



BANCO CENTRAL DE RESERVA DEL PERÚ

El valor de los profesores: un análisis del efecto del conocimiento docente sobre el rendimiento de los estudiantes en el Perú

Diego Camacho* y Naara Cancino**

* Banco Central de Reserva del Perú

** Universidad del Pacífico

DT. N°. 2017-011

Serie de Documentos de Trabajo

Working Paper series

Diciembre 2017

Los puntos de vista expresados en este documento de trabajo corresponden a los de los autores y no reflejan necesariamente la posición del Banco Central de Reserva del Perú.

The views expressed in this paper are those of the authors and do not reflect necessarily the position of the Central Reserve Bank of Peru

El valor de los profesores: un análisis del efecto del conocimiento docente sobre el rendimiento de los estudiantes en el Perú*

Diego Camacho**

Naara Cancino Díaz***

La presente investigación tiene como propósito evaluar el impacto del desempeño docente sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes peruanos. Para ello, construimos una medida de conocimiento docente a partir de una prueba estandarizada que incluye componentes de conocimiento de la materia y conocimiento pedagógico. Además, aplicamos un enfoque de *value added* gracias al uso de datos longitudinales provenientes de la Evaluación Muestral 2013 (EM 2013), donde se evaluaron los logros de aprendizaje en matemáticas de niños de 6to grado y también el conocimiento docente de sus profesores de matemática, y de la Evaluación Censal de Estudiantes 2009 (ECE 2009), donde se evaluó en matemáticas a los mismos estudiantes cuando cursaban el 2do grado de primaria. Nuestros resultados indican que el conocimiento docente tiene un efecto causal positivo sobre los logros de aprendizaje de los niños peruanos. Asimismo, este efecto es heterogéneo ya que es mayor en niños con alta habilidad acumulada y en niños que tienen más insumos educativos (recursos) en el hogar; es decir, hay evidencia de complementariedad de insumos, por lo que las brechas educativas ya existentes en el Perú (entre quienes más y menos tienen) se podrían expandir aún más.

* Agradecemos especialmente a Juan Francisco Castro, César Guadalupe y Gustavo Yamada por sus valiosos comentarios y sugerencias. Agradecemos también a los asistentes al Congreso anual 2017 de la Asociación Peruana de Economía y al Encuentro de Economistas BCRP 2017.

** Banco Central de Reserva del Perú; Email: diego.camacho@bcrp.gob.pe

*** Universidad del Pacífico; Email: naaracd@outlook.com

Abstract

This research evaluates the impact of teacher performance on the learning achievements of Peruvian students. For that purpose, we constructed a measure of teacher knowledge that includes components of subject matter knowledge and pedagogical knowledge. We apply a value added approach using longitudinal data from the 2013 Sample students Evaluation (EM 2013), which measures the learning achievements in mathematics of 6th grade children and also the knowledge of their math teachers, and the 2009 Census students Evaluation (ECE 2009), where the same students were evaluated in mathematics when they were in the 2nd grade of primary school. We find that teacher knowledge has a positive causal effect on the learning achievements of Peruvian children. This effect is heterogeneous since it is greater in children with high accumulated capacity and in children who have more educational inputs (resources) at home; that is, there is evidence of complementarity of inputs and thus educational gaps already existing in Peru (between the richest and the poorest) can be further expanded.

1. Introducción

En el Perú, el acceso a la educación básica primaria es elevado, pero no se puede decir lo mismo de los logros de aprendizaje de los niños. En efecto, aunque las tasas de matrícula y de asistencia escolar superan el 90% (Minedu, 2016), 1 de cada 2 niños de segundo de primaria no lee al nivel mínimo esperado y 3 de cada 4 no puede resolver problemas matemáticos básicos (UMC, 2016). Más aún, los resultados de evaluaciones nacionales e internacionales indican que los logros de aprendizaje no son uniformes en todo el territorio peruano y presentan una distribución inequitativa (UMC, 2016; OECD, 2014).

Este déficit de logros de aprendizaje nos motiva a estudiar los factores que influyen en el rendimiento de los estudiantes. Dentro de estos factores, el rol que cumple el docente es clave. Un reconocido informe de McKinsey (Barber y Mourshed, 2007, pág.16) concluye que “la calidad docente es el factor decisivo para la calidad de un sistema educativo”. El mismo informe señala que los niños expuestos a docentes sin calificación adecuada tienen pocas probabilidades de recuperarse en la escuela en los años siguientes. Esto es corroborado por múltiples estudios que encuentran un efecto positivo entre distintas medidas de calidad docente y el rendimiento de los estudiantes (Tan et al, 1997; Darling-Hammond, 2000; Goe, 2002; Bedi y Marshal, 2002; Wayne y Youngs, 2003; Cavalluzo, 2004; Boyd et al, 2005; Hanushek et al, 2005; Hill et al, 2005; Noell, 2006; Hanushek y Rivkin, 2006; Behrman et al, 2008; King, 2010; Metzler y Woessman, 2010; Altinok, 2013; Guadalupe et al, 2013; Shepherd, 2015).

Lamentablemente, en el Perú los docentes han sido subvalorados en gran medida tanto por las políticas públicas como por la sociedad. Tal como apuntan Espinoza *et al*, la acción política ha tenido una mala focalización, dado que se ha orientado a consolidar un cuerpo de profesores calificados (especialmente dedicados al sistema público), y se ha dejado de lado a la masa de profesores menos calificados que se encuentran en un mercado privado que va en aumento (Espinoza *et al*, 2015, pág.327). Asimismo, como mencionan Díaz y Saavedra (2000), la carrera docente en el Perú se considera como una que genera ingresos seguros y estabilidad laboral, pero también como una carrera que no ofrece estímulos claros para innovar, actualizarse y tener un mejor desempeño. Ello genera incentivos perversos para ser docentes a las personas más adversas al riesgo y con menores inclinaciones a innovar. Sin embargo, el problema de los docentes en el Perú es

aún más amplio y diverso: bajos salarios, sobreoferta de profesores, bajo grado de profesionalismo y falta de infraestructura (Espinoza et al, 2015).

De esa manera, revalorar a los docentes pasa primero por conocer su importancia sobre los logros de aprendizaje de los niños, y luego, por plantear adecuadas intervenciones que mejoren el desempeño que puedan tener en el aula de clases. Es por esa necesidad de revalorar el rol docente en el Perú, que el presente estudio tiene como objetivo calcular el impacto del conocimiento docente en matemáticas sobre los logros de aprendizaje en matemáticas en niños de sexto grado de primaria en el Perú. Para medir este efecto, la variable que utilizaremos será el conocimiento docente (CD). El CD tiene dos componentes definidos por Shulman (1986): i) conocimiento de la materia (*subject matter knowledge*), y ii) conocimiento pedagógico (*pedagogical content knowledge*).

Así, el CD recoge los elementos que todo profesor debe tener para facilitar el aprendizaje de sus alumnos (Shulman, 1986). Por ende, es superior a otras medidas de calidad docente como el nivel de educación del profesor, la certificación, el número de cursos tomados y los años de experiencia (Begle, 1972, 1979; Greenwald et al, 1996; Hanushek E., 1981, 1996; Hill *et al*, 2005). Sin embargo, no se debe olvidar que el CD también es una aproximación del desempeño del docente en el aula (que es lo que impacta directamente en el aprendizaje de los niños). Ante la dificultad de observar dicho desempeño, el CD representa una buena aproximación dada la información disponible.

El primer componente de nuestra variable CD, el *subject matter knowledge*, ha sido ampliamente estudiado (Hanushek, 1971, 1992; Summers y Wolfe, 1977; Murnane y Phillips, 1981; Ehrenberg y Brewer 1995; Rowan *et al*, 1997; Tan *et al*, 1997; Bedi y Marshal, 2002; Hill *et al*, 2005; Behrman *et al*, 2008; Metzler y Woessman, 2010; Altinok, 2013; Guadalupe *et al*, 2013; Shepherd, 2015); no obstante, son pocos los estudios que incluyen a nuestro segundo componente *pedagogical content knowledge* (Frome *et al*, 2005; Harris y Sass, 2011; Hill *et al*, 2005; Shepherd, 2015). Cuando se incluye solamente *subject matter knowledge* no se obtiene una identificación econométrica suficiente del conocimiento docente y los resultados empíricos dejan de ser concluyentes.

En el Perú, solo dos estudios han analizado el efecto del conocimiento docente sobre el rendimiento de los alumnos (Metzler y Woessman, 2010; Guadalupe et al, 2013), pero toman como variable de medición solamente al *subject matter knowledge*. Además,

Guadalupe *et al* (2013) afirman que sus resultados no son causales y Metzler y Woessman (2010) aplican una metodología que les obliga a recortar su muestra a un nivel no representativo. Adicionalmente, Metzler y Woessman (2010) combinan información generada por pruebas de matemática y comprensión lectora a los docentes, lo cual es problemático dado que las escalas no son conmensurables (Guadalupe *et al*, 2013). Por consiguiente, el debate aún no ha concluido y se necesita una mayor investigación sobre el efecto del docente en el Perú.

Esta investigación tiene como objetivo evaluar dos hipótesis. En primer lugar, se busca probar que existe una relación positiva entre el conocimiento docente y el aprendizaje de los estudiantes en el Perú. Nuestra segunda hipótesis es que existe heterogeneidad del efecto de los docentes sobre los alumnos, debido a una complementariedad entre insumos de la función de producción de aprendizajes. Es posible que el conocimiento docente tenga mayor impacto en los sectores más favorecidos¹ del país. Si ocurre de ese modo, se podrían agravar las inequidades educativas ya existentes en el Perú.

Para comprobar nuestras hipótesis, se utilizará un enfoque de *value added*, que implica combinar los logros de aprendizaje del presente con logros de aprendizaje del pasado de los niños. La idea básica detrás de esta especificación es que el logro de aprendizaje pasado captura la contribución de los insumos familiares y escolares previos y cualquier otra dotación no observable o *shocks* del pasado (Andrabi *et al*, 2011). Diversos estudios recientes señalan que esta metodología permite obtener estimadores más confiables del efecto de las variables intra escuela sobre los logros educativos del niño, en comparación de lo que se podría lograr con una especificación solo de insumos contemporáneos (Singh, 2015; Deming *et al* 2014; Kane *et al*, 2013; citados en Castro y Rolleston, 2015).

Nuestra fuente de información principal es la Evaluación Muestral (EM) 2013. En dicha evaluación se mide, a través de pruebas estandarizadas, los logros de aprendizaje en matemáticas a partir de una muestra probabilística de niños de sexto grado. Asimismo, en la EM 2013 se tomó también pruebas estandarizadas a los profesores de matemática de dichos niños, con el objetivo de encontrar una medida del conocimiento docente en matemática². Nuestra segunda fuente de información es la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) 2009, donde se evalúa los logros de aprendizaje en matemáticas de

¹ En la presente investigación se considera que los sectores favorecidos son aquellos en donde los niños tienen un mayor nivel de aprendizaje inicial y existen mejores insumos educativos en el hogar.

² Las pruebas estandarizadas de la EM 2013 evaluaron el conocimiento docente en fracciones, uno de los contenidos del currículo escolar de matemática (UMC, 2016).

niños de segundo grado. Para llevar a cabo nuestra metodología de valor agregado (*value added*), a los estudiantes evaluados en la EM 2013 se les agregó sus logros de aprendizaje en matemáticas cuando cursaban el 2do grado de primaria. Así, se obtiene una muestra única de resultados de logros de aprendizajes de niños en dos períodos de tiempo: segundo y sexto de primaria.

En la siguiente sección se desarrolla la revisión de literatura que incluye un análisis de la calidad docente, el conocimiento docente y la equidad y heterogeneidad de efectos en la educación. En la tercera sección, se presenta el marco analítico de la investigación, el cual brindará los fundamentos teóricos para la explicación de nuestras hipótesis. En la cuarta y quinta sección se describe la metodología y las bases de datos utilizadas para la estimación empírica. Por último, se presenta los resultados y las conclusiones.

2. Revisión de literatura

a. Logros de aprendizaje

En economía, el estudio de la calidad educativa se ha concentrado en los insumos que generan la mejora de los logros de aprendizajes de los estudiantes. Los modelos que trataban de explicar estos resultados eran inicialmente empíricos (Hanushek, 1971; Hanushek, 1986; Harbison y Hanushek, 1992; Tan *et al* 1997). Posteriormente, distintos autores formalizaron estos modelos económicos y los condujeron a un nivel teórico de mayor rigor (Hanushek, 2002; Glewwe y Kremer, 2006; Cuesta *et al*, 2015).

Estos modelos económicos proponen una función de producción de aprendizajes que expresa una relación estructural entre los determinantes del logro educativo. Glewwe y Kremer (2006) definen que la función de producción de aprendizajes depende de los siguientes insumos: i) años de estudio, ii) características de los alumnos, iii) características del hogar, iv) insumos educativos controlados por los padres, y v) características de calidad de la experiencia formativa del colegio.

Las características de calidad de la experiencia formativa del colegio son de particular relevancia para la presente investigación, puesto que dentro de ellas se encuentra la calidad del profesor. De hecho, la docencia de calidad se configura como el factor más importante dentro de la escuela al generar mayor rendimiento de los estudiantes (McCaffrey *et al*, 2003; Rivkin *et al*, 2000; Rowan *et al*, 2002; Wright *et al*, 1997; Sanders, 1998).

b. Calidad docente

El debate público ha enfatizado el rol de los profesores para mejorar el rendimiento de los estudiantes. Tal como apuntan Barber y Mourshed (2007, pág. 16): "la calidad de un sistema educativo no puede exceder a la calidad de sus profesores [...], muestra de ello es que los mejores sistemas educativos que estudiamos reclutan a sus maestros solo desde el tercio superior de todos los graduados de su sistema escolar³". Es así que todos coinciden en los efectos positivos de un docente de calidad (Hanushek *et al*, 2014). Sin embargo, no existe acuerdo con relación a su mejor forma medición.

La medición de la calidad docente ha tomado la forma de distintas variables. Ello debido a que es un concepto amplio que incluye dominio del contenido y habilidades interpersonales, entre ellas habilidades pedagógicas y de comunicación (Hightower A. *et al*, 2011). Es, pues, difícil establecer qué determina que un profesor motive el aprendizaje: así como varios autores mencionaron, el proceso de enseñanza es una "caja negra" (Schwerdt y Wuppermann, 2010; Black *et al*, 2002). A raíz de distintas investigaciones⁴, se resume los factores que aproximan la calidad del maestro en: (i) si cuentan con certificación o licencia, (ii) los años de educación, (iii) los años de experiencia, (iv) el conocimiento de la materia, y (v) el conocimiento pedagógico.

