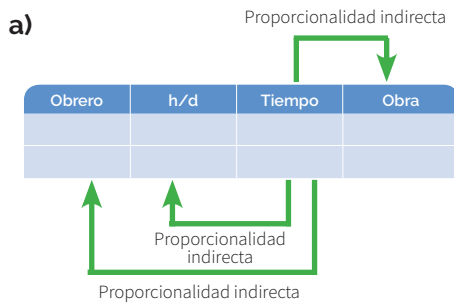
a) 24 días

b) 29 días

c) 30 días

d) 45 días

9. ¿Cuál de los siguientes esquemas está correctamente relacionado?



10. Escribe una situación que exprese relaciones proporcionales directas e indirectas entre magnitudes.

Respuesta adecuada:

El estudiante escribe una situación problemática coherente y de posible solución en la que las magnitudes se relacionan según lo solicitado. Por ejemplo, tres caños llenan un depósito de 10 m³ en 5 horas. ¿Cuánto tardarán en llenar un depósito de 8 m³ dos caños iguales a los anteriores?

Respuesta parcial:

El estudiante escribe una situación problemática coherente y de posible solución en la que las magnitudes se relacionan solo directa o indirectamente.

Respuesta inadecuada:

El estudiante brinda otras respuestas.



Elegimos un servicio conveniente

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución de un sistema de ecuaciones lineales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre las posibles soluciones a un sistema de ecuaciones lineales u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de sus afirmaciones mediante un contraejemplo o propiedades matemáticas.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 7, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Expresar con lenguaje algebraico y otras representaciones un sistema de ecuaciones.
 - Verificar que los valores hallados en la solución del sistema de ecuaciones, cumplan las condiciones del problema.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿De qué trata la situación inicial?
Los datos son las dos formas de usar el servicio:
 - Primera forma: S/20 de cuota anual y S/5 por cada alquiler
 - Segunda forma: S/10 por cada alquiler
 2. ¿Con qué datos se cuenta?
La cuota anual y el costo de cada alquiler.
 3. ¿Qué significa “inscribirse como socio”?
Es una denominación que obtiene el usuario al pagar la cuota anual, beneficiándose con el descuento en el alquiler.
 4. ¿Qué desea encontrar Matías?
Calcular el número de juegos que debe alquilar para que cancele el mismo monto en las dos formas de usar el servicio.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Cómo organizarías las dos formas de usar el servicio para visualizar mejor la situación inicial?
En tablas.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Se organizan en tablas las dos opciones:
 - a) Si es socio de la tienda:

Cantidad de juegos alquilados	0	1	2	3	4	5	6	...
Pago	20	25	30	35	40	45	50	...

b) Si no es socio de la tienda:

Cantidad de juegos alquilados	0	1	2	3	4	5	6	...
Pago	0	10	20	30	40	50	60	...

2. Luego de organizar la información, responde: ¿cuál es el número de juegos que debe alquilar Matías para cancelar el mismo monto en ambas formas de usar el servicio?

Observando las tablas de las dos opciones, se deduce que con el alquiler de 4 juegos se puede cancelar la misma cantidad en ambas opciones.

3. Ahora se resuelve el problema empleando ecuaciones:

Sea x : el número de juegos que se alquilan

Sea y : el monto que se paga

A continuación se plantean ecuaciones para las dos formas de usar el servicio.

Primera forma:

“Si se inscribe como socio de la tienda, pagaría una cuota anual de veinte soles y por cada alquiler pagaría cinco soles”.

$$y = 20 + 5x$$

Segunda forma:

“Pagar diez soles por cada alquiler sin la necesidad de inscribirse como socio”.

$$y = 10x$$

5. ¿Qué punto es común a las dos rectas?

Se observa que el punto común a las dos rectas es $(4; 40)$.

6. ¿Cuál es el número de juegos que debe alquilar Matías para pagar el mismo monto en las dos formas? ¿Cuánto es este monto?

Matías debe alquilar 4 juegos para pagar 40 soles en las dos formas.

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Cómo se llama el método empleado para la solución del sistema de ecuaciones lineales?

Se llama método gráfico en el plano cartesiano.

2. ¿Qué estrategias se emplearon para responder la interrogante y ayudar a Matías?

La estrategia de ensayo y error empleando una tabla para evaluar los valores hasta obtener la respuesta.

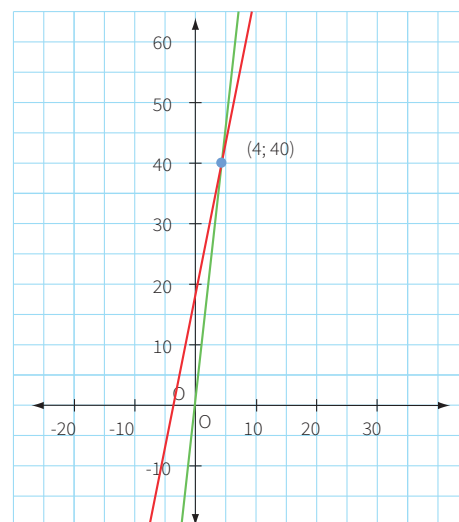
3. ¿Qué forma le conviene a Matías si quiere alquilar más de 4 juegos? ¿Por qué?

Si Matías quiere alquilar más de 4 juegos, le conviene la primera forma porque pagará menos.

4. Con ayuda de las TIC, haciendo uso de Geogebra, grafica las dos ecuaciones. Copia los gráficos que obtienes:

$$y = 20 + 5x$$

$$y = 10x$$



4. ¿Cómo se puede comprobar si los resultados son correctos?

Se puede comprobar reemplazando los valores hallados en las ecuaciones planteadas.

5. Resuelve el sistema de ecuaciones con otro método.

$$y = 20 + 5x$$

$$y = 10x$$

(Respuesta libre para el estudiante).

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:

1. ¿Qué estrategia se empleó para la resolución de la situación A?

Se empleó un sistema de ecuaciones lineales con dos variables.

2. ¿De qué otra forma se puede resolver la situación A?

También se puede resolver con el método gráfico, el método de reducción o el método de sustitución.

3. ¿Qué gimnasio le conviene a Olga si quiere asistir más de 4 meses? ¿Por qué?

Gimnasio "A"	0	1	2	3	4	5	6	...
Pago	150	250	350	450	550	650	750	...

Gimnasio "B"	0	1	2	3	4	5	6	...
Pago	350	400	450	500	550	600	650	...

Si Olga desea asistir más de 4 meses, le conviene elegir el gimnasio "B".

- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. ¿Los resultados obtenidos resuelven el problema dado? Comprueba en los siguientes enunciados.
 “Por tres cuadernos más nueve CD, se paga treinta y tres soles”.

$$3(2) + 9(5) = 6 + 45 = 51 \text{ soles}$$

No cumple con la información del problema.

- “Por nueve cuadernos más tres CD, se paga cincuenta y un soles”.

$$9(2) + 3(5) = 18 + 15 = 33 \text{ soles}$$

No cumple con la información del problema.

2. Si las ecuaciones no fueran correctas, ¿dónde se cometió el error?

El error se cometió en el planteamiento de las ecuaciones. No se expresaron correctamente las cantidades con las variables elegidas.

3. ¿Qué se debe hacer para comprobar que los resultados de un sistema de ecuaciones son correctos?

Se deben reemplazar los valores en las ecuaciones iniciales. Además, se debe comprobar con la información del problema.

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde				
Amarillo				
Azul				

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?

- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

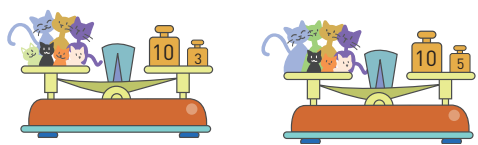
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

- En las olimpiadas de Matemática, participó Rocío en representación de su colegio. La prueba consistía en 60 problemas. Cada respuesta correcta valía 4 puntos y por cada respuesta incorrecta había un punto en contra. Luego del examen, Rocío obtuvo un puntaje de 155. Ella respondió todas las preguntas y desea saber cuántas son correctas y cuántas incorrectas.
 - 40 correctas y 17 incorrectas
 - 34 correctas y 10 incorrectas
 - 43 correctas y 15 incorrectas
 - 43 correctas y 17 incorrectas
- Por el Día de la Juventud, la tutora de tercer grado organizó con sus estudiantes un paseo a Paracas, que incluía la participación de los padres de familia. Si en total fueron 25 personas y el costo del pasaje por adulto fue de 20 soles y por estudiante de 15 soles, y se hizo un pago total de 450 soles, ¿del grupo cuántos fueron estudiantes y cuántos adultos?
 - 15 adultos y 10 estudiantes
 - 20 adultos y 10 estudiantes
 - 10 adultos y 15 estudiantes
 - 15 adultos y 30 estudiantes
- Un comerciante de Loreto tiene una tienda de bicicletas y triciclos. Para incrementar el valor de sus productos, decide cambiar los aros de las llantas de todas las bicicletas y triciclos por otros de acero inoxidable. Si utilizó 78 aros de acero inoxidable y, además, se sabe que el triple de la cantidad de bicicletas más el doble de los triciclos es igual a 92, ¿cuántas bicicletas y triciclos tiene?
 - 10 bicicletas y 24 triciclos
 - 24 bicicletas y 10 triciclos
 - 12 bicicletas y 5 triciclos
 - 5 bicicletas y 12 triciclos
- Si los gatos grandes pesan lo mismo y los pequeños también pesan lo mismo, pero los grandes pesan distinto que los pequeños, ¿cuánto pesa cada gato grande y cada gato pequeño?
 

Respuesta adecuada:	Luego, resolviendo dicho sistema con cualquier método, obtiene:
El estudiante forma el siguiente sistema de ecuaciones:	$g = 3 \text{ kg}$ y $p = 1 \text{ kg}$
Sea el peso de los gatos grandes = g	Respuesta parcial:
Sea el peso de los gatos pequeños = p	El estudiante plantea el sistema de ecuaciones, pero no llega a la respuesta correcta.
$3g + 4p = 13$	Respuesta inadecuada:
$4g + 3p = 15$	El estudiante no plantea correctamente el sistema de ecuaciones y no llega a la respuesta.

- Manuel y Karla, dos estudiantes de segundo grado de secundaria, se presentaron al concurso de admisión del COAR (Colegio de Alto Rendimiento). En la prueba escrita, que constó de veinte preguntas, los dos postulantes respondieron la totalidad de las interrogantes; sin embargo, Karla obtuvo treinta y un puntos, mientras que Manuel, trece puntos. Sabiendo que Karla tuvo diecisiete respuestas correctas y Manuel, nueve respuestas incorrectas, grafica el sistema de ecuaciones y determina cuál es el valor de cada respuesta correcta y de cada respuesta incorrecta.
 - 17 y 3
 - 11 y 9
 - 2 y -1
 - 3 y 0

6. La señora Rosa compró para su hijo una camisa y un pantalón a 175 soles. Si el precio de la camisa aumentara en 15 %, entonces sería el 60 % del precio del pantalón. ¿Cuánto pagó la señora Rosa por la camisa?

a) 115 soles **b) 60 soles** c) 105 soles d) 80 soles

7. La promoción de estudiantes del quinto grado B está reuniendo fondos para un viaje de estudios. Por eso han decidido presentar la obra *Hamlet*, cuya entrada para adultos tendrá un costo de 25 soles y para niños el 50 % menos. El día de la presentación recaudaron 1050 soles y asistió un total de 48 personas.

Para que el delegado rinda el balance económico, se necesita conocer cuántos adultos y cuántos niños ingresaron.

Completa la siguiente tabla e indica la respuesta.

48 personas		Recaudaron 1050 soles		Total
Adultos	Niños	Adulto: $S/25$	Niños: $S/12,5$	
40	8	$(40) \cdot (25) = 1000$	$(8) \cdot (12,5) = 100$	1100
38	10	$(38) \cdot (25) = 950$	$(10) \cdot (12,5) = 125$	1075
36	12	$(36) \cdot (25) = 900$	$(12) \cdot (12,5) = 150$	1050

Respuesta adecuada:

El estudiante completa la tabla correctamente y concluye que la estrategia empleada se llama “ensayo y error”.

Respuesta parcial:

El estudiante solamente completa la tabla o responde el nombre de la estrategia.

Respuesta inadecuada:

El estudiante no completa correctamente la tabla y no reconoce el nombre de la estrategia utilizada.

8. La mitad del valor en soles de una moneda “A” (país “A”) más la tercera parte del valor en soles de una moneda “B” (país “B”) es igual a siete soles. Además, la diferencia entre los valores en soles de las monedas “A” y “B” es cuatro soles.

Representa la situación dada en el sistema de ecuaciones lineales, resuelve aplicando cualquiera de los métodos de resolución y determina el valor en soles de la moneda “A” y el valor en soles de la moneda “B”.

a) $A = S/2; B = S/3$ b) $A = S/7; B = S/4$ c) $A = S/6; B = S/10$ **d) $A = S/10; B = S/6$**

9. Roberto compró un radio y un televisor por $S/1500$ y los vendió a $S/1710$. ¿Cuánto le costó cada artefacto si se sabe que ganó por el televisor el 15 % y por el radio el 10 %?

a) Radio: $S/500$; televisor: $S/1000$ b) Radio: $S/200$; televisor: $S/1300$
c) Radio: $S/300$; televisor: $S/1200$ d) Radio: $S/100$; televisor: $S/1400$

10. Encuentra una ecuación de modo que junto con la siguiente ecuación $7x + 5y = 20$ formen un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y la solución sea $(5; -3)$.

Respuesta adecuada:

Como se sabe que el par ordenado es la solución de un sistema de ecuaciones, se puede identificar que: $x = 5; y = -3$
 Por ejemplo, una ecuación sería: $x + y = 2$

Respuesta parcial:

El estudiante solo reconoce que el par ordenado dado es la solución del sistema.

Respuesta inadecuada:

El estudiante da una respuesta distinta a las anteriores.



Ordenamos la habitación

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o los movimientos de un objeto real o imaginario y lo representa utilizando el plano cartesiano. Describe las transformaciones de objetos mediante la combinación de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa, con dibujos y con lenguaje geométrico, su comprensión sobre la equivalencia entre dos secuencias de transformaciones geométricas a una figura, para interpretar un problema según su contexto y estableciendo relaciones entre representaciones.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 8, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Aplicar las transformaciones geométricas de simetría, traslación, ampliación y reducción de formas geométricas.
 - Representar en forma simbólica o gráfica traslaciones, reflexiones, rotaciones de formas bidimensionales en el plano cartesiano.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. Describe los movimientos que se han hecho a los muebles.
Se han realizado movimientos de traslación y rotación.
 2. ¿Por qué crees que Teresa cambió la posición de los muebles?
La mesa y la silla, en las dos imágenes, forman una simetría axial, como si se vieran en un espejo.
 3. ¿Qué movimientos se han realizado?
(Respuesta libre para el estudiante).
 4. ¿Cómo se puede medir el área libre?
Se puede hallar el área total de la habitación y luego se calcula el área ocupada. Con la diferencia de ambos se puede tener el área libre.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. Para organizar la información y relacionarla con las transformaciones geométricas, es conveniente:
Comparar las imágenes.
 2. ¿Con qué conocimiento matemático se relacionan los movimientos realizados con los muebles?
Transformaciones geométricas.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Observa las dos imágenes, compáralas y anota los cambios de posición usando el lenguaje matemático.
Cama y mesa de noche: **rotación y traslación**
Ropero: **traslación y rotación de 90°**
Escritorio y silla: **simetría axial**
Pantuflas y alfombra: **traslación y rotación**
 2. Si el dormitorio y los muebles son los mismos en la imagen inicial y final, ¿el área que ocupan los muebles será distinta?, ¿por qué?
No, porque el área ocupada por los muebles es la misma. Los muebles solo han cambiado de lugar.

3. Si se halla el área desocupada de la imagen inicial y final, ¿cómo serán los resultados?

Observamos que el área ocupada en el dormitorio es la misma en las dos imágenes, entonces el área desocupada también debe ser igual.

4. Si se retira un mueble del dormitorio, ¿qué ocurrirá con el área desocupada?

En ese caso, el área desocupada aumentará.

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué sentido matemático encuentras a la situación inicial?

Se observa la rotación de ciertos ángulos y la traslación de muebles a ciertas distancias.

2. ¿Cómo te servirán estos conocimientos matemáticos en la vida diaria?

Las cosas cambian de lugar frecuentemente para renovar los espacios. Con estos conocimientos matemáticos se puede nombrar correctamente los cambios de lugar.

3. ¿Qué transformaciones geométricas conoces?

Traslación, rotación, simetría y movimientos compuestos.

4. En la naturaleza, ¿qué tipo de transformaciones geométricas observas? Dibuja.

(Respuesta libre para el estudiante).

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Cuál es la estrategia que te permite identificar las transformaciones geométricas en la imagen?
La estrategia que permite identificar las transformaciones geométricas en la imagen son los ejes de simetría.
 2. ¿Qué transformación se ha realizado con el número de la baraja?
Se ha realizado una rotación de 180° .
 3. ¿Qué transformaciones se observan en esta carta?
Se observan simetría, rotación y reducción.
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: ¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta? Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. ¿Cómo ayuda la comparación en este tipo de situaciones?

Comparar las figuras permite detectar la transformación geométrica que se ha hecho entre la figura inicial y la final.

2. ¿Qué características tiene una simetría central?

La **simetría** es aquella transformación geométrica que conserva el tamaño y forma de una figura, pero no su orientación. La **simetría central** es aquella simetría respecto a un punto central.

3. ¿Qué características tiene una traslación?

La **traslación** es aquella transformación geométrica que cambia de posición, pero mantiene la forma, tamaño y orientación.

4. ¿Qué características tiene una rotación?

La **rotación** es aquella transformación geométrica que cambia de orientación respecto a un punto girando cierto ángulo, pero mantiene la forma y tamaño.

5. ¿Qué respuestas cambiarías de la resolución?

- En el paso 1, la llave está girando. Por lo tanto, existe **rotación**.
 - En el paso 2, la llave mantiene la misma orientación. Por lo tanto, existe **traslación**.
 - En el paso 3, la llave gira con respecto a un eje. Por lo tanto, existe **simetría axial**.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	












- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde 				
Amarillo 				
Azul 				

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. Cuando una persona está sobre un espejo, la transformación que se observa es:
- a) Rotación. b) Traslación. **c) Simetría axial.** d) Simetría central.

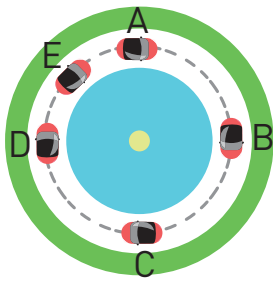
2. ¿Qué tipo de transformación se encuentra en la figura del juego mecánico?



Fuente: <https://goo.gl/XxKEz1>

- a) Rotación.
b) Traslación.
 c) Simetría axial.
 d) Simetría central.

3. En la siguiente figura:

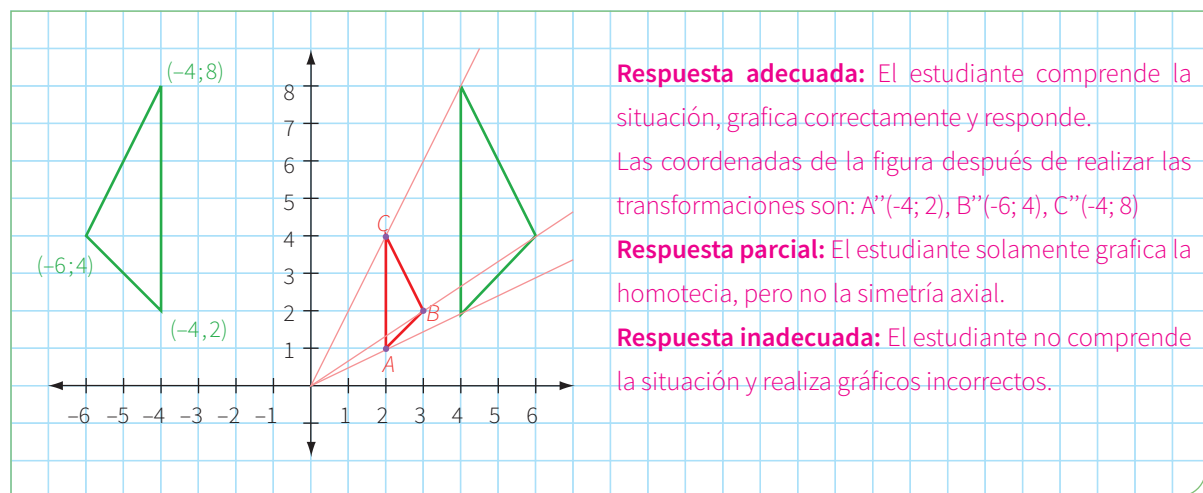
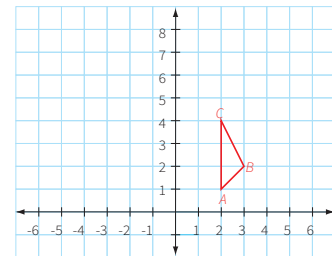


Quando el auto se encuentra en los puntos A y C, es incorrecto decir que hay:

- a) Rotación.
 b) Simetría central.
 c) Homotecia.
d) Traslación.

4. Al triángulo ABC se le aplica homotecia con centro en el origen y la constante $k = 2$.

¿Cuáles son las coordenadas del triángulo formado luego de que después de la homotecia se le aplica una simetría axial tomando como eje el de las ordenadas?



Respuesta adecuada: El estudiante comprende la situación, grafica correctamente y responde.

Las coordenadas de la figura después de realizar las transformaciones son: $A'(-4; 2)$, $B'(-6; 4)$, $C'(-4; 8)$

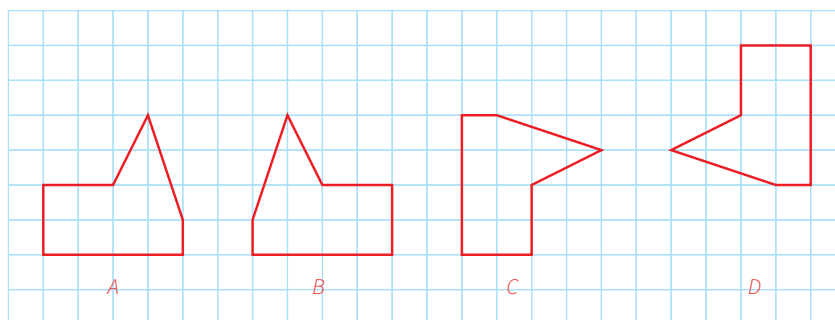
Respuesta parcial: El estudiante solamente grafica la homotecia, pero no la simetría axial.

