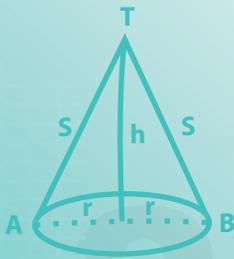
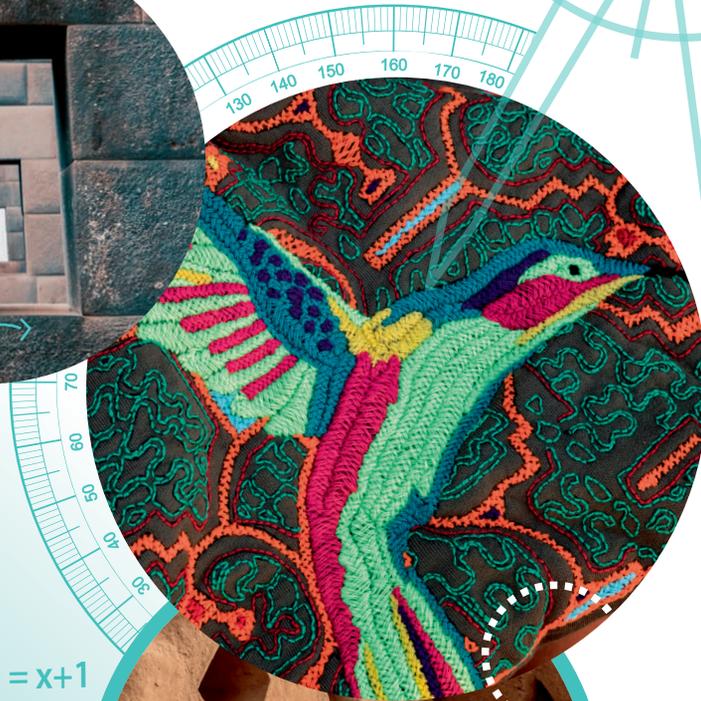
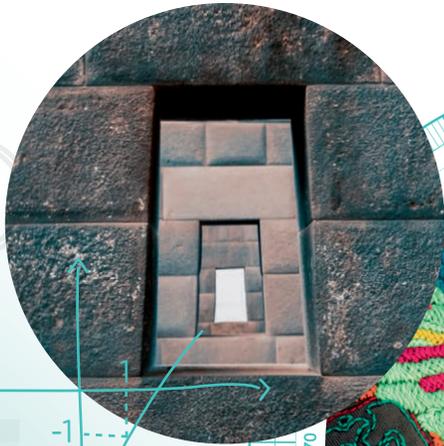


$\pi r^2$

01001010110100 01001010110100

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

# Fichas de MATEMÁTICA



$f^{-1}(x) = x+1$

1



# La ciudadana y el ciudadano que queremos

**Desarrolla** procesos autónomos de aprendizaje.

Se **reconoce** como persona valiosa y se identifica con su cultura en diferentes contextos.

**Gestiona** proyectos de manera ética.

**Propicia** la vida en democracia comprendiendo los procesos históricos y sociales.

**Interpreta** la realidad y toma decisiones con conocimientos matemáticos.

## Perfil de egreso

Se **comunica** en su lengua materna, en castellano como segunda lengua y en inglés como lengua extranjera.

**Indaga** y comprende el mundo natural y artificial utilizando conocimientos científicos en diálogo con saberes locales.

**Comprende** y aprecia la dimensión espiritual y religiosa.

**Aprovecha** responsablemente las tecnologías.

**Aprecia** manifestaciones artístico-culturales y crea proyectos de arte.

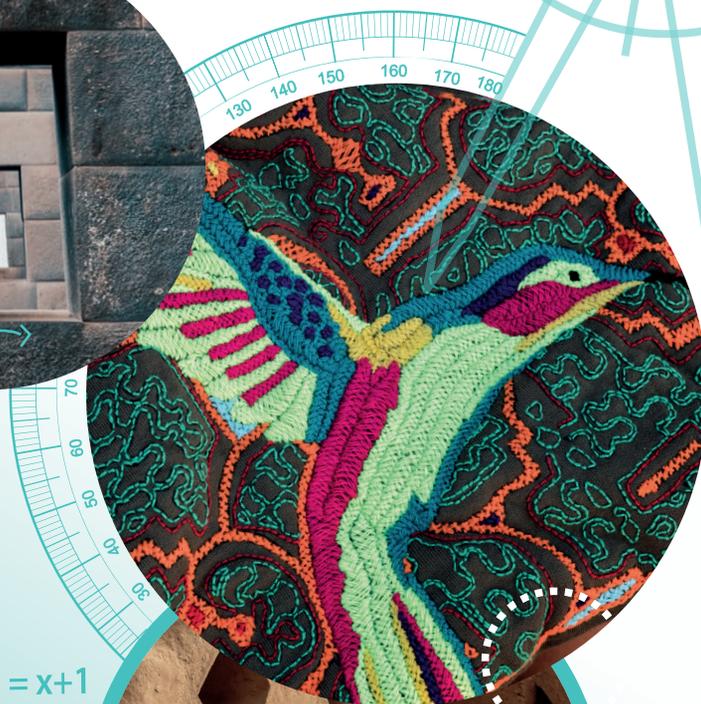
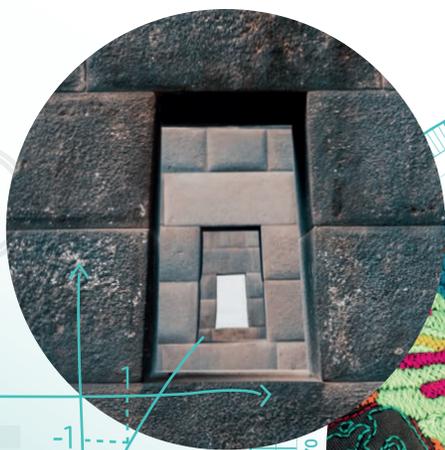
**Practica** una vida activa y saludable.

$$\pi r^2$$

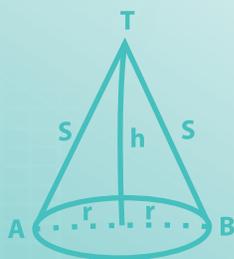
01001010110100 01001010110100

$$a^2 + b^2 = c^2$$

# Fichas de MATEMÁTICA



$$f^{-1}(x) = x + 1$$



1

$$2x^2 = 4$$

mc



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

## Fichas de Matemática 1

Este material educativo, *Fichas de Matemática 1* para estudiantes de primer grado de Educación Secundaria, ha sido elaborado por la Dirección de Educación Secundaria para promover el desarrollo de las competencias “Resuelve problemas de cantidad”, “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio”, “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” y “Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre” propuestas en el Currículo Nacional de Educación Básica.

### Edición

© Ministerio de Educación  
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja  
Lima 15021, Perú  
Teléfono: 615-5800  
www.minedu.gob.pe

### Elaboración de contenidos

Larisa Mansilla Fernández  
Ólber Muñoz Solís  
Juan Carlos Chávez Espino  
Hugo Luis Támara Salazar  
Hubner Luque Cristóbal Jave  
Enrique García Manyari  
Emilia Gabriela Del Busto Sipán

### Especialista en edición

Oscar Emiliano Palomino Flores

### Revisión pedagógica

Larisa Mansilla Fernández

### Diseño y diagramación

José Luis Batalla Ugarte  
Daniel Zavala Agapito

### Corrección de estilo

Sofía Yolanda Rodríguez Barrios  
Marco Antonio Vigo Esqueche

**Primera edición:** setiembre de 2017

**Segunda edición:** junio de 2019

**Primera reimpresión:** agosto de 2020

**Segunda reimpresión:** diciembre de 2020

**Tercera reimpresión:** agosto de 2021

**Tercera edición:** noviembre de 2022

**Cuarta edición:** octubre de 2023

### Tiraje

541 455 ejemplares

### Impresión

Se terminó de imprimir en noviembre de 2023, en los talleres gráficos de Quad/ Graphics Perú S. R. L., sito en Av. Los Frutales 344, Urb. Los Artesanos, Ate, Lima-Perú.

RUC N.º 20371828851

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material educativo por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Debido a la naturaleza dinámica de internet, las direcciones y los contenidos de los sitios web a los que se hace referencia en este material educativo pueden tener modificaciones o desaparecer.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.º 2023-07498

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*



En este material se utilizan términos como “el docente”, “el estudiante”, “el profesor” y sus respectivos plurales, así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo, para referirse a hombres y mujeres. Esta opción considera la diversidad y respeta el lenguaje inclusivo, y se emplea para promover una lectura fluida y facilitar la comprensión del texto.



## PRESENTACIÓN

### Estimado estudiante:

Nos complace poner en tus manos el material educativo **Fichas de Matemática 1**, que, estamos seguros, te ayudará a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

En su estructura, te proponemos algunos ejemplos de estrategias heurísticas para que las puedas emplear en cada una de las fichas, las cuales se encuentran organizadas en tres secciones: *Construimos nuestros aprendizajes*, *Comprobamos nuestros aprendizajes* y *Evaluamos nuestros aprendizajes*.

En la primera sección, *Construimos nuestros aprendizajes*, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado. En esta y las demás secciones vas a contar con información, datos, conocimientos, entre otros, que te ayudarán a gestionar tus aprendizajes de manera autónoma.

En la segunda sección, *Comprobamos nuestros aprendizajes*, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando las estrategias y describiendo los procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores, aprender de estos y realizar tu propia corrección.

En la tercera sección, *Evaluamos nuestros aprendizajes*, te presentamos situaciones de diversos grados de complejidad en contextos variados y apoyadas en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, podrás medir de tu progreso teniendo en cuenta criterios de evaluación conocidos de antemano por ti.

Finalmente, puedes desglosar las fichas para desarrollarlas y organizarlas en tu portafolio, de manera que tu docente te brinde retroalimentación u orientación para que puedas seguir mejorando.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. Disfrútala.

Ministerio de Educación

# CONTENIDO

## • Conociendo algunas estrategias

5

¿Cómo operamos con fracciones al realizar repartos de la unidad o de un total?

### Ficha 1

Resuelve problemas de cantidad.

- Construimos nuestros aprendizajes 11
- Comprobamos nuestros aprendizajes 15
- Evaluamos nuestros aprendizajes 19

¿Cómo operamos con números enteros en situaciones reales?

### Ficha 5

Resuelve problemas de cantidad.