Desde la década de 1960, se empezó a investigar con mayor énfasis las relaciones entre características de los profesores y el rendimiento de los estudiantes⁵. En un primer momento, para evaluar la calidad docente se usó medidas como el nivel de educación del profesor, la certificación, el número de cursos tomados y los años de experiencia (Hill *et al*, 2005). En general, se encontró una relación positiva entre calidad del docente y rendimiento estudiantil, en todas las medidas: por años de experiencia (Ferguson, 1991; King, 2010; Hanushek *et al*, 2005), si posee o no certificaciones (Goldhaber y Brewer, 1997; Darling-Hammond, 2000; Goe, 2002), por el nivel de educación del profesor (Cavalluzzo, 2004; Clotfelter *et al*, 2006) y por los cursos tomados (Boyd *et al*, 2005; Noell, 2006).

³ Se recluta el primer 5 por ciento en Corea del Sur, el 10 por ciento superior en Finlandia y el 30 por ciento superior en Singapur y Hong Kong. De manera similar, en Estados Unidos, los programas de sistemas de rápido avance, como los de Boston Teacher Residency, New York Teaching Fellows y Chicago Teaching Fellows, apuntan a los graduados de las principales universidades (Barber & Mourshed, 2007).

⁴ Resumido de Jadama (2014), Goldhaber & Brewer (1999) y Darling-Hammond (2000).

⁵ Esto fue motivado por la publicación del reporte de Coleman (1966) en el cual se enfatizaba que la escuela tenía menores efectos sobre el rendimiento educativo en comparación con el entorno familiar. Muchos autores buscaron demostrar que Coleman se equivocaba y que las características de la escuela sí tenían importancia.

A pesar de estos resultados satisfactorios, múltiples autores cuestionaron el efecto de las variables enumeradas anteriormente debido a interpretaciones conflictivas de las muestras y los métodos utilizados (Begle, 1972, 1979; Greenwald *et al*, 1996; Hanushek E., 1981, 1996). Más aún, la preparación (nivel de educación y número de cursos tomados) y la experiencia laboral (certificación y años de experiencia) son aproximaciones pobres del desempeño del docente en el aula (Hill *et al*, 2005).

Luego de observar estos problemas, los investigadores se enfocaron en medir el conocimiento docente más directamente a través del desempeño docente en exámenes de certificación o en otras pruebas estandarizadas que medían sus conocimientos de la materia (Hill *et al*, 2005). A esta medida se le denomina *subject matter knowledge*. Esta variable resultó ser la de mayor correlación con el desempeño estudiantil (Wayne y Youngs, 2003; Eide *et al*, 2004; Hanushek y Rivkin, 2006). Por ejemplo, Hanushek (1997) contabilizó un total de 41 estimaciones del efecto de las puntuaciones de los maestros y encontró que "de todas las medidas explícitas de los maestros y las escuelas que se prestan a la tabulación, los puntajes de pruebas están más asociados con un mayor rendimiento de los estudiantes" (Hanushek, 1997, pág. 144).

c. Conocimiento docente en la literatura

La definición actual de conocimiento docente fue propuesta por Shulman (1986, 1987) y, por sus colegas, Wilson *et al* (1987). Estos autores manifestaron que, hasta ese momento, no se le había dado la importancia suficiente al conocimiento disciplinar del docente en los estudios académicos educativos (Guadalupe *et al*, 2013).

Tomando como base a Shulman (1986), en el presente trabajo se plantea que el conocimiento docente se divide en dos principales aspectos: *subject matter knowledge* y *pedagogical content knowledge*. El primer aspecto (*subject matter knowledge*) es el conocimiento de los conceptos propios de la materia, así como la comprensión del porqué estos conceptos son verdaderos (Hill *et al*, 2005). En este sentido, el *subject matter knowledge* puede entenderse como la cantidad acumulada y organización del conocimiento de la materia en la mente del docente (Hill *et al*, 2005). Tal como apunta Shulman (1987), todo docente debe, como mínimo, demostrar conocimiento de la materia que enseña antes de poder ayudar a los alumnos a aprender. Este *subject matter knowledge* se consigue mediante programas de formación altamente calificados o a través de la práctica (Shepherd, 2015).

El segundo componente del conocimiento docente es el *pedagogical content knowledge*. Este incluye el conocimiento de las estrategias más adecuadas para representar las ideas, las analogías más poderosas, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones a través de una manera que sea más comprensible (Shulman, 1986).

Se puede decir que el trabajo de Shulman marcó el inicio de una mayor investigación del rol del docente en la educación. Sin embargo, se ha investigado poco acerca del efecto del conocimiento docente en el Perú. Esto se debe a que la mayoría de estudios se ha concentrado únicamente en *subject matter knowledge* y principalmente para economías industrializadas (Guadalupe *et al*, 2013).

Múltiples estudios evalúan el efecto del *subject matter knowledge* sobre el rendimiento estudiantil en Estados Unidos. Para ello, utilizan los resultados de evaluaciones estandarizadas de rendimiento tomadas tanto a docentes como estudiantes. Entre estos se destaca el trabajo de Hanushek (1971; 1992), Summers y Wolfe (1977), Murnane y Phillips (1981), Ehrenberg y Brewer (1995), Rowan *et al* (1997), Hill *et al* (2005). Los resultados de estos estudios indican que existe un rol importante del *subject matter knowledge* sobre el rendimiento del alumno.

En la literatura más reciente existen algunos estudios llevados a cabo en países en desarrollo. En ellos, se estima la función de producción educativa utilizando los puntajes de los docentes en pruebas de conocimiento de su materia. Algunos ejemplos se ven en los trabajos de Tan *et al* (1997) en Filipinas; Bedi y Marshal (2002) en Honduras; Behrman *et al* (2008) en Pakistán; Altinok (2013) y Shepherd (2015) en países de África; Metzler y Woessman (2010) y Guadalupe *et al* (2013) en Perú. En todos estos trabajos se encuentra que existe una asociación positiva entre el *subject matter knowledge* y el rendimiento del alumno. No obstante, estos estudios son propensos a distintos problemas econométricos de estimación.

Un primer problema potencial de la literatura anterior es la existencia de características no observables del docente, del alumno o de la escuela. Cuando estas características tienen correlación con las variables conocimiento docente y, a la vez, con el rendimiento estudiantil, se generan sesgos en los estimadores. Uno de los ejemplos más claros es la omisión de la variable “motivación del profesor” (Goldhaber y Brewer, 1997; Glewwe y Kremer, 2006; Glewwe y Miguel, 2008). Profesores más motivados suelen conocer más su materia, y al mismo tiempo su motivación influye de manera positiva en el rendimiento

del alumno. Lo mismo ocurre si no se incluye al *pedagogical content knowledge* en la regresión, puesto que está correlacionado con el *subject matter knowledge* y a la vez con el rendimiento del estudiante.

Es importante mencionar que si el *subject matter knowledge* se complementa con el *pedagogical content knowledge*, se mejora la identificación de los efectos del profesor de calidad en el rendimiento estudiantil (Hill *et al*, 2005). Son pocos los estudios que han incluido al *pedagogical content knowledge* y todos se enfocan en Estados Unidos (Frome *et al*, 2005; Harris y Sass, 2011; Hill *et al*, 2005).

Un segundo problema potencial es el error de medición al estimar los efectos del conocimiento docente. Es difícil medir este conocimiento y la mayoría de las investigaciones utilizan *proxies* (Metzler y Woessmann, 2010). Por ejemplo, existen casos en los que se mide el conocimiento docente a través de un cuestionario con una única pregunta de una prueba de matemáticas (Rowan *et al*, 1997). Queda claro que de esta manera no se logra capturar ni el *subject matter knowledge* ni el *pedagogical content knowledge*.

Específicamente, en el caso peruano, los estudios que miden el impacto de los docentes sobre el rendimiento educativo también poseen problemas econométricos. Guadalupe *et al* (2013) utilizan la IV Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil 2004 y encuentran una correlación positiva entre calificaciones de alumnos y calificaciones de docentes. No obstante, estos autores alertan que su investigación no arroja relaciones causales. Por su parte, Metzler y Woessmann (2010) utilizan la misma Evaluación Nacional que Guadalupe *et al* (2013), y encuentran una asociación positiva entre el *subject matter knowledge* y el rendimiento de los alumnos. Metzler y Woessmann (2010) aplican una metodología *within teacher- within student* que pretende resolver el problema de variables omitidas⁶. Sin embargo, para aplicar esta metodología reducen su muestra a solo el 35% del total de alumnos lo que ocasiona una pérdida de variabilidad y por tanto, de representatividad. En efecto, la muestra reducida engloba a estudiantes en su mayoría del ámbito rural, y por tanto las conclusiones extraídas no pueden ser generalizadas a todos los estudiantes del país.

⁶ No obstante, la metodología que aplican tiene un problema metodológico importante. Metzler y Woessman (2010) combinan información generada por pruebas de matemática y comprensión lectora a los docentes. Esto es problemático, puesto que las escalas latentes no son commensurables, incluso después de la normalización de los datos (Guadalupe *et al*, 2013).

d. Equidad y efectos heterogéneos del conocimiento del docente

Un aspecto adicional que ha sido tomado en cuenta en la literatura reciente es la equidad de los servicios educativos. Tal como apuntan Hightower *et al* (2011), los peores profesores son asignados a los estudiantes de bajos ingresos o pertenecientes a las minorías. Una de las principales características de estos profesores deficientes es su mala puntuación en pruebas estandarizadas de conocimiento docente.

Glewwe y Kremer (2006) afirman que uno de los problemas de los países en vías de desarrollo es que sus sistemas educativos son elitistas. A los estudiantes de la élite se les ofrece mejores profesores, infraestructura, y una malla curricular adecuada para su necesidad. Naturalmente, estos componentes mejoran el rendimiento de los estudiantes de la élite, pero no son útiles para los demás estudiantes (Glewwe y Kremer, 2006).

La heterogeneidad de efectos del conocimiento del docente sobre el rendimiento del alumno ha sido evaluada en pocos estudios académicos. Hill *et al* (2005) encuentran que el efecto del conocimiento del docente de matemática es significativo, pero se diluye en los quintiles inferiores de la muestra de los docentes. Es decir, los peores profesores no ayudan a que sus alumnos aprendan. Altinok (2013) muestra que mayor conocimiento del docente es más efectivo en las zonas urbanas que en las rurales en distintos países africanos. Por su parte, Shepherd (2015) encuentra que en los quintiles de menor nivel socioeconómico de los alumnos el conocimiento docente pierde significancia para predecir el rendimiento estudiantil⁷.

En el Perú, los resultados de distintas evaluaciones nacionales muestran una fuerte inequidad en el sistema educativo. Los estudiantes con el peor rendimiento se ubican en los departamentos más pobres del país, en el ámbito rural, en las zonas de la sierra sur y selva y además, asisten a instituciones públicas (UMC; 2005, 2014, 2015, 2016). Guadalupe *et al* (2013) encontraron que este patrón de brechas en los estudiantes fue similar para el caso de los docentes en el 2004, es decir los alumnos que más apoyo necesitan tienen a los peores docentes. Sin embargo, estos autores no estudian si el impacto del conocimiento docente es heterogéneo. Por otro lado, Metzler y Woessman (2010) no encuentran heterogeneidad de efectos del conocimiento del docente en el Perú.

⁷ Shepherd (2015) menciona que esto puede deberse a que para calcular el conocimiento docente ella utilizó solamente al *subject matter knowledge*. En este sentido, es posible que en las escuelas de los quintiles más bajos, el *subject matter knowledge* no necesariamente aumente los logros de aprendizaje por que los docentes no tienen las suficientes habilidades pedagógicas ni reciben capacitación docente de calidad.

No obstante, como se mencionó anteriormente, estos autores utilizan una muestra de escuelas que se ubican mayormente en las zonas rurales más pobres, las cuales suelen ser multigrado. Por ende, el trabajo de Metzler y Woessman (2010) no es útil para medir impactos heterogéneos del conocimiento docente sobre el rendimiento de los alumnos.

3. Marco analítico

Esta investigación tiene como objetivo evaluar dos hipótesis. En primer lugar, se busca probar que existe una relación positiva entre el conocimiento docente y los logros de aprendizaje de los estudiantes en el Perú. Esta relación debe ser robusta, es decir mantenerse estable aun cuando se controla por otras variables relevantes que influyen en el aprendizaje del niño.

Nuestra segunda hipótesis es que existe heterogeneidad del efecto del conocimiento de los docentes sobre los alumnos, debido a una complementariedad entre insumos de la función de producción de aprendizajes. Es posible que a un mismo nivel de calidad docente, el impacto en un sector de la población (favorecido) sea mayor que en otro sector (desfavorecido). En esta investigación se ha definido que los sectores favorecidos son aquellos en donde los niños tienen un mayor nivel de aprendizaje acumulado en el pasado y en donde existen mejores insumos educativos dentro del hogar.

Para medir el efecto que tienen los docentes sobre los alumnos, la variable que utilizaremos será el **conocimiento docente (CD)**. Siguiendo a Shulman (1986,1987) hemos definido conocimiento docente (CD) como la combinación de *subject matter knowledge* y *pedagogical content knowledge*. El *subject matter knowledge* es la cantidad acumulada y organización del conocimiento de la materia en la mente del docente. Mientras que *pedagogical content knowledge* es el conocimiento de las estrategias más adecuadas para representar las ideas de una manera que sea más comprensible. Por sí solo, el *subject matter knowledge* es una buena forma de medir el desempeño del docente (Wayne y Youngs, 2003; Eide *et al*, 2004; Hanushek y Rivkin, 2006), pero la precisión de este estimador aumenta al añadirle el *pedagogical content knowledge* (Frome *et al*, 2005; Harris y Sass, 2011 y Hill *et al*, 2005).

Sin embargo, no se debe olvidar que el CD es aún una aproximación del desempeño del docente en el aula (que es lo que impacta directamente en el aprendizaje de los niños).

Ante la dificultad de observar dicho desempeño, el CD representa una buena aproximación⁸, tal como se mencionó en la revisión de literatura.

El modelo teórico que subyace a las hipótesis planteadas es una adaptación de la función de producción de rendimiento académico de Glewwe y Kremer (2006). En esta adaptación se agrega un componente específico que mide el impacto directo del conocimiento docente sobre el rendimiento de los alumnos. Además, siguiendo a Cunha y Heckman (2007), se incluye la habilidad pasada del alumno como un componente de valor agregado, que captura la historia de los insumos familiares y escolares del pasado. Es importante la inclusión de esta variable ya que el desarrollo educativo del niño es un proceso acumulativo (Todd y Wolpin, 2003).