Respuesta inadecuada: El estudiante no comprende la situación y realiza gráficos incorrectos.

5. Se podría decir que la homotecia de una figura con $k = -1$ y centro en el origen de coordenadas es similar a:

- a) una simetría axial con respecto a una recta que pasa por el origen de coordenadas.
- b) una simetría central con centro en el origen.
- c) una rotación con ángulo de 180° respecto al origen.
- d) b y c**

6. Observando las figuras A, B, C y D, ¿cuál es el orden de las transformaciones?



- a) Simetría central, rotación, simetría axial.
- b) Simetría axial, traslación, rotación.
- c) Simetría axial, rotación, simetría central.**
- d) Simetría central, traslación, simetría axial.

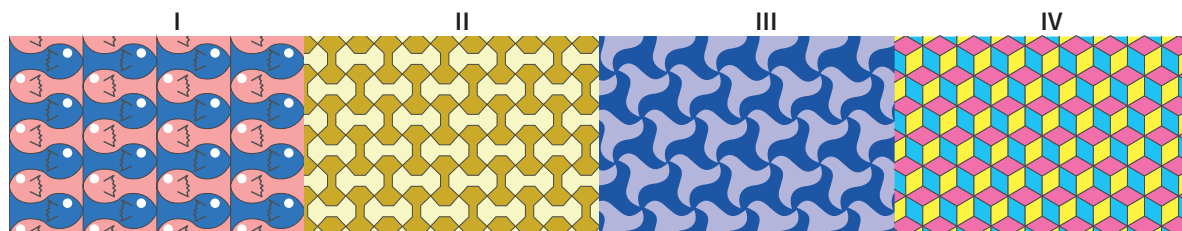
7. Dados dos triángulos semejantes, ¿cómo hallarías el centro de la homotecia?

Respuesta adecuada: Se trazarían líneas por cada vértice, donde la intersección de ellas sería el centro.

Respuesta parcial: El estudiante no especifica cómo hallar el centro. Solo reconoce las características de triángulos semejantes.

Respuesta inadecuada: El estudiante brinda otras respuestas.

8. ¿En cuál de las siguientes figuras existe simetría central?



- a) I**
- b) II
- c) III
- d) IV

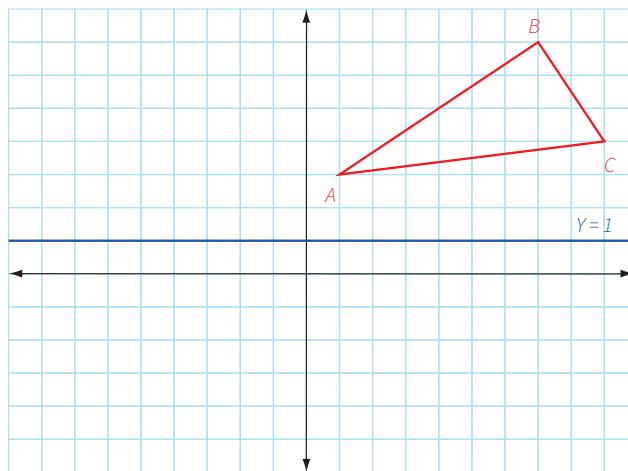
9. Realizar una ampliación del 80 % en una fotocopadora es como una homotecia con centro en una de las esquinas de la hoja y de constante igual a...



Fuente: <https://goo.gl/tqf3mv>

- a) $4/5$
- b) $5/4$
- c) $9/5$**
- d) $5/9$

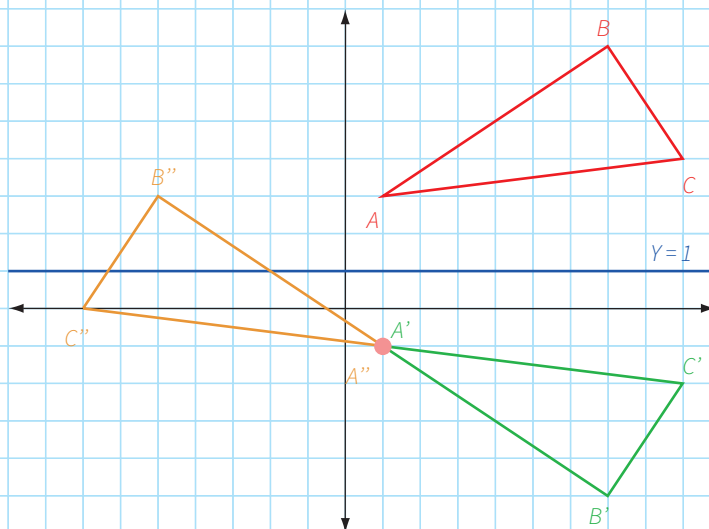
10. De la siguiente figura, calcula las coordenadas del punto C'' luego de hacer una simetría axial con eje en la recta $Y = 1$ y después una simetría central con centro en A' .



Respuesta adecuada: Graficando correctamente, el estudiante calcula las coordenadas del punto $C'' = (-7; 0)$.

Respuesta parcial: El estudiante no grafica. Solo da valores correctos de la coordenada del punto C'' .

Respuesta inadecuada: El estudiante brinda una respuesta distinta en la coordenada del punto C'' y no grafica.





Decoramos y construimos envases

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa, con dibujos, construcciones con regla y compás, con material concreto y con lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de los prismas y cuerpos de revolución.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y adapta estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área o el volumen de prismas y cuerpos de revolución empleando unidades convencionales o no convencionales.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 9, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Realizar representaciones gráficas de formas geométricas tomando en consideración sus propiedades y características.
 - Calcular el perímetro, área o volumen de formas geométricas empleando unidades convencionales o no convencionales.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Cómo son los envases?
Son tres envases de diferente forma y tamaño. Se debe identificar el envase que tiene más capacidad para contener dulces.
 2. ¿Qué medida de los envases se debe calcular para hallar su capacidad?
Para hallar la capacidad de los envases, se debe calcular el volumen, y para ello se necesita conocer el área de la base y la altura.
 3. ¿Con qué datos se cuenta?
En los envases 1 y 2: El diámetro de la base es 8 cm y la altura, 12 cm.
En el envase 3: Dos caras cuadradas de 6 cm de lado y cuatro caras rectangulares de 6 cm × 12 cm.
 4. ¿Qué pide las preguntas de la situación inicial?
El problema pide hallar la relación que hay entre el volumen de los envases 1 y 2 e identificar el envase que tiene más capacidad para contener dulces.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Cuál es el nombre de la forma de los tres envases?
Envase 1: cilindro; envase 2: cono; envase 3: prisma rectangular.
 2. Si la base circular del primer y del segundo envase tiene el mismo tamaño y la misma altura, ¿qué relación hay entre sus volúmenes?
Se sabe que el volumen del cilindro equivale a tres conos. Por lo tanto, la relación es:
$$\frac{\text{Volumen del cono}}{\text{Volumen del cilindro}} = \frac{1}{3}$$
 3. ¿Cómo se halla el volumen de los sólidos?
Usando fórmulas.

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Recuerda las fórmulas para hallar el volumen del cilindro, del cono y del prisma. Anótalas.

Volumen del cilindro: $V = A_B \cdot h = \pi r^2 h$

Volumen del cono: $V = \frac{A_B \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$

Volumen del prisma: $V = A_B \cdot h$

2. Halla el volumen de cada envase tomando los datos que ofrece el problema ($\pi \approx 3,14$).

Volumen del cilindro:

$$V = \pi r^2 h = (3,14) \cdot (4)^2 \cdot (12) = 602,88 \text{ cm}^3$$

Volumen del cono:

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3} = \frac{602,88}{3} = 200,96 \text{ cm}^3$$

Volumen del prisma rectangular:

$$V = A_B \cdot h = (6) \cdot (12) \cdot (6) = 432 \text{ cm}^3$$

3. Tomando los resultados, ¿qué relación hay entre el volumen del cono y del cilindro?

$$\frac{\text{Volumen del cono}}{\text{Volumen del cilindro}} = \frac{200,96}{602,88} = \frac{1}{3}$$

4. ¿En cuál de los tres envases se puede llenar más dulces?

Se observa que hay mayor volumen en el cilindro, por lo que se deduce que en este se podrán llenar más dulces.

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Cuál de los tres envases tendrá menor capacidad para los dulces?

Teniendo en cuenta el volumen de todos los envases, se concluye que la menor capacidad es la del cono.

2. ¿En qué unidades de medida se expresa el volumen?

El volumen se expresa en unidades cúbicas.

3. ¿Qué estrategia ayudó en la solución?

Se aplicaron fórmulas.

4. ¿A qué envases se les llama sólidos de revolución?

Se les llama así al cono y al cilindro.

5. ¿Qué desarrollo sobre el plano habrá hecho Susana para elaborar el cilindro, el cono y el prisma rectangular?

(Respuesta libre para el estudiante).

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Qué estrategia se empleó para resolver la situación A?
Se emplearon fórmulas para aprovechar los datos.
 2. ¿Qué cuerpo geométrico representa la imagen de la situación A?
El foco es una esfera.
 3. ¿Qué diferencia hay entre superficie esférica y volumen de la esfera?
La superficie esférica hace referencia al área de la esfera, es decir, toda la capa que cubre la esfera. El volumen de la esfera es la medida del espacio interior contenida en la esfera.
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.
 1. ¿Cuánto es la relación entre el volumen de un cono y de un cilindro de iguales medidas?
La relación entre el volumen de un cono y de un cilindro es de 1 a 3. Es decir, el volumen del cilindro es el triple del volumen del cono.
 2. Si el procedimiento no es correcto, ¿dónde se cometió el error y cuál es tu respuesta a la situación C?
La jarra rinde tres vasos llenos, por lo que Juan sí podrá compartir el contenido con sus dos amigos.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.

- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. ¿Cuál de los siguientes sólidos geométricos no se puede desarrollar en un plano?

- a) Prisma hexagonal **b) Esfera** c) Cono d) Cilindro

2. Se tiene un envase de dulces de la forma de un cono. Este envase tiene una altura de 60 cm y una base de 30 cm de diámetro. ¿Cuánto es el área de papel de regalo que se utilizó para envolverlo? Considera $\pi \approx 3,14$.



- a) 6330 cm² b) 4210 cm² **c) 3620 cm²** d) 2912,97 cm²

3. Se desea pintar la parte exterior del siguiente cofre, cuyas aristas son iguales a 6 cm. ¿Qué área en centímetros cuadrados (cm²) tendrá que pintar?



- a) 187 cm² **b) 216 cm²** c) 310 cm² d) 410 cm²

4. Si con el mismo material de la vela mostrada se quisiera hacer una vela de base cuadrada con la misma altura, ¿en cuánto variaría el perímetro de la base?



Fuente: <https://goo.gl/d7615s>

Respuesta adecuada:

El estudiante comprende la situación y responde que el perímetro varía de $2\pi \cdot r$ a $4\sqrt{\pi} \cdot r$, ya que el volumen debe ser igual porque se usará el mismo material.

Volumen del cilindro = $\pi \cdot r^2 \cdot h$

Perímetro de la base = $2\pi r$

Volumen del prisma de base cuadrada = $L^2 \cdot h$

Perímetro de la base = $4L$.

Igualando los volúmenes, se tiene $\pi \cdot r^2 \cdot h = L^2 \cdot h$, y de aquí $\sqrt{\pi} \cdot r = L$, por lo que el perímetro de la base cuadrada es $4\sqrt{\pi} \cdot r$.

Respuesta parcial: El estudiante responde solamente que el perímetro aumenta, o realiza un planteamiento adecuado y comete errores de cálculo.

Respuesta inadecuada: El estudiante brinda otras respuestas.

5. En la figura se observa una pelota de playa de 40 cm de diámetro. ¿Qué área tendrá cada uno de los seis paños, donde cada paño es cada pedazo de material que sirve para armar la pelota? Considera $\pi \approx 3,14$.



Fuente: <https://goo.gl/5XeFfy>

- a) 818 cm² b) 828 cm² **c) 837,3 cm²** d) 848 cm²

6. Se quiere pintar de un solo color todo el exterior de un baúl como el de la imagen. Sabiendo que el ancho y la altura miden 60 cm, y el largo, 1 m; ¿cuánto es la superficie que se debe pintar a excepción de la base?



Fuente: <https://goo.gl/uS3q4a>

- a) 25 200 cm²** b) 18 392 cm² c) 21 846 cm² d) 34 092 cm²

7. Si las longitudes de la base de una piscina aumentan en un 40 %, ¿en cuánto aumentará la capacidad de la piscina?

Respuesta adecuada:

El estudiante comprende la situación y responde que aumentará en un 96%, ya que las bases serán 140% de "a" y 140% de "b", mientras que la altura "h" no varía. Al realizar la fórmula resulta 196% a·b·h, que es efectivamente 96% más.

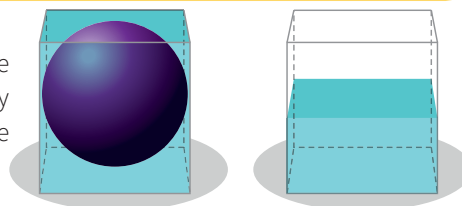
Respuesta parcial:

El estudiante comprende la situación, pero no realiza cálculos correctos.

Respuesta inadecuada:

El estudiante responde que aumentará en 40%, 80% u otras cantidades porcentuales.

8. Un recipiente cúbico de 10 cm de arista está lleno de agua. Se introduce con cuidado una esfera de cristal de 5 cm de radio y luego se saca con cuidado. Calcula el volumen del agua que se ha derramado.



Fuente: <https://goo.gl/KVja1u>

- a) 523,59 cm³ b) 559,59 cm³ c) 253,95 cm³ d) 352,59 cm³
9. Por el intenso calor, una familia optó por instalar aire acondicionado. Su casa es como se muestra en la imagen, de 6 metros de altura y el terreno de 8 metros por 15 metros. ¿Cuánto aire llenará la casa?



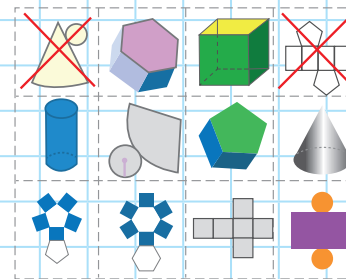
Fuente: <https://goo.gl/fkeMQE>

- a) 180 m³ b) 360 m³ c) 540 m³ d) 720 m³
10. Marca las figuras que no tienen par alguno.

Respuesta adecuada: El estudiante marca correctamente las dos figuras que no tienen par alguno.

Respuesta parcial: El estudiante marca una figura bien y otra mal, pero solo dos.

Respuesta inadecuada: El estudiante comete más errores.





Unidos por un complejo deportivo

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características, propiedades y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios, así como las relaciones de semejanza y congruencia entre formas geométricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Lee textos o gráficos que describen formas geométricas, sus propiedades, relaciones de semejanza y congruencia, y representa triángulos a partir de reconocer sus lados, ángulos, altura, bisectriz y otros.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 10, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar características y atributos medibles de objetos reales o imaginarios para establecer relaciones de semejanza y congruencia en triángulos; asimismo, determinar líneas y puntos notables de triángulos al resolver problemas.
 - Leer y expresar líneas y puntos notables de triángulos; asimismo, establecer relaciones referidas a semejanza y congruencia de triángulos.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué interés tienen las tres instituciones educativas?
Buscan un lugar para construir un complejo deportivo que sea equidistante a los tres colegios.
 2. ¿Qué significa la palabra “equidistante”?
“Equidistante” significa “a igual distancia”.
 3. ¿Qué datos se tienen para solucionar la situación inicial?
Se tienen un plano a escala (1 : 3000) de la zona donde se encuentran las instituciones educativas y las distancias entre estos colegios medidas en el plano.
 4. ¿Qué figura se forma al trazar las distancias entre las instituciones educativas?
Se forma un triángulo.
 5. Describe la ubicación aproximada donde crees que puede ubicarse el complejo deportivo. Señala en el plano.
(Respuesta libre para el estudiante).
 6. ¿Qué conocimiento matemático aplicará el ingeniero para ubicar el lugar equidistante a las instituciones educativas?
El ingeniero aplicará conocimientos de rectas y puntos notables en un triángulo.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Cómo se hallan las distancias reales entre las instituciones educativas?
Se determina la proporcionalidad de las distancias con la escala del mapa.
 2. En el plano mostrado se observa que al trazar las distancias entre las instituciones educativas se forma un triángulo. ¿Qué líneas notables conoces del triángulo?
(Respuesta libre para el estudiante).
 3. Se observa que las instituciones educativas están ubicadas en los vértices del triángulo trazado. Entonces, ¿qué línea notable sería adecuado trazar para ubicar el punto equidistante a los vértices del triángulo y cómo se llama este punto?
Como el complejo deportivo debe ser equidistante a las instituciones educativas, se debe trazar la mediatriz, y el punto de intersección (circuncentro) indicará la ubicación del complejo.
 4. ¿Qué estrategia ayuda a ubicar un punto equidistante a los vértices de un triángulo?
Hacer trazos sobre el plano con regla y transportador.

- Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Considerando las medidas de las distancias entre las instituciones educativas en el plano y la información de la escala, que es 1:3000, se hallan las distancias reales:

• La distancia en el plano entre la I. E. Manuel González Prada y la I. E. Juan Velasco Alvarado es 16 cm.

$$\text{La relación es de } 1:3000 \rightarrow \frac{1}{16} = \frac{3000}{d_1}$$

$$d_1 = 48\,000 \text{ cm} \cong 480 \text{ m}$$

• La distancia en el plano entre la I. E. Juan Velasco Alvarado y la I. E. Peruano Suizo es 25 cm.

$$\text{La relación es de } 1:3000 \rightarrow \frac{1}{25} = \frac{3000}{d_2}$$

$$d_2 = 75\,000 \text{ cm} \cong 750 \text{ m}$$

• La distancia en el plano entre la I. E. Manuel González Prada y la I. E. Peruano Suizo es 34 cm.

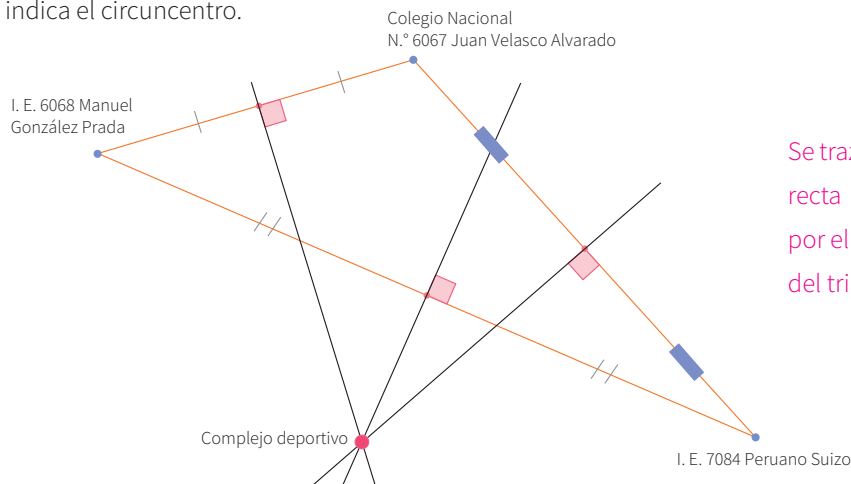
$$\text{La relación es de } 1:3000 \rightarrow \frac{1}{34} = \frac{3000}{d_3}$$

$$d_3 = 102\,000 \text{ cm} \cong 1020 \text{ m}$$

2. Completa:

- La distancia real entre la I. E. Manuel González Prada y la I. E. Juan Velasco Alvarado es **480** m.
- La distancia real entre la I. E. Juan Velasco Alvarado y la I. E. Peruano Suizo es **750** m.
- La distancia real entre la I. E. Manuel González Prada y la I. E. Peruano Suizo es **1020** m.

3. Con ayuda de una regla y un transportador, se traza la mediatriz de cada uno de los lados del triángulo y se indica el circuncentro.



Se traza la mediatriz, que es una recta perpendicular que pasa por el punto medio de los lados del triángulo.

4. Describe la ubicación del complejo deportivo.

(Respuesta libre para el estudiante).

- Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Cómo se puede comprobar que la ubicación del complejo deportivo responde al interés de las instituciones educativas?

Teóricamente se sabe que las mediatrices son las rectas perpendiculares a los lados del triángulo que pasan por sus respectivos puntos medios y dividen cada lado en dos partes iguales. Dichas mediatrices se cortan en un punto llamado **circuncentro**, que está situado a la misma distancia de los tres vértices del triángulo.

Gráficamente se pueden realizar mediciones.

2. ¿Qué estrategias ayudaron a la solución de la situación inicial?

Ayudó hacer trazos sobre el diagrama.

3. ¿Cómo puede usarse este conocimiento matemático en la vida diaria?

(Respuesta libre para el estudiante).

4. ¿Qué tipo de triángulo se formó al trazar las distancias entre las instituciones educativas?

Se formó un triángulo escaleno obtuso.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:

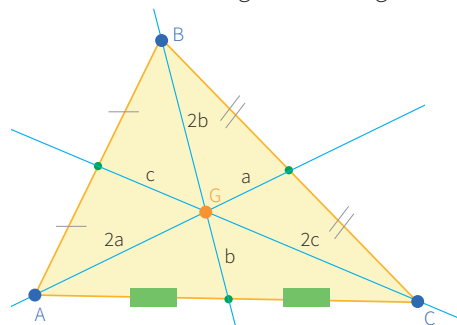
1. Para la resolución del problema, ¿por qué es útil un diagrama?

Porque hacer un diagrama es una estrategia que permite realizar trazos y tener una mejor idea de lo que se está analizando.

2. ¿Qué es el baricentro?

El baricentro es el punto de intersección de las tres medianas.

3. Ubica el baricentro del siguiente triángulo:



- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. Según el resultado obtenido, la altura del árbol mide menos que la altura de don Juan. ¿Por qué sucedió esto?

Porque la medida de las sombras del árbol y de don Juan representadas en el diagrama no son correctas.

2. ¿Qué cambios harías en la resolución y qué resultado obtendrías?

Se deben corregir las medidas de las sombras del árbol y de don Juan:

$$\frac{\text{Altura del árbol}}{\text{Sombra del árbol}} = \frac{\text{Altura de don Juan}}{\text{Sombra de don Juan}}$$

$$\frac{x}{120} = \frac{171}{60} \rightarrow x = 342 \text{ cm}$$

La altura del árbol es 342 cm \approx 3,42 m.

3. ¿Qué estrategia ayudó en la resolución de la situación C?

La estrategia fue hacer un diagrama de la situación

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. ¿Cuánto mide la estatua Cristo del Pacífico, situada en el distrito de Chorrillos, en Lima, si proyecta una sombra de 12,58 m, y en ese mismo instante un estudiante de 1,50 m de estatura proyecta una sombra de 51 cm?