- Construimos nuestros aprendizajes 53
- Comprobamos nuestros aprendizajes 57
- Evaluamos nuestros aprendizajes 61

¿Cómo aplicamos la proporcionalidad en situaciones cotidianas?

### Ficha 2

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Construimos nuestros aprendizajes 21
- Comprobamos nuestros aprendizajes 25
- Evaluamos nuestros aprendizajes 28

¿Cómo nos ayudan las inecuaciones a respetar los límites de velocidad?

### Ficha 6

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Construimos nuestros aprendizajes 63
- Comprobamos nuestros aprendizajes 67
- Evaluamos nuestros aprendizajes 71

¿Cómo describimos ubicaciones o desplazamientos de objetos?

### Ficha 3

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Construimos nuestros aprendizajes 31
- Comprobamos nuestros aprendizajes 35
- Evaluamos nuestros aprendizajes 39

¿Cómo construimos formas geométricas con material concreto?

### Ficha 7

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Construimos nuestros aprendizajes 73
- Comprobamos nuestros aprendizajes 77
- Evaluamos nuestros aprendizajes 80

¿Cómo las medidas de tendencia central nos ayudan a tomar decisiones?

### Ficha 4

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Construimos nuestros aprendizajes 43
- Comprobamos nuestros aprendizajes 47
- Evaluamos nuestros aprendizajes 50

¿Cómo aplicamos la probabilidad en situaciones de incertidumbre?

### Ficha 8

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Construimos nuestros aprendizajes 85
- Comprobamos nuestros aprendizajes 89
- Evaluamos nuestros aprendizajes 93

## CONOCIENDO ALGUNAS ESTRATEGIAS

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

### 1. Estrategias de comprensión

#### Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y, luego, establecer cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que cada estudiante se familiarice con el problema y le pierda temor a resolverlo.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del problema, y aporta al proceso de solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar tips para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema).

En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números, diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

#### Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde.  Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que se realice una lectura analítica de los problemas, que el estudiante produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado.

#### Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones y los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

## 2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

### Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

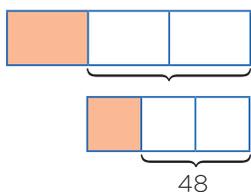
#### Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y  $\frac{1}{3}$  del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

#### Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



### Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

#### Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

#### Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	$x$	18
Felipe	$x$	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

### Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

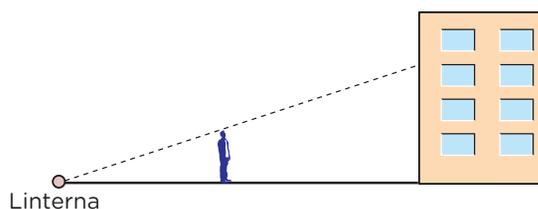
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

#### Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una linterna sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

#### Resolución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



### Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

#### Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

#### Resolución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



### Diagramas conjuntistas

Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

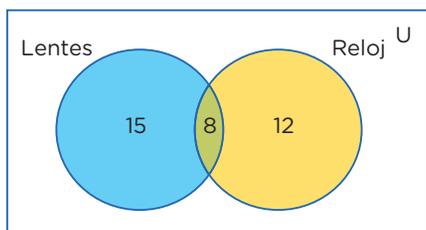
#### Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes y 20 reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

#### Resolución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.

Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



### Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

#### Ejemplo:

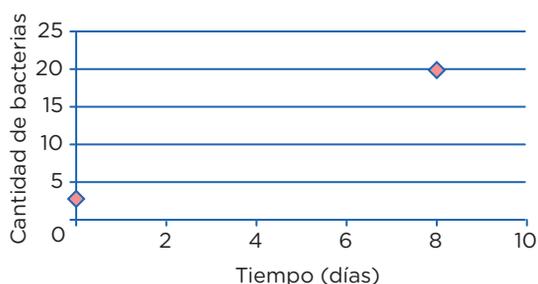
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

#### Resolución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



### Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

#### Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

#### Resolución:

Tomás, Ana, Lidia, Roberto.

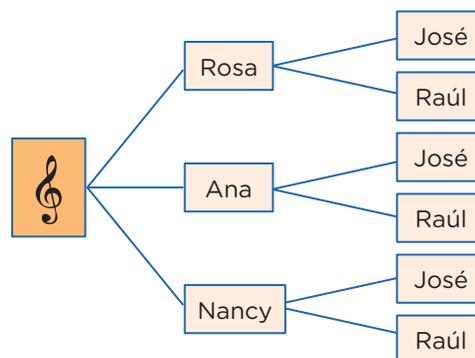


### Diagrama de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

#### Ejemplo:

Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



## 3. Otras estrategias

### Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

#### Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.





- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

### Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

#### Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

#### Solución:

Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

### Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

#### Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 cm por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

#### Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como  $\div 2, -3$ .
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:  
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos:  $x = 90$

### Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poder aplicarla con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

#### Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

#### Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.
- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]; \text{ simplificando:}$$

$$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x; \text{ de donde } x = 2,4 \text{ horas}$$

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

### Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.



### Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 33 millones de habitantes y la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



Fuente: Shutterstock

### Solución:

La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población y, solo después de formada, se igualará a 66 millones. Si bien aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

### Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando, cada vez, los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

### Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



Fuente: Shutterstock

### Solución:

- Primero se observa que  $50 \times 50 = 2500$ , número que no llega; y que  $60 \times 60 = 3600$ , el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- $55 \times 56$  no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar  $53 \times 54 = 2862$ , el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con  $56 \times 57 = 3192$ , se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

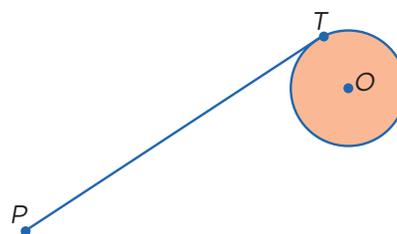
### Supón el problema resuelto

### Ejemplo:

Usando solo regla y compás, construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

### Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto  $T$  es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos  $O$  con  $T$ , tendremos que  $OT$  es perpendicular a  $PT$ .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados,  $P$ ,  $T$  y  $O$ , es posible hacer un triángulo uniendo el punto  $P$  con el punto  $O$ . Se observa que el triángulo es rectángulo.

## ¿Cómo operamos con fracciones al realizar repartos de la unidad o de un total?



### Construimos nuestros aprendizajes

#### Propósito

Representamos gráfica y simbólicamente las propiedades de las operaciones de adición y sustracción con fracciones, y establecemos relaciones entre sus representaciones. Asimismo, empleamos estrategias y procedimientos para realizar las operaciones de adición y sustracción con expresiones fraccionarias.



### Disfrutamos de nuestra gastronomía

Cuando Juana, Julio y José visitaron Arequipa, decidieron probar una *pizza* de rocoto relleno. Ellos recibieron su pedido dividido en tajadas, tal como se muestra en la figura.

**La delicia de comer en el Perú**

La gastronomía peruana se destaca por ser variada, original, con platos típicos como fusión. Es así como en distintas regiones de nuestro país la creatividad de las personas ha permitido combinar un plato de origen extranjero con nuestros potajes más representativos.

**En Lima y otras regiones...**  
Pizza con lomo saltado

**En el norte chico...**  
Pizza con salchicha huachana

**En Arequipa...**  
Pizza con rocoto relleno

**En Iquitos...**  
Pizza con cecina

Fuente: Shutterstock

José comió tres pedazos y Juana la cuarta parte de la *pizza*. Luego de haber comido los tres, quedó  $\frac{1}{8}$  de *pizza*.

Ellos empiezan a conversar sobre cuánto comió cada uno. Ayúdalos a responder:

- ¿Quién comió más *pizza*, José o Juana?
- ¿Qué parte de la *pizza* comieron entre los dos?
- ¿Qué parte de la *pizza* comió Julio?





## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

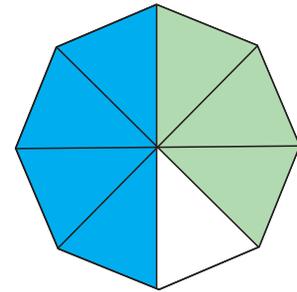
8. Analicemos el siguiente ejemplo: Gloria y Miguel construyen una cometa con forma de octógono regular. Para darle color, Gloria pinta la mitad de la superficie de color azul y Miguel pinta tres octavos de color verde. ¿Qué fracción de la superficie de la cometa pintaron entre los dos? Si la hermana menor de ellos quiere ayudar a pintar el resto, ¿qué fracción de la superficie de la cometa pintaría ella?

### Resolución

Representamos gráficamente y coloreamos lo que pintan Gloria y Miguel.

Fracción de la cometa que pinta Gloria:  $\frac{1}{2}$

Fracción de la cometa que pinta Miguel:  $\frac{3}{8}$



Observamos el gráfico y notamos que siete de las ocho partes en que está dividida la cometa están pintadas, es decir,  $\frac{7}{8}$ .

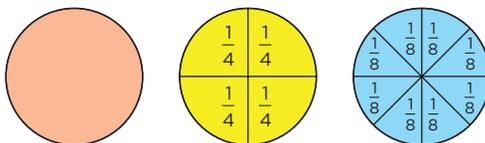
Por tanto, la superficie de la cometa que pintaron Gloria y Miguel es  $\frac{7}{8}$  y lo que falta pintar corresponde a  $\frac{1}{8}$  de la superficie de la cometa, que es lo que pintaría la hermana menor.

9. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación.



## Ejecutamos la estrategia o plan

10. Observa los círculos con fracciones y completa.



- Cada círculo representa .....
- En el círculo amarillo la unidad está dividida en ..... partes. Cada parte es ..... de la unidad.
- En el círculo celeste la unidad está dividida en ..... partes. Cada parte es ..... de la unidad.



### Recuerda

Un grupo de fracciones son llamadas homogéneas cuando tienen el mismo denominador, y son fracciones heterogéneas cuando tienen diferentes denominadores.

Por ejemplo:

$$\frac{1}{9}; \frac{3}{9}; \frac{2}{9}$$

son fracciones homogéneas.

$$\frac{3}{7}; \frac{1}{2}; \frac{2}{5}$$

son fracciones heterogéneas.