Así, la función de producción de aprendizajes es la siguiente:

$$A_t = a(A_{t-1}, H_t, CD_t, z_i) \dots (1)$$

Donde “ A_t ” es la habilidad actual del alumno; “ A_{t-1} ” es la habilidad del alumno en un periodo anterior; “ H_t ” es un índice de insumos educativos del hogar⁹; y, “ CD_t ” es el conocimiento del docente. Estas variables son los *inputs* de la función de producción. Es importante notar que estos *inputs* son variables de elección que impactan de manera directa en los aprendizajes y, por ende, permiten que se caracterice correctamente el entorno educativo de los niños. Finalmente, siguiendo a Castro (2015), z_i es un vector de controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos¹⁰.

De acuerdo con lo planteado en la ecuación (1), para explicar nuestra primera hipótesis debemos encontrar el valor de la siguiente expresión $\frac{\partial A_t}{\partial CD_t}$. Esperamos que el signo de dicha derivada sea positivo y robusto.

La segunda hipótesis es motivada por la realidad de la inequidad en la distribución de la calidad de educación en el Perú. Los resultados de la EM 2013 indican que los alumnos con menor rendimiento se encuentran en: (i) zonas rurales y (ii) colegios públicos (ver

⁸ Como fue mencionado en la revisión de literatura, el CD es superior a medidas como: nivel de educación del profesor, la certificación, el número de cursos tomados y los años de experiencia.

⁹ Este índice de recursos educativos en el hogar está conformado por la existencia de un espacio de estudio apropiado para el estudiante, el acceso a internet, el número de libros en la casa y la tenencia o no de los siguientes materiales educativos: enciclopedias, libros especializados en un tema, libros de literatura, CD/DVD o software educativos, CD/DVD o software de conocimiento general y libros digitales en la computadora (UMC, 2016).

¹⁰ La inclusión de estos determinantes exógenos de insumos se realiza para controlar por la posibilidad de haber omitido insumos de producción relevantes (Castro, 2015). Por consiguiente, incluir estos determinantes es útil para evaluar la robustez del modelo.

anexo 1). Estas brechas se replican en los docentes (ver anexo 2); es decir, existe menor calidad docente donde más se necesita.

Distintos autores han encontrado efectos heterogéneos de la calidad del docente en escenarios con patrones de inequidad educativa similares a los del Perú. (Hill *et al*, 2005; Altinok, 2013; Shepherd, 2015). Sin embargo, estos autores encuentran la heterogeneidad como resultado empírico, pero no explican de manera teórica las causas detrás de esta heterogeneidad.

Dicha evidencia y la inequidad educativa presente en el Perú, nos llevan a plantear que los efectos de los docentes sobre los alumnos no serían los mismos en todo el país. Para sustentar esto de manera teórica, en este trabajo se divide al país en dos sectores: favorecidos y desfavorecidos. Un sector favorecido es aquel en donde los niños tienen un mayor nivel de aprendizaje acumulado en el pasado y existen mejores insumos educativos en el hogar.

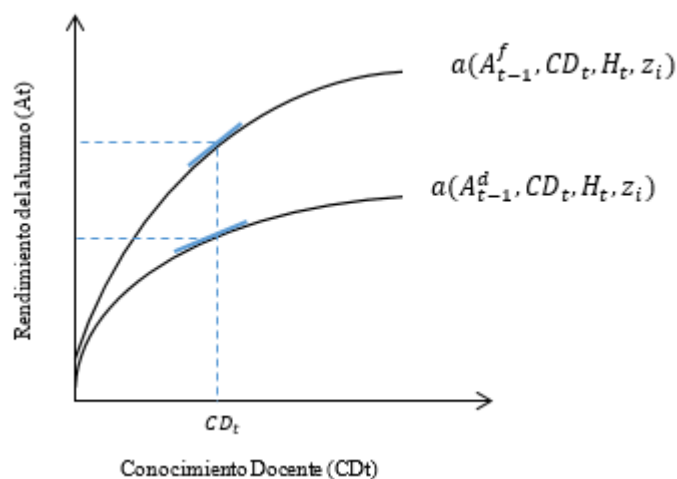
Siguiendo a Cunha y Heckman (2007), proponemos que la causa subyacente a la heterogeneidad de efectos es la *complementariedad entre los insumos de aprendizaje*. Cunha y Heckman (2007) construyeron un modelo en el cual se consideraba la habilidad pasada (A_{t-1}) e inversiones pasadas y presentes en educación. Estos autores postulan que existe complementariedad cuando los *inputs* de la función de producción son complementarios; es decir, cuando no son sustitutos perfectos. Por ejemplo, existe complementariedad dinámica cuando las habilidades producidas en una etapa de la infancia aumentan la productividad de la inversión en educación en las siguientes etapas. Además, se entiende que un insumo no puede ser sustituido completamente por otro, sino que cada uno es necesario para la formación de habilidades del niño.

Nosotros aplicamos el planteamiento de Cunha y Heckman (2007) al caso del CD. Así, en la presente investigación se considera que existe complementariedad dinámica entre el CD y la habilidad pasada (A_{t-1}). Es decir, es más probable que los niños con mayor habilidad inicial aprovechen más a sus profesores en el presente. Bajo la misma óptica, creemos que también es posible que exista una complementariedad directa entre el CD y los insumos educativos del hogar (H_t). En este sentido, los sectores más favorecidos son aquellos que tienen mayor habilidad pasada y mejores insumos educativos del hogar.

Para formalizar el modelo, al igual que Cunha y Heckman (2007), se asume que la función de producción de aprendizajes (ecuación 1) es estrictamente creciente, estrictamente cóncava en CD_t y doblemente diferenciable en todos sus argumentos.

La complementariedad dinámica surge cuando $\partial^2 A_t / (\partial CD_t \partial A_{t-1}) > 0$. Esto implica que los sectores más favorecidos (aquellos con mayor nivel de habilidad pasada) aprovechan más a sus profesores en el presente¹¹. Es decir, la productividad del CD aumenta debido a mayores niveles de aprendizaje acumulados en el pasado. De esta manera, para cada nivel de CD, el impacto marginal de la calidad docente es mayor en los sectores favorecidos que en los desfavorecidos. Esto se observa mejor en el siguiente gráfico.

Gráfico 1: Heterogeneidad de efectos debido a brechas de habilidad pasada



Elaboración propia.

Donde A_{t-1}^f pertenece al sector favorecido y A_{t-1}^d , al desfavorecido. Es decir, $A_{t-1}^f > A_{t-1}^d$.

Tal como se observa, se cumple que $\frac{\partial A_t(\text{Favorecido})}{\partial CD_t} > \frac{\partial A_t(\text{Desfavorecido})}{\partial CD_t}$, para cada nivel de CD.

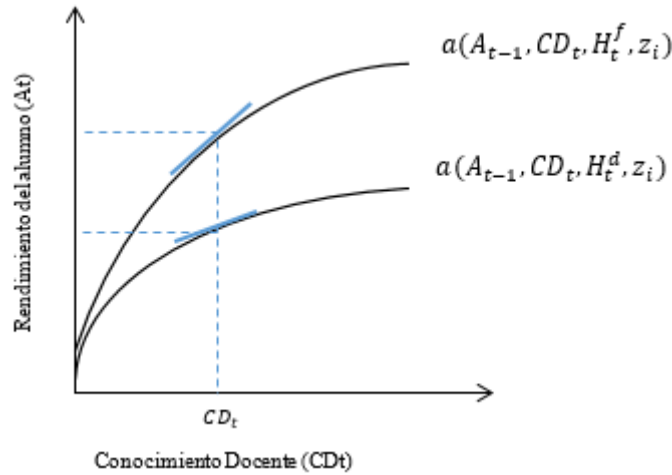
Finalmente, la complementariedad directa entre los insumos educativos del hogar y el CD surge cuando $\partial^2 A_t / (\partial CD_t \partial H_t) > 0$. Esto indica que los sectores más favorecidos en cuanto a insumos educativos del hogar (H_t) aprovechan más a los profesores que los sectores más desfavorecidos.

¹¹ Un claro ejemplo de ello es que un niño que aprendió más en años escolares anteriores, entenderá más rápido lo que su profesor le enseña en el período actual, asimismo podría realizar las tareas más rápido y aceptar un mayor nivel de dificultad en la enseñanza de su profesor (en caso el profesor desee profundizar los contenidos).

Así, la complementariedad directa podría darse cuando el niño aprende más lo que su profesor le enseña, debido a que al regresar de la escuela puede acceder a insumos educativos dentro del hogar (libros, discos, espacio para estudiar, acceso a internet, etc.) que facilitan su aprendizaje. Esto permite que el niño pueda estudiar más eficazmente lo recomendado por el profesor.

Al igual que el caso de complementariedad dinámica, esto se observa mejor en el siguiente gráfico.

Gráfico 2: Heterogeneidad de efectos debido a brechas de insumos educativos del hogar



Elaboración propia.

Donde H_t^f pertenece al sector favorecido y H_t^d , al desfavorecido. Es decir, $H_t^f > H_t^d$. Tal como se observa, se cumple que $\frac{\partial A_t(\text{Favorecido})}{\partial CD_t} > \frac{\partial A_t(\text{Desfavorecido})}{\partial CD_t}$, para cada nivel de CD.

4. Metodología

La metodología elegida para estimar la ecuación (1) es la de valor agregado (*value-added*). Esta metodología relaciona el logro de aprendizaje del niño (A_t) con medidas contemporáneas de insumos escolares y familiares y además con una medida de logro de aprendizaje del pasado. Tal como apuntan Todd y Wolpin (2003) y Andrabi *et al* (2011), las estimaciones mediante modelos de valor agregado asumen que los resultados de pruebas estandarizadas rezagadas pueden capturar correctamente los *inputs* educativos que recibió un niño en el pasado, así como cualquier otra dotación no observable o shocks del pasado. De esta manera, al incluir A_{t-1} , como variable explicativa de A_t , se incluye

determinantes del logro de aprendizaje del niño, que de otra manera serían no observables y generarían sesgo por variable omitida.

Gracias a esta metodología, se puede obtener estimados más confiables del efecto del conocimiento docente sobre los logros educativos del niño, en comparación con lo que se podría lograr con una especificación basada solo en insumos contemporáneos. Ello ha sido probado en diversos estudios recientes (Singh, 2015). Incluso, algunos estudios muestran que los modelos de valor agregado proveen los mismos resultados que métodos experimentales y cuasi-experimentales usados para identificar los efectos de los docentes (Deming *et al* 2014; Kane *et al*, 2013).

Siguiendo a Todd y Wolpin (2003) se asume que la ecuación (1) puede escribirse como una función aditiva separable. Así, se obtiene la siguiente especificación empírica:

$$A_{it} = \beta_0 + \beta_1 CD_{it} + \beta_2 CD_{it}^2 + \beta_3 A_{it-1} + \beta_4 H_{it} + \alpha z_{it} + \eta_{it} \dots (2)$$

Donde A_{it} es el logro de aprendizaje en matemática del niño “i” en el tiempo “t”; CD_{it} es el conocimiento del docente¹² asignado al niño “i” en el tiempo “t”; H_{it} es el índice de insumos educativos del hogar del niño “i” en el tiempo “t”; y z_{it} es un vector de controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos (ver anexo 4 para mayor detalle)¹³. Finalmente, η_{it} es un componente de error de la ecuación específico al individuo.

La ecuación (2) es la representación de mínimos cuadrados ordinarios más sencilla de nuestro modelo empírico y bastaría encontrar que el efecto marginal ($\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}} = \beta_1 + 2\beta_2 \overline{CD}_{it}$) sea positivo, para comprobar la primera hipótesis de esta investigación¹⁴. Con ello, se podría afirmar que el conocimiento docente en matemática impacta de manera positiva a los logros de aprendizaje en matemática de los alumnos.

Sin embargo, para poder comprobar nuestra segunda hipótesis de trabajo, es necesario plantear un modelo que permita medir el impacto del conocimiento docente y, también, si este es heterogéneo, debido a las complementariedades entre insumos.

¹² Se incluye un término cuadrático del CD para tomar en cuenta los rendimientos decrecientes de la función de producción.

¹³ Estas variables permiten controlar por posibles factores causales omitidos en la regresión. Dentro de los controles incluidos vale destacar la variable motivación del profesor, la infraestructura escolar y las expectativas de los padres con respecto a la educación de sus hijos, dado que son variables que pocas veces han sido incluidas en estudios pasados debido a su dificultad de medición.

¹⁴ Este efecto marginal se debe evaluar en el promedio de CD.

En este sentido, siguiendo a Castro (2017), desarrollamos una alternativa que modifica la ecuación (2) y toma en cuenta las complementariedades. Para ello, se incluye interacciones entre el conocimiento docente y las variables que capturan la complementariedad (habilidad pasada e insumos educativos del hogar). Así, nuestro modelo empírico es el siguiente:

$$A_{it} = \beta_0 + \beta_1 CD_{it} + \beta_2 CD_{it}^2 + \beta_3 A_{it-1} + \beta_4 H_{it} + \beta_5 CD_{it} A_{it-1} + \beta_6 CD_{it} H_{it} + \alpha z_{it} + \eta_{it} \dots (3)$$

Esta ecuación de valor agregado (3) será estimada por una regresión de mínimos cuadrados ordinarios¹⁵. En tal sentido, el impacto del CD (efecto marginal evaluado en el promedio) se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}} = \beta_1 + 2\beta_2 \overline{CD}_{it} + \beta_5 \overline{A}_{it-1} + \beta_6 \overline{H}_{it} \dots (4)$$

Con ello, nuestra primera hipótesis seguiría implicando que el efecto marginal sea positivo ($\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}} > 0$). Asimismo, para comprobar nuestra segunda hipótesis, es necesario concentrarse en el valor de β_5 ($\beta_5 = \frac{\partial^2 A_{it}}{\partial CD_{it} \partial A_{it-1}}$) y β_6 ($\beta_6 = \frac{\partial^2 A_{it}}{\partial CD_{it} \partial H_{it}}$). Se espera que estos coeficientes sean positivos. Un $\beta_5 > 0$ indicaría que los niños pertenecientes a los sectores favorecidos por mayor habilidad pasada aprovechan más a sus docentes (complementariedad dinámica). Finalmente, un $\beta_6 > 0$ implica que niños más favorecidos por mayores insumos educativos del hogar también aprovechan más a sus profesores (complementariedad directa).