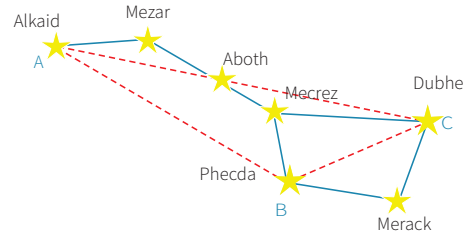
Fuente: <https://goo.gl/UVYQfk>

- a) 37 m b) 2,2 m c) 42,7 m d) 22 m

2. Los alcaldes de tres distritos de la región Cusco planean construir un pozo para abastecer de agua a sus respectivas comunidades. Cada alcalde desea que las conducciones de agua hasta su distrito no sean más largas que las de cualquiera de sus vecinos. Por ello, han decidido que el lugar de perforación se encuentre exactamente a la misma distancia de los tres. ¿Cuál es el punto notable que permitirá cumplir con las condiciones de los alcaldes?

- a) Baricentro b) Ortocentro c) Incentro d) Circuncentro

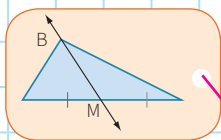
3. En astronomía se dice que la constelación Osa Mayor contiene tres de las estrellas más brillantes: Alkaid, Dubhe y Phecda, las cuales forman el triángulo ABC. Si la $m \angle B = 125^\circ$ y la $m \angle C = 34^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo A?



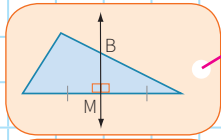
- a) 21°
b) 30°
c) 69°
d) 159°

4. La columna de la izquierda presenta diferentes figuras de triángulos en las que aparece la recta BM. Asocia cada figura con el nombre que recibe esa recta.

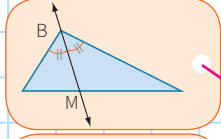
Respuesta adecuada:



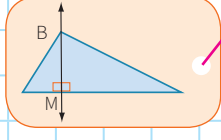
Mediatriz



Altura



Mediana

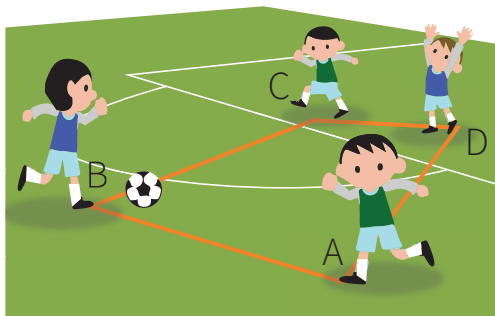


Bisectriz

Respuesta parcial: El estudiante solo relaciona correctamente 2 o 3 figuras.

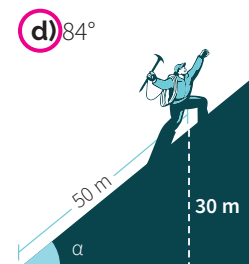
Respuesta inadecuada: El estudiante relaciona de forma incorrecta las figuras.

5. En uno de los entrenamientos para las olimpiadas de una institución educativa, cuatro estudiantes: Alfredo (A), Benito (B), Carlos (C) y David (D) se ubicaron tal cual se muestra en la imagen. Si las distancias AB, BC y AD son iguales, $m\angle A = 72^\circ$ y $m\angle B = 60^\circ$, calcula la medida del ángulo donde se ubica David.



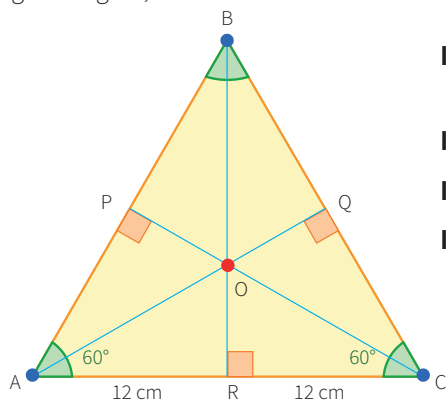
- a) 48° b) 54° c) 60° d) 84°

6. Un alpinista escala la montaña Huascarán, que forma un ángulo α con respecto al plano horizontal. Cuando el alpinista asciende 50 m, llega a una altura de 30 m. ¿A qué altura se encuentra el alpinista cuando ha recorrido 75 m?



- a) 15 m b) 45 m c) 60 m d) 80 m

7. Según la figura, determina si los enunciados son verdaderos o falsos.



- I) En el punto O concurren los puntos notables ortocentro, baricentro, circuncentro e incentro. ()
 II) El punto O divide a la mediana BR en 8 cm y 4 cm. ()
 III) El triángulo AQB es isósceles. ()
 IV) Los triángulos APO y CQO son semejantes. ()

Respuesta adecuada:

- I. En el punto O concurren los puntos notables ortocentro, baricentro, circuncentro e incentro. (V)
 II. El punto O divide a la mediana BR en 8 cm y 4 cm. (F)
 III. El triángulo AQB es isósceles. (F)
 IV. Los triángulos APO y CQO son semejantes. (V)

Por triángulo notable de 30° y 60° , $BR = 12\sqrt{3}$

Entonces en BR: $3a = 12\sqrt{3}$ $a = 4\sqrt{3}$

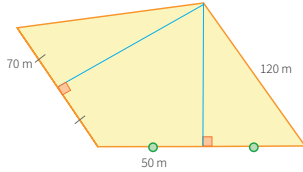
La mediana se divide en: $BO = 2(4\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$

$OR = 4$

Respuesta parcial: El estudiante responde correctamente más de un enunciado.

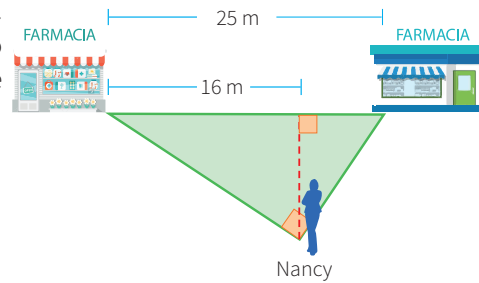
Respuesta inadecuada: El estudiante no responde correctamente ningún enunciado.

8. La financiera Credimás ha adquirido un terreno para destinarlo a la construcción de un club de esparcimiento que beneficiará a todos sus trabajadores. Se desea cercar el terreno con un muro de 2 m de altura. Si por cada metro cuadrado se requieren 40 ladrillos, ¿cuántos ladrillos se necesitarán para cercar el terreno?



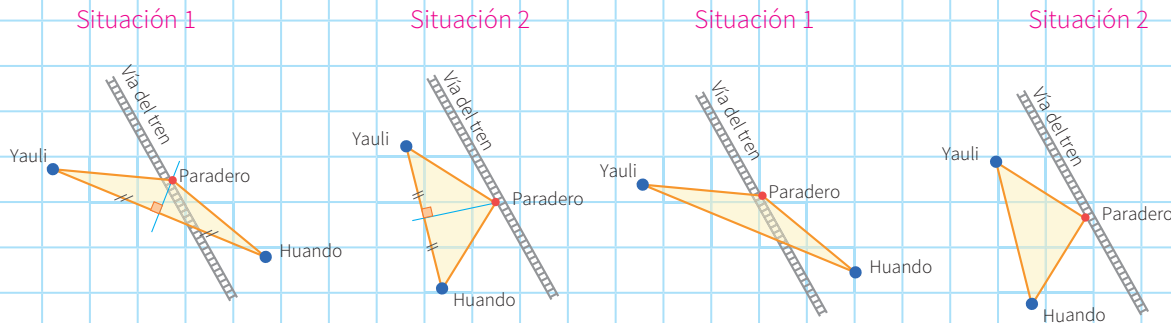
Fuente: <https://goo.gl/mzqmSE>

- a) 38 400 ladrillos b) 9600 ladrillos c) 14 400 ladrillos d) 960 ladrillos
9. Dos farmacias se ubican en un mismo lado de la calle. Nancy, que vive al frente, quiere comprar un medicamento en cualquiera de las dos farmacias. ¿A cuántos metros se encuentra la farmacia que está más cerca de Nancy?
- a) 9 m
b) 15 m
c) 20 m
d) 12 m
10. Cerca de los pueblos de Yauli y Huando pasa la vía del tren. Después de muchas gestiones, los pobladores de ambas localidades consiguen que se construya un paradero, el cual deciden situar a igual distancia de los dos pueblos. Representa gráficamente la situación y señala la ubicación del paradero.



Respuesta correcta:

El estudiante logra representar triángulos a partir del trazo de mediatrices.



Respuesta parcial: El estudiante solo logra representar triángulos sin realizar el trazo de mediatrices.

Respuesta inadecuada: El estudiante no logra representar triángulos ni realiza el trazo de mediatrices.



Elegimos a los mejores atletas

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Representa las características de una población en estudio asociándolas a variables cualitativas o cuantitativas (discretas y continuas) y expresa el comportamiento de los datos de una muestra de la población a través de histogramas, polígonos de frecuencia y medidas de tendencia central o desviación estándar.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee tablas y gráficos de barras, histogramas, polígonos de frecuencia o circulares, así como diversos textos que contengan valores de medida de tendencia central, para deducir nuevos datos y predecirlos según la tendencia observada.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 11, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
 - El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Organizar datos de variables cualitativas y cuantitativas en tablas y gráficos estadísticos.
 - Leer y expresar el significado de las medidas de tendencia central en tablas y gráficos estadísticos.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué información proporciona el gráfico de barras?
El tiempo obtenido en 100 metros planos de las cuatro mejores atletas.
 2. ¿Para qué se ha hecho este registro de tiempos?
El registro de tiempos se ha hecho con el fin de escoger a dos de las cuatro mejores atletas para los Juegos Deportivos Escolares Nacionales 2017.
 3. ¿Qué criterio debe tener en cuenta la entrenadora para hacer la selección?
(Respuesta libre para el estudiante).
 4. ¿Qué conocimiento matemático puede ayudar a la entrenadora?
Hallar el promedio de los tiempos de cada atleta.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué estrategia ayudará a la entrenadora para tomar la decisión?
Aplicar una fórmula para hallar el promedio de los tiempos de cada atleta.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Recuerda la fórmula para hallar la media o promedio de un conjunto de datos.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n}$$

2. Organiza los tiempos de cada atleta en una tabla.

Atletas	Tiempo										\bar{x}
Diana	21	20	20	19	20	21	20	19	20	19	19,9
Sofía	21	19	16	23	21	20	23	18	20	18	19,9
Carolina	20	19	21	21	24	18	24	16	18	18	19,9
Laura	20	20	21	20	20	19	20	19	20	20	19,9

3. Observando los promedios de cada atleta, ¿a quiénes elegirá la entrenadora?

La entrenadora aún no puede tomar una decisión porque los promedios de las cuatro atletas son iguales.

4. Se hallan la mediana y la moda de los tiempos de cada atleta. De ese modo, la entrenadora contará con más información para poder decidir.

	Promedio	Mediana	Moda
Diana	19,9	20,0	20
Sofía	19,9	20,0	18; 20; 21; 23
Carolina	19,9	19,5	18, 21, 24
Laura	19,9	20,0	20

5. Con esta información, ¿a quiénes elegirá la entrenadora?

Con los resultados obtenidos, la entrenadora no puede elegir a ninguna de las cuatro atletas, ya que los promedios y las medianas son iguales, y la moda no es tan precisa como para tomar una decisión.

6. Como las medidas de tendencia central no son suficientes para tomar una decisión, halla el rango de los tiempos.

	Rango = dato mayor – dato menor
Diana	$21 - 19 = 2$
Sofía	$23 - 16 = 7$
Carolina	$24 - 16 = 8$
Laura	$21 - 19 = 2$

7. Quienes tengan menor rango son aquellas cuyos tiempos no están muy dispersos. Por esta razón, ¿a quiénes elegirá la entrenadora?

La entrenadora elegirá a Diana y Laura porque sus rangos son menores y, por lo tanto, los datos están más cerca de la media.

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Por qué no es conveniente elegir a quienes tengan mayor rango?

Porque sus tiempos están muy dispersos y están más lejos de la media.

2. ¿Por qué la moda no ayudó a tomar la decisión?

Porque la moda solo muestra los tiempos que tienen mayor frecuencia absoluta.

3. ¿Qué estrategias ayudaron a resolver la situación inicial?

Ayudó organizar los tiempos de cada atleta en una tabla para hallar las medidas de tendencia central.

4. ¿En qué situaciones de la vida diaria será útil este conocimiento matemático?

(Respuesta libre para el estudiante).

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Qué tabla estadística se elaboró?
Se elaboró una tabla de frecuencias para datos no agrupados.
 2. ¿Cómo se realiza la distribución de los sectores en un gráfico circular?
En un gráfico circular, los sectores se distribuyen de forma proporcional según el porcentaje de la frecuencia absoluta.
 3. ¿Cómo se muestra más atractiva la información?, ¿en tabla o en gráfico?
(Respuesta libre para el estudiante).
 4. Al observar el gráfico circular, ¿qué se concluye?
El deporte con más aficionados es el fútbol, con un 41 %, que equivale a 248 estudiantes. (También se debe considerar la opinión de los estudiantes).
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.
 1. ¿Qué información brindan las medidas de dispersión?
Las medidas de dispersión indican cuán dispersos están los datos: mientras mayor sea su valor, más dispersos se encuentran los datos. Las más utilizadas son aquellas que indican la concentración de los valores del conjunto de datos alrededor del promedio. Los más usados son la varianza y la desviación estándar.
 2. ¿Qué valor debe tomar “n” en la varianza?
Debe ser 40, ya que la muestra tiene 40 estudiantes.
 3. ¿Qué correcciones se deben hacer?
En la varianza, la división debe ser entre 40:
$$\sigma^2 = \frac{5327,5}{40} = 133,1875$$

Luego se calcula la desviación estándar:
$$\sigma = \sqrt{133,1875} = 11,54$$

Finalmente, se concluye que los datos están muy dispersos.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

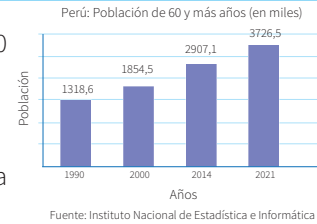
Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. La siguiente tabla muestra el estado de la población adulta mayor entre 1990 con proyección al 2021.

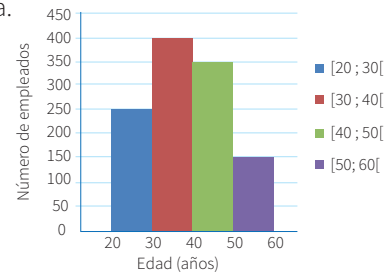


¿Cuál de los siguientes gráficos corresponde al estado de la población adulta mayor?



2. El siguiente gráfico muestra la edad de los empleados de una empresa.

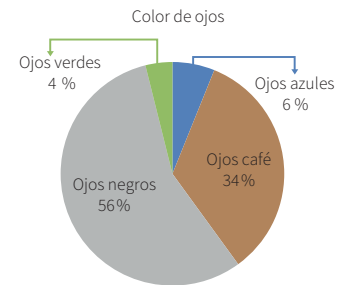
Según el gráfico, ¿cuál es la moda aproximada?



- a) 37,5 años
- b) 35 años
- c) 40 años
- d) 30 años

3. El siguiente gráfico circular muestra el color de ojos de 200 personas.

Respecto al gráfico se afirma:



- I) Hay 20 personas que tienen ojos de color verde o azul.
- II) 112 personas tienen ojos de color negro.
- III) 180 personas tienen ojos de color negro o café.

¿Qué afirmaciones son correctas?

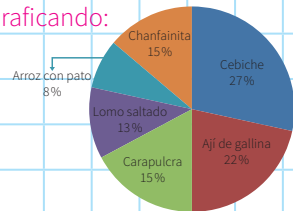
- a) Solo I
- b) I y II
- c) I y III
- d) I, II y III

4. Se realizó una encuesta sobre la preferencia de comidas típicas de los estudiantes de tercer grado de secundaria. Se tomaron como muestra 80 estudiantes (10 de cada sección) y sus resultados fueron los siguientes: a 22 les gusta el cebiche; a 18, el ají de gallina; a 12, la carapulcra; a 10, el lomo saltado; a 6, el arroz con pato; y a 12, la chanfainita. Organiza la información en porcentajes utilizando un gráfico estadístico pertinente y señala qué porcentaje representa a los estudiantes que gustan del cebiche.

Respuesta adecuada:

Organizando la información:

Graficando:

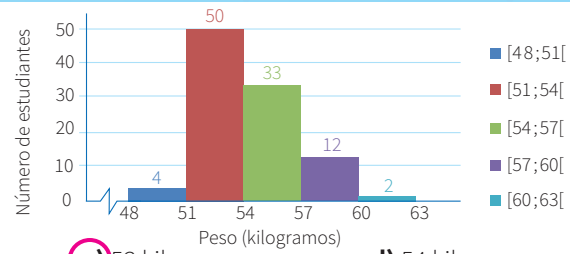


	f_i	h_i	h_i (%)	α°
Cebiche	22	0,28	28 %	28 % (360°) = 100,8°
Ají de gallina	18	0,22	22 %	22 % (360°) = 79,2°
Carapulcra	12	0,15	15 %	15 % (360°) = 54°
Lomo saltado	10	0,13	13 %	13 % (360°) = 46,8°
Arroz con pato	6	0,07	7 %	7 % (360°) = 25,2°
Chanfainita	12	0,15	15 %	15 % (360°) = 54°
	80	1,00	100 %	360°

Respuesta parcial: El estudiante realiza la tabla de frecuencias, pero no grafica.

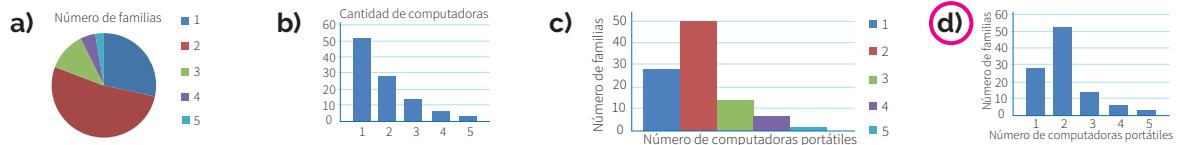
Respuesta inadecuada: El estudiante no realiza lo que se le solicita.

5. En el siguiente histograma, calcula la moda estimada.



- a) 50 kilogramos b) 52 kilogramos **c) 53 kilogramos** d) 54 kilogramos

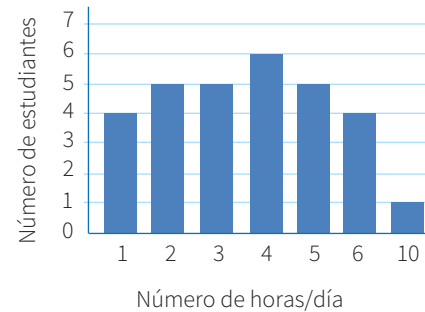
6. ¿Cuál de los siguientes gráficos indica exactamente la cantidad de familias que tienen un determinado número de computadoras portátiles?



7. Juan presentó y sustentó un trabajo que le dejó su profesor. El trabajo consistía en realizar una encuesta sobre el número de horas por día que dedican los estudiantes de tercer grado de secundaria a las redes sociales. La muestra debió ser, como mínimo, de 30 estudiantes.

Juan presentó los siguientes cuadros:

Horas/diarias (x_i)	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$
1	4	4	4
2	5	9	10
3	5	14	15
4	6	20	24
5	5	25	25
6	4	29	24
10	1	30	10
TOTAL	30		112



Luego de explicar su informe, Juan concluyó que no se puede decir que los estudiantes dedican 3,73 horas diarias a las redes sociales porque el rango salió 9 y está muy lejos de la media; por lo tanto, los datos están dispersos. ¿Estás de acuerdo con la conclusión de Juan? ¿Por qué?

Respuesta adecuada: El estudiante evidencia que conoce otra forma de tener más precisión si los datos están dispersos. Da la respuesta adecuada y realiza correctamente la justificación.

Ejemplo: El estudiante no está de acuerdo con la conclusión de Juan, porque el rango no determina, en este caso, la dispersión de los datos. Es por ello que calcula la desviación estándar de las horas diarias.

- Primero calcula la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{(1 - 3,73)^2 \cdot 4 + (2 - 3,73)^2 \cdot 5 + (3 - 3,73)^2 \cdot 5 + (4 - 3,73)^2 \cdot 6 + (5 - 3,73)^2 \cdot 5 + (6 - 3,73)^2 \cdot 4 + (10 - 3,73)^2 \cdot 1}{30}$$

$$\sigma^2 = \frac{29,8116 + 14,9645 + 2,6645 + 0,4374 + 8,0645 + 20,6116 + 39,3129}{30} = \frac{115,867}{30} = 3,8622$$

- Luego calcula la desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{3,8622} = 1,9652$$

Finalmente, concluye que los datos son homogéneos y se puede decir que el promedio de horas que los estudiantes dedican a las redes sociales es de 3,73 horas diarias.

Respuesta parcial: El estudiante evidencia que conoce otra forma de tener más precisión si los datos están dispersos, pero no concluye sus procesos ni da una respuesta final.

Ejemplo:

El estudiante no está de acuerdo con la conclusión de Juan, porque el rango no determina, en este caso, la dispersión de los datos. Es por ello que calcula la desviación estándar de las horas diarias.

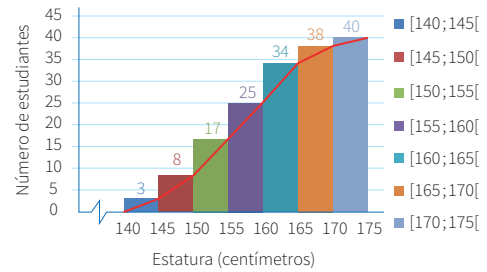
- Calcula la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{(1 - 3,73)^2 \cdot 4 + (2 - 3,73)^2 \cdot 5 + (3 - 3,73)^2 \cdot 5 + (4 - 3,73)^2 \cdot 6 + (5 - 3,73)^2 \cdot 5 + (6 - 3,73)^2 \cdot 4 + (10 - 3,73)^2 \cdot 1}{30}$$

Respuesta inadecuada: El estudiante no evidencia que conoce otra forma de precisión para determinar si los datos están dispersos o no.

8. El siguiente gráfico registra las estaturas en centímetros de 40 estudiantes de tercero de secundaria. Calcula el valor estimado de la mediana.