### Ten en cuenta

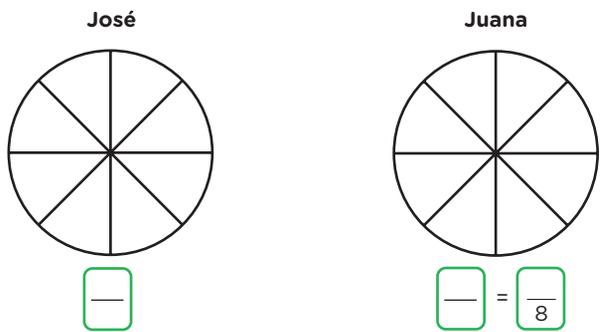
Un par de fracciones son equivalentes si representan la misma parte de un todo. Se obtienen fracciones equivalentes cuando se amplifica o cuando se reduce una fracción. Hay infinitas fracciones equivalentes a  $\frac{3}{5}$  que se obtienen por amplificación.

$$\begin{array}{c} \times 4 \\ \frac{3}{5} = \frac{12}{20} \\ \times 4 \end{array}$$

Hay algunas fracciones equivalentes a  $\frac{20}{30}$  que se pueden obtener por reducción.

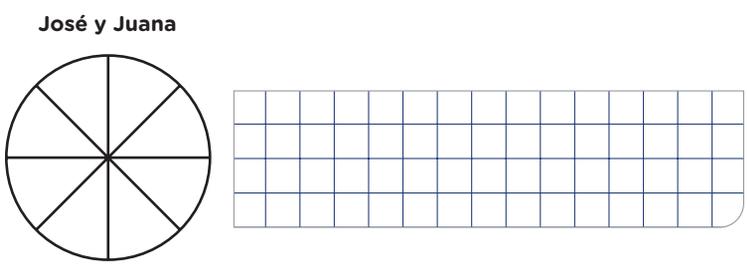
$$\begin{array}{c} +10 \\ \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \\ +10 \end{array}$$

11. Representa en forma gráfica y simbólica (fracción) la parte de la *pizza* que comieron José y Juana. Compara y responde la primera pregunta de la situación.



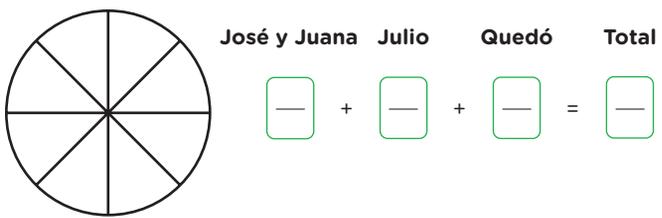
Respuesta: .....

12. Representa gráfica y simbólicamente lo que comieron entre José y Juana. Responde la segunda pregunta de la situación.



Respuesta: .....

13. Representa gráfica y simbólicamente la parte que comieron José y Juana, así como lo que sobró al final. ¿Cuánto falta para completar la unidad? Calcula lo que comió Julio y responde la tercera pregunta.



Respuesta: .....

### Reflexionamos sobre el desarrollo

14. Entre  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{8}$ , ¿cuál es mayor? Explica.



### Recuerda

Para sumar o restar fracciones con el mismo denominador (homogéneas), se suman o restan los numeradores y se coloca el mismo denominador.

Por ejemplo:

$$\frac{1}{10} + \frac{4}{10} + \frac{2}{10} = \frac{1+4+2}{10} = \frac{7}{10}$$

## Comprobamos nuestros aprendizajes



### Propósito

Representamos gráfica y simbólicamente las operaciones con expresiones fraccionarias y empleamos estrategias de cálculo y procedimientos para realizar dichas operaciones. Asimismo, justificamos las operaciones con expresiones fraccionarias con ejemplos y conocimientos, y corregimos errores si los hubiera.



### Situación A: Las elecciones municipales escolares

Para las elecciones municipales escolares, los estudiantes gestionaron recursos por medio de algunas actividades.

Un candidato de primer grado de secundaria distribuyó su presupuesto así:

Actividad	Fracción del presupuesto
Refrigerio	$\frac{1}{2}$ del presupuesto
Publicidad	$\frac{1}{5}$ del presupuesto
Implementación de proyectos	$\frac{1}{4}$ del presupuesto



Fuente: Autor/Via onpe.gob.pe

Si el resto del presupuesto se destinó para impresión de documentos, ¿qué parte del presupuesto se empleó para este concepto?

A continuación, analizamos los procedimientos planteados.

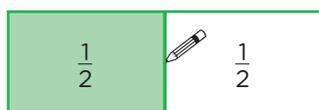
### Resolución

De la información de la situación, entendemos que el total del presupuesto corresponde a la unidad. Lo representamos así:



La unidad representa el total del presupuesto.

Como la mitad se destina al refrigerio, hacemos un trazo vertical que permita dividir el rectángulo en dos partes iguales. Luego, pintamos una. Esta representa la mitad del total.



Un medio o la mitad del presupuesto se destinó al refrigerio.

Ahora debemos representar en el mismo rectángulo la parte del presupuesto que se destinó a publicidad, es decir,  $\frac{1}{5}$ . Para ello, haremos trazos horizontales de modo que la unidad quede dividida también en 5 partes iguales. ¿Será posible?

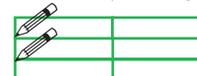


### Ten en cuenta

Si hacemos un trazo horizontal, la unidad quedará dividida en 4 partes iguales.



Si hacemos dos trazos horizontales, la unidad quedará dividida en 6 partes iguales.



Entonces, no es posible obtener 5 partes iguales en el rectángulo. Esto ocurre porque la división de la unidad en medios y en quintos no tiene coincidencias. Así que debemos encontrar una fracción equivalente a  $\frac{1}{5}$ .









## Evaluamos nuestros aprendizajes



### Propósito

Representamos las propiedades de las operaciones con fracciones y establecemos relaciones entre dichas representaciones; asimismo, las transformamos en expresiones numéricas. Empleamos estrategias y procedimientos para realizar operaciones con fracciones y justificamos nuestros resultados.



Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno o portafolio.

- Un grupo de obreros ha pintado los  $\frac{3}{5}$  de un mural, y el otro grupo, la mitad de lo que falta. ¿Qué fracción del total del mural falta pintar?
  - $\frac{9}{10}$  del mural
  - $\frac{1}{5}$  del mural
  - $\frac{1}{10}$  del mural
  - $\frac{3}{10}$  del mural
- Se tiene un listón de madera de  $\frac{3}{10}$  m. ¿Cuántos metros más de madera debo adquirir para completar  $\frac{17}{20}$  m?
  - $\frac{14}{20}$  m
  - $\frac{51}{200}$  m
  - $\frac{11}{20}$  m
  - $\frac{14}{10}$  m
- Una piscina inflable de 5200 L de capacidad está llena hasta sus  $\frac{3}{8}$ . ¿Cuántos litros de agua hay que agregar para llenar la piscina?
  - 1950 L
  - 2500 L
  - 3250 L
  - 4600 L
- Julia va a organizar una salida a la playa y está calculando cuántas botellas de agua de  $1\frac{1}{4}$  L debe comprar. Su familia está integrada por 5 personas, incluida ella, y estima que cada uno tomará 3 vasos de  $\frac{1}{4}$  de litro. ¿Cuántas botellas de agua debe comprar?
- En la clase de Educación para el Trabajo, las y los estudiantes están elaborando collares. Primero, hicieron un collar con 10 cuentas. Cuando lo terminaron, la profesora les indicó que la cantidad de cuentas que utilizaron representaba solo las  $\frac{2}{5}$  partes de las cuentas que utilizarán para elaborar otro tipo de collar. ¿Cuántas cuentas se utilizarán para elaborar el nuevo collar?
  - 25
  - 20
  - 12
  - 4

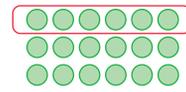


Fuente: Shutterstock



### Ten en cuenta

Para hallar  $\frac{1}{3}$  de 18, representamos 18 elementos divididos en 3 grupos con la misma cantidad de elementos. Luego, escogemos solo 1 de los grupos.



Entonces:

$\frac{1}{3}$  de 18 es igual a 6,  
o también  $\frac{1}{3} \times 18 = 6$ .

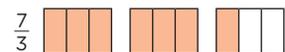


### Recuerda

Un número mixto tiene una parte entera y una parte fraccionaria. Una fracción impropia se puede expresar como un número mixto y viceversa.

Por ejemplo:

La fracción impropia  $\frac{7}{3}$  la expresamos como un número mixto.



Numerador de la fracción impropia (dividendo)  $\rightarrow 7 \mid \frac{3}{6} \leftarrow$  Denominador de la fracción (divisor)

Numerador de la fracción propia (residuo)  $\rightarrow 1 \leftarrow$  Parte entera (cociente)

$$\rightarrow \frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$



## Recuerda

Dada una unidad de referencia, si esta se divide en partes iguales y luego cada una de estas partes se vuelve a dividir en partes iguales, se dice que la segunda parte es una fracción de la primera.

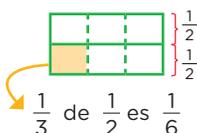
Por ejemplo:

$$\text{Hallemos } \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{2}.$$

- Representamos gráficamente  $\frac{1}{2}$ .



- Dividimos en 3 partes iguales cada mitad.



Cuando se tenga una fracción de una fracción, las palabras “de”, “del” y “de los” indicarán multiplicación.

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

6. Alicia afirma que, al sumar o restar dos o más fracciones heterogéneas, es necesario convertirlas a fracciones que tengan denominadores iguales. ¿Será cierta su afirmación? Justifica tu respuesta con ejemplos.
7. Para realizar las instalaciones eléctricas de una casa, se compró un rollo de cable, del cual se usó la mitad para la instalación del circuito eléctrico de la sala y el comedor. La mitad de lo que quedó se empleó para la instalación eléctrica del ambiente de la cocina y, luego, la mitad del resto se utilizó para el dormitorio. Finalmente, con las  $\frac{2}{5}$  partes de lo que quedó, se realizó la conexión del timbre. Si después de todo quedaron 15 m de cable, ¿qué longitud tenía el rollo al inicio?
- a) 300 m    b) 400 m    c) 200 m    d) 150 m
8. César y Juan compran una torta cuadrada para compartirla. César cortó la torta en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Una vez que terminaron su parte, decidieron repartir lo que quedaba. César volvió a cortar el pedazo en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Después, volvió a partir el pedazo que sobraba en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Juan indica que comió más de la mitad de la torta. ¿Es eso correcto? Fundamenta tu respuesta.

## Evalúo mis aprendizajes

Reflexiono y evalúo mi progreso en la siguiente ficha de autoevaluación.

Criterios	Lo logré	Estoy en proceso de lograrlo	¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?
Establecí relaciones entre las representaciones y las transformé en expresiones numéricas con fracciones.			
Representé de forma gráfica y simbólica las propiedades de las operaciones con fracciones.			
Empleé estrategias de cálculo y procedimientos para realizar las operaciones con expresiones fraccionarias usando propiedades de las operaciones.			
Justifiqué con mis conocimientos matemáticos afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con fracciones.			