¹⁵ Todas las variables de esta regresión fueron reescaladas a una misma media (500) y desviación estándar (100). Esto permite que cada coeficiente refleje, de modo más claro, el impacto del cambio de una desviación estándar de los regresores.

5. Datos

La fuente principal de datos que se usará es la Evaluación Muestral 2013 (EM 2013). Esta evaluación permite conocer los niveles de logro de aprendizaje en matemática de los estudiantes de sexto grado de primaria en instituciones educativas públicas y privadas de todo el país. Asimismo, tiene por propósito generar evidencia sobre las características individuales y familiares de los estudiantes evaluados, así como de las condiciones y procesos escolares que se encuentran asociados a su desempeño. Un aspecto de suma relevancia para este *paper* es que en la EM 2013 también se evaluó el conocimiento del docente de matemática en fracciones.

La EM 2013 evaluó a aproximadamente 66,500 estudiantes de sexto de primaria, pertenecientes a 3,120 instituciones educativas (IE) de todas las regiones del Perú. Las IE se seleccionaron de manera aleatoria, mediante un diseño muestral bi etápico. Primero, se eligió las escuelas y en aquellas con más de dos secciones, se seleccionó, en una segunda etapa, solo dos secciones. La selección en la primera etapa fue sistemática, simple dentro de cada estrato y, en la segunda etapa, se realizó una selección aleatoria simple. De esta manera, se obtuvo representatividad en los siguientes estratos: (i) nacional; (ii) departamental; (iii) gestión de la IE (pública y privada); (iv) ámbito (urbano y rural)¹⁶.

En la EM 2013, los alumnos rindieron pruebas estandarizadas de matemática, cuyos resultados siguieron un proceso de modelamiento psicométrico de Rasch (ver anexo 5 con estadística descriptiva). Es importante señalar que las medidas de habilidad de los estudiantes fueron transformadas linealmente, de tal manera que la media aritmética es 500 y la desviación estándar es 100 (UMC, 2016).

Asimismo, en la EM se examinó el conocimiento de los docentes relacionados a fracciones, uno de los contenidos del currículo escolar de matemática¹⁷. En la encuesta, los docentes respondieron una batería de 35 preguntas. El Ministerio de Educación (Minedu) utilizó 21 de estas preguntas para elaborar un constructo de conocimiento disciplinar¹⁸ (únicamente de *subject matter knowledge*). A través de un análisis factorial

¹⁶ Estos son los estratos más importantes para esta investigación. Sin embargo, vale aclarar que la EM 2013 es representativa en más estratos. Para la lista completa de estratos representativos, ver anexo 3.

¹⁷ Las fracciones son un conocimiento básico dentro del aprendizaje del estudiante porque median la construcción de representaciones del mundo que lo rodea y le permite comparar dos cantidades expresando adecuadamente su medida que, a su vez, le sirve como base para conocimientos más avanzados del área de Matemática (UMC, 2016).

¹⁸ A través de un modelo de análisis factorial confirmatorio (CFA) de segundo orden (UMC, 2016).

confirmatorio (CFA) de segundo orden, el Minedu identificó cinco factores latentes subyacentes al constructo de conocimiento disciplinar evaluado: fracción como parte-todo, fracción como operador, operación con fracciones, fracción como medida y fracción como razón.

Sin embargo, dentro de la encuesta de docentes también existe una serie de preguntas que pertenecen al *pedagogical content knowledge* que no fueron utilizadas por el Minedu (ver anexo 6 para ejemplos de preguntas del cuestionario). La principal característica de estas preguntas es que son abiertas o no tienen respuesta única. Así, se da la posibilidad al docente de manifestar sus estrategias de manera más detallada. Por tanto, se da puntaje completo a los docentes que hayan optado por la mejor estrategia pedagógica.

En este sentido, para el presente *paper* se calculó un nuevo constructo de conocimiento docente (CD) que incluye componentes de *subject matter knowledge* y también de *pedagogical content knowledge*. Para calcular la variable de conocimiento docente (CD) se siguió un proceso de dos etapas, al igual que el Minedu. La primera etapa consistió en calcular 6 factores latentes subyacentes a través de un análisis de componentes principales categóricos (CATPCA)¹⁹: i) fracción como parte-todo; ii) fracción como operador, iii) operación con fracciones, iv) fracción como medida; v) fracción como razón; y, vi) conocimiento pedagógico de fracciones. En la segunda etapa se realizó un análisis de componentes principales categóricos con los 6 factores, para obtener el constructo de conocimiento docente (ver anexo 7 con información de los resultados de las dos etapas).

En la presente investigación se reescaló linealmente el puntaje del docente, siguiendo la metodología del Reporte Técnico de la Evaluación Muestral 2013, de manera que la media aritmética fuera 500 y la desviación estándar, 100 (ver anexo 5 con estadística descriptiva).

La segunda fuente de información es la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE). Esta evaluación se basa en un procedimiento estandarizado que permite conocer el logro de aprendizaje alcanzado en matemática por todos los estudiantes de segundo grado de primaria del Perú. En este *paper* se utilizará la ECE 2009 y la EM 2013, con el objetivo

¹⁹ Para los primeros 5 factores latentes se utilizó las mismas preguntas del cuestionario docente que el Minedu había asignado a cada factor. Para el sexto factor se utilizó las preguntas del cuestionario que permiten identificar la capacidad pedagógica del docente.

de identificar los logros educativos en matemática de una muestra común de estudiantes en dos períodos de tiempo distintos: segundo²⁰ y sexto grado de primaria.

El porcentaje de estudiantes que coincidieron en ambas evaluaciones (ECE 2009 y EM 2013) es aproximadamente 42,000 niños lo cual representa el 64% del total de estudiantes evaluados en la EM. Tal como explica el Minedu, esta coincidencia imperfecta se debe principalmente a²¹:

- No todos los estudiantes que rindieron la ECE 2009 tendrían que haber rendido la EM 2013, ya que estos pueden haber repetido o haberse retirado en alguno de los grados intermedios (también pueden haber migrado al exterior o fallecido).
- Los estudiantes en la ECE 2009 pueden haber sido evaluados en 4to grado de primaria (y no en 2do de primaria) porque asistían a una escuela que desarrollaba Educación Intercultural Bilingüe (EIB).
- Puede existir una gran cantidad de estudiantes que no fueron evaluados en la ECE 2009, puesto que se presentó una fuerte oposición en algunas regiones como Ayacucho, Cajamarca, Cusco, Huancavelica, Puno, entre otras.
- El emparejamiento por nombres y apellidos es un proceso en el cual hay un margen de error originado por la manera cómo cada aplicador registró dichos datos.

Estas cuatro razones fueron brindadas por el Minedu en respuesta a una consulta formal, luego de solicitar los datos emparejados de la ECE 2009 y la EM 2013. Vale apuntar que el ministerio solo detalla la cantidad total de datos no emparejados y no atribuye cantidades específicas sobre cuánto se pierde por cada una de las razones.

Finalmente, la muestra con la que se trabajará está compuesta por 24,986 estudiantes, para los cuales se tiene información sobre sus logros educativos en matemática en 2009 y 2013 y se tiene el cálculo del conocimiento de su docente de matemática en 2013²².

²⁰ Los alumnos que estuvieron en sexto grado el 2013, cursaron el segundo grado en el 2009. Adicionalmente, se solicitó al MINEDU la ECE 2008 para considerar la posibilidad de alumnos repitentes y utilizar la mayor cantidad de datos posibles. No obstante, la información no se nos concedió.

²¹ Estas explicaciones fueron provistas por el Minedu, luego de una consulta formal.

²² No todos los docentes respondieron completamente el cuestionario. Solo se cuenta con cuestionarios completos de 2,361 docentes.

6. Resultados

Nuestras especificaciones base, ecuaciones (2) y (3), se muestran en las tablas 1 y 2, respectivamente. La tabla 1 presenta nuestra especificación más sencilla, por lo que permite verificar nuestra primera hipótesis de trabajo. La tabla 2 permite observar si se cumple la complementariedad entre insumos de la función de producción de aprendizajes y, por tanto, comprobar nuestra segunda hipótesis de trabajo. Al mismo tiempo refuerza las conclusiones de la primera especificación. A continuación se describirá los resultados de la estimación²³.

a. Efecto positivo del conocimiento docente

La tabla 1 muestra el efecto del conocimiento docente sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes bajo distintas especificaciones del modelo simple de valor agregado²⁴. Esta tabla fue elaborada incluyendo todos los insumos de la función de producción de aprendizaje planteados en el marco analítico y la metodología, para poder caracterizar el entorno de aprendizaje de los niños. Asimismo, se incluye un set de controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos.

En la primera columna de la tabla 1 se muestra una regresión en la que se tomó en cuenta únicamente como regresores a los insumos directos de la función de producción (A_{t-1} , H_t , CD_t) y tres principales controles socioeconómicos: expectativas de los padres, satisfacción docente e infraestructura escolar. Tal como se puede apreciar, un aumento de una desviación estándar en el conocimiento del docente incrementa los logros de aprendizaje de los niños en 0.12 desviaciones estándar. Este efecto es significativo al 0.1%.

En la segunda columna de la tabla 1 se incluyó todos los controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos. En este caso, un aumento de una desviación estándar en el conocimiento del docente incrementa los logros de aprendizaje de los niños en 0.10 desviaciones estándar. Por ende, los resultados son robustos ante la inclusión de controles adicionales a los insumos indirectos de la función de producción.

²³ Todos los regresores fueron reescalados de tal manera que el efecto se mida en desviaciones estándar.

²⁴ Ecuación (2) de la metodología.

Tabla 1: Efecto del conocimiento docente sobre los logros educativos

	Logro educativo	
	(1)	(2)
Conocimiento docente	0.3321*** (0.021)	0.3783*** (0.021)
(Conocimiento docente) ²	-0.0002*** (0.000)	-0.0003*** (0.000)
Logro educativo pasado	0.4116*** (0.0020)	0.3827*** (0.002)
Índice de insumos educativos del hogar	0.0655*** (0.0021)	0.0325*** (0.002)
Expectativas de los padres	0.1961*** (0.0022)	0.1708*** (0.002)
Satisfacción del docente	0.0314*** (0.0019)	0.0196*** (0.002)
Infraestructura escolar	0.1675*** (0.0025)	0.1255*** (0.003)
Control por lengua materna	No	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí
Control por gestión del colegio	No	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	Sí
Control por liderazgo del director	No	Sí
Control por sexo	No	Sí
Efecto marginal : $\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}}$	0.1175*** (0.0021)	0.1030*** (0.0023)
<i>N</i>	17,404	17,404

* $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; *** $p < 0.001$. Errores estándar en paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

A manera de mostrar robustez, en el anexo 8 se muestra modelos adicionales que incorporan distintas especificaciones de los controles de la regresión. En las nuevas especificaciones, el efecto marginal del conocimiento docente se encontró en un rango entre 0.9 y 0.12 desviaciones estándar. Esto reafirma la robustez de lo presentado en la tabla 1.

Adicionalmente, se implementó una nueva prueba de robustez: se dividió la muestra en macroregiones y se verificó el impacto del conocimiento docente. La muestra fue dividida en 5 macro regiones políticas²⁵. Luego, se analizó el efecto marginal del conocimiento docente del modelo simple de valor agregado en cada submuestra. Los resultados (ver

²⁵ Macro región 1: Áncash, La Libertad, Tumbes, Cajamarca, Lambayeque y Piura. Macro región 2: Apurímac, Ayacucho, Pasco, Huánuco, Huancavelica y Junín. Macro región 3: Lima Metropolitana, Callao y Lima Provincia. Macro región 4: Ica, Arequipa, Cusco, Moquegua, Puno y Tacna. Macro región 5: Loreto, Madre De Dios, Ucayali, Amazonas y San Martín.

anexo 9) indican que en todas las macro regiones el efecto del conocimiento docente es positivo y de una magnitud similar a lo presentado en la tabla 1, lo cual refuerza nuestros resultados.

Por consiguiente, los resultados indican que el conocimiento docente impacta de manera positiva sobre los logros de aprendizaje. Se concluye que un aumento de una desviación estándar del conocimiento docente incrementa los logros educativos en 0.12 desviaciones estándar con un buen nivel de robustez. Esto sugiere que el modelo es capaz de confirmar nuestra primera hipótesis: existe una relación positiva entre el conocimiento docente y los logros de aprendizaje de los estudiantes en el Perú.

Finalmente, un aspecto importante que se puede extraer de la tabla 1 es que bajo todas las especificaciones, existe evidencia de una productividad marginal decreciente del conocimiento del profesor. Esto se puede apreciar en el coeficiente negativo del término cuadrático del conocimiento docente²⁶.

b. Evidencia de complementariedad de insumos

En la tabla 2 se muestra los resultados de nuestra ecuación de valor agregado, que permite identificar la presencia de complementariedades en la función de producción²⁷. Tal como puede apreciarse, esto se logra al incluir dos interacciones adicionales: i) el conocimiento docente multiplicado por el logro educativo del pasado (complementariedad dinámica); y, ii) el conocimiento docente multiplicado por el índice de insumos educativos del hogar (complementariedad directa). Al igual que la tabla anterior, la tabla 2 fue elaborada incluyendo los insumos de la función de producción de aprendizajes²⁸ y controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos.

La columna 1 de la tabla 2 muestra la especificación más simple para evaluar la existencia de complementariedades en la función de producción. Tal como se aprecia, el coeficiente de la interacción del conocimiento docente y la habilidad pasada es positivo, con lo que se comprueba la existencia de complementariedad dinámica. Asimismo, se puede ver que también se acepta la presencia de complementariedad directa puesto que el coeficiente de

²⁶ Vale mencionar que también se realizó regresiones en donde se incluye el componente cuadrático de todos los insumos de la función de producción. Sin embargo, el efecto marginal del conocimiento docente no se alteró.

²⁷ Ecuación (3) de la sección de metodología.

²⁸ Vale decir que se realizaron también regresiones en donde se incluye el componente cuadrático de todos los insumos de la función de producción. Sin embargo, el efecto marginal del conocimiento docente no se alteró.

la interacción del conocimiento docente con el índice de insumos educativos del hogar es positivo²⁹.

Adicionalmente, en la columna 1 de la tabla 2 se observa que aumentar el conocimiento docente en una desviación estándar incrementa los logros de aprendizaje en 0.11 desviaciones estándar. Este efecto marginal tiene la misma magnitud que el observado en la columna 1 de la tabla 1, lo cual indica que el cambio de especificación del modelo no altera el resultado principal.

En la segunda columna de la tabla 2 se incluyó todos los controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos. Como se puede observar, los coeficientes de las interacciones que evalúan las complementariedades no cambian de magnitud y siguen siendo altamente significativos en esta nueva especificación.