- a) 160 cm
- b) 155 cm
- c) 156,88 cm**
- d) 157,5 cm



Peso ideal de los recién nacidos

En la maternidad de Lima se han tomado los pesos, en kilogramos, de 20 recién nacidos:

2,8	1,8	3,8	2,5	2,7	2,9	3,5	3,8	3,1	2,2
3,0	2,6	1,8	3,3	2,9	3,7	1,9	2,6	3,3	2,3

El peso ideal de un recién nacido en condiciones normales está entre 2,5 y 4 kilogramos.

Con la información dada, responde las preguntas 9 y 10.

9. En una tabla de frecuencias con datos agrupados, calcula la mediana, la media y la moda. ¿Con cuál de las medidas de tendencia central se puede asegurar que la mayoría de los 20 recién nacidos están dentro del rango del peso ideal? Señala también el valor de dicha medida central.
- a)** La mediana; su valor es 2,86.
 - b) La media; su valor es 2,84.
 - c) La moda; su valor es 2,83.
 - d) El rango; su valor es 2.
10. Averigua si están dispersos o no los pesos de los recién nacidos respecto a su media. Explica por qué.

Respuesta adecuada:

Primero el estudiante calcula la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^m f_i \cdot (X_i - \bar{x})^2}{n}$$
$$\sigma^2 = \frac{3 \cdot (2 - 2,86)^2 + 3 \cdot (2,4 - 2,86)^2 + 6 \cdot (2,8 - 2,86)^2 + 4 \cdot (3,2 - 2,86)^2 + 4 \cdot (3,6 - 2,86)^2}{20}$$
$$\sigma^2 = \frac{2,2188 + 0,6348 + 0,0216 + 0,4624 + 2,1904}{20} = \frac{5,528}{20} = 0,2764$$

Luego calcula la desviación estándar: $\sigma = \sqrt{0,2764} = 0,5257$

Finalmente, concluye que los datos no están dispersos, sino que son homogéneos. Es decir, los datos están cerca de la media.

Respuesta parcial: El estudiante calcula la varianza, pero no responde la pregunta.

Respuesta inadecuada: El estudiante no realiza lo solicitado.



¿Hay figuras iguales o parecidas?

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios y usa modelos basados en semejanza, congruencia de formas geométricas y relaciones de medida entre ángulos.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Lee textos o gráficos que describen formas geométricas, sus propiedades y relaciones referidas a la semejanza y congruencia entre triángulos.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 12, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Usar modelos referidos a semejanza y congruencia de formas geométricas.
 - Leer y expresar relaciones y propiedades referidas a semejanza y congruencia de triángulos.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿De qué trata la situación inicial? <i>De dividir un cuadrado en cuatro partes idénticas.</i> 2. ¿Qué palabras nuevas encuentras en la situación inicial? <i>Congruente y semejante.</i> 	<ol style="list-style-type: none"> 3. ¿Cómo denominarías los trazos hechos para dividir los cuadrados? <i>Segmentos, diagonales, etc.</i> 4. ¿Cuáles son los datos que permiten responder las interrogantes planteadas en la situación inicial? <i>Se tienen cuadrados y se dividen en cuatro partes idénticas.</i>
--	---
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. En cada cuadrado, ¿cómo son las formas de las partes?
Las cuatro partes del cuadrado son idénticas.
 2. En cada cuadrado, ¿cómo son los tamaños de las partes?
En cada cuadrado, las cuatro partes son del mismo tamaño.
 3. ¿Cómo se establece la diferencia entre “congruente” y “semejante”?
Elaborando una tabla comparativa.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Anota en la tabla la característica que corresponde.

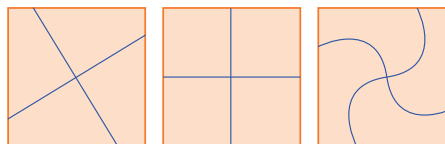
Figura congruente	Figura semejante
<p>Dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y tamaños iguales.</p> <p>Por ejemplo, si queremos saber si dos triángulos son congruentes no es necesario comprobar que lo sean los tres lados y los tres ángulos de cada uno, sino bastará con probar uno de los tres criterios de congruencia:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ALA (ángulo-lado-ángulo) 2. LAL (lado-ángulo-lado) 3. LLL (lado-lado-lado) 	<p>Dos figuras geométricas son semejantes si tienen igual forma y tamaños diferentes.</p> <p>En dos figuras geométricas semejantes sus elementos homólogos son proporcionales. En el caso de los triángulos, podemos decir que dos triángulos son semejantes si sus ángulos interiores tienen igual medida respectivamente y sus lados homólogos son proporcionales.</p> <p>Los lados homólogos en triángulos semejantes son aquellos lados opuestos a ángulos de igual medida.</p>

2. En cada cuadrado, ¿las partes son congruentes o semejantes? ¿Por qué?

Las partes son congruentes porque son de igual forma y tamaño.

3. ¿Qué otras formas se pueden encontrar para dividir cuadrados en partes congruentes?

Tres ejemplos de otras formas para dividir cuadrados en partes congruentes son:



✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Cómo son las medidas de los perímetros en las partes de cada cuadrado?

Los perímetros son de igual medida.

2. ¿Cómo son las medidas de las áreas en las partes de cada cuadrado?

Las áreas son de igual medida.

3. ¿Las figuras semejantes tienen perímetros o áreas iguales?

Las figuras semejantes tienen perímetros y áreas distintas porque son figuras de diferente tamaño y de igual forma.

4. ¿Las figuras congruentes tienen perímetros o áreas iguales?

Las figuras congruentes tienen perímetros y áreas iguales porque son figuras de igual tamaño y de igual forma.

5. ¿Cómo se puede comprobar la congruencia de dos figuras?

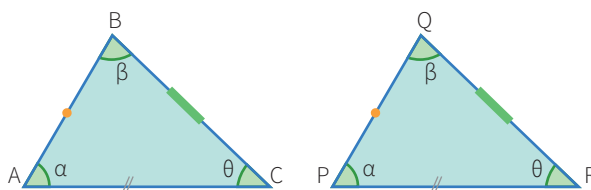
Verificando las medidas de sus lados y ángulo. En el caso de los triángulos existen tres criterios de congruencia:

1. ALA (ángulo-lado-ángulo)

2. LAL (lado-ángulo-lado)

3. LLL (lado-lado-lado)

6. Observa los triángulos:



¿Son congruentes o semejantes?

Son congruentes.

¿Cómo se simboliza la congruencia?

$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analicemos

- El docente indica que la sección **Analicemos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.

- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. ¿Qué estrategia se utilizó en la resolución de la situación A?

Se realiza un gráfico de la situación y este se descompone en dos triángulos.

2. ¿Cómo se lee $m \angle BAC \cong m \angle DCA$?

Se lee “la medida del ángulo BAC es congruente con la medida del ángulo DCA”.

3. ¿Qué puedes detallar del “criterio ALA”?

Este criterio sirve para verificar la congruencia de triángulos comparando en dos figuras el “ángulo-lado-ángulo”.

4. ¿Qué otros criterios de congruencia de triángulos existen?

- ALA (ángulo-lado-ángulo)
- LAL (lado-ángulo-lado)
- LLL (lado-lado-lado)

- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada:

1. ¿Cómo se lee $\triangle CAB \sim \triangle EDB$?

Se lee “el triángulo CAB es semejante al triángulo EDB”.

2. Los $\triangle CAB$ y $\triangle EDB$ son semejantes porque tienen igual forma pero diferente tamaño. Además, se observa que el $\triangle CAB$ es más grande. ¿Qué opinas sobre la respuesta obtenida, la cual afirma que el segmento AC es menor que el segmento DE?

No tiene sentido lógico que se haya llegado a esa conclusión porque, al ser el triángulo CAB más grande, también el lado AC debe ser mayor que DE.

3. ¿Qué cambiarías en la resolución?

En la proporción debe corregirse a:

$$\frac{x}{10} = \frac{3}{0,4} \rightarrow x = 75$$

Entonces, la respuesta sería la siguiente: el ancho del río Lurín es 75 m.

4. ¿Cuánto mide el lado “x”?

El lado “x” mide 75 m.

5. ¿Qué casos de semejanza conoces?

Los criterios de semejanza son AA (ángulo-ángulo), LLL (lado-lado-lado), LAL (lado-ángulo-lado) y LLA (lado-lado-ángulo).

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

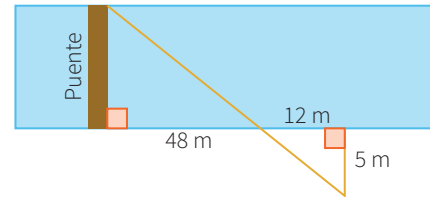
Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.

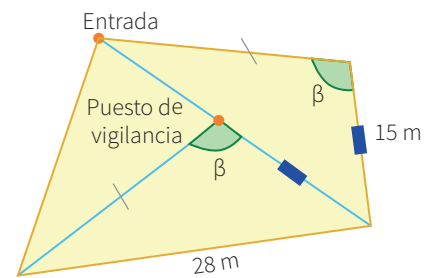


Practicamos

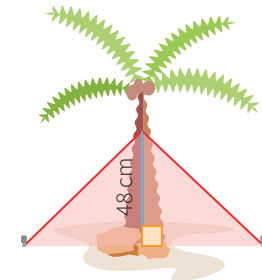
1. El alcalde de una comunidad tiene como proyecto construir un puente sobre un río cercano a su zona que permita el traslado de los habitantes y el comercio con otras comunidades. Según los datos del gráfico, ¿cuál será la longitud del puente?




- a) 20 m b) 12,5 m c) 1,25 m d) 2 m
2. En el parque Sinchi Roca se ha habilitado una zona de juegos con tres áreas, distribuidas como se muestra en la figura. Para el control y la seguridad de dichas áreas, el parque cuenta con un puesto de vigilancia. Determina la distancia entre la entrada del parque y el puesto de vigilancia.



- a) 43 m b) 12 m c) 13 m d) 15 m
3. Carlos realiza el cuidado de las palmeras que serán ubicadas en los parques de la ciudad de Lima siguiendo el Plan de Arborización de la ciudad (Plan Verde), organizado por la Municipalidad de Lima; por los fuertes vientos, se ve en la necesidad de sujetar los árboles con cuerdas, como se muestra en la figura. ¿Cuántos centímetros de cuerda comprará si tiene que sujetar 8 árboles y cada estaca que emplea para sujetar las cuerdas está a 36 cm del pie de la palmera?



- a) 120 cm b) 60 cm c) 960 cm d) 672 cm
4. El Club de Fotografía del Perú (CFP) ofrece cursos y talleres de Fotografía Básica, Fotografía de Viaje, Fotografía de Paisaje, Retrato, Retrato de Familia, Edición de Fotografías, etc. El encargado de impartir el curso de Fotografía Básica indica que el tamaño de una foto de 10,5 cm por 15 cm se llama tamaño postal. ¿Cuáles de las siguientes ampliaciones o reducciones de esta fotografía realizadas por seis participantes no tuvieron distorsión?

Postal	Ancho × largo (en cm)						
 10,5	15	21 × 30	5,25 × 7,5	21 × 7,5	4,6 × 6	15,75 × 22,5	12 × 8

Respuesta adecuada:

El estudiante logra relacionar la información y las condiciones de la semejanza de las formas geométricas, y las expresa en un modelo. Para ello, establece la razón entre el ancho y el largo de la fotografía de tamaño postal:

$$\frac{\text{Ancho}}{\text{Largo}} = \frac{10,5}{15} = 0,7$$

Luego calcula la razón de las otras fotografías:

$$21 \times 30 \rightarrow \frac{21}{30} = 0,7$$

$$4,6 \times 6 \rightarrow \frac{4,6}{6} = 0,76$$

$$5,25 \times 7,5 \rightarrow \frac{5,25}{7,5} = 0,7$$

$$15,75 \times 22,5 \rightarrow \frac{15,75}{22,5} = 0,7$$

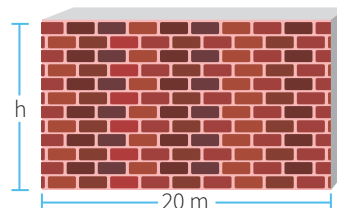
$$21 \times 7,5 \rightarrow \frac{21}{7,5} = 2,8$$

Finalmente, concluye que aquellas cuya razón es 0,7 no tuvieron distorsión.

Respuesta parcial: El estudiante solo relaciona la información y las condiciones de la semejanza de triángulos, pero no las expresa en un modelo.

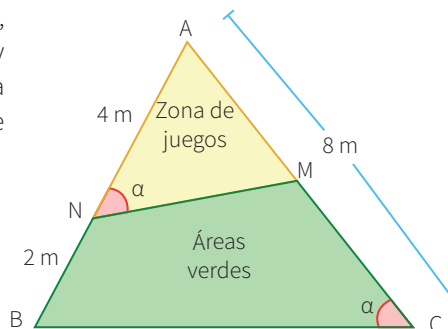
Respuesta inadecuada: El estudiante no relaciona la información ni las condiciones de la semejanza de triángulos.

5. Raúl va a pintar un muro. Él sabe la dimensión de la base, pero no la dimensión de la altura, ya que no cuenta con una escalera por el momento. Para calcular el área que va a pintar, Raúl quiere conocer la altura del muro. A las 11 a. m., el muro proyecta una sombra de 9 m, y en ese mismo instante Raúl proyecta una sombra de 3 m. Si la estatura de Raúl es de 1,60 m, ¿cuál es el área del muro?



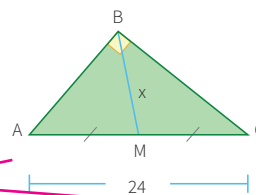
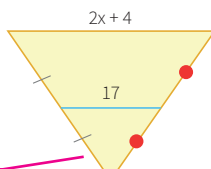
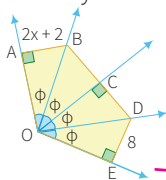
- a) 96 m² b) 10,66 m² c) 337,60 m² d) 4,8 m²

6. En un parque de forma triangular, como se muestra en la figura, se coloca un cerco para dividir la zona de juegos para niños y las áreas verdes. ¿Cuántos metros de malla se necesitan para cercar toda la zona de juegos si la distancia de MN es el doble de AM?



- a) 40 m
b) 16 m
c) 13 m
d) 10 m

7. La profesora Nancy entrega a sus estudiantes las siguientes tarjetas y les pide que relacionen correctamente cada par. ¿Puedes ayudarlos a realizar las relaciones correctas?



$$\frac{2x+2}{2} = 17$$

$$x = 15$$

Propiedad de los puntos medios

$$x = 12$$

Propiedad mediana relativa a la hipotenusa

$$2x + 8 = 8$$

$$x = 3$$

Propiedad de la bisectriz

Respuesta adecuada:

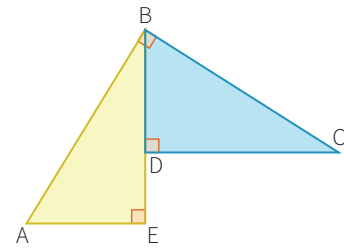
El estudiante logra usar estrategias para aplicar las propiedades de la congruencia.

Respuesta parcial: El estudiante solo reconoce las propiedades de la congruencia, pero no utiliza los instrumentos de dibujo.

Respuesta inadecuada: El estudiante no usa estrategias para aplicar las propiedades de la congruencia.

8. Los organizadores del campeonato de Motocross Lima 2016 diseñan un nuevo recorrido en Chilca y presentan la siguiente propuesta: la distancia que deben recorrer los participantes en el tramo AB y BC son iguales, y el tramo DC y DE miden 100 y 60 m, respectivamente.

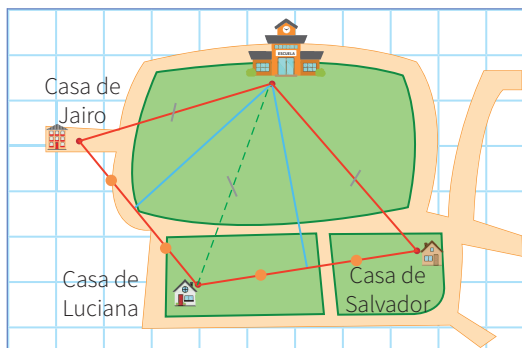
¿Cuál es la distancia que se recorre en el último tramo si se parte del punto A?



- a) 160 m **b) 40 m** c) 60 m d) 100 m
9. En la sesión sobre la semejanza de triángulos, una de las actividades que propone la profesora Rocío a sus estudiantes es calcular la altura de un árbol que se encuentra en las instalaciones de la I. E. Para ello, solicita a un estudiante de 1,50 m de estatura que se ubique cerca del árbol para comparar las medidas de las sombras que proyectan en ese instante y las alturas respectivas. Los estudiantes anotaron las siguientes medidas: sombra del estudiante, 1,20 m, y sombra del árbol, 3,60 m. Con esta información determina la altura del árbol.

- a) 2,88 m **b) 4,50 m** c) 6,30 m d) 3,30 m

10. La representación gráfica mostrada es el croquis de un pequeño pueblo donde viven tres amigos: Jairo, Salvador y Luciana. Determina en dicho croquis un punto que represente la ubicación de la escuela a la que ellos asisten si se sabe que es equidistante a las casas de cada uno de los amigos.



Respuesta adecuada: El estudiante realiza trazos. Mediante segmentos de recta, une las casas de Jairo y Luciana y las casas de Luciana y Salvador. Luego traza la mediatriz de cada uno de los segmentos, observando que estos se intersectan

en un punto, el cual determinará la ubicación de la escuela.

Respuesta parcial: El estudiante solo une mediante segmentos de recta las casas de Jairo y Luciana y la casa de Luciana con la de Salvador.

Respuesta inadecuada: El estudiante no usa estrategias para aplicar las propiedades de la congruencia.



I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la regla de formación de una progresión geométrica.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos y la suma de términos de una progresión geométrica.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 13, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Representar gráficamente y simbólicamente y con lenguaje algebraico una progresión geométrica.
 - Usar estrategias y procedimientos para hallar términos y enésimos términos de una progresión geométrica.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:

1. ¿Con qué conocimiento matemático se relaciona esta situación?

Con la sucesión de números: progresión geométrica.

2. ¿Qué datos permiten responder las interrogantes de la situación inicial?

Se trata de un tablero de ajedrez que tiene 64 casilleros y en cada uno se coloca el doble de granos de trigo que el casillero anterior.

3. ¿Cuántos casilleros tiene el tablero de ajedrez?

El tablero de ajedrez es un cuadrado de 8×8 casilleros. Es decir, en total tiene 64 casilleros.

4. Se sabe que la cantidad de trigo se duplica de un casillero a otro. Entonces, ¿cómo se puede escribir de forma abreviada la cantidad de trigo en cada casillero?

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7
2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}	2^{15}
2^{16}	2^{17}	2^{18}	2^{19}	2^{20}	2^{21}	2^{22}	2^{23}
2^{24}	2^{25}	2^{26}	2^{27}	2^{28}	2^{29}	2^{30}	2^{31}
2^{32}	2^{33}	2^{34}	2^{35}	2^{36}	2^{37}	2^{38}	2^{39}
2^{40}	2^{41}	2^{42}	2^{43}	2^{44}	2^{45}	2^{46}	2^{47}
2^{48}	2^{49}	2^{50}	2^{51}	2^{52}	2^{53}	2^{54}	2^{55}
2^{56}	2^{57}	2^{58}	2^{59}	2^{60}	2^{61}	2^{62}	2^{63}

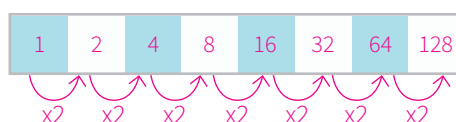
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

1. ¿Qué estrategia ayudará a responder las interrogantes de la situación inicial?

Buscar un patrón de formación.

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Anota los números de la primera fila, busca un patrón de formación y responde.



a) ¿Cómo describes el incremento de un término a otro?

A partir del a_2 cada término siguiente es el doble del anterior.

b) ¿Cuál es el primer término?

$$a_1 = 1$$

c) ¿Cuál es el último término o término n -ésimo del tablero? Anótalo en su forma abreviada.

$$a_n = 2^{63}$$

2. Esta secuencia de números, ¿es una sucesión? ¿Por qué?

Es una sucesión de números reales llamada progresión geométrica (PG), donde a partir del primer término (a_1) se puede obtener cualquier término (a_n) multiplicando el término anterior (a_{n-1}) por una razón constante (r).

3. ¿Qué características tienen estos números?

Todos estos números tienen como característica que son potencias de dos y son divisibles entre dos.

4. ¿Por qué no es fácil colocar la cantidad de trigo en el casillero 64?

(Respuesta libre para el estudiante).

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué te parece la respuesta del salvador al príncipe?

La propuesta del salvador es muy interesante. Al inicio encontrar el doble del número de granos que hay en el casillero anterior es sencillo, pero conforme se va avanzando, la cantidad de granos aumenta. Ahora, si se suman estas sesenta y cuatro cantidades, resulta una cantidad muchísimo mayor. (Hay que dar libertad para que el estudiante exprese todo lo que observa de estos números, siempre encaminándolo hacia la progresión geométrica).

2. En esta secuencia, los términos se multiplican constantemente por 2. Entonces, se afirma que la razón geométrica es 2. Si la progresión es 4; 12; 36; 108... ¿cómo se puede hallar la razón geométrica?

La razón geométrica se halla dividiendo cualquiera de los términos entre el término anterior:

$$r = 12 \div 4 = 36 \div 12 = 108 \div 36 = 3$$

3. Para obtener el primer término no se multiplica la razón; para el segundo término se multiplica una razón; para el tercer término se multiplican dos razones, y así sucesivamente. ¿Cómo se puede hallar el n -ésimo término?

$$a_1 = 1 \cdot 2^{1-1}$$

$$a_2 = 1 \cdot 2 = 1 \cdot 2^{2-1}$$

$$a_3 = 1 \cdot 2 \cdot 2 = 1 \cdot 2^{3-1}$$

$$a_4 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1 \cdot 2^{4-1}$$

$$a_5 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1 \cdot 2^{5-1}$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

4. ¿En qué situaciones es útil este conocimiento matemático?