## ¿Cómo aplicamos la proporcionalidad en situaciones cotidianas?

### Construimos nuestros aprendizajes



#### Propósito

Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, o relaciones de equivalencia o variación entre dos magnitudes; transformamos esas relaciones en expresiones de proporcionalidad directa y empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos pertinentes a las condiciones del problema.



#### Fijamos el precio del mantenimiento de jardines

Marcela deseaba contratar los servicios de una persona que se encargara del mantenimiento de su jardín. Así, buscó en Internet y seleccionó el anuncio que se muestra a continuación. Llamó a Alberto y le dijo que estaba interesada en la oferta de la semana; le explicó que su jardín tenía la misma forma, pero el doble de las dimensiones.

**EXPERTO JARDINERO**

**OFERTA DE LA SEMANA**

**Mantenimiento de jardín cuadrado 3 m de lado** **S/120.00**

Diseño y mantenimiento de jardines  
Venta de plantas y sustratos  
Control de plagas

Fuente: Shutterstock

Cuando Alberto terminó el trabajo, Marcela le pagó el doble del monto que figura en el anuncio, pero Alberto le indicó que ese monto no era suficiente por el trabajo realizado.

- Ayuda a Marcela a calcular cuánto debe pagarle a Alberto por el trabajo realizado en su jardín.
- Si los lados de otro jardín cuadrado midieran el triple de la medida que aparece en el anuncio como oferta de la semana, ¿cuánto cobraría Alberto por ese trabajo de mantenimiento?
- ¿Cuál es la relación entre lo que cobra Alberto y el área del jardín al que le hace mantenimiento?













## Evaluamos nuestros aprendizajes



### Propósito

Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos o variación entre dos magnitudes; las transformamos en expresiones de proporcionalidad directa y las expresamos con símbolos y lenguaje algebraico. Empleamos estrategias o procedimientos para resolver problemas. Asimismo, justificamos afirmaciones con conocimientos sobre proporcionalidad directa e inversa entre magnitudes.



### Ten en cuenta

Otra forma de resolver problemas de proporcionalidad directa es el método de reducción a la unidad. Por ejemplo, si 6 barras de cereal cuestan S/3 y queremos calcular cuánto costarán 9 barras de cereal, procedemos así:  
Calculamos el precio de una barra de cereal a partir de la relación entre el precio total y el número de barras de cereal.

$$\frac{\text{Precio}}{\text{Cantidad de barras de cereal}} = \frac{3}{6} = S/0,50$$

Cada barra de cereal cuesta S/0,50.

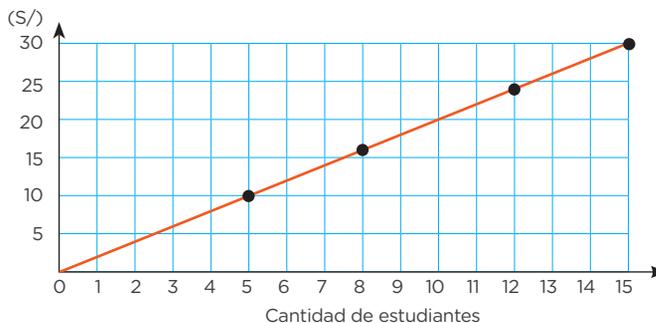
Luego, hallamos el precio que se pagará por las 9 barras de cereal:

$$9 \times S/0,50 = S/4,50$$

Por lo tanto, 9 barras de cereal costarán S/4,50.

Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno o portafolio.

- Si hace 10 años las edades de Ana y su madre eran 15 y 40, respectivamente, ¿cuál es la razón entre las edades actuales de ambas?
  - $\frac{3}{8}$
  - $\frac{2}{5}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{4}$
- Luisa planea preparar pastelitos para el cumpleaños de su hija. Si gasta S/15 en 25 unidades, ¿cuánto dinero necesita para preparar 80 pastelitos?
  - S/45
  - S/48
  - S/50
  - S/54
- Cuando un automóvil va a 90 km/h, tarda cuatro horas en llegar a su destino. Si fuera a 120 km/h, ¿cuántas horas tardaría?
  - 3 horas
  - 3,5 horas
  - 4 horas
  - 5 horas
- La gráfica muestra la cantidad de dinero que emplea el tutor de primer grado A para adquirir las entradas de sus estudiantes en la visita al Museo de Historia Natural. Traslada los valores y completa la tabla. ¿Cuál es el precio de una entrada al museo? Justifica tu respuesta.



Cantidad de estudiantes	5	8	12	15
Costo de entradas (S/)				

5. ¿Cuál de las siguientes tablas no representa una relación de proporcionalidad? Justifica tu respuesta.

a)

Cantidad de cuadernos	2	3	6
Costo (S/)	5	7,5	15

b)

Cantidad de baldes de pintura	2	4	8
Área de pared pintada (m <sup>2</sup> )	25	50	100

c)

Lado de un cuadrado (m)	2	3	4
Área (m <sup>2</sup> )	4	9	16

d)

Cantidad de personas	1	5	8
Costo de pasajes (S/)	5	25	40

6. En la siguiente tabla, la primera fila indica la cantidad de ingredientes que se requieren para preparar un pay de limón para 8 personas. Completa la información para 4 y 12 personas.

Cantidad de personas	Limón (g)	Azúcar (g)	Leche (mL)	Harina (g)
8	400	300	450	200
4				
		450		

Explica tus procedimientos para completar la tabla.

7. La razón entre dos números  $a$  y  $b$  es  $\frac{3}{8}$ . Relaciona las columnas para que los valores correspondientes de  $c$  y  $d$  formen una proporción con los números  $a$  y  $b$ , respectivamente.

I. $c = 7,5$	1. $c = 15$
II. $d = 40$	2. $c = 6$
III. $c + d = 22$	3. $d = 24$
IV. $c = 9$	4. $d = 20$

- a) I-2, II-3, III-4 y IV-1  
 b) I-2, II-4, III-1 y IV-3  
 c) I-3, II-1, III-2 y IV-4  
 d) I-4, II-1, III-2 y IV-3



## Recuerda

Si  $A$  es D. P. a  $B$ , entonces, cuando  $A$  se multiplica o divide por el número  $n$ ,  $B$  también queda multiplicado o dividido por  $n$ , respectivamente.



## Ten en cuenta

Quando **dos magnitudes son directamente proporcionales**, se puede aplicar la regla de tres simple.

Por ejemplo, si por 8 entradas al cine se pagan S/96 y deseamos saber cuánto pagaremos por 13 entradas, procedemos así:

N.º de entradas	Pago
8	S/96
13	$x$

Entonces:

$$x = \frac{13 \times 96}{8}$$

$$x = 156$$

Por lo tanto, se pagarán S/156 por las 13 entradas.



## Recuerda

Al dividir un número decimal entre un número natural, divide como si fueran números naturales y coloca la coma en el cociente conforme bajas la cifra del dividendo que corresponde.

Por ejemplo, al dividir  $21,6 \div 31$ , procede así:

Divide  $21 \div 30$ . Resulta 0 como cociente y sobra 21.

$$\begin{array}{r} 21,6 \quad | \quad 31 \\ - \quad 0 \quad \quad 0 \\ \hline 21, \end{array}$$

Al bajar la cifra 6 en el dividendo, coloca una coma en el cociente.

$$\begin{array}{r} 21,6 \quad | \quad 31 \\ - \quad 0 \quad \quad 0, \\ \hline 21,6 \end{array}$$

Divide  $216 \div 31$ . Resulta 6 como cociente y sobra 30. Continúa dividiendo.

$$\begin{array}{r} 21,6 \quad | \quad 31 \\ - \quad 0 \quad \quad 0,6 \\ \hline 216 \\ - 186 \\ \hline 30 \end{array}$$

8. En una tienda de abarrotes, con la finalidad de atraer más clientes, se anuncian promociones y descuentos cada semana. Sara acude a dicha tienda y observa la siguiente oferta para un mismo tipo de detergente a granel. ¿Qué tamaño de bolsa le conviene comprar?, ¿por qué?



## Evalúo mis aprendizajes

Reflexiono y evalúo mi progreso en la siguiente ficha de autoevaluación.

Criterios	Lo logré	Estoy en proceso de lograrlo	¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?
Establecí relaciones entre datos, valores desconocidos o variación entre dos magnitudes, y transformé esas relaciones en expresiones de proporcionalidad directa.			
Expresé con símbolos y lenguaje algebraico mi comprensión sobre la relación proporcional entre dos magnitudes.			
Empleé estrategias heurísticas, recursos o procedimientos pertinentes para resolver problemas de proporcionalidad directa.			
Justifiqué afirmaciones con mis conocimientos sobre proporcionalidad directa e inversa entre magnitudes.			

## ¿Cómo describimos ubicaciones o desplazamientos de objetos?

### Construimos nuestros aprendizajes



#### Propósito

Leemos mapas o planos a escala y los usamos para ubicarnos en el espacio. Empleamos estrategias heurísticas y procedimientos para describir la localización de los objetos mediante unidades convencionales (centímetro y kilómetro).



#### Apoyamos la reactivación del turismo

Según el Observatorio Turístico del Perú, el turismo ocupa el tercer lugar entre los sectores que generan más ingresos al país. Cada año, el Ministerio de Comercio Exterior y Turismo (Mincetur) presenta un informe sobre las cifras oficiales de turismo. De acuerdo con su último reporte, el destino más visitado es el santuario histórico de Machu Picchu.

Con la finalidad de orientar mejor a los turistas que visitan el Cusco, la agencia de viajes El Chasqui elaboró el siguiente afiche, el cual contiene un mapa y las indicaciones para llegar al santuario.



Al visitar el Cusco, Gustavo y su familia contrataron los servicios de esta agencia para realizar el tour. Tal como indica el afiche, lo hicieron en dos tramos: plaza de Armas del Cusco-Ollantaytambo y Ollantaytambo-Machu Picchu. Así, Gustavo trazó con rojo las distancias geométricas de ambos tramos; al medirlas con una regla, obtuvo 8,8 cm en la distancia plaza de Armas del Cusco-Ollantaytambo y 4,3 cm de Ollantaytambo a Machu Picchu.

Ayuda a Gustavo a determinar cuál es la distancia geométrica en la realidad, en kilómetros, del recorrido que hizo con su familia.