²⁹ Los coeficientes de las interacciones premultiplican a variables que fueron reescaladas para tener una misma media (500) y desviación estándar (100). En este sentido, se espera que las magnitudes de los coeficientes sean bajas, pero significativas.

Tabla 2: Complementariedad de insumos y el conocimiento docente

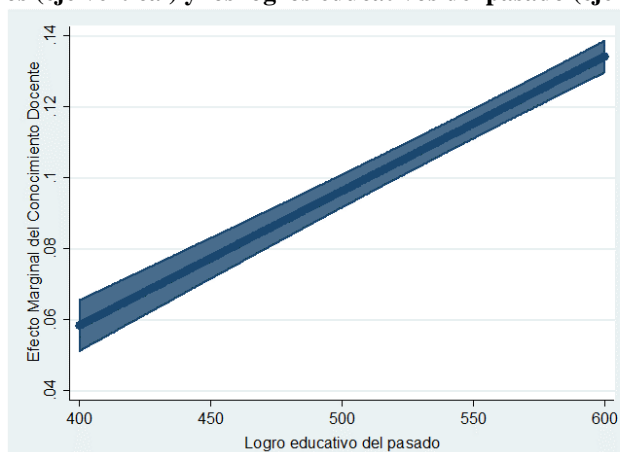
	Logro de aprendizaje	
	(1)	(2)
Conocimiento docente	0.1706*** (0.022)	0.2472*** (0.023)
(Conocimiento docente) ²	-0.0003*** (0.000)	-0.0003*** (0.000)
Logro de aprendizaje pasado	0.2093*** (0.0104)	0.2186*** (0.010)
Índice de insumos educativos de hogar	-0.0113 (0.0109)	-0.0188 (0.011)
(Conocimiento docente)*(Logro educativo pasado)	0.0004*** (0.000)	0.0003*** (0.000)
(Conocimiento docente)*(Índice del hogar)	0.0001*** (0.000)	0.0001*** (0.000)
Expectativas de los padres	0.1956*** (0.0022)	0.1712*** (0.002)
Satisfacción del docente	0.0297*** (0.0019)	0.0190*** (0.002)
Infraestructura escolar	0.1693*** (0.0025)	0.1266*** (0.003)
Control por lengua materna	No	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí
Control por gestión del colegio	No	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	Sí
Control por liderazgo del director	No	Sí
Control por sexo	No	Sí
Efecto marginal : $\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}}$	0.1163*** (0.0021)	0.1035*** (0.0023)
<i>N</i>	17,404	17,404

* $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; *** $p < 0.001$. Errores estándar en paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

En el siguiente gráfico se muestra la relación entre el efecto marginal del conocimiento docente ($\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}}$) y los logros educativos del pasado (A_{it-1}). Consistente con los resultados de la tabla 2, la pendiente de esta relación es positiva para todos los niveles de logro educativo del pasado. En efecto, es claro que la productividad de un profesor aumenta a medida que el capital educativo acumulado del pasado de un niño es mayor³⁰. Esto refuerza la evidencia a favor de la complementariedad dinámica.

³⁰ Esto corrobora lo planteado en el gráfico 1 del marco analítico: $\frac{\partial A_t(\text{Favorecido por } A_{t-1})}{\partial CD_t} > \frac{\partial A_t(\text{Desfavorecido por } A_{t-1})}{\partial CD_t}$.

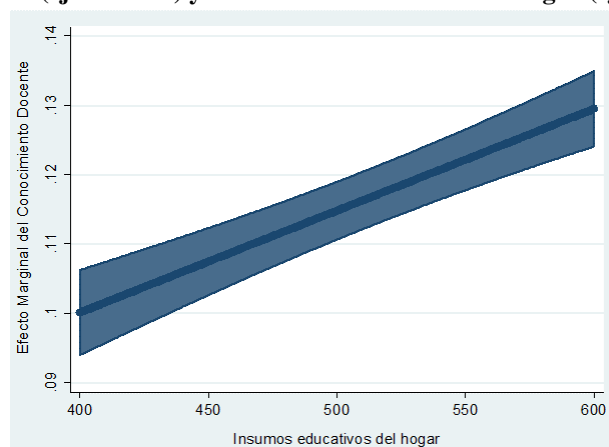
Gráfico 3: Relación entre el efecto marginal del conocimiento docente sobre los logros educativos (eje vertical) y los logros educativos del pasado (eje horizontal)



Nota: Intervalos de confianza al 95%. Elaboración propia.

Por otro lado, el gráfico 4 muestra que la relación entre los insumos educativos del hogar (H_{it}) y el efecto marginal del conocimiento docente ($\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}}$) es positiva para todos los niveles de insumos educativos del hogar. Esto refuerza la evidencia a favor de la complementariedad directa, puesto que los profesores son más productivos cuando educan a niños más favorecidos por insumos educativos del hogar³¹.

Gráfico 4: Relación entre el efecto marginal del conocimiento docente sobre los logros educativos (eje vertical) y los insumos educativos del hogar (eje horizontal)



Nota: Intervalos de confianza al 95%. Elaboración propia.

Para evaluar la robustez de estas complementariedades, en el anexo 10 se muestra modelos adicionales que incorporan distintas especificaciones de los controles de la regresión. En todas estas nuevas especificaciones se encontró que la presencia de complementariedades sigue siendo significativa. Más aún, las magnitudes de dichas complementariedades son robustas.

³¹ Esto corrobora lo planteado en el gráfico 2 del marco analítico: $\frac{\partial A_t(\text{Favorecido por } H_t)}{\partial CD_t} > \frac{\partial A_t(\text{Desfavorecido por } H_t)}{\partial CD_t}$

En este sentido, el modelo ampliado de valor agregado es capaz de confirmar nuestra segunda hipótesis: existe heterogeneidad del efecto del conocimiento de los docentes sobre los alumnos, debido a una complementariedad entre insumos de la función de producción de aprendizajes. En particular, se muestra de manera robusta que existe complementariedad dinámica y complementariedad directa.

c. Enfoque adicional para la discusión educativa

En nuestro análisis anterior se consideró al conocimiento docente como una combinación de *subject matter knowledge* y *pedagogical content knowledge*. Los resultados obtenidos son relevantes; sin embargo, no se ha analizado por separado qué impacto tiene cada uno de estos componentes del conocimiento docente. Esto es particularmente importante, puesto que podría ocurrir que solo sea uno de los dos componentes el que genere los mayores incrementos de logros educativos en los niños. De esta manera, de ser el caso, se podría focalizar las recomendaciones y orientar las políticas hacia la mejora del componente de mayor importancia. Por consiguiente, esta subsección se enfoca en determinar y analizar el impacto desagregado de cada componente del CD sobre los logros educativos.

Como se mencionó en la sección de datos, para este *paper* se calculó seis componentes subyacentes a partir del cuestionario de docentes de la EM 2013 (ver anexo 7). Estos sirvieron para construir la variable de conocimiento docente (CD). De estos seis componentes, cinco pertenecen al *subject matter knowledge* y uno al *pedagogical content knowledge*. Por consiguiente, para efectos del análisis de esta sección, se realizó un nuevo CATPCA para hallar el *subject matter knowledge* con los cinco componentes subyacentes que lo conformaban. Mientras que, el constructo de *pedagogical content knowledge* no tuvo que ser elaborado nuevamente, puesto que era uno de los seis componentes subyacentes³² (ver anexo 11 con los resultados de la elaboración de ambos constructos).

La tabla 3 muestra los efectos marginales del *subject matter knowledge* (SMK) y del *pedagogical content knowledge* (PCK) sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes bajo distintas especificaciones del modelo simple de valor agregado. Como se puede ver en la primera columna, un aumento de una desviación estándar de SMK incrementa los

³² Es importante acotar que el constructo de *subject matter knowledge* ha sido elaborado a partir de un mayor número de preguntas del cuestionario docente que el constructo de *pedagogical content knowledge*. La diferencia en el número de preguntas usadas para elaborar ambos constructos es una limitación de nuestro trabajo. Ello debido a que la fiabilidad del *subject matter knowledge* podría ser mayor que la del *pedagogical content knowledge* (esto se aprecia en el anexo 11, donde se ve que el alpha de Cronbach del *subject matter knowledge* es mayor que el del *pedagogical content knowledge*).

logros de aprendizaje en 0.07 desviaciones estándar; mientras que un aumento del PCK lo hace en 0.059 desviaciones estándar. En la segunda columna, se incluye los controles de perfil socioeconómico y los efectos de SMK y PCK pasan a ser 0.0566 y 0.0583 desviaciones estándar respectivamente.

Tabla 3: Efecto del conocimiento docente desagregado

	Logros de aprendizaje	
	(1)	(2)
<i>Subject matter knowledge</i>	0.1586*** (0.021)	0.2110*** (0.021)
<i>(Subject matter knowledge)</i> ²	-0.0001*** (0.000)	-0.0002*** (0.000)
<i>Pedagogical content knowledge</i>	0.1912*** (0.018)	0.1746*** (0.018)
<i>(Pedagogical content knowledge)</i> ²	-0.0001*** (0.000)	-0.0001*** (0.000)
Logro educativo pasado	0.4116*** (0.0020)	0.3821*** (0.0020)
Índice del hogar	0.0655*** (0.0021)	0.0322*** (0.0022)
Expectativas de los padres	0.1961*** (0.0022)	0.1703*** (0.0023)
Satisfacción del docente	0.0314*** (0.0019)	0.0197*** (0.0020)
Infraestructura escolar	0.1675*** (0.0025)	0.1272*** (0.0032)
Control por lengua materna	No	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí
Control por gestión del colegio	No	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	Sí
Control por liderazgo del director	No	Sí
Control por sexo	No	Sí
Efecto marginal (SMK)	0.0704*** (0.0026)	0.0566*** (0.0027)
Efecto marginal (PCK)	0.0591*** (0.0026)	0.0583*** (0.0026)
<i>N</i>	17,404	17,404

* $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; *** $p < 0.001$. Errores estándar en paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

De estos resultados, se puede extraer distintas conclusiones. En primer lugar, los efectos marginales del SMK y del PCK son ambos positivos, lo cual descarta que sea solo un componente el que determina el impacto del conocimiento docente (CD).

En segundo lugar, los impactos del SMK y PCK sobre el rendimiento educativo son menores que el efecto marginal conjunto que tuvo la variable de conocimiento docente (CD) en el modelo simple (véase tabla 1). Esto indica que el impacto de un docente sobre los logros de aprendizaje de los niños es mayor cuando el docente cuenta con SMK y PCK a la vez, que cuando cuenta con solo uno de los dos componentes por separado.

Finalmente, no se puede afirmar cuál de los efectos marginales -entre el PCK y el SMK- es mayor. En la primera columna de la tabla 3, el efecto marginal del SMK es mayor que el del PCK. Sin embargo, cuando se agrega los controles de perfil socioeconómico en la columna 2, el efecto marginal del PCK se vuelve mayor que el del SMK. A manera de analizar la robustez, en el anexo 12 se muestra modelos adicionales que incorporan distintas especificaciones de los controles de la regresión. Nuevamente, no queda claro qué componente del conocimiento docente es más importante, puesto que en algunos casos el efecto marginal del SMK es mayor que el del PCK y en otros casos ocurre lo contrario. En este sentido, lo más conservador es concluir que los impactos del SMK y del PCK sobre los logros educativos son significativos y muy cercanos entre sí, pero no se puede afirmar cuál de los componentes impacta más.

d. Limitaciones

En el presente *paper* existen dos principales limitaciones: i) un posible error de medición al estimar el conocimiento docente; y, ii) una reducción de la muestra de datos de la EM 2013 que puede haber comprometido la estimación de los efectos.

En este trabajo se ha utilizado como variable fundamental al conocimiento docente. No obstante, es importante recordar que este conocimiento no es observable. En efecto, el conocimiento docente (tanto pedagógico como de la materia) fue calculado gracias a una batería de preguntas que buscaba evaluar la capacidad de un docente con respecto a fracciones. En este sentido, es posible que exista error de medición en el cálculo de nuestra variable principal. Esto podría haber generado un sesgo de atenuación en nuestros

modelos (Pischke, 2007)³³. Así, el impacto de aumentar el conocimiento docente en el Perú podría ser mayor que el que hemos estimado.

Finalmente, la segunda limitación de nuestro *paper* se debe a una reducción de muestra de la EM 2013. Nuestra muestra de 66,500 alumnos y 3,000 profesores se redujo a 25,000 estudiantes y 2,400 docentes, para poder obtener el logro educativo en matemática de los alumnos tanto en 2do de primaria como en 6to de primaria. Esto podría ocasionar problemas de sesgo por truncamiento incidental y, por tanto, inconsistencia en nuestros estimadores. Se debe recordar que los datos no se emparejaron perfectamente posiblemente por problemas de alumnos repitentes o desertores, por profesores que no sabían las respuestas a las preguntas de la EM 2013, o finalmente porque el Minedu decidió no evaluar a ciertos colegios. Por tanto, es necesario comprobar si estas razones realmente causaron que nuestra muestra final se quedara con los mejores alumnos (o con los mejores profesores). De ser este el caso, nuestra muestra no sería aleatoria debido al problema del truncamiento incidental.

Para verificar lo anterior, se planteó un modelo Heckit en dos etapas, el cual puede observarse en el anexo 13. Este modelo confirma que nuestra muestra no pierde aleatoriedad, puesto que la inversa del ratio de Mills es no significativa. Así, ninguna de las razones de la exclusión de los datos al emparejar las bases ha generado truncamiento incidental. Se confirma entonces que la limitación de la muestra no compromete la consistencia de nuestros estimadores.

7. Conclusiones y recomendaciones

La presente investigación tuvo como propósito evaluar el impacto que tiene el conocimiento docente sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes peruanos. Para ello, se planteó una nueva forma de medida de conocimiento docente compuesta por *subject matter knowledge* y *pedagogical content knowledge*, basándonos en el trabajo de Shulman (1986). Tomando esto en cuenta, en este *paper* se calculó esta medida de conocimiento docente a través del método de componentes principales categóricos.

³³ Cuando existe error de medición se cumple que $plim \hat{\beta} = \beta * \frac{\sigma_{\epsilon_D}^2}{\sigma_{\epsilon_D}^2 + \sigma_{\omega}^2}$. Por ende $\hat{\beta} < \beta$.