Cuando se trata de la multiplicación de bacterias, de la cantidad de personas que pueden comunicarse de forma consecutiva, etc.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Qué fórmula se aplica?
Se aplica la fórmula del término enésimo de una P.G.
 2. ¿Cómo se puede comprobar el resultado?
Calculando los términos de la progresión hasta el lugar 13, donde se debe obtener el mismo valor.
 3. ¿Cuántas células se tiene en la vigesimoprimer división?
La vigesimoprimer división es el lugar 21.
Se tienen las siguientes células:
$$a_{21} = (1) \cdot (2)^{21-1} = 2^{20} = 1\ 048\ 576 \text{ células}$$
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.
 1. ¿Desde qué día se considera pago atrasado?, ¿desde el día de pago o después del día de pago?
Si no se paga en el día indicado, al día siguiente ya se considera pago atrasado.
 2. Si deben transcurrir 4 días de retraso en el pago, ¿entonces la progresión de interés tendrá 4 o 5 términos?
Tendrá 5 términos porque el primer término será el día puntual de pago y, a partir de ahí, se triplica el interés 4 veces.
 3. ¿Qué cambiarías en la resolución de la situación C?
Solo se debe determinar el quinto término de la progresión geométrica para calcular el interés que pagará.
$$a_5 = 15 \cdot 3^4 = 15 \cdot 81 = 1215$$
 4. ¿Cuál sería la respuesta adecuada para la situación C?
El total de interés que pagará el cliente es S/1215.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. Teresa ha comprado un caballo y quiere ponerle herradura. Para ello, tiene que ponerle 20 clavos, el primero de los cuales cuesta 0,50 céntimos y cada uno de los restantes vale un céntimo más que el anterior. ¿Cuánto paga en total para herrarlo?
 a) 5,45 soles **b) 11,90 soles** c) 12,00 soles d) 15,50 soles
2. Si en una progresión geométrica el noveno término es igual a 5 y la razón es $-\frac{1}{3}$, calcula el sexto término de la progresión geométrica (PG).
 a) -32 805 b) 135 **c) -135** d) 328
3. Maritza vive en el tercer piso de un edificio. Desde una altura de 18 m deja caer una pelota y observa que en cada rebote esta se eleva hasta los $\frac{2}{3}$ de la altura desde la que cae. Ella desea saber cuál es el recorrido total de la pelota hasta que se detiene.
 a) 15 m **b) 90 m** c) 180 m d) 10 m
4. Juan vende 120 teléfonos en 4 días. Si cada día vendió $\frac{1}{3}$ de lo que vendió el día anterior, entonces ¿cuánto vendió el primer día?

Respuesta adecuada:

Para hallar a_1 el estudiante aplica la fórmula:

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

Reconoce los datos: $r = \frac{1}{3}$; $s_4 = 120$

Obtiene como respuesta: $a_1 = 81$ teléfonos

Respuesta parcial: El estudiante sabe qué fórmula debe aplicar, pero no reconoce los datos.

Respuesta inadecuada: El estudiante no sabe lo que debe realizar.

5. A Carmen se le ha extraviado su perro y para encontrarlo envía mensajes de texto a tres amigas pidiéndoles que, a su vez, cada una envíe una copia a otras tres amigas y así sucesivamente. Si todas cumplen con reenviar el mensaje, después de "m" envíos, ¿cuántas copias se habrían hecho del mismo mensaje?
 a) 3^m b) 3^{m+1} c) $\frac{3}{2}(1 - 3^{m-1})$ **d) $\frac{3}{2}(3^m - 1)$**
6. Halla la profundidad de un pozo si por la excavación del primer metro se pagaron 25 soles y por cada uno de los restantes se pagaron 5 soles más que el anterior, lo que dio un costo total de 280 soles.
a) 7 metros b) 6 metros c) 5 metros d) 4 metros
7. El padre de Alejandra necesita comprar para su negocio un congelador que cuesta aproximadamente 3000 soles. Sin embargo, lo que tiene ahorrado no es suficiente y decide ahorrar cada mes $\frac{2}{3}$ de lo ahorrado el mes anterior. Si el quinto mes ahorró 160 soles, ¿cuánto ahorró en los cinco meses? Y si no le alcanza, ¿cuánto le faltaría? Justifica tu respuesta.

Respuesta adecuada:

El estudiante comprende y logra generalizar la regla de formación para hallar cuánto ahorró el padre de Alejandra en cinco meses y determinar si le alcanza o le falta. Además, justifica su respuesta.

El estudiante determina del enunciado que:

El ahorro del primer mes será: x

El ahorro del segundo mes será: $\frac{2}{3}x$

El ahorro del tercer mes será: $\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2x$

El ahorro del cuarto mes será: $\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x\right)\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3x$

Y así sucesivamente.
Entonces: x ; $\frac{2}{3}x$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2x$; $\left(\frac{2}{3}\right)^3x$...

A partir de ello, identifica que la regla de formación corresponde a una progresión geométrica cuya razón es $2/3$.

Luego, para hallar cuánto ahorró en total, aplica la fórmula para la suma de los n primeros términos de una PG:

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$r = \frac{2}{3}$$

Reemplaza los valores en la fórmula de la suma.

Finalmente, concluye que en los cinco meses ahorró la cantidad de 2110 soles y no le alcanza para comprar el congelador, pues le faltan 890 soles.

Respuesta parcial:

El estudiante evidencia que comprende y logra solo generalizar la regla de formación.

Respuesta inadecuada:

El estudiante no comprende el problema.

Y para hallar el valor del primer término a_1 , aplica la siguiente fórmula:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_5 = 160$$

$$160 = x \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$160 = x \left(\frac{16}{81}\right)$$

$$x = 810$$

8. La población de la ciudad Omega ha aumentado en progresión geométrica de 59 049 habitantes en 1953 a 100 000 habitantes en 1958. ¿Cuál es la razón de crecimiento por año?
- a) 0,5 b) 10 **c) 1,11** d) 12,96
9. Carlos es un competidor de ajedrez y que participó en las olimpiadas de su distrito. Si recibió un punto por el primer participante que venció, 2 por el segundo, 4 por el tercero y así sucesivamente, y cuando se hizo el recuento, acumuló un puntaje de 65 535 puntos, ¿a cuántos competidores venció?
- a) 68 b) 25 **c) 16** d) 120
10. El profesor Santos se encuentra con sus estudiantes en el laboratorio de Física observando las oscilaciones de un péndulo. Les pide que calculen el recorrido total de las oscilaciones del péndulo hasta el momento en que se detiene. Si en la primera oscilación recorre 16 cm y en la siguiente, $3/4$ de lo recorrido en la oscilación anterior, identifica la regla de formación de las oscilaciones, halla el recorrido total del péndulo y justifica tu respuesta.

Respuesta adecuada:

El estudiante comprende y logra identificar la regla de formación de las oscilaciones, halla el recorrido total del péndulo y justifica su respuesta.

Para hallar el recorrido de la masa del péndulo, suma todos sus recorridos:

Primer recorrido: 16

$$\text{Segundo recorrido: } \left(\frac{3}{4}\right)16 = 12$$

$$\text{Tercer recorrido: } \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)16 = 9$$

$$\text{Cuarto recorrido: } \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)16 = \frac{27}{4}$$

Y así sucesivamente.

Reconoce que es una progresión geométrica cuya razón es $\frac{3}{4}$.

Entonces la suma será:

$$S = 16 + 12 + 9 + 27/4 \dots$$

Como es una PG decreciente ilimitada, se emplea la fórmula:

$$s = \frac{a_1}{1-r}$$

$$s = \frac{16}{1-\left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{16}{\frac{1}{4}} = 64 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el recorrido total por la masa del péndulo es de 64 cm.

Respuesta parcial: El estudiante comprende el problema, reconoce la progresión, pero no halla la respuesta.

Respuesta inadecuada: El estudiante no comprende el problema.



Organizamos la campaña navideña

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar, igualar cantidades o trabajar con tasas de interés simple y las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones de interés simple.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para determinar tasas de interés y el valor del impuesto a las transacciones financieras (ITF).

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 14, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos de capital, monto, tasa y tiempo, y expresarlos en modelos de tasas de interés simple o compuesto.
 - Usar estrategias y procedimientos para determinar tasas de interés y el valor del impuesto a las transacciones (ITF).

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Cuáles son las condiciones del préstamo?
Pago en cuotas mensuales iguales durante 5 meses con una tasa de interés simple de 10 % mensual.
 2. ¿Qué es el ITF?
Es el impuesto a las transacciones financieras.
 3. ¿Qué datos se tienen para responder las interrogantes?
El monto prestado, las condiciones del préstamo y el valor de la primera cuota.
 4. ¿Cuánto corresponde pagar mensualmente sin interés?
$$\frac{7000}{5} = 1400$$
Sin interés correspondería una cuota de S/1400.
 5. ¿Cuánto paga por concepto de interés simple mensual?
Paga el 10 % de interés, que corresponde a: $\frac{10}{100} \times 7000 = 700$ soles.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Cómo se puede hallar el valor de la cuota mensual?
Valor de la cuota mensual es $1400 + 700 + \text{ITF}$.
 2. ¿Qué estrategia ayudará a responder las interrogantes de la situación inicial?
Organizar la información para realizar operaciones.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Se organiza la información partiendo de los datos del problema.
Capital: **7000 soles**
Tasa de interés mensual: **10 % = 0,1**
Tiempo: **5 meses**

2. ¿Cuánto es el valor de la cuota sin ITF?

Valor de la cuota mensual: $1400 + 700 = 2100$ soles.

3. Si pagó S/2100,105 considerando un incremento por el ITF, ¿qué porcentaje con respecto a la cuota pagó la señora Juana por el ITF?

Entonces el ITF corresponde a: $2100,105 - 2100 = 0,105$

El tanto por ciento es:

$2100 \longrightarrow 100 \%$

$0,105 \longrightarrow x$

$x = 0,105 (100) / 2100$

$x = 0,005 \%$

4. ¿Cuánto es el interés total que paga la señora Juana al cabo de los 5 meses?

Como el interés mensual es de S/700, en los cinco meses se pagará de interés $700 (5) = 3500$ soles.

5. ¿Cuánto pagará la señora Juana en total al banco al término de los 5 meses, considerando el ITF y los intereses?

El pago total de ITF en los 5 meses es $(0,105) (5) = 0,525$ soles.

En total, la señora Juana pagará al banco: $7000 + 3500 + 0,525 = 10\ 500,525$ soles.

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Por qué se sorprendió la señora Juana cuando pagó la primera cuota?

Porque en las condiciones del préstamo no le mencionaron el valor del ITF, que es el impuesto a las transacciones financieras.

2. ¿Cuánto se hubiera ahorrado la señora Juana si no pagaba el ITF porque no estaba en el acuerdo?

Se hubiera ahorrado en total 0,525 soles.

3. Si un banco te cobra más de lo acordado, ¿dónde puedes presentar tu queja?

La Superintendencia de Banca y Seguro (SBS) es la institución encargada de supervisar cómo trabajan los bancos y defender los derechos de los clientes.

4. Si el banco cobra el 10 % de interés mensual, ¿cuánto cobra por interés anual?

Para saber la tasa de interés anual se aplica lo siguiente: $10 \% \times 12 = 120 \%$ anual.

5. ¿Cuántos tipos de interés hay?

Hay dos tipos de interés: simple y compuesto.

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.

- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Por qué en la primera propuesta se considera una tasa de interés del 78 %?
 Porque se está considerando la tasa de interés anual. La tasa de interés mensual es de 6,5 %. Para saber la tasa anual se multiplica por 12 meses: $6,5 \% \times 12 = 78 \% \text{ anual}$.
 2. ¿Por qué en la segunda propuesta se considera una tasa de interés del 60 %?
 Porque se está considerando la tasa de interés anual. La tasa de interés mensual es de 5 %. Para saber la tasa anual se multiplica por 12 meses: $5 \% \times 12 = 60 \% \text{ anual}$.
 3. Si ambas propuestas tuvieran el mismo periodo de 2 años, ¿qué propuesta le convendría al señor José Flores?
 Al señor Flores le convendría la segunda propuesta porque la tasa de interés que pagaría sería menor.
 4. ¿Qué estrategia ayudó a responder la interrogante de la situación A?
 Organizar la información en una tabla comparativa.
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.
 1. ¿A qué cantidades se aplica el ITF?
 Se aplica a los retiros y depósitos iguales o mayores a 1000 soles.
 2. ¿Se aplica ITF a S/580? ¿Por qué?
 No se aplica el ITF a esa cantidad porque es menor a 1000 soles.
 3. ¿Qué corrección harías en la respuesta y en el proceso de la resolución de la situación planteada?
 Se realiza una corrección en la suma: $0,50 + 1,14 = S/1,64$
 Finalmente, se puede redondear a S/1,60 y se realiza la corrección en la tabla, considerando cero soles como ITF de S/580.
- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.

- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

El auto propio a préstamo

El señor Fernández fue despedido de su trabajo por reducción de personal. Por ello, decide adquirir un auto con el fin de realizar servicios de taxi. El precio del vehículo es de S/48 000, pero solo dispone de S/12 500. Entonces decide financiar el dinero que le falta por medio de una entidad bancaria, la cual le ofrece dos opciones:

- Banco ABCREDIT: por 4 años con una tasa de interés compuesta de 4,8%
- Caja Municipal de Ahorros y Créditos Perumás: por 5 años con una tasa de interés compuesta de 3,5%

Plan MI TAXI
S/48 000



Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. ¿A cuánto asciende el monto final del préstamo en el Banco ABCREDIT?
- a) S/148 816 b) S/42 316 **c) S/42 822,64** d) S/57 901,04
2. ¿A cuánto asciende el monto final del préstamo en la Caja Municipal de Ahorros y Créditos Perumás?
- a) S/183 712,50 **b) S/42 162,86** c) S/41 712,50 d) S/57 008,94

El cheque del abuelo

Gian Piero, cuando tenía la edad de 8 años, recibió un cheque de su abuelo por S/500 el día que ganó los juegos deportivos escolares nacionales en la disciplina de natación. Este monto fue depositado por su papá en una cuenta de ahorros.

Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

3. Si actualmente Gian Piero tiene 26 años, ¿cuánto habrá acumulado en su cuenta de ahorros si a su papá le ofrecieron por aquellos años un interés con una tasa del 12% anual?
- a) S/10 800 b) S/1080 c) S/9520,04 **d) S/3844,98**
4. Gian Piero está culminando sus estudios de Ingeniería de Sonido y, de lo acumulado, retira S/2800 para los trámites de titulación. ¿Cuánto paga de ITF en esta transacción? ¿Por qué?

Respuesta adecuada:

El estudiante logra explicar el significado del ITF y cómo se calcula.

Sí le corresponde pagar ITF porque el retiro es mayor que S/1000 y es el 0,005% de lo retirado.

$$\text{ITF} = \frac{0,005}{100} \cdot 2800 = 0,14$$

Respuesta parcial: El estudiante solo explica el significado del ITF, pero no calcula el monto a pagar.

Respuesta inadecuada: El estudiante no explica el significado del ITF ni calcula el monto a pagar.

5. Una inmobiliaria encargada de la construcción, venta, alquiler y administración de viviendas tiene como meta ganar un interés simple de S/580 000 en un periodo de dos años y medio. ¿Cuál debe ser el capital inicial a depositar si se sabe que la tasa de interés es del 4% trimestral?
- a) S/1 450 000** b) S/232 000 c) S/5 800 000 d) S/120 833,33

6. La directiva del Club Deportivo Amanecer recibe de cada uno de sus socios un depósito de S/800 para la remodelación y ampliación de las instalaciones, y se compromete a devolver ese dinero al cabo de 1 año y 8 meses, junto con un interés simple del 5 % anual. ¿Qué cantidad devolverá a cada socio?

- a) S/866,67 b) S/872 c) S/1600 d) S/840

7. Una entidad financiera elabora un anuncio publicitario para captar más clientes. De acuerdo al afiche mostrado, ¿cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

- I) El monto a pagar al término del tiempo indicado es de S/9000. ()
 II) El tiempo establecido en el anuncio es de 1,5 años. ()
 III) El interés a pagar es de S/2025. ()



Respuesta adecuada:

$C = 9000$

$t = 18 \text{ meses} = 1,5 \text{ años}$

$r = 15 \%$

$\text{Cuota mensual} = 612,50$

El monto a pagar al término del tiempo indicado es de S/9000. (F)

$612,50 \times 18 = 11\,025$

$M = 11\,025$

El tiempo establecido en el anuncio es de 1,5 años. (V)

El interés a pagar a la caja municipal es de S/2025. (V)

$$I = \frac{9000 \cdot 15 \cdot 1,5}{100} \rightarrow I = 2025$$

Respuesta parcial: El estudiante solo responde correctamente 1 o 2 enunciados.

Respuesta inadecuada: El estudiante no identifica los datos del problema y no responde.

8. El fondo de ahorro es una prestación que establecen las empresas a favor de los empleados durante un determinado tiempo. Si el empleador de una estación de servicio de gas propone a sus empleados otorgarles un fondo de ahorro que paga 12 % de interés simple de tal manera que genere S/2400 por concepto de intereses en 4 años, ¿cuánto deberá invertir cada empleado para tener la cantidad requerida?

- a) S/1152 b) S/7400 c) S/5000 d) S/1525,24

9. El papá de Rolando, observando el catálogo de dos tiendas comerciales, decide comprar una cámara digital. Si este modelo de cámara es ofrecido a crédito por dos tiendas, Artífax y Elektro, con tasas de interés simple mensual del 10 % y 15 % en 7 y 4 meses, respectivamente, ¿cuánto pagará de interés el papá de Rolando si escoge la mejor propuesta?

- a) S/1399,30 b) S/799,60
 c) S/2398,80 d) S/1199,40



10. Completa los recuadros y relaciónalos con la tasa de interés correspondiente.

A. CRÉDITOS EN 5 MINUTOS

Por S/4000 pagas S/180 de interés en un mes.

Capital: S/4000

Interés: S/180

Tiempo: 1 mes

B. TE PRESTAMOS AL TOQUE

Pagas S/120 de interés por S/3000 en 2 meses.

Capital: S/3000

Interés: S/120

Tiempo: 2 meses

C. PRÉSTAMO FÁCIL

En 5 meses, por S/2000, pagas S/180 de interés.

Capital: S/2000

Interés: S/180

Tiempo: 5 meses

D. CRÉDITO RÁPIDO

En 12 meses pagas S/125 de interés por S/5000.

Capital: S/5000

Interés: S/125

Tiempo: 12 meses \equiv 1 año

TASA DE INTERÉS I

$r = 1,8\%$ mensual

TASA DE INTERÉS II

$r = 2,5\%$ anual

TASA DE INTERÉS III

$r = 24\%$ anual

TASA DE INTERÉS IV

$r = 4,5\%$ mensual



Las líneas aéreas y sus condiciones de viaje

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficos.	Establece relaciones entre datos o valores desconocidos y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen inecuaciones $ax \pm b < c$, $ax \pm b > c$, $ax \pm b \geq c$, $ax \pm b \leq c$, $\forall a \neq 0$ con coeficientes enteros y racionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre las posibles soluciones de inecuaciones lineales u otras relaciones que descubre.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 15, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar valores desconocidos y transformarlos a inecuaciones con coeficientes enteros y racionales.
 - Justificar sobre las posibles soluciones de las inecuaciones lineales.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué aerolínea escogió Alejandro?
Finalmente eligió Aerolíneas Mayorsky.
 2. ¿Qué información le falta tener de la aerolínea elegida?
Le falta información sobre las dimensiones del equipaje que puede llevar en el vuelo.
 3. ¿Qué información le puede servir para tener algunas posibilidades del tamaño del equipaje que puede llevar?
Las especificaciones de tamaño de equipaje de las otras aerolíneas.
 4. ¿Cuál es la equivalencia de pulgadas en centímetros?
1 pulgada \equiv 2,54 cm.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿A cuántos centímetros equivale el espacio debajo de los asientos que tienen más o menos 21 pulgadas de largo, 16 pulgadas de ancho y 8 pulgadas de alto?
21 pulgadas de largo \equiv 53,34 cm
8 pulgadas de alto \equiv 20,32 cm
16 pulgadas de ancho \equiv 40,64 cm
 2. Con relación al equipaje en cualquier vuelo de la aerolínea seleccionada, se informa que la dimensión máxima de dicho equipaje debe ser de 114,3 cm o 45 pulgadas, que se obtiene sumando el alto, el ancho y el largo. ¿Qué estrategia se puede realizar para conocer las posibles dimensiones de equipaje permitido?
Descomponer la medida total que es 114,3 cm en 3 valores (alto + ancho + largo).
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Se descompone la medida total, que es 114,3 cm, en 3 valores (alto + ancho + largo).
Hay muchas opciones. Pueden ser:
Equipaje 1: 20 cm \times 50 cm \times 44,3 cm
Equipaje 2: 32,7 cm \times 41,7 cm \times 39,9 cm

2. ¿Cuántas posibilidades de medida hay?

Se tienen muchas opciones de medida.

3. ¿Cuántos de los equipajes propuestos podrían guardarse debajo del asiento? ¿Por qué?

El espacio debajo de los asientos tiene más o menos:

8 pulgadas de alto \cong 20,32 cm

16 pulgadas de ancho \cong 40,64 cm

21 pulgadas de largo \cong 53,34 cm

El equipaje 1 es mayor que el ancho permitido y el equipaje 2 es mayor que el alto permitido.

4. Si se descompone la medida total, que es 114,3 cm, en 3 valores (alto + ancho + largo), teniendo como referencia la medida del espacio debajo de los asientos, ¿cuáles serían los valores de esta descomposición en centímetros?

$114,3 \text{ cm} = \text{alto} + \text{ancho} + \text{largo}$

$114,3 \text{ cm} = 20,32 \text{ cm} + 40,64 \text{ cm} + 53,34 \text{ cm}$

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Cómo se hizo para conocer el tamaño del equipaje?

Se han probado algunos valores que cumplan las condiciones.

2. ¿Por qué hubo varias posibilidades de medidas del equipaje?

Porque solo se ha dado la suma total de las medidas.

3. ¿Por qué no se podrían copiar las medidas de los equipajes de las otras aerolíneas?

Porque no cumplen con la condición de suma, que es 114,3 cm.

4. ¿Cómo ayudó conocer las medidas del espacio debajo de los asientos?

Ayudó para tomar esos mismos valores; porque cumplen la condición de que la suma sea 114,3 cm.

5. En Aerolíneas Mayorsky, el peso máximo del equipaje de mano en vuelo nacional e internacional es de 10 kg. ¿Cómo sería el modelo matemático de esta condición?

Sea x el peso del equipaje: $x \leq 10 \text{ kg}$

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:

1. ¿Cuál sería el conjunto solución en \mathbb{R} de la expresión $x \leq 0,043 \text{ m}^3$? Escríbelo como intervalo y como conjunto, y represéntalo en la recta numérica.

$$\text{C.S.} =]-\infty ; 0,043]$$

$$\text{C.S.} = \{x/x \in \mathbb{R}; x \leq 0,043\}$$



2. ¿Cómo se hizo para encontrar la equivalencia $43\,120 \text{ cm}^3 \approx 0,043 \text{ m}^3$?

Se recuerda que $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$

Luego: $43\,120 : 10^6 = 0,043 \text{ m}^3$.

- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. Si se tiene la expresión $x \leq \frac{20}{3}$, ¿cuál sería el conjunto solución en el conjunto numérico de los reales (\mathbb{R})? Exprésalo como intervalo.

$$\text{C.S.} = \left] -\infty ; \frac{20}{3} \right]$$

2. ¿Cuál es el valor máximo del conjunto solución?

El valor máximo es $\frac{20}{3}$ o 6,6 aproximadamente.

3. ¿Es correcto decir que “cada maleta debe pesar como mínimo $\frac{20}{3} \text{ kg} = 6 \frac{2}{3} \text{ kg} \approx 6,6 \text{ kg}$ ”?

Entonces, ¿se pueden tener pesos mayores?

No es correcto decir que ese valor es “peso mínimo”. Lo correcto es considerar a ese peso como máximo porque no debe exceder los 20 kg entre las 3 maletas.

4. ¿Qué cambiarías en la respuesta?

La respuesta debe ser: Cada maleta debe pesar **como máximo**

$$\frac{20}{3} \text{ kg} = 6 \frac{2}{3} \text{ kg} \approx 6,6 \text{ kg}$$

5. ¿Qué significa “valor máximo”?

“Valor máximo” indica que ese valor es el mayor posible. Se pueden tomar otros valores, pero deben ser menores.

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.

- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. Diana es una estudiante del segundo grado de secundaria. Diariamente alista su mochila con cuadernos, libros, cartuchera y otros materiales. Según la OMS (Organización Mundial de la Salud), cada estudiante debe llevar en su mochila el 10 % de su peso corporal o, como máximo, el 15 %, a fin de no contraer enfermedades en la columna. Si Diana pesa 48 kg, ¿cuáles son los posibles pesos de su mochila para no afectar su salud?

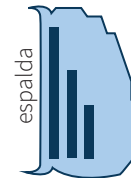
Peso recomendado



Peso máximo



Peso pegado a la espalda



- a) Desde 2,08 kg hasta 7,2 kg
 b) Desde 2,08 kg hasta 5,2 kg
c) Desde 4,8 kg hasta 7,2 kg
 d) Desde 1,8 kg hasta 2,7 kg

2. Para construir una casa se necesita un determinado número de columnas. A la vez, estas necesitan un número adecuado de estribos. Se sabe que para armar una columna simple se necesitan entre 28 y 32 estribos. ¿Cuál es el máximo número de estribos que se necesitarían si se van a armar 18 columnas simples?

- a) 500 b) 525 c) 550 **d) 575**

3. El puntaje de una asignatura es la media aritmética de las calificaciones de tres exámenes. Si un estudiante ha obtenido 13 en el primer examen y 12 en el segundo, ¿cuál es el puntaje mínimo que debe obtener en el tercer examen para aprobar la asignatura? (La asignatura se aprueba con un puntaje mínimo de 14).

- a) $x \geq 17$** b) $x \leq 16$ c) $x \geq 15$ d) $x \leq 14$

4. El nivel de alcohol (“N”) en la sangre de una persona que ha bebido tres cuartos de litro de cerveza hace 30 minutos, en función de su peso (“x” en kilogramos), se expresa como: $N = \frac{400}{7x}$.

La ley de tránsito establece fuertes multas para aquellas personas que conduzcan con un nivel superior a 0,5.

A) Indica el peso de las personas que podrían conducir a los 30 minutos de haber bebido tres cuartos de litro de cerveza.

B) ¿Qué opinas de los que conducen una movilidad después de beber alcohol?

Respuesta adecuada:

Sea “N” el nivel de alcohol y “x” el peso de la persona:

$$\frac{400}{7x} < 0,5$$

$$400 < 3,5x$$

$$x > \frac{400}{3,5}$$

$$x > 114,3$$

Por lo tanto, el peso de las personas que podrían conducir a los 30 minutos de haber bebido tres cuartos de litro de cerveza debe superar los 114,3 kg. El estudiante opina sobre los conductores ebrios.

Respuesta parcial: El estudiante solo responde una de las dos interrogantes.

Respuesta inadecuada: El estudiante no responde ninguna interrogante.

5. La familia Ochoa se encuentra construyendo su vivienda. Cada mes logra comprar un material para hacer el techo. Este mes, don Pedro logró ahorrar S/130 y su esposa Luisa, S/90 para comprar los fierros de media pulgada.

Si compran fierros que cuestan S/30, les sobrará dinero.

Si compran fierros que cuestan S/35, les faltará dinero.

¿Cuántos fierros de media pulgada podrá comprar la familia Ochoa con todo lo ahorrado?

- a) 2 fierros b) 4 fierros **c) 7 fierros** d) 10 fierros

6. Una empresa de alquiler de autos ofrece dos posibles modelos de contrato. El modelo A consiste en pagar una cantidad fija de 50 soles, además de 8 céntimos de sol por cada kilómetro recorrido. El modelo B consiste en pagar 80 soles sin limitación de kilometraje. ¿A partir de cuántos kilómetros interesa el alquiler según el modelo B?

- a) 375 km** b) 400 km c) 300 km d) 525 km

7. Si el largo de un rectángulo mide el doble de su ancho, justifica: ¿qué medidas puede tomar dicho rectángulo para que su perímetro sea inferior a 36 cm?, ¿cuál es el máximo valor que puede tomar el área del rectángulo?

Respuesta adecuada:

Sea el rectángulo cuyas medidas son:

Largo: $2x$

Ancho: x

Perímetro: $p < 36$

Resolviendo: $p < 36$

$2x + 2x + x + x < 36$

$6x < 36$

$x < \frac{36}{6}$

$x < 6$

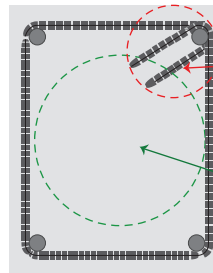
El máximo valor entero que puede tomar x es 5, por lo cual el máximo valor que podría tomar el área es

$(5) \cdot (10) = 50 \text{ cm}^2$

Respuesta parcial: El estudiante responde solo una de las interrogantes.

Respuesta inadecuada: El estudiante no responde ninguna pregunta.

8. Un estribo está elaborado por determinado metraje de fierro, ya que debe cubrir todo el perímetro de la formación de una columna. Un albañil ha solicitado elaborar los estribos para armar 45 columnas. La información que se maneja es que el largo es el doble del ancho y el perímetro no debe exceder a 68 cm; tampoco puede tener menos de 65 cm. Considerando que el valor del ancho es un número entero, ¿cuál es la medida máxima del segmento de varilla que se debe cortar para elaborar un estribo si adicionalmente se necesitan 10 cm para los ganchos?



Los ganchos deben quedar dentro del núcleo para que queden anclados al concreto

Parte interna de la columna (núcleo)

- a) 76 cm** b) 80 cm c) 84 cm d) 90 cm

9. Una panadería produce dos tipos de torta: dulce de manjar y torta helada. Para producir dulce de manjar se necesitan 400 g de harina y 100 g de azúcar, mientras que para la torta helada, 300 g de harina y 200 g de azúcar. Si la panadería dispone de 30 kg de harina y 10 kg de azúcar, ¿cuántas tortas de cada tipo se pueden producir usando el total de ingredientes?

- a) 60 dulces de manjar y 20 tortas heladas
- b) 20 dulces de manjar y 60 tortas heladas
- c) 40 dulces de manjar y 20 tortas heladas
- d) 20 dulces de manjar y 40 tortas heladas

10. Una empresa requiere repartidores de pizzas y ofrece las siguientes opciones de contrato:

- Se pagará una cantidad mensual fija de 350 soles más 3 soles por cada pizza repartida.
- Sueldo fijo de 600 soles, independiente del número de pizzas repartidas.

Calcula el número mínimo de pizzas que se deben repartir para que convenga escoger la primera opción. Justifica el procedimiento realizado.

Respuesta adecuada:

El estudiante comprende el problema y expresa los procedimientos de la desigualdad:

$$350 + 3x > 600$$

$$350 - 350 + 3x > 600 - 350$$

Sumamos un mismo número a los dos miembros de una desigualdad, resulta otra del mismo sentido.

$$3x > 250$$

$$3x \left(\frac{1}{3} \right) > 250 \left(\frac{1}{3} \right)$$

Multiplicamos o dividimos los dos miembros de una desigualdad por un mismo número positivo, resulta otra del mismo sentido.

$$\rightarrow x > 83,3$$

Por lo tanto, se establece que el número mínimo de pizzas que se deben repartir es 84.

Respuesta parcial: El estudiante interpreta de forma regular las dos opciones de contrato, pero al relacionarlos no ejecuta adecuadamente las operaciones. Asimismo, expresa algunas propiedades de las desigualdades.

Respuesta inadecuada: El estudiante no logra interpretar el problema ni relacionar las dos condiciones. Asimismo, no reconoce las propiedades de las desigualdades.



Modelamos un fenómeno climatológico

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficos.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos y condiciones de equivalencia y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen ecuaciones cuadráticas ($ax^2 = c$) con coeficientes enteros o racionales.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar ecuaciones cuadráticas usando productos notables o propiedades de las igualdades.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 16, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Relacionar datos desconocidos y expresarlos mediante ecuaciones cuadráticas con coeficientes enteros o racionales.
 - Utilizar métodos gráficos y procedimientos para determinar términos desconocidos y solucionar ecuaciones cuadráticas.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
- Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Qué datos te permiten dar solución a la situación inicial?
Es un modelo matemático que permite resolver situaciones a partir de algunos datos.
 - ¿Qué es una constante numérica?
Es un valor numérico que no cambia.
 - ¿Qué información se tiene en la tabla?
Se tiene la constante, área de los objetos y la velocidad del viento.
 - ¿Por qué crees que el tornado pudo derribar la escuela?
(Respuesta libre para el estudiante).
- Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Qué información se tiene para responder la interrogante de la situación inicial?
La velocidad del viento, que fue de 240 km/h; la altura del edificio escolar, que es de 6 m, y su longitud de 40 m.
 - ¿Qué estrategia ayuda a resolver la interrogante?
Usar una fórmula
- Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Anota los datos para responder la interrogante de Israel y Juan.
*Velocidad: 240 km/h
Área del edificio: $(6\text{ m})(40\text{ m}) = 240\text{ m}^2$
Constante: 0,005 859 375.*
 - Organiza los datos en la fórmula dada para hallar la presión.
*Presión ejercida, donde:
P: Presión A: Área
K: Constante v: Velocidad
 $P = KAv^2$
 $P = (0,005\ 859\ 375)(240)(240)^2$*
 - Realiza las operaciones necesarias para obtener el valor de la presión.
*Presión ejercida: $P = 0,005\ 637\ 5(13\ 824\ 000)$
 $P = 81\ 000\ \text{kgf} / \text{m}^2$*
 - ¿Cuál fue la presión ejercida?
La presión fue: $P = 81\ 000\ \text{kgf} / \text{m}^2$.

- Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Por qué el área de la cara de la escuela, que fue derribada, se halló multiplicando $(6\text{ m}) \cdot (40\text{ m})$?

Porque se asume que la cara de la escuela es un rectángulo.

2. ¿Cómo se lee la expresión kg/m^2 ?

Se lee “kilogramos fuerza por metro cuadrado”.

3. ¿Es confiable toda la información que brindan los diarios?

(Respuesta libre para el estudiante).

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.

- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:

- Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.

- Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.

- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:

1. ¿Qué significa “utilidad máxima”?

Es la ganancia máxima que se obtiene.

2. ¿Qué tipo de ecuación tenemos?

Es una ecuación cuadrática.

3. ¿Con qué método se ha solucionado la ecuación cuadrática?

Por factorización.

4. ¿Cómo se puede comprobar la respuesta obtenida?

Se puede graficar la ecuación cuadrática.

- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.

- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. ¿Qué es un “patrón de formación”?

Es una expresión matemática que generaliza una secuencia de valores.

2. ¿Por qué el número de panes vendidos se multiplica por 20?

Porque por cada $S/0,01$ de aumento, se dejaban de vender 20 panes diariamente.

3. Despeja “m” de otra manera:

$$x = 0,25 + m(0,01)$$

$$m(0,01) = x - (0,25)$$

$$m = \left(\frac{x - 0,25}{0,01} \right)$$

Ahora se multiplica el numerador y el denominador por 100: $m = 100(x - 0,25)$.

4. ¿Qué error se cometió al despejar “m”?

El signo de “m” no es negativo.

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. Carlos sabe que el marco del lienzo es cuadrado y el área del lienzo es de 256 cm^2 . ¿Cuáles son las dimensiones del lienzo?

a) $l = 24 \text{ cm}$

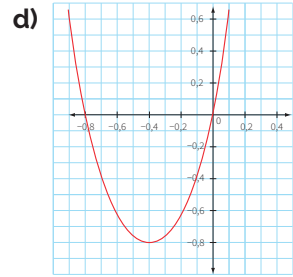
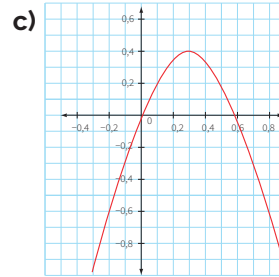
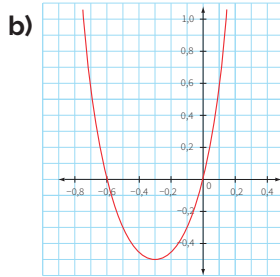
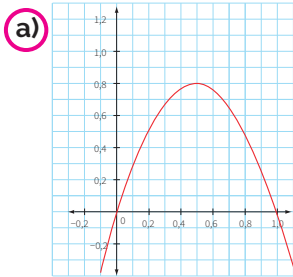
b) $l = 12 \text{ cm}$

c) $l = 14 \text{ cm}$

d) $l = 16 \text{ cm}$

2. La gráfica que representa mejor la función “f”, que describe la trayectoria del balón de baloncesto, es:

$$f(x) = -\frac{16}{5} \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{4}{5}$$



3. Marcelo y Patricio son dueños de una empresa dedicada al alquiler de automóviles. La utilidad en soles que tienen por alquilar un automóvil durante un tiempo t (en horas) está dada por: $U(t) = -2t^2 + 5t$.

Si ellos alquilan un automóvil durante 8 horas, ¿cuánto obtendrán de ganancia?

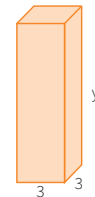
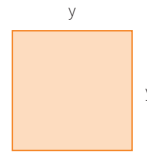
a) $U(t) = 128$ soles

b) $U(t) = 300$ soles

c) $U(t) = 288$ soles

d) $U(t) = 272$ soles

4. Para fabricar una caja en forma de prisma rectangular se utiliza una pieza cuadrada de cartón, cuyo lado mide “ y ” dm . La pieza de cartón se dobla de manera que se forman cuatro rectángulos, cada uno de los cuales tiene un área de $3y \text{ dm}^2$. Halla el valor de y .

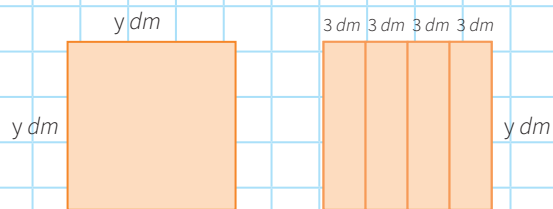


Rectángulo:
área de $3y \text{ dm}^2$

¿Cuál es la ecuación que representa el área total del cartón usado?

Respuesta adecuada:

El estudiante encuentra la relación y determina el valor de “ y ” de la siguiente forma:



El cartón tiene forma cuadrada, por lo que su lado es $y = 12 \text{ dm}$

Y la ecuación que representa el área del cartón es: $A(y) = (y \text{ dm})^2$

Respuesta parcial: El estudiante solo determina el valor de $y = 12 \text{ dm}$.

Respuesta inadecuada: El estudiante no encuentra la relación entre los lados para determinar el valor de y , y la ecuación del área.

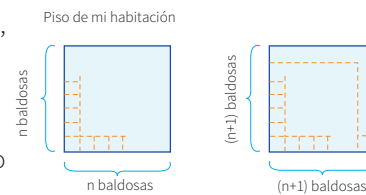
5. Calcula la edad de Andrea si se sabe que el cuadrado de su edad menos las tres cuartas partes del cuadrado de lo que va a tener el próximo año es igual a la edad que tenía el año pasado más 43 años.

- a) -9 b) 9 c) 18 **d) 19**

6. Con 29 losetas adicionales, el piso de mi habitación, que es cuadrado, tendría exactamente una baldosa más por lado (ver figura).

¿Cuántas losetas tiene el piso de mi habitación?

Si la longitud del lado de cada loseta es 25 cm, ¿cuál es el área del piso de mi habitación?



- a)** N.º de losetas: 196 ; A = 122 500 cm² **b)** N.º de losetas: 14 ; A = 122 500 cm²
c) N.º de losetas: 28 ; A = 392 cm² **d)** N.º de losetas: 144 ; A = 12,25 m²

7. Don José recibe la siguiente información de su “Servicentro” acerca del rendimiento de la gasolina de un auto: el número T de kilómetros que puede viajar un automóvil con un galón de gasolina depende de la velocidad x en kilómetros por hora, donde ambas magnitudes se relacionan mediante la siguiente expresión matemática:

$$T(x) = -x^2 + 50x - 400, \text{ para } 10 \leq x \leq 40$$

¿Cuál es la velocidad que proporciona el número máximo de kilómetros por galón? ¿Y cuál es el máximo número de kilómetros por galón que puede rendir la gasolina para este auto?

Respuesta adecuada:	
Datos:	Dato que cumple con la condición: $10 \leq x \leq 40$
x : velocidad en kilómetros por hora	El número de kilómetros por galón máximo es:
$T(x)_{\max}$: número de kilómetros por galón máximo	$T(x)_{\max} = 225$
Se sabe que: $T(x) = -x^2 + 50x - 400$	Por lo tanto: $x = 25 ; T(x) = 225$
$T(x) = -(x^2 - 2(25)x + 625) + 225$	Respuesta parcial: El estudiante identifica los datos, pero no llega a obtener la respuesta en el desarrollo de la ecuación.
$T(x) = -(x - 25)^2 + 225$	Respuesta inadecuada: El estudiante no reconoce los datos del problema.
La velocidad que maximiza a $T(x)$ se halla cuando se elimina el factor negativo:	
$-(x - 25)^2 = 0$	
$x = 25$	

8. Durante varios días se observó el comportamiento del precio de 1 kg de pollo y el número de kg que se vendían de esta ave. Se llegó a las siguientes conclusiones:

Cuando el precio de 1 kg de pollo era $S/6$, se vendían 75 000 kg de esta ave. Por cada $S/0,20$ que este precio se incrementaba, se vendían 800 kg menos.

Halla una expresión matemática que relacione las variables “p” y “n”, donde “p” es el precio de 1 kg de pollo y “n” es el número de kg de pollos vendidos.

- a)** $n = 7500 - 4000 (p - 6)$ **b)** $n = 75\ 000 - 800 (p - 6)$
c) $n = 75\ 000 - 4000 (p - 5)$ **d)** $n = 75\ 000 - 4000 (p - 6)$

9. Una persona se ubica en la parte más alta de una plataforma de salto. Al lanzarse desde 40 m de altura, la trayectoria que sigue la persona está descrita por la función $f(x) = -\frac{2}{5}(x - 5)^2 + 40$. ¿Cuál es la distancia horizontal recorrida por la persona?

a) 2/5

b) 20

c) 15

d) 10

10. Un inversionista desea iniciarse en la venta de sombreros finos. Para ello, decide averiguar cuál es la ganancia que obtienen dos fábricas distintas: A y B. De esta manera podrá decidir en cuál invertir.

- La fábrica A produce “x” sombreros al día. El costo de producción total al día viene dado en soles por la siguiente expresión: $x^2 - 10x + 360$ y el precio de venta al público es de S/80 por cada sombrero.
- La fábrica B produce “40 - x” sombreros al día. El costo de producción es de S/60 por cada sombrero y el precio de venta al público es de S/3x por cada uno.

A partir de la información proporcionada, y suponiendo que todo lo que se produce se vende, responde las siguientes interrogantes:

a) ¿Cuántos sombreros se deben producir al día en cada fábrica para obtener la máxima ganancia posible?

b) ¿Cuál sería la fábrica que elegiría el inversionista?

Respuesta adecuada:	Luego factoriza -3
El estudiante halla la máxima ganancia representándola en una ecuación de segundo grado para la fábrica A y la fábrica B.	$G(y) = -3(y^2 - 20y)$
Fábrica A:	En seguida le da la forma de un trinomio cuadrado perfecto al factor que está dentro del paréntesis:
Produce: x sombreros / día	$G(y) = -3(y^2 - 20y + 102) + 300$
Costo de producción: $x^2 - 10x + 360$	$G(y) = -3(y - 10)^2 + 300$
Precio de venta: 80 cada uno	
Fábrica A:	Cuando reemplaza $y = 10$, obtiene la máxima ganancia, pues hace que se elimine el factor negativo.
$V(x) = 80x - (x^2 - 10x + 360)$	
$V(x) = 80x - x^2 + 10x - 360$	
$V(x) = -x^2 + 90x - 360$	Por lo tanto, con 10 sombreros se obtiene una ganancia máxima de 300 soles.
$V(x) = -(x - 45)^2 + 1665$	Analizando las ganancias de las fábricas A y B, se evidencia que es conveniente optar por la fábrica A, ya que al fabricar 45 sombreros se obtiene una ganancia de 1665 soles en comparación con la fábrica B, que al producir 10 sombreros obtendría una ganancia de 300 soles, lo cual no le genera muchas utilidades.
Con 45 sombreros obtiene una ganancia máxima de 1665 soles.	
Fábrica B:	
Produce: 40 - y sombreros / día	
Costo de producción: 60y sombrero	
Precio de venta: 3y cada uno	
$G(y) = 3y(40 - y) - 60y$	Respuesta parcial: El estudiante identifica la estrategia, pero se equivoca al aplicar los algoritmos.
$G(y) = 120y - 3y^2 - 60y$	Respuesta inadecuada: El estudiante opta por una respuesta, pero no la justifica; o no identifica la estrategia a resolver.
Al reducir tiene:	
$G(y) = -3y^2 + 60y$	



Ahorramos en comunicaciones

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa, con dibujos y con lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de un triángulo de 30° , 60° y 45° , el teorema de Pitágoras y ángulos de elevación y depresión para interpretar un problema según su contexto y estableciendo relaciones entre representaciones.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y adapta estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud entre dos puntos y para establecer relaciones métricas entre lados de un triángulo, empleando unidades convencionales (centímetro, metro y kilómetro) y coordenadas cartesianas.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 17, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
 - El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Realizar gráficos de triángulos y expresar la relación de sus lados teniendo en cuenta los ángulos de 30° ; 60° y 45° , el Teorema de Pitágoras, ángulos de elevación y depresión.
 - Usar procedimientos y estrategias para determinar longitudes y establecer relaciones métricas entre lados de un triángulo, así como aplicar el teorema de Pitágoras.