## Situación B: Lugares representativos de Huancayo

Al viajar a Huancayo, en la región Junín, Mónica marcó en un mapa algunos lugares turísticos: la plaza Constitución, Torre Torre, el parque de la Identidad Wanka y el Cerrito de la Libertad.



Fuente: Google Maps

Con la intención de escoger la mejor ruta para visitar estos lugares, Mónica indagó que la distancia geométrica en la realidad desde la plaza Constitución hasta Torre Torre es 3 km, y desde Torre Torre hasta el parque de la Identidad Wanka es 2 km.

Ella desea conocer la escala del mapa y, a partir de ello, calcular la distancia geométrica en la realidad desde el parque de la Identidad Wanka hasta el Cerrito de la Libertad.

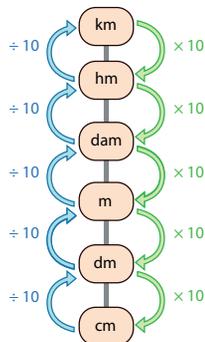
¿Cómo podrá hacerlo? ¿Qué resultados obtendrá?



### Ten en cuenta

Para convertir 12 km a centímetros, según el diagrama, bajamos 5 posiciones; esto significa multiplicar 12 por  $10^5$  o 100 000.

$$12 \times 100\,000 = 1\,200\,000 \text{ cm}$$



Por lo tanto:

$$12 \text{ km} \leftrightarrow 1\,200\,000 \text{ cm}$$

A continuación, analizamos los procedimientos planteados.

### Resolución

Para determinar la escala del mapa de Mónica, debemos relacionar las distancias geométricas en la realidad con las distancias geométricas del mapa.

Entonces, convertimos las distancias geométricas reales de kilómetros a centímetros.

Tramo	Distancia geométrica en la realidad (km)	Distancia geométrica en la realidad (cm)
De la plaza Constitución a Torre Torre	3	$3 \times 10^5 = 3 \times 100\,000 = 300\,000$
De Torre Torre al parque de la Identidad Wanka	2	$2 \times 10^5 = 2 \times 100\,000 = 200\,000$

Obtenemos que la distancia geométrica en la realidad desde la plaza Constitución hasta Torre Torre es 300 000 cm y la distancia geométrica en la realidad desde Torre Torre hasta el parque de la Identidad Wanka es 200 000 cm.

Ahora debemos calcular las distancias en el mapa.



## Aprendemos a partir del error

### Situación C: Áreas no poligonales

Jorge quiere calcular el **área** aproximada de su distrito. Para ello, dispone del mapa que se muestra en la figura como una región coloreada. Para estimar el área de dicha región, Jorge aplicará la fórmula del teorema de Pick:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

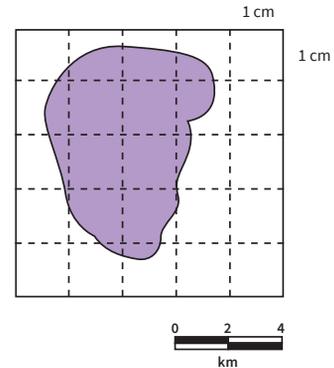
Donde:

A: área de la región

B: puntos ubicados en el borde de la región

I: puntos interiores de la región sombreada

Ayuda a Jorge a calcular el área aproximada de su distrito en kilómetros cuadrados.



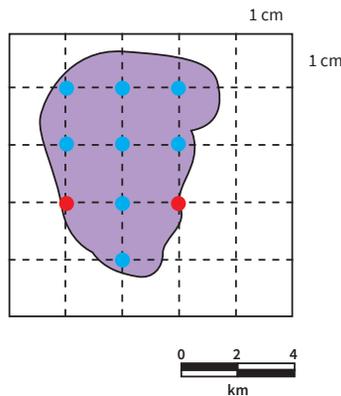
### Glosario

El **área** es la medida de la superficie delimitada por un contorno (de una figura o forma bidimensional) al que se denomina perímetro.

Analizamos los procedimientos planteados para identificar el error.

### Resolución

Ubicamos los puntos interiores ( $I$ , en celeste) y los puntos que se encuentran en el borde de la figura ( $B$ , en rojo).



Contamos que hay 8 puntos celestes y 2 rojos. Entonces:

$$I = 8 \quad B = 2$$

Reemplazamos en la fórmula para el área aproximada y efectuamos:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

$$A = 8 + \frac{2}{2} - 1$$

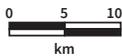
$$A = 8 \text{ cm}^2$$

Según la escala gráfica mostrada, 1 cm del dibujo equivale a 1 km en la realidad; luego, el área de la región coloreada será  $8 \times 1 = 8 \text{ km}^2$ .



### Ten en cuenta

Considera la siguiente escala gráfica:



Notamos que 1 cm en el mapa equivale a 5 km en la realidad.

Además, como las escalas expresan una relación entre longitudes, para calcular el área, debes considerar las unidades de superficie que corresponden.

Por ejemplo, si la escala indica que 1 cm equivale a 5 km, entonces  $1 \text{ cm}^2$  equivale a  $25 \text{ km}^2$ .

**Respuesta:** El área estimada de la superficie del distrito es  $8 \text{ km}^2$ .

**Ahora, respondemos las preguntas para corregir el error:**

- Según la escala gráfica, ¿a cuántos kilómetros equivale 1 cm?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- Si 1 cm equivale a 2 km, ¿es correcto decir que  $1 \text{ cm}^2$  equivale a  $2 \text{ km}^2$ ? Emplea esta información para corregir el procedimiento de la situación.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Evaluamos nuestros aprendizajes



### Propósito

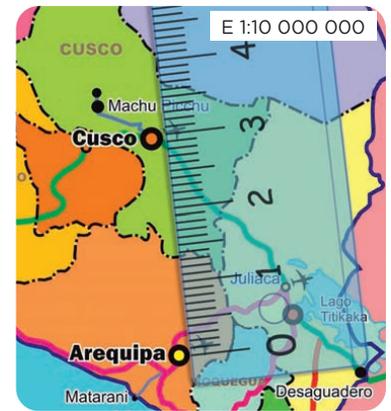
Describimos el recorrido de objetos presentados en planos o mapas a escala que usamos para ubicarnos y desplazarnos. Empleamos estrategias o procedimientos para describir la localización de los objetos mediante unidades convencionales. Planteamos afirmaciones y las justificamos con nuestros conocimientos geométricos.



Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno o portafolio.

- Diego observa la parte del mapa del Perú que se muestra a la derecha. Observa el valor que obtuvo al medir en el mapa la distancia geométrica entre Cusco y Arequipa, y calcula la distancia geométrica en la realidad entre estas dos ciudades.
 

a) 10 km	c) 100 km
b) 30 km	d) 300 km
- En un mapa se ha medido con una regla la distancia geométrica entre la ciudad de Huaraz y las ruinas de Wilcahuain. Si la distancia geométrica en la realidad entre estos dos puntos es 5 km, ¿cuál es la escala?



Fuente: Shutterstock



Fuente: Google Maps

- |             |              |
|-------------|--------------|
| a) 1:10 000 | c) 1:100 000 |
| b) 1:50 000 | d) 1:500 000 |



### Recuerda

Para convertir una unidad en otra, puedes usar el factor de conversión, la escalera de equivalencias u otro procedimiento que conozcas.



## Ten en cuenta

Para multiplicar un número por la unidad seguida de ceros, se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como ceros acompañen a la unidad.

$$58 \times 10 = 580$$

$$13,5 \times 100 = 1350$$

$$4,8 \times 1000 = 4800$$

$$5 \times 10\,000 = 50\,000$$

$$80 \times 100\,000 = 8\,000\,000$$

Al dividir un número por la unidad seguida de ceros, se desplaza la coma a la izquierda de acuerdo con la cantidad de ceros que acompañen a la unidad. Si no hay suficientes cifras, se agregan ceros.

$$27 \div 10 = 2,7$$

$$2500 \div 100 = 25$$

$$89 \div 1000 = 0,089$$

$$62\,000 \div 10\,000 = 6,2$$

$$270\,000 \div 100\,000 = 2,7$$

3. Se toma una medida de 10 cm en cuatro mapas con escalas distintas. Relaciona las escalas con la distancia geométrica en la realidad que corresponde a esa medida.

1:50 000

2,5 km

1:100 000

5 km

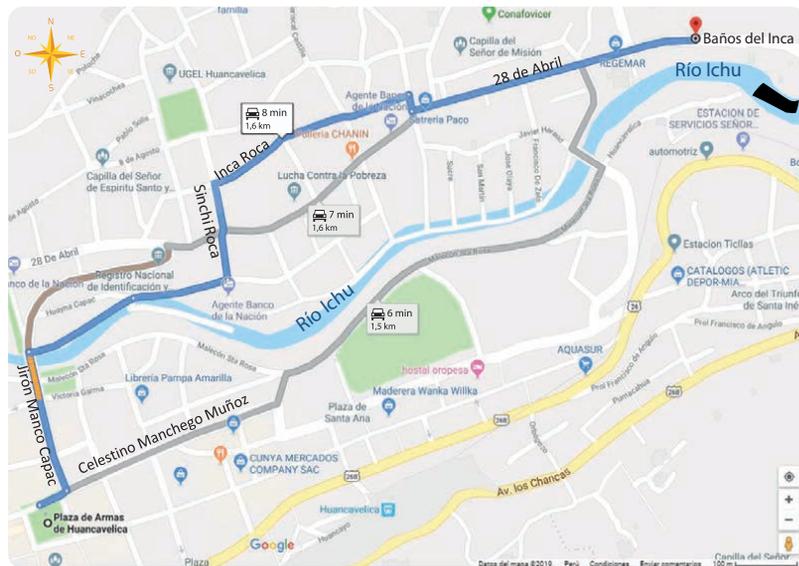
1:25 000

10 km

1:500 000

50 km

4. Observa el recorrido (ruta de color azul) que hace Alessandra para trasladarse de la plaza de Armas de Huancavelica a los Baños del Inca.



Fuente: Google Maps

Lee las afirmaciones. Luego, escribe los números del 1 al 6 de manera que la descripción del recorrido quede ordenada.