Nuestro trabajo tuvo como objetivo evaluar dos hipótesis. En primer lugar, se buscó probar que existe una relación positiva entre el conocimiento docente y el aprendizaje de los estudiantes en el Perú. En segundo lugar, dado que el patrón de inequidades de nuestro sistema educativo³⁴ nos indicaba que el efecto del conocimiento docente podría ser heterogéneo, se probó si el efecto del conocimiento docente era mayor en los sectores favorecidos³⁵. Nosotros proponemos que la heterogeneidad puede darse por complementariedad entre los insumos de la función de producción de aprendizajes.

La metodología utilizada para comprobar nuestras hipótesis fue el modelo de *value added*, que incluye la habilidad pasada del alumno como un componente de valor agregado, y así controla por insumos familiares y escolares previos y cualquier otra dotación no observable o *shocks* del pasado. Para aplicar esta metodología, se unió la información de la Evaluación Muestral 2013 y de la Evaluación Censal de Estudiantes 2009. Así, nuestro estudio es el primero que aprovecha esta estructura longitudinal para identificar el efecto del conocimiento docente sobre los logros educativos de los niños peruanos.

Los resultados de nuestras estimaciones son concluyentes e indican que se verifican nuestras dos hipótesis. En primer lugar, bajo distintas especificaciones, el conocimiento docente impacta de manera positiva sobre los logros de aprendizaje. Se concluye que un aumento de una desviación estándar del conocimiento docente incrementa los logros educativos en 0.12 desviaciones estándar. Las pruebas de robustez indican que este resultado es robusto tanto en su magnitud como en su nivel de significancia.

Vale apuntar que se ha mostrado que es relevante que los docentes dominen la materia que enseñan (*subject matter knowledge*) y cuenten con capacidades pedagógicas para la enseñanza (*pedagogical content knowledge*). Asimismo, se mostró que si un profesor cuenta con cada componente por separado impacta menos sobre los logros educativos que cuando tiene a los dos componentes como un todo. Esto quiere decir que un profesor con ambas habilidades desarrolladas impacta más en el aprendizaje de un niño en comparación con un profesor que solo ha desarrollado más una habilidad. A esto se le debe agregar que ambos componentes de docencia tienen un impacto sobre los logros educativos muy similar; es decir, no se puede colegir qué componente es más importante. En tal sentido, es recomendable asegurar que las políticas educativas de acompañamiento

³⁴ Los estudiantes con el peor rendimiento se ubican en los departamentos más pobres del país, en el ámbito rural, en las zonas de la sierra sur y selva y además, asisten a instituciones públicas (UMC; 2005, 2014, 2015, 2016).

³⁵ En donde los niños tienen un mayor nivel de aprendizaje acumulado en el pasado y existen mejores insumos educativos en el hogar

pedagógico sean integrales y contengan elementos que desarrollen ambas competencias en los profesores.

Por otra parte, con respecto a nuestra segunda hipótesis, comprobamos que hay evidencia de efectos heterogéneos del conocimiento docente debido a complementariedades en la función de producción de aprendizajes. Por un lado, los docentes son más productivos cuando educan a niños con mayor stock de aprendizajes acumulados, es decir existe complementariedad dinámica. Por otro lado, los docentes son más productivos cuando se tiene un mejor entorno educativo dentro del hogar, es decir existe complementariedad directa. Estos resultados son robustos.

En efecto, el conocimiento docente tiene un impacto positivo en el aprendizaje de los niños, pero su impacto es mayor en los sectores más favorecidos del país. Este resultado merece atención, ya que eso indicaría que las brechas educativas ya existentes en el Perú pueden continuar expandiéndose. Por tanto, si bien se debe procurar que se incremente el conocimiento de los docentes de todo el sistema educativo, es aconsejable asignar esfuerzos de mejora docente con especial énfasis en los sectores desfavorecidos, para promover el cierre de brechas educativas.

Estas políticas de mejora docente enfocadas a las dos capacidades de docencia (*subject matter knowledge* y *pedagogical content knowledge*) y de énfasis en sectores desfavorecidos encajan en dos áreas de política del Minedu: revalorización de la carrera docente y mejora de los aprendizajes con énfasis en el cierre de brechas. Por ello, consideramos que nuestras recomendaciones contribuyen a un tema vigente en la agenda educativa del país.

Finalmente, una de las principales limitaciones de nuestra metodología es la reducción de muestra en nuestra base de datos principal (EM 2013). Ello debido a que se requirió contar con información de logros de aprendizaje de los niños en dos períodos de tiempo y, por distintos motivos, no se puede obtener un emparejamiento perfecto. En este *paper* se mostró que este recorte de muestra no genera problemas de sesgo por truncamiento incidental. Sin embargo es importante que la posibilidad de existencia de este sesgo se tenga siempre en cuenta para futuras investigaciones.

Anexos

Anexo 1

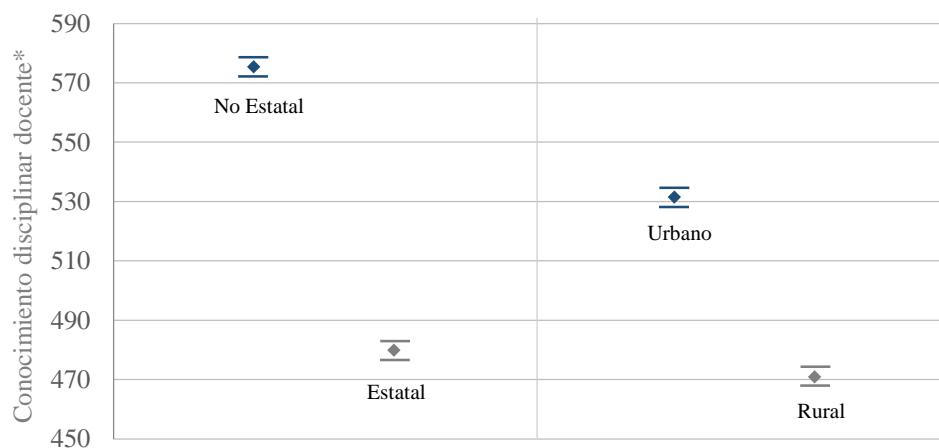
Tabla 4: Brechas de equidad en el rendimiento de estudiantes de sexto grado de primaria - 2013

	Calificación promedio		Niveles de logro							
			Previo al inicio		En inicio		En proceso		Satisfactorio	
	\bar{X}	e.e	%	e.e	%	e.e	%	e.e	%	e.e
Nacional	500	(1.7)	19.0	(0.42)	25.6	(0.42)	39.4	(0.42)	16.0	(0.63)
Urbana	520	(1.89)	12.0	(0.36)	24.1	(0.50)	44.2	(0.47)	19.7	(0.77)
Rural	430	(2.05)	43.7	(1.01)	30.9	(0.66)	22.3	(0.77)	3.1	(0.36)
No estatal	555	(3.04)	5.3	(0.43)	15.9	(0.80)	47.4	(0.83)	31.5	(1.35)
Estatal	484	(2.08)	23.0	(0.53)	28.5	(0.51)	37.0	(0.49)	11.5	(0.73)

Fuente: Minedu-UMC. Base de datos EM 2013. Elaboración propia.

Anexo 2

Gráfico 5: Brechas de equidad en los docentes de matemática – 2013



*Esta medida de conocimiento disciplinar fue calculada por el MINEDU en la EM 2013 y no incluye conocimiento pedagógico. Por ende, es una medida distinta a la variable que utilizaremos en nuestro *paper*.

Fuente: Minedu-UMC. Base de datos EM 2013. Elaboración propia.

Anexo 3

Tabla 5: Niveles de representatividad de la EM 2013

Prueba en matemática			Representatividad
Nacional			✓
Región			✓
Ámbito	Urbano	Rural	✓
Gestión	Estatal	Privado	✓
Sexo	Hombre	Mujer	✓
Lengua del estudiante	Castellano	Originaria	✓
Característica de la IE	Polidocente	Multigrado	✓
Area y característica de la IE estatal	E. urbano	E. rural	✓
	E. polidocente	E. multigrado	

Fuente: Minedu-UMC. Base de datos EM 2013. Elaboración propia.

Anexo 4

Tabla 6: Principales controles incluidos en la regresión

Variables de control	Explicación valor	Justificación de la inclusión
Controles de familia		
Expectativa educativa del padre sobre el hijo	Este índice refleja la percepción del padre sobre el máximo nivel educativo que alcanzará su hijo. El índice se encuentra entre 0 y 1, donde un valor cercano a "0" indica que el padre tiene bajas expectativas educativas sobre su hijo, mientras que un valor cercano a "1" refleja que el padre tiene altas expectativas educativas del hijo.	Cuando los padres tienen altas expectativas para la educación de sus hijos pueden elegir escuelas o aulas dentro de las escuelas con los profesores de mayor conocimiento de la materia y pedagogía, y también promover el aprendizaje de sus hijos de otras maneras. (Glewwe y Kremer, 2006; Altinok, 2013). Por ende, este es un control relevante puesto que caracteriza al entorno educativo del niño.
Controles de colegio		
Infraestructura del colegio y disponibilidad de materiales	Este índice se compone de las siguientes características de la IE: 1) Pistas y veredas; 2) Electricidad; 3) Red pública de agua; 4) Red de telefonía; 5) Señal de internet; y, 6) Disponibilidad de materiales (carpetas suficientes, escritorios suficientes, libros suficientes, materiales del aula, y plana docente completa). El índice se encuentra entre 0 y 1, donde un valor de "0" indica que no se cuenta con ninguno de los factores de infraestructura y disponibilidad de materiales, y un valor de "1" indica que se cuenta con todos los factores de infraestructura y disponibilidad de materiales.	Una omisión común de los modelos de <i>value added</i> son los controles por infraestructura educativa y materiales disponibles del colegio. Numerosas investigaciones resaltan su importancia, puesto que los logros de aprendizaje de los niños pueden verse afectados por otros factores intra escuela como los niveles de infraestructura escolar y materiales disponibles (Banco Mundial, 1996; Harbison y Hanushek, 1992; Goe, 2007). En efecto, es posible que docentes con alto CD no puedan generar logros de aprendizaje en los alumnos debido a carencias de infraestructura escolar o materiales incompletos.

Controles del profesor de matemática		
Motivación del profesor	Índice que va de 0 a 1, donde 1 indica que el profesor se encuentra muy satisfecho con: a) su relación con los estudiantes evaluados, b) su relación con los Padres de Familia de los estudiantes evaluados, c) su relación con el Director de la Institución Educativa, d) su relación con los demás docentes de la Institución Educativa, e) su relación con los Promotores o Propietarios de la Institución Educativa, f) la programación curricular de la Institución Educativa, g) las normas y la disciplina de la Institución Educativa, h) la infraestructura y recursos educativos de la Institución Educativa, i) su remuneración.	La literatura económica educativa ha tenido dificultad de medir la motivación de los profesores, lo cual causaba un problema potencial de sesgo por variable omitida en cualquier medición causal de calidad docente. Ello ya que profesores más motivados incitaban más aprendizaje de estudiantes pero también acumulaban mayor conocimiento de la materia de su curso e incluso podían mejorar su pedagogía (Altinok, 2013). En este sentido, es importante incluir este control en la estimación.
Controles adicionales (variables socioeconómicas determinantes de los insumos)		
Lengua materna	Variable <i>dummy</i> que toma el valor de 1 si la lengua materna del estudiante es castellano y 0 de otro modo.	Como se menciona en Castro (2015), la inclusión de estos determinantes exógenos de insumos se realiza para controlar por la posibilidad de haber omitido insumos de producción relevantes. Por consiguiente, incluir estos determinantes es útil para evaluar la robustez del modelo.
Ámbito geográfico	Variable <i>dummy</i> que toma el valor de 1 si el estudiante estudia en un colegio que pertenece al ámbito urbano y 0 si pertenece al rural.	
Gestión del colegio	Variable <i>dummy</i> que toma el valor de 1 si el colegio es gestionado de manera privada y 0 si lo gestiona el Estado.	
Autoeficacia del estudiante	Este índice refleja la autopercepción del estudiante sobre su rendimiento. El índice se encuentra entre 0 y 1, donde un valor cercano a "0" indica que el estudiante piensa que no podrá obtener buenas calificaciones.	
Liderazgo del director	El índice se encuentra entre 0 y 1, donde un valor cercano a "0" indica que el director carece de liderazgo.	
Sexo	Variable <i>dummy</i> que toma el valor de 1 si el estudiante es hombre y el valor de 0 si es mujer.	

Elaboración propia

Anexo 5

Tabla 7: Estadística descriptiva de logros de aprendizaje en matemáticas a nivel de alumno – 2013

	Número de observaciones	Calificación promedio	e.e	Mín	Máx
Nacional	65,371	500	(1.7)	59	897
Urbana	54,127	520	(1.89)	59	897
Rural	11,244	430	(2.05)	63	873
No estatal	11,463	555	(3.04)	184	897
Estatal	53,908	484	(2.08)	59	897

Fuente: Minedu-UMC. Base de datos EM 2013. Elaboración propia.

Tabla 8: Estadística descriptiva de conocimiento docente* – 2013

	Número de observaciones	Calificación promedio	e.e	Mín	Máx
Nacional	2,361	500	(0.73)	297	681
Urbana	1,619	534	(0.96)	297	681
Rural	742	466	(0.97)	297	681
No estatal	429	577	(1.17)	345	681
Estatal	1,932	476	(0.79)	297	681

Este conocimiento docente es calculado por los autores de este *paper*.
Fuente: Minedu-UMC. Base de datos EM 2013. Elaboración propia.

Anexo 6

Gráfico 6: Ejemplo de pregunta que evalúa el *subject matter knowledge*

3. Al resolver el siguiente problema:

La siguiente figura muestra un bloque que representa $\frac{1}{6}$ de un sólido.



¿Cuántos bloques se deben agregar a esta figura para mostrar el sólido completo?

algunos estudiantes respondieron que se deben agregar 6 bloques para mostrar el sólido completo. Una adecuada explicación de por qué responden de ese modo es:

(Marque solo **una respuesta**)

- a) comprenden muy bien el concepto de fracción, ya que cumple con tomar 1 de 6.
- b) porque se muestra una parte de otras 6, siendo entonces una respuesta correcta.
- c) no comprenden que el bloque mostrado también es parte del total.
- d) no comprenden el problema porque lo que debe hacer el estudiante es dividir el bloque mostrado en 6 partes iguales.