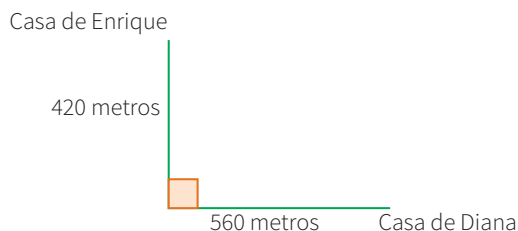
Desarrollo (70 minutos)



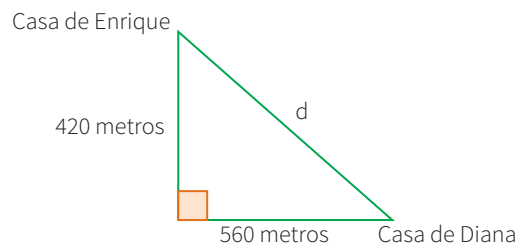
Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué recorrido realiza Enrique para volver a su casa?
Recorre 560 metros hacia el oeste, luego da vuelta en una esquina y recorre 420 metros hacia el norte.
 2. ¿Cuánto mide la distancia total que recorre Enrique para volver a su casa?
 $560 + 420 = 980 \text{ m}$
 3. ¿Qué recorrido tendrá la distancia más corta que podría recorrer Enrique entre su casa y la casa de Diana?
Respuesta libre para el estudiante (recordemos que la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta que los une).
 4. ¿Cuánto mide el radio de alcance de cobertura del *walkie-talkie*?
El radio de alcance del *walkie-talkie* es de 800 metros.
 5. ¿Qué pide la situación inicial?
Identificar la figura que se forma al unir el recorrido hecho por Enrique y la distancia más corta que une las casas; también pide averiguar si el radio de 800 metros es suficiente para una buena comunicación.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué estrategia nos ayudará a resolver el problema?
Hacer un diagrama con la información dada.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

1. Realiza un diagrama de la trayectoria que hace Enrique para llegar a su casa desde la casa de Diana.



2. Teniendo el diagrama anterior, agrega la trayectoria de la distancia más corta que podría recorrer Enrique entre la casa de Diana y su casa. ¿Qué tipo de figura geométrica se forma?



3. ¿Cómo se puede hallar la longitud de la distancia más corta que une la casa de Diana y la de Enrique? Realiza el procedimiento.

Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = (420)^2 + (560)^2$$

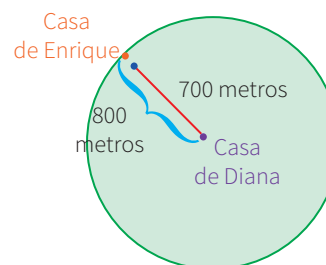
$$d^2 = 176\,400 + 313\,600$$

$$d^2 = 490\,000$$

$$d = 700\text{ m}$$

4. ¿Es suficiente la potencia de su equipo de comunicación o requerirán de un aparato más potente? Justifica tu respuesta.

Sí es suficiente, ya que el radio de cobertura del *walkie-talkie* es de 800 metros y la distancia que separa a las casas de los dos amigos es de 700 metros, siendo el centro cualquiera de ellos.



- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué estrategia ayudó a entender mejor la situación inicial?

Hacer un diagrama de la trayectoria.

2. Según el teorema de Pitágoras, ¿qué relación se cumple entre los lados de un triángulo rectángulo?

La relación es: $(\text{hipotenusa})^2 = (\text{cateto } 1)^2 + (\text{cateto } 2)^2$.

3. Si en el lugar donde viven Enrique y Diana hay casas, ¿qué dificultades de comunicación puede haber?

(Respuesta libre para el estudiante).

4. ¿Con qué triángulo notable tiene semejanza el triángulo rectángulo formado en la pregunta 2 de *Ejecutamos la estrategia o plan*?

Los lados del triángulo formado son semejantes al triángulo rectángulo notable de 37° y 53° .

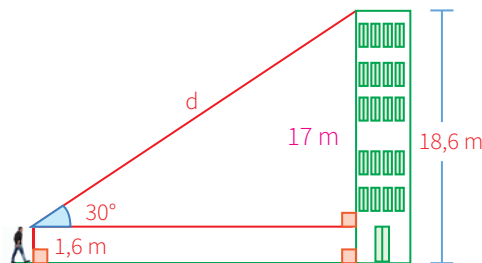
- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Qué estrategia se utilizó en la resolución de la situación A?
Se ha hecho un gráfico del prisma desarrollado en el plano.
 2. ¿Cómo se denomina el lado del triángulo que representa la menor distancia entre la araña y la mosca?
Se denomina hipotenusa.
 3. ¿Cuál es el nombre del prisma?
Es un prisma rectangular.
- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.
 1. En el triángulo rectángulo que se ha formado, ¿es correcto trabajar con la altura total del edificio?
No es correcto trabajar con el total de la altura del edificio porque el triángulo rectángulo se forma después de la altura de la persona.
 2. ¿Qué cambiarías en la resolución? ¿Cuánto sería tu respuesta?
Primero le restamos la altura del edificio h y la altura de la persona, obteniendo: $18,6 - 1,6 = 17$.
Por propiedad del triángulo de 30° y 60° , la hipotenusa es el doble del lado que se opone a 30° , entonces:
$$d = 17(2) = 34 \text{ m.}$$

Respuesta: La distancia que une el ojo del observador al punto más alto del edificio es de 34 metros.



- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

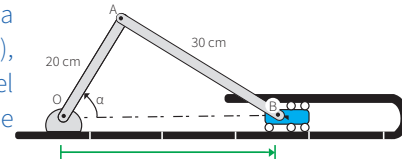
- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

Mecanismo biela-manivela

Se tiene un mecanismo biela-manivela (mecanismo que transforma un movimiento circular en un movimiento de traslación, o viceversa), $OA = 20$ cm, $AB = 30$ cm, de modo que el brazo OA gira alrededor del punto fijo O , generando el ángulo α , permitiendo que el punto B se puede desplazar sobre el carril horizontal.



Con la información dada, responde las preguntas 1; 2 y 3.

1. Calcula la altura del punto "A" relativa al eje OB y a qué distancia de "O" está "B" cuando α mida 45° .
 - a) La altura es 14,1421 cm y "B" se encuentra aproximadamente a 40,6 cm del punto "O".
 - b) La altura es 32,73 cm y "B" se encuentra aproximadamente a 18,33 cm del punto "O".
 - c) La altura es 17,3 cm y "B" se encuentra aproximadamente a 34,49 cm del punto "O".
 - d) La altura es 14,1 cm y "B" se encuentra aproximadamente a 28,2 cm del punto "O".
2. Calcula la altura del punto "A" relativa al eje OB cuando α es 30° , y cuánto se alejó "B" respecto al caso anterior cuando $\alpha = 45^\circ$.
 - a) La altura es de 10 cm y el punto "B" se aleja 45,58 cm aproximadamente de la posición anterior.
 - b) La altura es de 10 cm y el punto "B" se aleja 5 cm aproximadamente de la posición anterior.
 - c) La altura es de 17,3 cm y el punto "B" se aleja 34 cm aproximadamente de la posición anterior.
 - d) La altura es de 17,3 cm y el punto "B" se aleja 11,09 cm aproximadamente de la posición anterior.
3. Escribe en el paréntesis "V" si es verdadero y "F" si es falso en las siguientes afirmaciones:
 - I) Cuando B se mueve, el ángulo formado por OAB no cambia su valor. ()
 - II) Cuando el ángulo " α " aumenta su valor, entonces el punto "B" se acerca al punto "O". ()
 - III) Para calcular la altura del punto "A" respecto al eje horizontal OB , se utilizan las propiedades de los valores dados de los ángulos. ()

Respuesta adecuada:

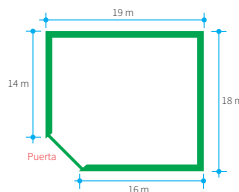
Analizando el gráfico, damos el valor de la verdad de las siguientes afirmaciones:

- I) Cuando B se mueve, el ángulo formado por OAB no cambia su valor. (F)
- II) Cuando el ángulo " α " aumenta su valor, entonces el punto "B" se acerca al punto "O". (V)
- III) Para calcular la altura del punto "A" respecto al eje horizontal OB , se utilizan las propiedades de los valores dados de los ángulos. (V)

Respuesta parcial: Solo algunas respuestas son correctas.

Respuesta inadecuada: No responde ninguna respuesta correcta.

4. La figura muestra el esquema del almacén de una fábrica textil de Gamarra.
Calcula el ancho de la puerta.



Respuesta adecuada: El estudiante realiza trazos para formar un triángulo rectángulo con la puerta y determina los catetos de dicho triángulo rectángulo, siendo estos 3 y 4, utilizando el teorema de Pitágoras determina el ancho de la puerta que es 5 m.

Respuesta parcial: El estudiante realiza trazos para formar un triángulo rectángulo con la puerta y determina los catetos de dicho triángulo rectángulo, siendo estos 3 y 4.

Respuesta inadecuada: El estudiante no evidencia el empleo de las relaciones métricas de triángulos rectángulos.

5. José vive en un pueblo en el cual solo hay televisión de señal abierta; por ello, decide colocar una antena de 8 metros de altura en su techo, la cual sujetará con cuatro alambres fijados a 1,6 metros del extremo superior de la antena. Si la distancia del pie de la antena al pie de cada alambre es 4,8 metros, ¿cuántos metros de alambre tendrá que comprar?

- a) 32 metros b) 8 metros c) 37,32 metros d) 20,24 metros

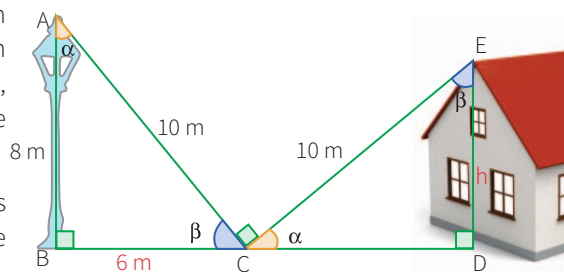
6. Una ventana rectangular mide 100 cm de ancho y 160 cm de largo. ¿Puede introducirse por la ventana una tabla de 188 cm de ancho por 250 cm de largo? ¿Por qué?

- a) No se puede, porque la tabla no entra ni por el ancho ni por el largo de la ventana.
 b) No se puede, porque la tabla es más grande que la ventana.
 c) No se puede, porque al calcular la diagonal de la ventana me salió 124,9 cm; entonces no se podría meter ni diagonalmente.

- d) Sí se puede, porque al calcular la diagonal sale 188,68 cm; entonces ingresa por la diagonal de la ventana.

7. El maestro Luis presenta en la pizarra un gráfico con el recorrido que un pajarito realiza desde lo alto de un poste hacia un grano de maíz que logró ver en el suelo, para luego ir al otro extremo y pararse en lo más alto de una casa.

Jorge sale a la pizarra y le indica que los dos triángulos son congruentes y le dice a su maestro que la casa tiene una altura de 8 metros.



¿Estás de acuerdo con la respuesta de Jorge? ¿Por qué?

Respuesta adecuada: El estudiante evidencia el empleo de relaciones geométricas, conociendo la congruencia y semejanza de triángulos.

Ejemplo: No estoy de acuerdo porque la respuesta es 6 metros.

Sea "h" la altura de la casa y el triángulo ABC es congruente al triángulo CDE, por lo que se cumple:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{CE}{ED} \rightarrow \frac{10}{6} = \frac{10}{h} \rightarrow 10h = 60 \rightarrow h = 6$$

Respuesta: La altura de la casa es de 6 metros.

Respuesta parcial: El estudiante evidencia el empleo de relaciones geométricas, conociendo la congruencia y semejanza de triángulos, pero no justifica su respuesta.

Ejemplo:

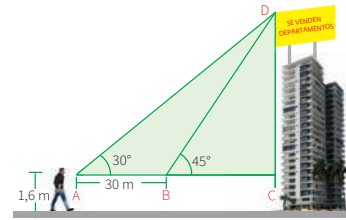
No estoy de acuerdo porque la respuesta es 6 metros.

Respuesta inadecuada: El estudiante no evidencia el empleo de relaciones geométricas. No conoce la congruencia ni semejanza de triángulos.

Ejemplo:

Sí estoy de acuerdo en que la casa tiene una altura de 8 metros.

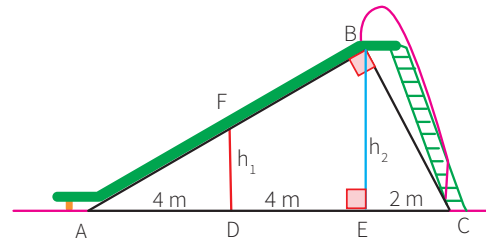
8. Una persona observa la parte alta de un letrero publicitario ubicado en la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 30° . Avanza 30 metros y observa nuevamente el letrero, con un ángulo de elevación de 45° como se muestra en el siguiente dibujo. ¿A qué altura se encuentra el letrero si la altura del suelo al ojo del observador es de 1,6 metros? (Aproxima $\sqrt{3}$ al centésimo y la altura del edificio menos la altura de la persona al décimo).



- a) 41,10 m b) 73,17 m c) 74,77 m **d) 42,7 m**
9. El piloto de un avión que está por ingresar al aeropuerto observa el final y el inicio de la pista de aterrizaje con ángulos de depresión de 30° y 45° respectivamente. Si el avión en ese momento está a 1400 metros de altura, ¿cuánto mide el largo de la pista de aterrizaje? (Aproxima $\sqrt{3}$ al centésimo).

- a) 1022 m** b) 2800 m c) 700 m d) 574 m

10. Jaimito va al parque de juegos con sus amigos y deciden jugar en la resbaladilla. Mientras jugaban, Jaimito, a quien le gusta mucho la matemática, decide averiguar las alturas de los postes que sostienen al juego. Para ello, mide las separaciones de los postes; además, observa que el juego forma un triángulo rectángulo, tal como se ve en el gráfico:



Con todos los datos que Jaimito averiguó, ¿puedes calcular las alturas de los postes que sostienen al juego? Explica las relaciones geométricas que usaste.

Respuesta adecuada: El estudiante evidencia el empleo de relaciones geométricas, conociendo la congruencia y semejanza de triángulos.

Ejemplo:

Se utiliza semejanza de triángulos y relaciones métricas en un triángulo rectángulo.

En el triángulo ABC aplicamos la relación métrica en un triángulo rectángulo: “la altura al cuadrado es igual al producto de las proyecciones de los catetos”, es decir:

$$h_2^2 = 8 \cdot 2 \rightarrow h_2^2 = 16 \rightarrow h_2 = 4$$

Luego, el triángulo AFD es semejante al triángulo ABE, entonces se cumple:

$$\frac{AD}{AE} = \frac{DF}{EB} \rightarrow \frac{4}{8} = \frac{h_1}{4} \rightarrow 8h_1 = 16 \rightarrow h_1 = 2$$

Respuesta: Las alturas de los postes son 2 y 4 metros.

Respuesta parcial: El estudiante evidencia el empleo de relaciones geométricas, conociendo la congruencia y semejanza de triángulos, pero no justifica su respuesta.

Ejemplo:

Las alturas de los postes son 2 y 4 metros.

Respuesta inadecuada: El estudiante no evidencia el empleo de relaciones geométricas. No conoce la congruencia ni semejanza de triángulos.

Ejemplo:

Las alturas de los postes son 4 y $2\sqrt{2}$ metros.



Necesitamos los puentes peatonales

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa, con dibujos, con material concreto y con lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de las razones trigonométricas de un triángulo, para interpretar un problema según su contexto y estableciendo relaciones entre representaciones.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar distancias inaccesibles, empleando unidades convencionales (centímetro, metro y kilómetro).

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

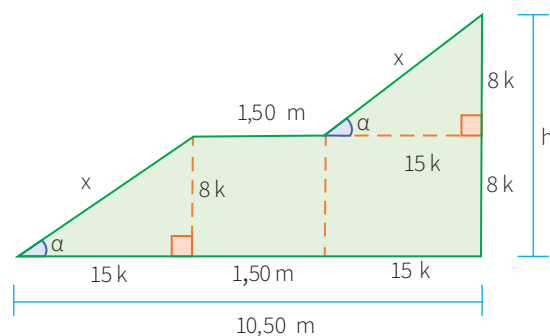
- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
 - ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 18, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Realizar dibujos y expresar con lenguaje geométrico las razones trigonométricas de un triángulo, estableciendo relaciones entre representaciones.
 - Usar estrategias heurísticas y procedimientos para determinar distancias inaccesibles.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Por qué consideras que son importantes los puentes peatonales?
Porque la cantidad de vehículos en las pistas es cada vez mayor, y tener puentes peatonales es fundamental para evitar los accidentes viales que pueden costarnos la vida.
 2. ¿Qué tipo de información ofrecen las especificaciones técnicas?
Son los detalles de las medidas para la construcción de los puentes, los cuales son determinados por los profesionales capacitados para estas construcciones.
 3. ¿Qué información nos da la pendiente?
La pendiente (m) es la inclinación de la recta respecto a la línea horizontal. Se representa como $m = \text{Tg } \alpha = \frac{c \cdot o}{c \cdot a}$
 4. ¿Qué pide la situación inicial?
Ubicar los datos de las especificaciones técnicas en una representación gráfica y calcular la altura y la longitud de la escalera.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué estrategia nos ayudará a responder las interrogantes de la situación inicial?
Realizar un diagrama con los datos proporcionados.
 - ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Ubica los datos de las especificaciones técnicas en una representación gráfica (completa los datos en el gráfico):



2. En el tramo horizontal se tiene:

$$15k + 1,50 + 15k = 10,5$$

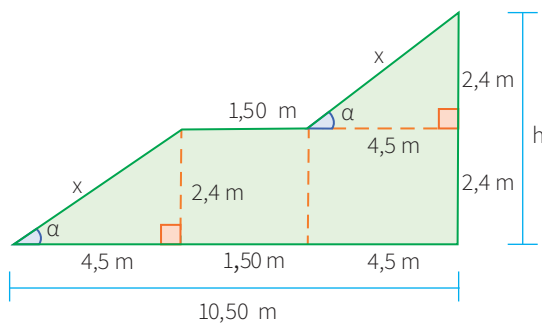
¿Cuánto es el valor de “k”?

Calculando k:

$$15k + 1,50 + 15k = 10,50$$

$$k = 0,3$$

3. Escribe las medidas donde corresponden, reemplazando el valor de “k”:



4. Ahora se debe hallar la longitud y altura de la escalera:

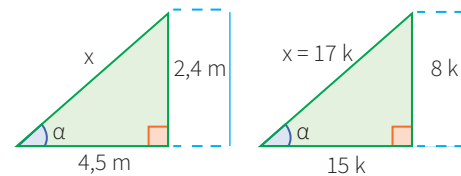
- Observando el gráfico se puede tener que la altura es: **4,8** metros.

• Para hallar la longitud de la escalera se sumará:

$$x + 1,50 + x = \mathbf{5,10}$$

• Halla el valor de “x” en el triángulo rectángulo:

Se relaciona con su triángulo semejante:



El valor de x se halla haciendo uso de razones trigonométricas:

$$\begin{aligned} \text{Csc } \alpha &= \frac{H}{C \cdot O} \\ \frac{17}{8} &= \frac{X}{2,4} \\ X &= 5,10 \end{aligned}$$

5. ¿Cuánto mide la longitud de la escalera?

La longitud de la escalera es: $(2x + 1,50) = 11,70$ m.

✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. ¿Qué conocimientos matemáticos te han ayudado a resolver la situación inicial?

Razones trigonométricas de triángulos rectángulos notables.

2. Realiza un procedimiento distinto para hallar el valor de “x”:

Respuesta libre para el estudiante. (Sugerencia: se puede hallar el valor de “x” con el teorema de Pitágoras).

3. Si se construyen rampas, ¿también se necesita conocer la pendiente?

Las rampas también tienen una inclinación respecto a la línea horizontal; por lo tanto, su medida es la pendiente.

4. Menciona algún lugar de tu localidad donde consideras que es urgente construir un puente peatonal.

(Respuesta libre para el estudiante).

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:

1. ¿Qué estrategia ayuda a entender mejor la situación A?

Hacer una representación gráfica de la situación.

2. Escribe la propiedad del ángulo exterior en un triángulo.

Cálculo de un ángulo exterior

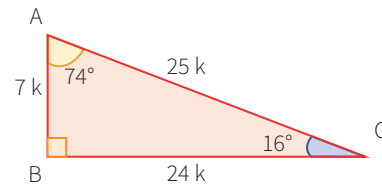


Se cumple: $x = \alpha + \beta$

3. ¿Qué características tiene un triángulo isósceles?

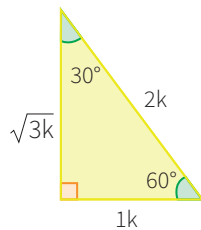
Se llama así a todo triángulo que tiene dos lados y dos ángulos de igual medida.

4. Dibuja el triángulo notable de 16° y 74° .



- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. Dibuja el triángulo notable de 30° y 60° .



2. Observa el gráfico y determina el $\cos 60^\circ$.

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

3. ¿Qué cambiarías en la resolución y cuál es la respuesta?

En el $\triangle ABC$: $\cos 60^\circ = \frac{y}{2}$

$$\frac{1}{2} = \frac{y}{2} \rightarrow y = 1$$

Entonces: $x = y + 2 + y$
 $x = 4$

Respuesta: La parte superior del canal mide 4 metros.

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. El puesto de vigilancia de la Municipalidad de Surco, en un momento determinado del día, proyecta una sombra de 1,8 m de largo. Si el ángulo que se forma desde la punta de la sombra hasta el punto más alto del puesto de vigilancia es de 53° , ¿cuál es la altura del puesto de vigilancia?