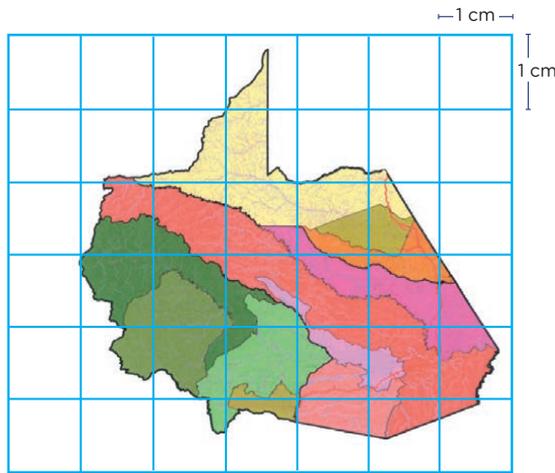
- Avanza tres cuadras por Inca Roca y, al girar a la derecha, camina hasta llegar a 28 de Abril.
- Avanza dos cuadras por Sinchi Roca hasta el cruce con Inca Roca, y gira a la derecha para continuar por esa calle.
- Avanza por el jirón Manco Cápac hasta cruzar el río Ichu y gira a la derecha.
- Parte de la plaza, por Celestino Manchego, al cruce con jirón Manco Cápac; luego, gira a la izquierda.
- Avanza por 28 de Abril aproximadamente 7 cuadras hasta llegar a los Baños del Inca.
- Continúa por el borde del río Ichu y gira a la izquierda en Sinchi Roca.



## Recuerda

Hay diversos caminos para llegar a un lugar. Evalúa otro procedimiento que permita resolver la situación.

5. El mapa de la región Madre de Dios que se muestra fue elaborado considerando que 1 cm en el mapa equivale a 70 km en la realidad.



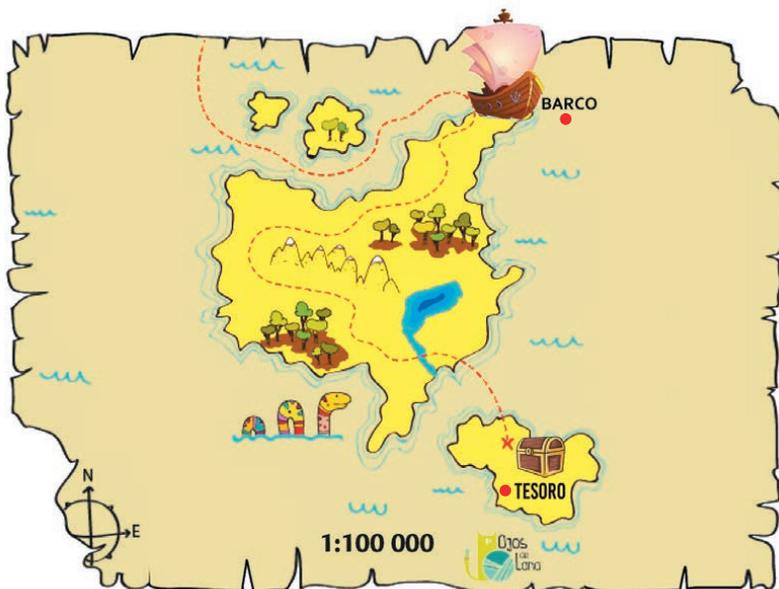
Expresa la escala.

- a) 1:70                      c) 1:70 000  
b) 1:7000                  d) 1:7 000 000

Calcula el área aproximada de la superficie de la región Madre de Dios a partir del mapa mostrado.

- a) 85 750 km<sup>2</sup>              c) 4900 km<sup>2</sup>  
b) 850 000 km<sup>2</sup>          d) 83 300 km<sup>2</sup>

6. El siguiente mapa corresponde a la región conocida como “La isla de los piratas”. Toma una regla y, a continuación, mide la distancia geométrica que hay entre el barco y el tesoro; luego, determina en metros la distancia geométrica que corresponde a la realidad.



### Recuerda

Para calcular el área aproximada de formas no poligonales, podemos aplicar el **teorema de Pick**.

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

Donde:

A: área de la región sombreada

B: puntos ubicados en el borde de la región

I: puntos interiores de la región sombreada



### Ten en cuenta

Otra forma de realizar conversiones entre unidades es aplicando la **regla de tres simple**.

Por ejemplo, para convertir 6,5 km a metros, procedemos así:

$$1 \text{ km} \quad \text{—} \quad 1000 \text{ m}$$

$$6,5 \text{ km} \quad \text{—} \quad x$$

Entonces:

$$x = \frac{6,5 \times 1000}{1}$$

$$x = 6500 \text{ m}$$

Entonces, 6,5 km equivalen a 6500 m.



## Recuerda

Hallar el área de una superficie implica hallar la cantidad de unidades cuadradas que la cubren.

La expresión para determinar el **área** de una superficie rectangular es

$$A = l \times a$$

Donde:

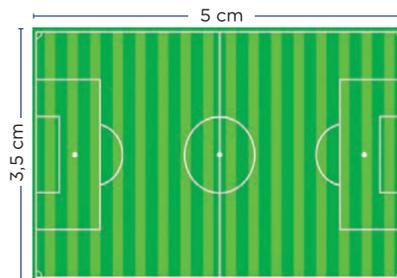
$l$ : largo

$a$ : ancho

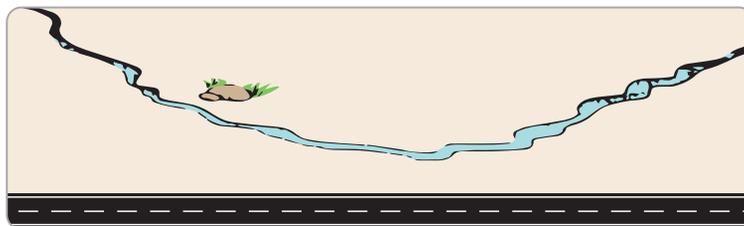


7. El siguiente plano corresponde a un campo de fútbol dibujado a escala 1:2000. Para darle mantenimiento, se desea recubrirlo con planchas cuadradas de pasto artificial de  $4 \text{ m}^2$ . ¿Cuántas de estas planchas serán necesarias para cubrir todo el campo?

- a) 1360 planchas      c) 7000 planchas  
b) 1750 planchas      d) 2800 planchas



8. Fabián quiere determinar en el mapa dos puntos del río separados  $1,5 \text{ km}$ . Él afirma que, si la escala es 1:100 000, la distancia de separación representada en el plano es de  $3 \text{ cm}$  por cada  $1500 \text{ metros}$ . ¿Será cierta dicha afirmación? Justifica tu respuesta.



## Evalúo mis aprendizajes

Reflexiono y evalúo mi progreso en la siguiente ficha de autoevaluación.

Criterios	Lo logré	Estoy en proceso de lograrlo	¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?
Establecí relaciones entre los atributos medibles de objetos reales o imaginarios y las representé de diversas formas. También establecí relaciones entre longitudes y áreas.			
Describí el recorrido de un objeto presentado en planos o mapas a escala que uso para ubicarme en el espacio y determinar rutas.			
Empleé estrategias y procedimientos para describir la localización de los objetos mediante unidades convencionales (centímetro, metro y kilómetro).			
Justifiqué afirmaciones con conocimientos geométricos.			

## ¿Cómo las medidas de tendencia central nos ayudan a tomar decisiones?

### Construimos nuestros aprendizajes



#### Propósito

Usamos procedimientos para determinar la mediana, la media y la moda de variables cuantitativas discretas para datos no agrupados, y explicamos nuestra comprensión de las medidas de tendencia central.



### Escogemos a la delegación de deportistas para una competencia

La entrenadora de natación debe seleccionar a sus dos mejores deportistas, quienes representarán a la institución educativa en los Juegos Deportivos Escolares Nacionales 2024, categoría A. Con ese fin, ella registra el tiempo que realiza cada una de las cuatro deportistas que tiene a su cargo en seis pruebas de 50 metros libres.



Fuente: Shutterstock

Luego de analizar los resultados de cada nadadora, la entrenadora ha elegido a Gabriela como la mejor deportista.

- ¿En qué resultados se basó la entrenadora para tomar esta decisión? Explica.
- ¿Qué medida de tendencia central la ayudaría a elegir a la segunda mejor deportista?, ¿por qué?



## Ejecutamos la estrategia o plan

7. Observa los tiempos de cada nadadora y rodea el que más se repite. Con ello determinarás cuál es la moda.

• Sandra ▶ 44 31 46 35 37 43

Mo = .....

• Gabriela ▶ 33 32 33 31 32 32

Mo = .....

• Sofía ▶ 32 37 32 35 32 32

Mo = .....

• Sheyla ▶ 32 33 32 32 32 33

Mo = .....

8. Escribe ordenadamente los tiempos de cada nadadora y halla la mediana.

• Sandra ▶ ..... ; ..... ; ..... ; ..... ; ..... ; .....

Me = .....

• Gabriela ▶ ..... ; ..... ; ..... ; ..... ; ..... ; .....

Me = .....

• Sofía ▶ ..... ; ..... ; ..... ; ..... ; ..... ; .....

Me = .....

• Sheyla ▶ ..... ; ..... ; ..... ; ..... ; ..... ; .....

Me = .....

9. Completa y calcula la media aritmética de los tiempos de las nadadoras.

$$\bar{x}(\text{Sandra}) = \frac{44 + 31 + 46 + 35 + 37 + 43}{6}$$

$$\bar{x}(\text{Sandra}) = \frac{\text{○}}{6} = \text{□}$$

$$\bar{x}(\text{Gabriela}) = \frac{\text{—————}}{6}$$

$$\bar{x}(\text{Gabriela}) = \frac{\text{○}}{6} = \text{□} = \text{—} =$$

$$\bar{x}(\text{Sofía}) = \frac{\text{—————}}{6}$$

$$\bar{x}(\text{Sofía}) = \frac{\text{○}}{6} = \text{□}$$

$$\bar{x}(\text{Sheyla}) = \frac{\text{—————}}{6}$$

$$\bar{x}(\text{Sheyla}) = \frac{\text{○}}{6} = \text{□}$$



### ¿Sabías que...?

Un grupo de datos puede no tener moda; en este caso, se dice que es un grupo amodal. Cuando tiene moda, es unimodal; dos modas, bimodal, o más de dos modas, multimodal.



### Ten en cuenta

Para determinar la **mediana** (Me), se procede de dos formas, dependiendo de si el número de datos es par o impar. Si es impar, se ordenan los datos y se ubica el dato central. Si es par, se ordenan los datos, se escogen los dos datos centrales y se halla su promedio.