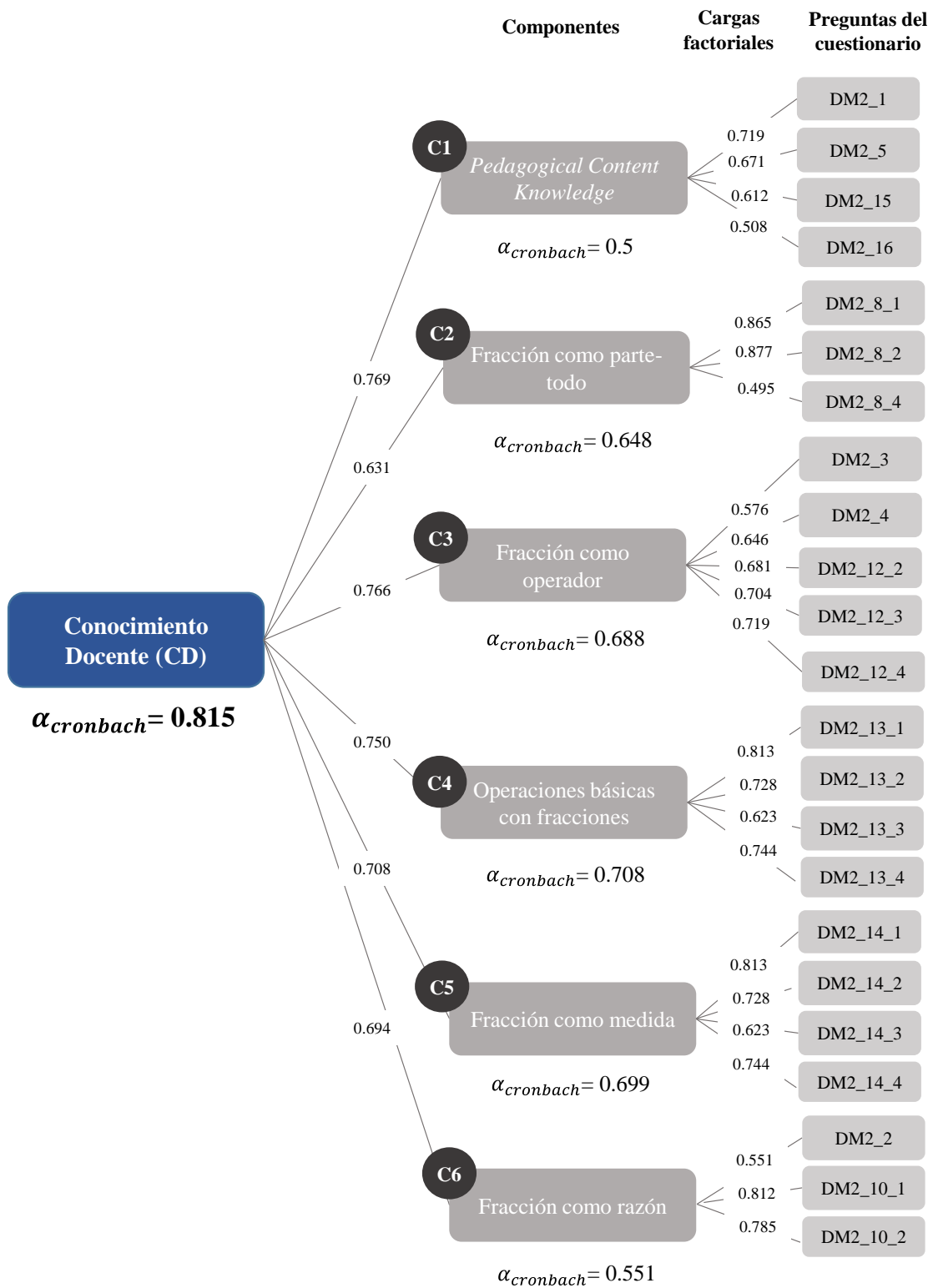
Fuente: Minedu-UMC, 2016.

Gráfico 7: Ejemplo de pregunta que evalúa el *pedagogical content knowledge*

16. Formule un problema de contexto cotidiano en el que intervenga la siguiente operación: $2\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$

Fuente: Minedu-UMC, 2016.

Anexo 7



Elaboración propia.

Anexo 8

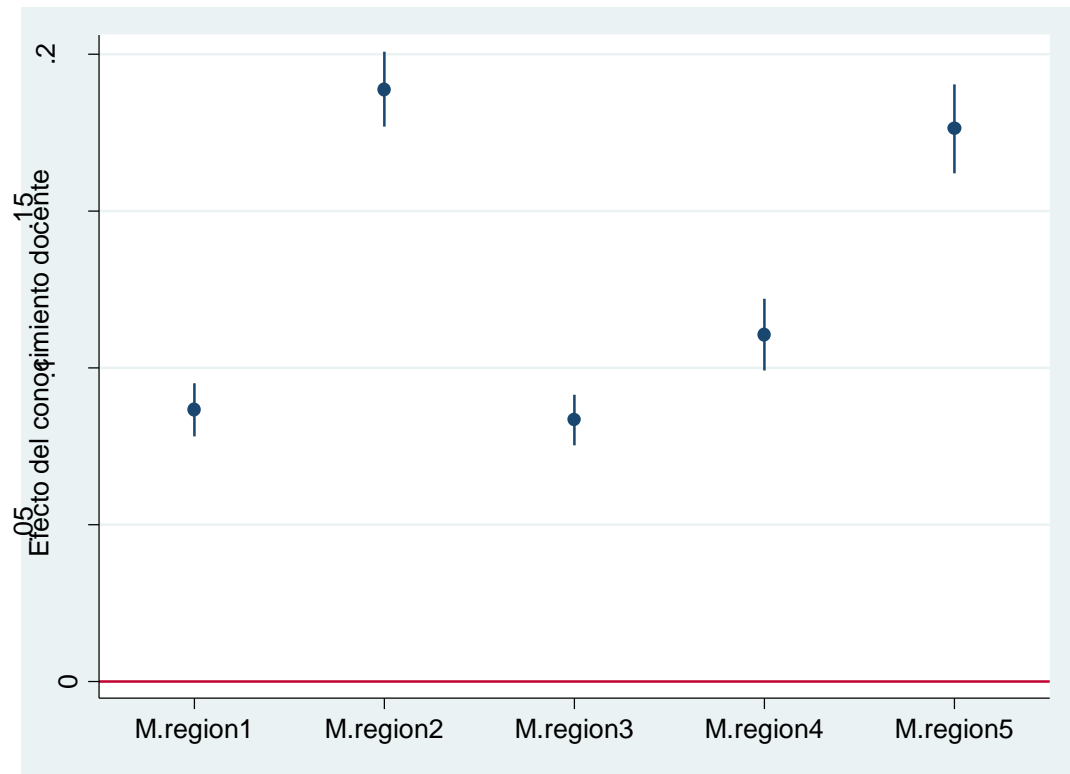
Tabla 9: Pruebas de robustez para el modelo simple

	Logro de aprendizaje				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Conocimiento docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
(Conocimiento docente) ²	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Logro de aprendizaje pasado	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Índice de recursos educativos del hogar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Infraestructura escolar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Expectativas de los padres	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Satisfacción del docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por lengua materna	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por gestión del colegio	No	No	Sí	Sí	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	No	No	Sí	Sí
Control por liderazgo del director	No	No	No	No	Sí
Control por sexo	No	No	No	No	No
Efecto marginal: $\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}}$	0.1179*** (0.0021)	0.1186*** (0.0021)	.0950*** (0.0023)	0.1003*** (0.0023)	0.1026*** (0.0023)
<i>N</i>	17,404	17,404	17,404	17,404	17,404

* $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; *** $p < 0.001$. Errores estándar en paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

Anexo 9

Gráfico 8: Estimación del conocimiento docente por macroregiones políticas



Elaboración propia.

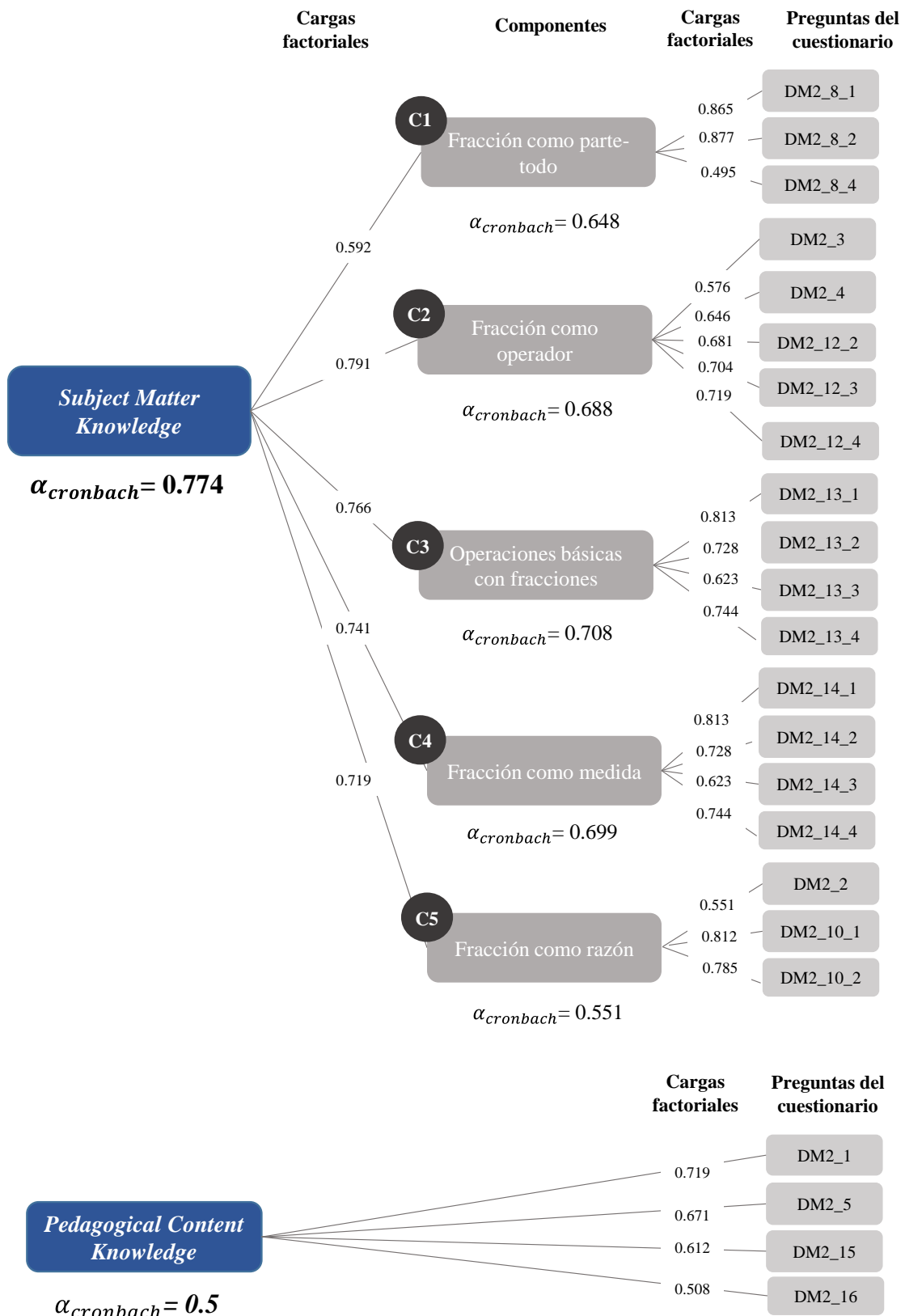
Anexo 10

Tabla 10: Pruebas de robustez para el modelo con complementariedades

	Logro de aprendizaje				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Conocimiento docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
(Conocimiento docente) ²	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Logro de aprendizaje pasado	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Índice de recursos educativos del hogar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
(Conocimiento docente)* (Logro educativo pasado)	0.0004*** (0.000)	0.0004*** (0.000)	0.0004*** (0.000)	0.0003*** (0.000)	0.0003*** (0.000)
(Conocimiento docente)* (Índice del hogar)	0.0001*** (0.000)	0.0001*** (0.000)	0.0001*** (0.000)	0.0001*** (0.000)	0.0001*** (0.000)
Expectativas de los padres	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Satisfacción del docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Infraestructura escolar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por lengua materna	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por gestión del colegio	No	No	Sí	Sí	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	No	No	Sí	Sí
Control por liderazgo del director	No	No	No	No	Sí
Control por sexo	No	No	No	No	No
Efecto marginal : $\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}}$	0.1167*** (0.0021)	0.1174*** (0.0021)	0.0956*** (0.0023)	0.1008*** (0.0023)	0.1031*** (0.0023)
<i>N</i>	17,404	17,404	17,404	17,404	17,404

* $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; *** $p < 0.001$. Errores estándar en paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

Anexo 11



Elaboración propia.

Anexo 12

Tabla 11: Pruebas de robustez para el modelo con conocimiento docente desagregado

	Logro de aprendizaje				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
<i>Subject matter knowledge</i>	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
<i>(Subject matter knowledge)²</i>	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
<i>Pedagogical content knowledge</i>	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
<i>(Pedagogical content knowledge)²</i>	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Logro de aprendizaje pasado	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Índice del hogar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Expectativas de los padres	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Satisfacción del docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Infraestructura y materiales escolares	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por lengua materna	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por gestión del colegio	No	No	Sí	Sí	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	No	No	Sí	Sí
Control por liderazgo del director	No	No	No	No	Sí
Control por sexo	No	No	No	No	No
Efecto marginal (SMK)	0.0704*** (0.0026)	0.0726*** (0.0026)	0.058*** (0.0027)	0.0536*** (0.0027)	0.0567*** (0.0027)
Efecto marginal (PCK)	0.0596*** (0.0026)	0.0577*** (0.0026)	0.0543*** (0.0026)	0.0592*** (0.0026)	0.0576*** (0.0026)
<i>N</i>	17,404	17,404	17,404	17,404	17,404

* $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; *** $p < 0.001$. Errores estándar en paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

Anexo 13

A continuación se muestra la aplicación del modelo *Heckit* para corregir por la posibilidad de sesgo por truncamiento incidental. Primero se especificó una ecuación que caracteriza la probabilidad de que se tenga la información emparejada y completa de un alumno (y su respectivo profesor). Así, se define una variable dependiente binaria que fue llamada “selección” que indica 1 si el alumno pertenece a la muestra final utilizada para este *paper* y 0 de otro modo. En esta primera etapa, entonces, se estima un modelo *probit* con las variables que determinan la selección de los alumnos y podrían generar sesgo en la misma³⁶. Esta primera etapa permite calcular la inversa del ratio de Mills.