Fuente: <https://goo.gl/o6MeAx>

- a) 3 m b) 1,35 m c) 24 m **d) 2,4 m**
2. Luego de resolver las situaciones matemáticas presentadas en cada una de las tarjetas, ordénalas de menor a mayor:

I $\text{Tg}(x + 10^\circ) = \text{Ctg}(x + 40^\circ)$

II $\text{Sen}(2x + 5^\circ) \cdot \text{Csc } 21^\circ = 1$

III $\text{Sen } 2x \cdot \text{Sec } 4x = 1$

a) II; III; I

b) II; I; III

c) III; II; I

d) I; II; III

Respuesta adecuada: El orden de menor a mayor es: 8° (II), 15° (III) y 20° (I)

(I) $\text{tg}(x + 10^\circ) = \text{ctg}(x + 40^\circ)$

R.T complementarias:
 $x + 10^\circ + x + 40^\circ = 90^\circ \rightarrow x = 20^\circ$

(II) $\text{sen}(2x + 5^\circ) \cdot \text{csc } 21^\circ = 1$

R.T recíprocas:
 $2x + 5^\circ = 21^\circ \rightarrow x = 8^\circ$

(III) $\text{sen } 2x \cdot \text{sec } 4x = 1$

$\text{sen } 2x = \frac{1}{\text{sec } 4x}$

Por R.T recíprocas:

$\frac{1}{\text{sec } 4x} = \cos 4x$

Entonces $\text{sen } 2x = \cos 4x$

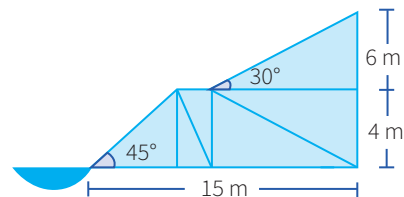
Por R.T complementarias:

$2x + 4x = 90^\circ \rightarrow x = 15^\circ$

Respuesta parcial: Solo da el orden de las tarjetas y no justifica con el desarrollo.

Respuesta inadecuada: No resuelve y no ordena.

3. La Comisión de Desarrollo Social de la Municipalidad de Lima quiere implementar toboganes en las piscinas para la recreación de los asistentes en algunos parques zonales; uno de los diseños presentados es como se muestra en la figura. Ayuda a la comisión de la Municipalidad a determinar la longitud del tobogán. (Aproxima $\sqrt{3}$ y $\sqrt{2}$ al centésimo).



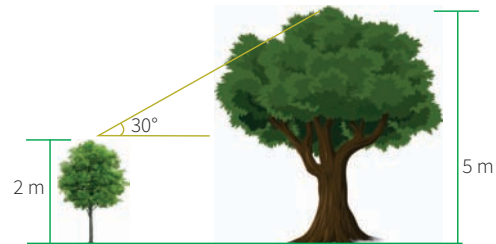
a) 14,41 m

b) 18,26 m

c) 17 m

d) 25 m

4. Un niño en un parque observa el desplazamiento de una paloma entre dos árboles. La paloma vuela desde lo alto de un árbol hacia la parte más alta de otro árbol en línea recta, cuyas alturas son de 2 m y 5 m, respectivamente, como se muestra en la figura.



¿A qué distancia se encuentran separados los árboles?

Respuesta adecuada: El estudiante determina la diferencia entre las alturas de los árboles y luego la relaciona con el triángulo rectángulo que se forma, encontrando el cateto opuesto al ángulo de 30° . Determina a la distancia entre los árboles como x , realiza la relación entre lados usando la razón trigonométrica de:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{3}{x} \quad \text{Donde: } x = \frac{3}{\operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{3}{0,58} \approx 5,196$$

Respuesta parcial: El estudiante determina la diferencia entre las alturas de los árboles y luego la relaciona con el triángulo rectángulo que se forma, encontrando el cateto opuesto al ángulo de 30° .

Respuesta inadecuada: El estudiante no encuentra la relación de los lados del triángulo rectángulo de 30° .

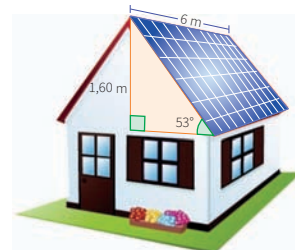
5. Dos estudiantes realizan el proyecto de matemática “Midiendo alturas” y deciden determinar la altura de un letrero publicitario, ubicándose a 12 m del pie del letrero publicitario. Desde allí observan la base y la parte superior del letrero con ángulos de elevación de 37° y 53° , respectivamente. ¿Cuánto mide la altura del letrero publicitario?



Fuente: <https://goo.gl/ZTG9dH>

- a) 16 m b) 21 m c) 10 m **d) 7 m**

6. El Programa Nacional de Electrificación Fotovoltaica Domiciliaria busca llevar electricidad a hogares que no cuentan con este servicio, mediante la instalación de paneles solares. La figura muestra un panel de energía solar colocado en el techo. ¿Cuál es el perímetro del panel empleado en el techo de la vivienda?



Fuente: <https://goo.gl/daqtkP>

7. Carlos diseñó algunas caricaturas señalando sus medidas de una manera especial.

¿Cuál de las siguientes caricaturas representa un cuadrado? Justifica tu respuesta.



Respuesta adecuada:

(I) $4 \operatorname{csc} 32^\circ \neq 4 \operatorname{sec} 32^\circ$

(II) $9 \cos 60^\circ \neq 9 \operatorname{tg} 30^\circ$

(III) $7 \operatorname{ctg} 54^\circ = 7 \operatorname{tg} 36^\circ$

Por R.T. Complementarias

Solo la caricatura (III) es un cuadrado.

Respuesta parcial: Responde correctamente pero no justifica su respuesta.

Respuesta inadecuada: No comprende el problema.

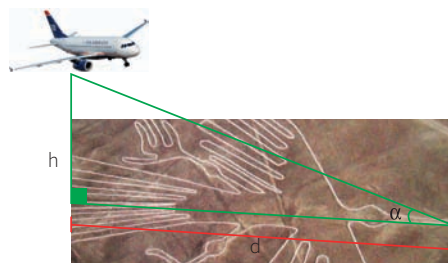
8. Para la descarga de sus productos, un comerciante debe construir una rampa de 240 cm de largo, que se levantará a una altura del suelo de 120 cm. ¿Cuál será el ángulo que forma la rampa con la horizontal?



Fuente: <https://goo.gl/DjPgYX>

- a) 30° b) 45° c) 60° d) 75°

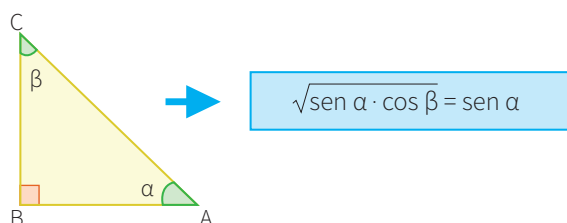
9. A partir de la figura mostrada, ¿cómo se expresa la longitud del Colibrí (Líneas de Nasca), en términos de h y α ?



Fuente: <https://goo.gl/rUaxM9>

- a) $h \operatorname{ctg} \alpha$ b) $h \operatorname{tg} \alpha$ c) $h \operatorname{sen} \alpha$ d) $h \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$

10. La docente de Matemática, con la finalidad de desarrollar la capacidad de “razona y argumenta” en sus estudiantes, propone la siguiente afirmación:



Si eres un estudiante de la docente, ¿cómo demuestras si la afirmación dada es correcta?

Respuesta adecuada: El estudiante logra plantear conjeturas sobre las propiedades de las razones trigonométricas en triángulos.

$$\sqrt{\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta} = \operatorname{sen} \alpha$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta \text{ (Por R.T Complementarias)}$$

$$\sqrt{\operatorname{sen}^2 \alpha} = \operatorname{sen} \alpha$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen} \alpha$$

También se puede realizar la demostración a partir del triángulo rectángulo:

$$\sqrt{\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta} = \operatorname{sen} \alpha$$

$$\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b}} = \frac{a}{b}$$

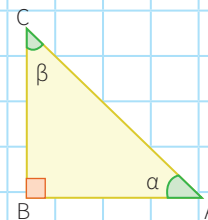
$$\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{a}{b} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

Respuesta parcial: El estudiante solo reconoce las propiedades de las razones trigonométricas en triángulos.

$$\sqrt{\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta} = \operatorname{sen} \alpha$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta \text{ (Por R.T Complementarias)}$$

Respuesta inadecuada: El estudiante no logra plantear conjeturas sobre las propiedades de las razones trigonométricas en triángulos.





La inseguridad ciudadana

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Representa la probabilidad de un suceso a través de fracciones, decimales o porcentajes. A partir de este valor, determina si un suceso es probable o muy probable, o casi seguro de que ocurra.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones, conclusiones e inferencias sobre sucesos aleatorios de una situación aleatoria.

II. Secuencia didáctica

Inicio (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje; para eso es conveniente que conozca las características de aprendizaje de los estudiantes.

Sugerencias para el docente:

- ✓ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ✓ Se deben formar seis equipos de trabajo como máximo.
- ✓ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes de los equipos C.
- El docente revisa las actividades de refuerzo propuestas en la ficha n.º 19, y escoge indistintamente a tres estudiantes para verificar los resultados y las dificultades que tuvieron.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ✓ Recuerda a los equipos de trabajo que deben establecer una forma o estrategia de comunicar los resultados.
 - ✓ Comunica que se deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, lo que garantizará un trabajo efectivo.
 - ✓ Indica que se deben respetar las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomentar los espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión:
 - Determinar la probabilidad de que ocurra un evento y los representa a través de fracciones, decimales o porcentajes.
 - Justifica mediante ejemplos el espacio muestral de un suceso y sobre los resultados de la probabilidad de un suceso.

Desarrollo (70 minutos)



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha:
 - Se presenta una situación de contexto con preguntas retadoras.
 - Se organizan actividades por cada fase de la *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).
- El docente presenta el título de la sección **Aprendemos** y pide que un estudiante lea la situación inicial.
- Luego cada integrante del equipo C ayudará al docente a responder las preguntas formuladas en las fases de *Resolución de problemas*. Los estudiantes de los equipos A y B van reforzando las respuestas dadas por sus compañeros del equipo C.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Comprendemos el problema**:
 1. ¿Qué informa el reporte de Osiptel?

Que en el primer trimestre del 2016 han robado alrededor de 549 000 celulares. Y que, por otro lado, la población de Lima es de 10 000 000, y hay más celulares que personas en Lima.
 2. ¿Por lo menos cuántos celulares deben haber solo en Lima?

Debe haber por lo menos más de 10 000 000.
 3. ¿A cuántos meses equivale un trimestre y cuántos trimestres hay en un año?

Un trimestre es un grupo de 3 meses. En un año hay cuatro trimestres.
 4. ¿Qué datos nos servirán para responder las interrogantes?

Saber que han robado en un trimestre alrededor de 549 000 celulares. Por otro lado, la población de Lima es 10 000 000.
 5. ¿Cómo se halla la probabilidad de un evento?

Con la regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{N.^{\circ} \text{ de casos favorables al evento}}{N.^{\circ} \text{ total de resultados posibles}}$$
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 1. ¿Qué estrategia nos ayudará a responder la situación inicial?

Usar fórmula de probabilidades.
- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 1. Realiza la división de 549 000 entre 10 000 000; ¿qué relación encontramos?
$$\frac{549\,000}{10\,000\,000} = 0,05 \text{ aprox}$$

La relación que representa es la cantidad de celulares robados con el número total de habitantes de la ciudad de Lima que al menos tiene un celular.

2. Expresa el resultado de la división anterior en porcentaje, y responde: ¿qué porcentaje de probabilidad tiene una persona de que le roben su celular en el primer trimestre del año?

$$P(A) = \frac{549\,000}{10\,000\,000} = 0,05 \text{ aproximadamente}$$

La probabilidad de que me puedan robar es de 5 %.

3. Osiptel informa que en el primer trimestre del 2016 han robado alrededor de 549 000 celulares. ¿Cuántos celulares habrán robado en un año?

Si en el primer trimestre han robado alrededor de 549 000 y el año tiene 4 trimestres, entonces:
 $549\,000 \times 4 = 2\,196\,000$.

Aproximadamente esta es la cantidad de celulares robados en 1 año.

4. ¿Cuál es la probabilidad de que puedan robarte un celular en un año?

La probabilidad de que me puedan robar es de 22 %; es decir, de cada 100 usuarios de celulares, les roban a 22, aproximadamente.

- ✦ Con la mediación del docente, los estudiantes del equipo C dan respuesta a las preguntas que se presentan en la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

1. Si nos dicen que hay una probabilidad del 6 % de que nos roben un celular, ¿cómo explicarías en palabras dicha información?

Este porcentaje nos expresa que de cada 100 personas que tienen celular, a 6 de ellas les robarán.

2. ¿Qué significa si la probabilidad fuera uno o 100 %? ¿Y si fuera cero?

Si la probabilidad fuera 1 o 100 % se diría que es una ocurrencia o evento seguro. Si la probabilidad fuera cero, se diría que es un evento u ocurrencia imposible.

3. ¿Para qué nos sirve conocer la probabilidad de un evento o suceso?

Nos ayuda a tomar una decisión.

4. ¿Cómo se puede evitar el incremento de robo del celulares y resguardar la vida?

(Respuesta libre para el estudiante).

- El docente sintetiza los procesos realizados y enfatiza la importancia de formularse preguntas adecuadas en cada una de las fases de la *Resolución de problemas*, planteando ejemplos de cómo alguna pregunta inadecuada podría afectar el resultado.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, y a través de preguntas los estudiantes realizarán el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta sección de la ficha:
 - Se lee la situación A, se revisa el proceso de resolución y se responden preguntas.
 - Se lee la situación C, se revisa el proceso de resolución, se encuentran errores y se responden preguntas.
- Los estudiantes leen la situación A y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación presentada:
 1. ¿Es lo mismo decir casos favorables o casos posibles? Explica.

Sí, porque los casos favorables o posibles son los casos que cumplen con lo que se espera que ocurra.

2. ¿Qué procedimiento se realiza para llevar una fracción o decimal a porcentaje?

Si se tiene una fracción o decimal, se multiplica la fracción o decimal por “100 %”.

$$\frac{3}{5} = 0,6 = 0,6 \times 100 \% = 60 \%$$

- Luego los estudiantes de forma individual leen la situación C, encuentran el error y responden las preguntas o enunciados a partir del análisis de la resolución de la situación dada.
- El docente debe reconocer el tipo de error que se presenta en la resolución de la situación C y, de esta forma, mediar el aprendizaje de los estudiantes planteando preguntas como, por ejemplo: *¿Los procedimientos son los correctos? ¿La propiedad o el teorema es pertinente para la resolución de la situación? ¿El concepto usado es el adecuado? ¿La fórmula o expresión matemática usada es la correcta?* Esto permitirá que los estudiantes realicen un análisis adecuado de la resolución de las situaciones C que presentan errores.

1. ¿Qué estrategia ayudó a organizar la información?

Ordenar los datos en una tabla.

2. ¿La probabilidad puede ser mayor que 1?

La máxima probabilidad de un evento o suceso es 1, que es un suceso seguro; una probabilidad mayor a 1 es errada.

3. ¿Qué cambiarías en la resolución del punto c de la situación C?

La probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos sea atendido por la mañana.

N.º de casos favorables (problemas eléctricos): 5.

N.º de casos posibles (atención en la mañana): 14.

$$P = \frac{N.º \text{ de casos favorables}}{N.º \text{ de casos posibles}} = \frac{5}{14} = 0,357$$

4. ¿Cuál sería tu respuesta al punto c de la situación C?

Hay una probabilidad de 0,357 = 35,7 % de que un automóvil con problemas eléctricos sea atendido por la mañana.

- Después del análisis de las situaciones por parte de cada equipo de trabajo y de forma individual, el docente sugiere las respuestas de cada una de las situaciones planteadas, promoviendo la reflexión sobre los procesos y el uso de las estrategias para la resolución de problemas.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul) y estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde				
Amarillo				
Azul				

- Los estudiantes desarrollarán las situaciones de la sección **Practicamos** haciendo uso de diversas **estrategias** para la *Resolución de problemas*.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas de los estudiantes.
- Los estudiantes socializan la resolución de una situación (la que ellos decidan o a sugerencia del docente). A partir de ello, el docente refuerza sobre los procedimientos y estrategias utilizados en dicha resolución.

Cierre (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste de la situación inicial?
 - ¿En qué preguntas tuviste dificultades? Explica por qué.
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
- A partir de las respuestas de los estudiantes, el docente consolida los procesos realizados para la resolución de las situaciones planteadas.

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a dar respuesta a las preguntas propuestas en la situación B de la sección **Analizamos**.
- Solicita a los estudiantes de cada equipo que desarrollen las actividades propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	2 3 4	1 2	
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos a utilizar

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 3*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, cuaderno, etc.



Practicamos

1. La profesora Jennifer, del área de Matemática del tercer grado de secundaria, luego de corregir sus evaluaciones de salida, registra los resultados en la siguiente tabla:

Puntaje	Inicio	Proceso	Satisfactoria
	0 - 10	11 - 13	14 - 20
Cantidad de estudiantes	12	10	8

Al elegir a un estudiante del aula al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga un puntaje satisfactorio?

- a) 11/15 b) 4/15 c) 2/5 d) 1/3

Elección de estudiantes

La docente de Comunicación organiza un debate entre las secciones A y B. Escribe los nombres de sus estudiantes en tiras de papel y los coloca en una urna, para que la participación de los estudiantes sea al azar.

Nota	Masculino	Femenino
Sección A	16	12
Sección B	9	15

Con la información dada, responde las preguntas 2 y 3.

2. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer el nombre de un estudiante sea alguien de la sección A?
 a) 4/13 b) 7/13 c) 4/7 d) 3/13
3. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer el nombre de un estudiante sea una chica de la sección B?
 a) 3/8 b) 5/8 c) 5/9 d) 15/52

Extrayendo bolas de colores

Carlos y Pamela tienen una urna cada uno, que contienen bolas de color rojo y verde, como se muestra en la figura.



Con la información dada, responde las preguntas 4 y 5.

Adaptado de <https://goo.gl/ZbzjK> <https://goo.gl/eTmbrb>

4. Determina el espacio muestral si se extraen tres bolas, sin devolución, de la urna de Carlos.

Respuesta adecuada. El estudiante logra determinar el espacio muestral de un suceso estudiado. El espacio muestral al extraer tres bolas, sin devolución, de la urna de Carlos, que tiene tres bolas rojas y 2 bolas verdes es: $\Omega = \{RRR, RRV, RVR, RVV, VRR, VRV, VVR, VVV\}$	Respuesta parcial. El estudiante solo logra identificar algunos elementos del espacio muestral del suceso estudiado. Como por ejemplo: $\Omega = \{RRR, RRV, RW, VRR, VR, VV\}$
	Respuesta inadecuada. El estudiante no logra determinar el espacio muestral de un suceso estudiado.

5. Si Mario quiere extraer una bola verde, ¿en cuál de las urnas tiene más probabilidad de obtenerla? Representa tu respuesta en porcentaje.
 a) 50 % b) 86 % c) 57 % d) 40 %
6. Una entidad financiera realiza un estudio sobre el número de tarjetas de crédito que tienen los trabajadores del sector público. La probabilidad de que estos trabajadores tengan cierta cantidad de tarjetas de crédito se distribuye en la siguiente tabla.

N.º Tarjetas de crédito	0	1	2	3	4
Probabilidad	0,15	0,50	0,20	0,10	0,05

¿Cuál de los siguientes enunciados es falso?

- a) El 15 % de los trabajadores del sector público no tiene tarjeta de crédito.
- b) La probabilidad de que un trabajador del sector público tenga más de una tarjeta de crédito es 0,35.
- c) El 50 % de los trabajadores del sector público tiene más de tres tarjetas de crédito.**
- d) La probabilidad de que los trabajadores del sector público tengan una o dos tarjetas de crédito es de 7/10.

El dado y la ruleta

Lucía posee un dado numerado del 1 al 6 y Emma tiene una ruleta dividida en 8 secciones. Ellas proponen a sus amigos lanzar el dado y girar la ruleta.



Fuente: <https://goo.gl/NEuzxW>

Con la información dada, responde las preguntas 7 y 8.

- 7.** ¿Cuántos resultados posibles hay al lanzar primero el dado y luego girar una vez la ruleta?

<p>Respuesta adecuada. El estudiante logra determinar el espacio muestral de un suceso estudiado. Determinamos los casos posibles para el dado y la ruleta:</p> <p>Dado = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}, Ruleta = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8}</p> <p>El espacio muestral está determinado por el par ordenado: (dado, ruleta)</p> $\Omega = \left\{ \begin{array}{l} (1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (1; 7), (1; 8) \\ (2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (2; 7), (2; 8) \\ (3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6), (3; 7), (3; 8) \\ (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6), (4; 7), (4; 8) \\ (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (5; 7), (5; 8) \\ (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6), (6; 7), (6; 8) \end{array} \right\}$ <p>El número de casos posibles es 48.</p>	<p>Respuesta parcial. El estudiante solo logra identificar algunos elementos del espacio muestral del suceso estudiado.</p> $\Omega = \left\{ \begin{array}{l} (1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (1; 7) \\ (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (2; 7), (2; 8) \\ (3; 1), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6), (3; 7), (3; 8) \\ (4; 1), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6), (4; 7), (4; 8) \\ (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 5), (5; 6), (5; 7), (5; 8) \\ (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6), (6; 7), (6; 8) \end{array} \right\}$ <p>Respuesta inadecuada. El estudiante no logra determinar el espacio muestral de un suceso estudiado.</p>
---	--

- 8.** Si Lucía y Emma deciden regalar un lapicero a los que obtengan una diferencia de 2, ¿cuál es la probabilidad de llevarse el lapicero?

- a) 1/2
- b) 2/3
- c) 1/8**
- d) 5/24

- 9.** Carlos ahorra sus propinas semanales en una alcancía y tiene un total de 30 monedas, entre las que hay 5 de S/1 y las demás son de S/2 y S/5. Si la probabilidad de extraer una moneda de S/2 es 0,6, ¿cuántas monedas de S/5 hay en la alcancía?



Fuente: <https://goo.gl/JYbacz>

- a) 18
- b) 14
- c) 5
- d) 7**

- 10.** En una institución educativa, el 45 % de los estudiantes practica fútbol, el 30 % juega básquet y el 20 % practica ambos deportes. Con la información dada, completa la tabla:

	Fútbol	No fútbol	Total
Básquet			
No básquet			
Total			100 %

Si se elige a un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no juegue fútbol ni básquet?

<p>Respuesta adecuada:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr style="background-color: #4a7ebb; color: white;"> <th></th> <th>Fútbol</th> <th>No fútbol</th> <th>Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Básquet</td> <td>20</td> <td>10</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>No básquet</td> <td>25</td> <td>45</td> <td>70</td> </tr> <tr style="background-color: #4a7ebb; color: white;"> <td>Total</td> <td>45</td> <td>55</td> <td>100</td> </tr> </tbody> </table>		Fútbol	No fútbol	Total	Básquet	20	10	30	No básquet	25	45	70	Total	45	55	100	<p>La probabilidad de que no juegue fútbol ni básquet es: $\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$</p> <p>Respuesta parcial. Solo completa la tabla y no responde la pregunta.</p> <p>Respuesta inadecuada. No comprende la situación.</p>
	Fútbol	No fútbol	Total														
Básquet	20	10	30														
No básquet	25	45	70														
Total	45	55	100														