### Recuerda

La **media aritmética** ( $\bar{x}$ ) es el promedio de los datos. Para calcularla, se suman los productos de cada frecuencia absoluta ( $f_i$ ) por el valor de la variable ( $x_i$ ), y se divide el resultado entre el número total de datos ( $n$ ):

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_k \cdot f_k}{n}$$

Donde:

$x_i$ : valor de la variable

$f_i$ : frecuencia absoluta

$n$ : tamaño de la muestra

Por ejemplo, la tabla muestra la cantidad de estudiantes que visitaron un museo.

Nivel	Cant. de estudiantes	Precio del boleto (S/)
Inicial	45	3
Primaria	100	5
Total	145	

¿Cuál es el precio promedio que pagaron los estudiantes?

$$\bar{x} = \frac{45 \times 3 + 100 \times 5}{145} \approx 4,38$$

El precio promedio pagado es aproximadamente S/4,38.



### Recuerda

La media aritmética te permite conocer los valores representativos de calificaciones, encuestas, censos, salarios, velocidades, entre otros. De esta manera podremos tomar mejores decisiones.

Por ejemplo, si el promedio de panes que se vende en una panadería durante una semana es de 500 panes, esto significa que las ventas en los días de esa semana podrían estar cercanos a dicha cantidad.

10. Organiza en la tabla los resultados encontrados en las preguntas 7, 8 y 9.

	Sandra	Gabriela	Sofía	Sheyla
Media				
Mediana				
Moda				

Responde.

- ¿Por qué la entrenadora eligió a Gabriela como la mejor deportista? Responde la primera pregunta de la situación.

Grid for response to question 10.1

- ¿Quién es la segunda mejor deportista? ¿Qué medida de tendencia central te permitió llegar a esa conclusión? Justifica y responde la segunda pregunta de la situación.

Grid for response to question 10.2

### Reflexionamos sobre el desarrollo

11. ¿Por qué la moda no te permite determinar a la segunda mejor deportista? Justifica tu respuesta.

Grid for response to question 11

12. Un deportista realiza las seis pruebas en los siguientes tiempos (segundos): 35; 36; 37; 39; 39; 100. ¿Cuál de las medidas de tendencia central es la más representativa?

Grid for response to question 12





### Situación B: El descuento

Con la finalidad de ofrecer un descuento especial al grupo etario que compra más en una farmacia, en dicho establecimiento se registraron las edades de los clientes que acudieron durante un día. Las edades registradas fueron las siguientes:

18	34	25	16	42	29	23	18	25	29	17	16
35	27	54	37	27	27	19	26	43	27	26	33

Los clientes con la edad más representativa recibirán un descuento del 40 % en su próxima compra. ¿Cuántos clientes recibirán este descuento?



Fuente: Shutterstock

A continuación, analizamos los procedimientos planteados.

### Resolución

Calculamos las medidas de tendencia central para determinar la edad representativa de los clientes.

#### Moda (Mo)

Notamos que 27 es la edad que tiene mayor frecuencia:

18	34	25	16	42	29	23	18	25	29	17	16
35	<b>27</b>	54	37	<b>27</b>	<b>27</b>	19	26	43	<b>27</b>	26	33

Mo = 27

#### Mediana (Me)

Ordenamos las edades de menor a mayor, como la muestra tiene un número par de datos, la mediana es el promedio de los dos datos centrales:

11 datos						11 datos																			
16;	16;	17;	18;	18;	19;	23;	25;	25;	26;	26;	<b>27;</b>	<b>27;</b>	27;	27;	29;	29;	33;	34;	35;	37;	42;	43;	54		
												2 datos centrales													

Calculamos el promedio de los dos datos centrales y el resultado será la mediana.

$$Me = \frac{27 + 27}{2} = 27$$

#### Media aritmética ( $\bar{x}$ )

Dividimos la suma de todos los valores por el número total de datos:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 16 + 17 + 2 \cdot 18 + 19 + 23 + 2 \cdot 25 + 2 \cdot 26 + 4 \cdot 27 + 2 \cdot 29 + 33 + 34 + 35 + 37 + 42 + 43 + 54}{24}$$

$$\bar{x} = \frac{673}{24} \rightarrow \bar{x} \approx 28,042$$

La moda y la mediana coinciden, pues el valor de ambas es 27; mientras que la media tiene un valor de 28,042.

La edad más representativa es 27 años.

**Respuesta:** Cuatro clientes recibirán el descuento del 40 %.

**Ahora, respondemos la siguiente pregunta:**

- En general, ¿cuándo la media de un conjunto de datos no resulta muy representativa?




### ¿Sabías que...?

La media aritmética es representativa cuando los datos son no dispersos. Para calcularla, usamos el rango (R), que es la diferencia entre el mayor y el menor dato. Si el resultado es un número alto, significa que los datos son dispersos. Por ejemplo, si se tienen los datos 0; 1; 5; 7; 7; 9; 10; 15; 31; 40, el rango es  $R = 40 - 0 = 40$ . Como el valor es alto, decimos que los datos son dispersos.

## Aprendemos a partir del error

### Situación C: Tallas de los integrantes de un equipo de fútbol

Las estaturas de los seis integrantes del equipo de fútbol de primer grado de secundaria de una institución educativa son las que se muestran en la tabla.

¿Cuál es la estatura representativa de los estudiantes que conforman este equipo?

Nombre	Estatura (cm)
Rodrigo	143
Franco	144
Tomás	146
Gerardo	148
José Luis	149
Carlos	128



Fuente: Shutterstock

Analizamos los procedimientos planteados para identificar el error.

### Resolución

Calculamos las medidas de tendencia central para determinar la estatura representativa del equipo.

#### Moda (Mo)

Notamos que es un conjunto amodal, porque no se repite ninguno de los datos, es decir, no hay moda.

#### Mediana (Me)

Ordenamos los datos y promediamos los dos centrales:

$$128; 143; 144; 146; 148; 149 \rightarrow Me = \frac{146 + 148}{2} \rightarrow Me = 147 \text{ cm}$$

#### Media aritmética ( $\bar{x}$ )

Dividimos la suma de todos los valores por el número total de datos:

$$\bar{x} = \frac{143 + 144 + 146 + 148 + 149 + 128}{6} \rightarrow \bar{x} = \frac{858}{6} \rightarrow \bar{x} = 143 \text{ cm}$$

La estatura promedio es 143 cm y solo uno de los estudiantes la tiene, por lo que la media no resultará muy representativa.

**Respuesta:** La estatura representativa es 147 cm.

Ahora, respondemos las preguntas para corregir el error:

1. ¿Cuándo la media aritmética de un conjunto de datos resulta representativa?


2. Verifica el procedimiento y la respuesta, y corrige si hubiera algún error.




## Evaluamos nuestros aprendizajes



### Propósito

Representamos las características de una muestra o de una población por medio de variables cuantitativas y expresamos el comportamiento de los datos mediante gráficos estadísticos y medidas de tendencia central; explicamos y usamos procedimientos para determinar la mediana, la media y la moda. Asimismo, justificamos afirmaciones con conocimientos estadísticos.



#### Clases de variables

##### Cualitativas

- **Nominales**  
Ejemplo: Color de ojos
- **Ordinales**  
Ejemplo: Nivel de instrucción

##### Cuantitativas

- **Continuas**  
Ejemplo: Estatura de un niño
- **Discretas**  
Ejemplo: Número de hermanos

Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno o portafolio.

1. Un docente de Marketing informó que la nota que obtuvieron más estudiantes en una prueba fue 14. Si quisiéramos interpretar los datos estadísticamente, podríamos decir que la nota expresada por el docente es:

- a) el promedio                       c) la mediana  
 b) la media                             d) la moda

2. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? Justifica tu respuesta.

- I. La media aritmética es siempre menor que la moda.  
 II. Si ordenamos los datos, siempre encontraremos a la moda en el centro.  
 III. Puede haber más de una moda en un grupo de datos.

- a) Solo I  
 b) Solo II  
 c) Solo III  
 d) I y III

3. Un estudiante obtiene los siguientes puntajes en sus exámenes de Contabilidad durante un semestre:

14	13	1	16	16	15	14	18	18	17	17	20	19	18	0
----	----	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---

¿Cuál es el puntaje más representativo que obtuvo el estudiante?

- a) 16                                       c) 18  
 b) 14,4                                    d) 14

4. Los datos siguientes corresponden a los minutos que Alberto debió esperar el bus para ir a su trabajo durante 15 días:

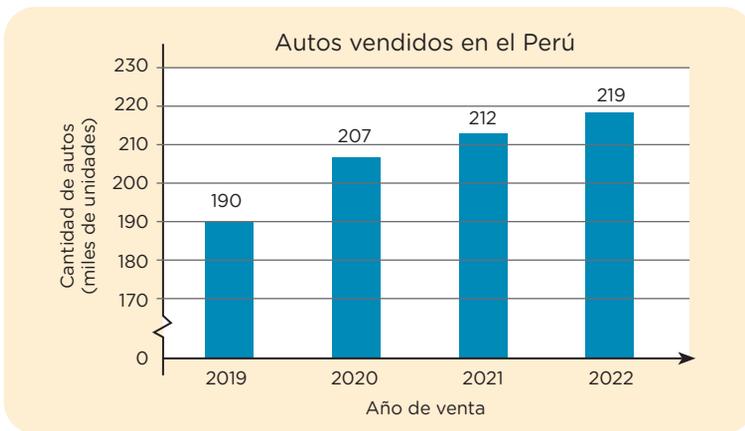
20	5	6	8	6	6	8	6	5	6	8	6	5	6	7
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

¿Cuál de las medidas de tendencia central tomará en cuenta Alberto para estimar el tiempo que debe esperar su transporte?, ¿por qué?

5. El siguiente gráfico de barras muestra la venta de autos en el Perú del 2019 al 2022. De acuerdo con el comportamiento de los datos, determina la media aritmética de la cantidad de autos vendidos en ese periodo.



Fuente: Shutterstock



- a) 207 000 autos      c) 216 000 autos  
 b) 212 000 autos      d) 218 000 autos
6. La siguiente tabla muestra la información de la cantidad de veces que asistieron al cine 100 personas durante el mes de marzo. Completa la tabla según el ejemplo.

Cantidad de veces que asistieron al cine	Cantidad de personas ( $f_i$ )	Frecuencia relativa porcentual ( $h_i$ %)	Grado del ángulo del sector circular
0	20	20 %	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$
1	25		
2	40		
3	5		
4	10		

- Determina qué porcentaje de personas asistieron al cine en más de dos oportunidades.
- Representa los datos mediante un gráfico circular. Utiliza tu transportador.