En la segunda etapa se desarrolla la ecuación que permite obtener el efecto marginal del conocimiento docente sobre los logros educativos de los niños. Como se puede ver en la tabla 12, en esta segunda etapa se incluye como regresor adicional a la inversa del ratio de Mills (λ). El coeficiente que acompaña a esta variable no es significativamente distinto de cero, lo cual implica que no existe un problema de sesgo de selección.

Tabla 12: Modelo Heckit para evaluar el posible sesgo de selección

Primera etapa: selección		Segunda etapa: logro educativo	
Area geográfica	-0.1481*** (0.0301)	Conocimiento docente	0.3207*** (0.0611)
Gestión del colegio	0.0264 (0.0302)	(Conocimiento docente) ²	-0.0002** (0.0001)
Trabajo infantil	-0.1618*** (0.0239)	Logro educativo pasado	0.4261*** (0.0058)
Reforzamiento escolar	0.1236*** (0.0239)	Índice del hogar	0.0599*** (0.0062)
Rendimiento general en el colegio	0.1797*** (0.0228)	Expectativas de los padres	0.1923*** (0.0065)
Lengua materna	3.5192*** (0.0273)	Satisfacción del docente	0.0292*** (0.0056)
Sexo	2.0131*** (0.0405)	Infraestructura escolar	0.1765*** (0.0076)
		Lambda (Inversa del ratio de Mills)	0.2632 (1.1291)
		Efecto marginal	0.1134*** (0.0066)
N	56,003	N	17,404

* $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; *** $p < 0.001$. Errores estándar en paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

³⁶ Estas variables tienen como objetivo controlar por la posibilidad de que la muestra final esté compuesta únicamente por los mejores alumnos (o los mejores docentes). Por tanto, se incluyen variables de perfil socioeconómico y además ciertas variables que son causantes, siguiendo a Farías *et al* (2007), de la deserción y repitencia escolar.

Bibliografía

- Altinok, N. (2013). *The impact of teacher knowledge on student achievement in 14 sub-Saharan African countries*. Paris: UNESCO.
- Andrabi, T., Das, J., Khwaja, A., & Zajonc, T. (2011). Do Value-Added Estimates Add Value? Accounting for Learning Dynamics. *American Economic Journal*, 29-54.
- Banco Mundial. (1996). *India: Primary Education Achievement and Challenges*. DC: The World Bank Washington.
- Barber, M., & Mourshed, M. (2007). *How the world's best-performing school systems come out on top: McKinsey and Company*. McKinsey and Company.
- Barro, R. (1991). Economic growth in a cross-section of countries. *Quarterly Journal of Economics* 106 (2), 407–443.
- Bedi, A. S., & Marshall, J. H. (2002). Primary School Attendance in Honduras. *Journal of Development Economics*, 129–153.
- Begle, E. (1972). *Teacher knowledge and student achievement in algebra*. Palo Alto: Stanford University Press.
- Begle, E. (1979). *Critical variables in mathematics education: Findings from a survey of the empirical literature*. Washington DC: Mathematical Association of America and National Council of Teachers of Mathematics.
- Behrman, J. R., Ross, D., & Sabot, R. (2008). Improving Quality versus Increasing the Quantity of Schooling: Estimates of Rates of Return from Rural Pakistan. *Journal of Development Economics*, 94–104.
- Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2002). *Working inside the black box: Assessment for learning in the classroom*. Londres: King's College.
- Boyd, D., Grossman, P., Lankford, H., Loeb, S., & Wyckoff, J. (2005). *How changes in entry requirements alter the teacher workforce and affect student achievement*. Teacher Policy Research: Albany.
- Buddin, R., & Zamarro, G. (2009). *Teacher Effectiveness in Urban High Schools*. Institute of Education Sciences. Rand Education .
- Castro, J. F. (2015). *Linear Decompositions of Cognitive Achievement Gaps: A Cautionary Note and an Illustration Using Peruvian Data*. Lima: CIUP Working Paper DD1508.
- Castro, J. F. (2017). *Revisiting Dynamic Complementarity in the Production of Cognitive Skill and its Implications for a Cognitive Achievement Gap Decomposition*. Lima : Universidad del Pacífico.
- Castro, J., & Rolleston, C. (2015). *Explaining the urban-rural gap in cognitive achievement in Peru: The Role of Early Childhood Environments and School Influences*. Young Lives.

- Cavalluzo, L. (2004). *Is National Board Certification an effective signal of teacher quality?* . Alexandria: CNA Corporation.
- Clotfelter, C., Ladd, H., & Vigdor , J. (2006). *Teacher-student matching and the assessment of teacher effectiveness*. Cambridge: National Bureau of Economic Research.
- Coleman , J., Campbell, F., Hobson, C., McPartland, J., Mood, A., & Weinfeld, F. (1966). *Equality of educational opportunity*. Washington DC: U.S. Government Printing Office.
- Cuesta, A., Glewwe, P., & Krause, B. (2015). School infrastructure and educational outcomes: a literature review, with special reference to Latin America. *Economía (por publicar)*.
- Cunha, F., & Heckman, J. (2007). The Technology of Skill Formation. *American Economic Review*, 31-47.
- Darling-Hammond, L. (2000). Teacher Quality and Student Achievement: A Review of State Policy Evidence. *Education Policy Analysis Archives, Volume 8 Number 1*, 1-44.
- Deming, D., Hastings, J., Cane, T., & Staiger, D. (2014). School choice, school quality and post secondary attainment. *American Economic Review*, 991-1013.
- Díaz, H., & Saavedra, J. (2000). *La Carrera de Maestro: Factores Institucionales, Incentivos Económicos y Desempeño*. Lima: Grupo de Análisis para el Desarrollo .
- Ehrenberg, R. G., & Brewer, D. J. (1995). Did Teachers' Verbal Ability and Race Matter in the 1960s? *Economics of Education Review*, 1-21.
- Eide, E., Goldhaber, D., & Brewer, D. (2004). The teacher labour market and teacher quality. *Oxford Review of Economic Policy*, 230–244.
- Espinoza Lecca, E., Espezua Berrios, L., & Choque Larrauri, R. (2015). *¿Qué significa ser profesor en el Perú?* Lima: PRONABEC.
- Farías, M., Fiol , D., Kit, I., & Melgar , S. (2007). *Propuestas para superar el fracaso escolar*. Buenos Aires: UNICEF.
- Ferguson, R. (1991). Paying for Public Education: New Evidence on How and why Money Matters. *Harvard Journal on Legislation*, 28, 465-498.
- Frome , P., Lasater, B., & Cooney, S. (2005). *Well- qualified teachers an quality teaching: Are they the same?* Atlanta: Southern Regional Education Board.
- Glewwe, P., & Kremer, M. (2006). Schools, Teachers, and Education Outcomes in Developing Countries. In E. Hanushek, & F. Welch, *Handbook of the Economics of Education, Volume 2* (pp. 945-1017). Elsevier B.V.
- Glewwe, P., & Miguel, E. (2008). The Impact of Child Health and Nutrition on Education in Less Developed Countries. In *Handbook of Development Economics* (pp. 3561- 3606). Elsevier B.V.

- Goe, L. (2002). Legislating equity: The distribution of emergency permit teachers in California. *Education Policy Analysis Archives*, 10(42), 1-50.
- Goldhaber, D. D., & Brewer, D. J. (1999). Does teacher certification matter? High school teacher certification status and student achievement. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 22.
- Goldhaber, D., & Brewer, D. (1997). Why Don't Schools and Teachers Seem to Matter? Assessing the Impact of Unobservables on Educational Productivity. *The Journal of Human Resources*, 32 (3).
- Greenwald, R., Hedges, L., & Laine, R. (1996). The effect of school resources on student achievement. *Review of Educational Research*, 361-396.
- Guadalupe, C., León, J., & Cueto, S. (2013). *Charting progress in learning outcomes in Peru using national assessments*. UNESCO.
- Hanushek, E. (1971). Teacher Characteristics and Gains in Student Achievement: Estimation Using Micro Data. *American Economic Review*, 280-288.
- Hanushek, E. (1981). Throwing money at schools. *Journal of Policy Analysis and Management*, 19-41.
- Hanushek, E. (1986). The economics of schooling: production and efficiency in public schools.
- Hanushek, E. (1992). The Trade-Off between Child Quantity and Quality. *Journal of Political Economy*, 84-117.
- Hanushek, E. (1996). A more complete picture of school resource policies. *Review of Educational Research*, 66, 397-409.
- Hanushek, E. (1997). Assessing the effects of school resources on student performance: an update. *Educational Evaluation and Policy Analysis* 1, 141-164.
- Hanushek, E. A., & Rivkin, S. G. (2006). Teacher quality. In E. A. Hanushek, & F. Welch (Eds.), *Handbook of the Economics of Education* (pp. 1051–1078). North-Holland, Amsterdam.
- Hanushek, E., Kain, J., O'Brien, D., & Rivkin, S. (2005). *The market for teacher quality*. Cambridge: National Bureau for Economic Research.
- Hanushek, E., Piopunik, M., & Wiederhold, S. (2014). *The Value of Smarter Teachers: International Evidence on Teacher Cognitive Skills and Student Performance*. Cambridge: Program on Education Policy and Governance Working Papers Series, Harvard Kennedy School.
- Harbison, R., & Hanushek, E. (1992). *Educational Performance of the poor: Lessons from Rural Northeast Brazil*. Oxford: Oxford University Press.
- Harbison, R., & Hanushek, E. (1992). *Educational Performance of the Poor: Lessons from Rural Northeast Brazil*. Oxford University Press.

- Harris, D., & Sass, T. (2011). Teacher training, teacher quality and student achievement. *Journal of Public Economics*, 798-812.
- Hightower, A., Delgado, R., Lloyd, S., Wittenstein, R., Sellers, K., & Swason, C. (2011). *Improving Student Learning By Supporting Quality Teaching: Key Issues, Effective Strategies*. Editorial Projects in Education.
- Hill, H., Rowan, B., & Loewenberg Ball, D. (2005). Effects of Teacher's Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 2, 371-406.
- Jadama, L. (2014). Impact of Subject Matter Knowledge of a Teacher in Teaching and Learning Process. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, Issue 7, 20-29.
- Kane, T., McCaffrey, D., Miller, T., & Staiger, D. (2013). *Have we identified effective teachers? Validating measures of effective teaching using random assignment*. Bill & Melinda Gates Foundation.
- King, J. (2010). *The Impact of Teacher Experience Examining the Evidence and Policy Implications*. Washington D.C.: National Center for Analysis of Longitudinal Data in Education Research.
- Lucas, R. (1988). On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics* 22, 3-42.
- Mankiw, N., Romer, D., & Weil, D. (1992). A contribution to the empirics of economic growth. *Journal of Economics* 107 (2), 407-437.
- McCaffrey, D., Koretz, D., Lockwood, J., & Hamilton, L. (2003). *Evaluating Value-Added Models for Teacher Accountability*. Santa Monica: Rand Education for the Carnegie Corporation.
- Metzler, J., & Woessmann, L. (2010). *The Impact of Teacher Subject Knowledge on Student Achievement : Evidence from Within-Teacher Within-Student Variation* *The Impact of Teacher Subject Knowledge on Student Achievement : Evidence from Within-Teacher Within-Student Variation*. 2010: IZA.
- Minedu. (2016, Setiembre 4). *ESCALE*. Retrieved from <http://escale.minedu.gob.pe/>
- Murnane, R. J., & Phillips, B. R. (1981). What Do Effective Teachers of Inner-City Children Have in Common? *Social Science Research*, 83-100.
- Noell, G. (2006). *Value added assessment of teacher preparation*. Baton Rouge: Louisiana State University.
- OECD. (2014). *PISA 2012 Results in Focus: What 15-year-olds know and what they can do with what they know*.
- Pischke, S. (2007). *Lecture Notes on Measurement Error*.
- Rivkin, S., Hanushek, E., & Kain, J. (2000). Teachers, Schools, and Academic Achievement. *Econometrica* Vol. 73, No.2, 417-458.

- Rowan, B., Chiang, F.-S., & Miller, R. J. (1997). Using Research on Employees' Performance to Study the Effects of Teachers on Students' Achievement. *Sociology of Education*, 256-285.
- Rowan, B., Correnti, R., & Miller, R. (2002). What large-scale survey research tells us about teacher effects on student achievement: Insights from the Prospects study of elementary schools. *Teachers College Record*, 104, 1525-1567.
- Sanders, W. (1998). Value added assessment . *School Administrator* 11(55), 24-27.
- Schwerdt, G., & Wuppermann, A. (2010). Is traditional teaching all that bad? A within-student between-subject approach . *Economic of Education Review* (30), 365-379.
- Shepherd, D. (2015). *Learn to teach, teach to learn: A within-pupil across-subject approach to estimating the impact of teacher subject knowledge on South African grade 6 performance*. Bureau for economic research.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57.
- Singh, A. (2015). Private school effects in urban and rural India: Panel estimates at primary and secondary school ages. *Journal of Development Economics*, 16-32.
- Summers, A., & Barbara, W. (1977). Do Schools Make a Difference? *American Economic Review*, 630-652.
- Tan, J.-P., Lane, J., & Coustere, P. (1997). Putting inputs to work in elementary schools: what can be done in the philippines. *Economic Development and Cultural Change*.
- Tan, J.-P., Lane, J., & Coustère, P. (1997). Putting Inputs to Work in Elementary Schools: What Can Be Done in the Philippines? *Economic Development and Cultural Change*, 857-879.
- Todd, P. E., & Wolpin, K. I. (2003). On the specification and estimation of the production function for cognitive achievement. *The Economic Journal* , F3-F33.
- UMC. (2005). *Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil 2004 Informe pedagógico de resultados*. Lima: UMC.
- UMC. (2014). *Evaluación Censal de Estudiantes 2013*. Lima: UMC.
- UMC. (2015). *Evaluación Censal de Estudiantes 2014*. Lima: UMC.
- UMC. (2016). *¿Cuánto aprenden nuestros estudiantes al término de la educación primaria? Informe de logros de aprendizaje y sus factores asociados en la Evaluación Muestral 2013*. Lima: Minedu.
- UMC. (2016). *Evaluación Censal de Estudiantes 2015*. Lima: UMC.

- Wayne, A. J., & Youngs, P. (2003). Teacher characteristics and student achievement gains: a review. *Review of Educational Research*, 89–122.
- Wilson, S. M., Shulman, L. S., & Richert, A. E. (1987). 150 Different Ways of Knowing: Representations of Knowledge in Teaching. In *Exploring Teachers' Thinking*. London: Cassess.
- Wright, S., Horn, S., & Sanders, W. (1997). Teacher and Classroom Context Effects on Student Achievement: Implications for Teacher Evaluation. *Journal of Personnel Evaluation in Education* 11, 57-67.