**Ten en cuenta**

El **gráfico de barras** está formado por barras rectangulares del mismo ancho y su altura está determinada por la frecuencia de cada uno de los valores de la variable. Además, la moda corresponde a la barra más alta.

**Recuerda**

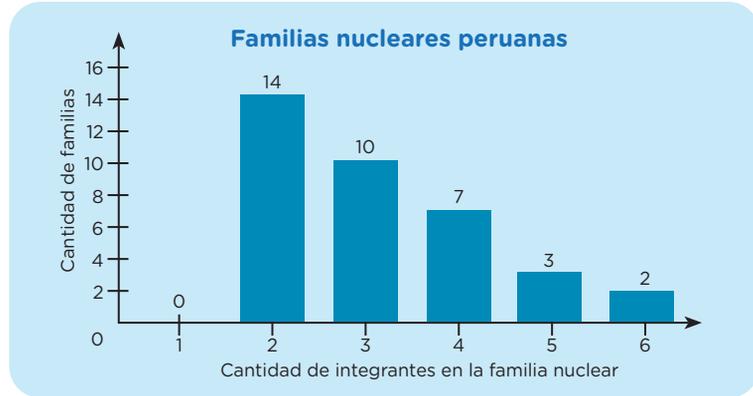
Un diagrama circular es la representación de datos en un círculo. Se usa para representar los porcentajes correspondientes. El diagrama circular (también llamado gráfica circular, gráfica de pastel o diagrama de sectores) sirve para representar variables cualitativas o cuantitativas discretas.



## Recuerda

La media aritmética se obtiene sumando todos los valores de los datos y dividiendo el resultado entre la cantidad total de datos.

7. A partir del siguiente gráfico, determina la cantidad de integrantes promedio de la familia nuclear peruana. Una familia nuclear está formada por los miembros de un único núcleo familiar; es decir, es el grupo formado por los padres y sus hijos.



- a) 2,86                      c) 3,42  
 b) 3,14                      d) 4,0

8. El gerente de una empresa de confección de ropa deportiva toma una muestra de cinco sueldos de sus trabajadores y afirma que, si uno de sus trabajadores gana S/1200, entonces la media, mediana y moda de los sueldos son S/1500, S/1400 y S/1800, respectivamente. ¿Es correcta dicha afirmación? Justifica tu respuesta empleando procedimientos matemáticos.

## Evalúo mis aprendizajes

Reflexiono y evalúo mi progreso en la siguiente ficha de autoevaluación.

Criterios	Lo logré	Estoy en proceso de lograrlo	¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?
Representé las características de la muestra de una población por medio de variables cuantitativas discretas y expresé el comportamiento de los datos mediante gráficos de barras, gráficos circulares y medidas de tendencia central.			
Explicué lo que comprendí de las medidas de tendencia central.			
Usé procedimientos para determinar la mediana, la media aritmética y la moda de variables cuantitativas discretas.			
Justifiqué afirmaciones con conocimientos estadísticos sobre medidas de tendencia central.			

## ¿Cómo operamos con números enteros en situaciones reales?

### Construimos nuestros aprendizajes



#### Propósito

Usamos diversas representaciones para comprender las propiedades de las operaciones con números enteros. Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas con números enteros; asimismo, empleamos estrategias y procedimientos para realizar operaciones.



### Representamos las diversas temperaturas del Perú

Adriana hizo la siguiente infografía con datos del Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (Senamhi) y de la Organización Mundial de la Salud (OMS).



Adriana comparte esta información con sus compañeros y, conjuntamente, plantean las siguientes preguntas:

- Entre la temperatura máxima advertida por la OMS y la temperatura máxima en Piura, ¿cuál es mayor?, ¿en cuánto? ¿Qué problemas de salud podría generar en sus pobladores?
- Entre la temperatura mínima advertida por la OMS y la temperatura mínima en Puno, ¿cuál es menor?, ¿en cuánto? ¿Qué problemas de salud podría generar en sus pobladores?
- ¿Cuántos grados Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) de diferencia hay entre la temperatura máxima de Piura y la temperatura mínima de Puno?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

5. Lee el procedimiento que realizará Juana para determinar cuál es mayor, entre la temperatura máxima recomendada por la OMS y la temperatura máxima de Piura, y en cuánto. Luego, responde.

### Procedimiento de Juana

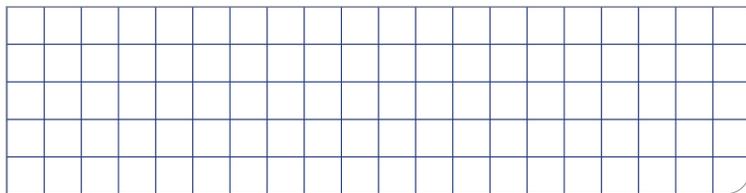
1. Ubicaré en la recta numérica +24 y +36, que son los números enteros que expresan la temperatura máxima recomendada por la OMS y la máxima de Piura.
2. Determinaré cuál es mayor y en cuánto.

6. Lee el procedimiento que realizará Pedro para determinar cuál es menor, entre la temperatura mínima recomendada por la OMS y la temperatura mínima de Puno, y en cuánto.

### Procedimiento de Pedro

1. Ubicaré en la recta numérica +18 y -8, que son los números enteros que expresan la temperatura mínima recomendada por la OMS y la mínima de Puno.
2. Determinaré cuál es menor y en cuánto.

7. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación.



## Ejecutamos la estrategia o plan

8. Escribe una expresión matemática para cada una de estas temperaturas:

- 36 °C: .....
- 24 °C: .....
- 8 °C bajo cero: .....
- 18 °C: .....



## Ten en cuenta

El conjunto de los **números enteros** ( $\mathbb{Z}$ ) está formado por la unión de los números positivos, los negativos y el cero. Se representan de forma ordenada en la recta numérica. Los enteros positivos se ubican a la derecha del cero, y los enteros negativos, a su izquierda.

Entonces:

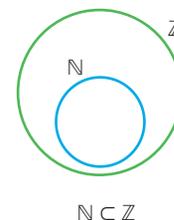
$$\mathbb{Z} = \{\dots -2; -1; 0; 1; 2\dots\}$$

Gráficamente:



## ¿Sabías que...?

El conjunto de los números naturales ( $\mathbb{N}$ ) está incluido en el conjunto de los números enteros ( $\mathbb{Z}$ ).





### Ten en cuenta

Dados dos números enteros ubicados en la recta numérica, es mayor aquel que se encuentra situado a la derecha del otro.



### Recuerda

Los enunciados que se refieren a avances se expresan matemáticamente como cantidades positivas, y los referidos a retrocesos, como negativas.



### ¿Sabías que...?

Otras situaciones cotidianas que se expresan con números negativos son ubicaciones por debajo del nivel del mar, estados de pérdida en una empresa, entre otras.

9. Ubica en la recta numérica los valores de la temperatura máxima advertida por la OMS y la temperatura máxima de Piura. Luego, completa cada oración.



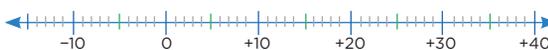
- a) ..... °C está ..... unidades más a la derecha en la recta numérica que ..... °C; por lo tanto, la temperatura máxima en Piura es ..... en 12 °C que la temperatura máxima advertida por la OMS.

- b) También se pudo obtener así:

Temperatura menor	+	Unidades que avanza	=	Temperatura mayor
.....		.....		.....

- c) Responde la primera pregunta de la situación: .....

10. Ubica en la recta numérica los valores de la temperatura mínima advertida por la OMS y la temperatura mínima de Puno. Luego, completa cada oración.



- a) ..... está ..... unidades más a la derecha en la recta numérica que .....; por lo tanto, la temperatura mínima de Puno es ..... en 26 °C que la temperatura mínima advertida por la OMS.

- b) También se pudo obtener así:

Temperatura menor	+	Unidades que avanza	=	Temperatura mayor
.....		.....		.....

- c) Responde la segunda pregunta de la situación: .....

11. Realiza las operaciones que permiten dar respuesta a la tercera pregunta de la situación.

Temperatura menor	+	Unidades que avanza	=	Temperatura mayor
.....		.....		.....

Entonces, la respuesta es .....

## Reflexionamos sobre el desarrollo

12. ¿De qué otra manera se puede resolver la situación? Explica.


## Comprobamos nuestros aprendizajes



### Propósito

Empleamos diversas estrategias para realizar operaciones con números enteros. Asimismo, justificamos las operaciones con números enteros mediante ejemplos y propiedades de las operaciones, y corregimos los procedimientos si hubiera errores.



### Situación A: El registro de goles

El entrenador de un equipo de fútbol femenino registró los goles a favor y en contra que recibió su equipo hasta la cuarta fecha.

- ¿Cuál es la diferencia de goles hasta la cuarta fecha? ¿Cómo se interpreta ese valor?
- Si en la quinta fecha anotaron 2 goles, pero recibieron 5 en contra, ¿cuál será su nueva diferencia de goles (DG) y qué significará?



A continuación, analizamos los procedimientos planteados.

### Resolución

- Interpretamos la información del equipo hasta la cuarta fecha mediante números enteros:

Goles a favor (GF): +3    Goles en contra (GC): -4

Para hallar la diferencia de goles (DG), sumamos dichos valores:

$$(+3) + (-4)$$

Observa cómo sumar números enteros con piezas de papel.

- Reconocemos las piezas de cada color y forma, según lo indicado en la tabla:

Números positivos (+)		Números negativos (-)	
Unidad		Unidad	
Decena		Decena	
Centena		Centena	

- Representamos la operación con las piezas de papel:

$$(+3) \quad + \quad (-4)$$

- Por cada pieza anaranjada, tachamos una pieza azul, ya que -1 y +1 suman 0.



### Ten en cuenta

Dibuja 10 piezas de cada tipo, píntalas por un lado con azul y por el otro lado con anaranjado. Recórtalas. Luego, forma una pareja con un compañero para jugar con este material. Uno le dictará un número entero o una operación con números enteros al compañero y el otro deberá efectuarla usando las piezas de papel de colores.



### Situación B: El globo meteorológico

La temperatura del aire baja conforme se asciende en la atmósfera, a razón de 9 °C por cada 300 metros, aproximadamente. En un momento dado, un globo meteorológico registró una temperatura de -90 °C, mientras que la temperatura a nivel del suelo en ese mismo momento era 18 °C. ¿A qué altura se encontraba el globo meteorológico?

Adaptado de Santis, M. (2015). *Matemática 7.º básico. Cuaderno de ejercicios*. Ediciones SM Chile S. A.

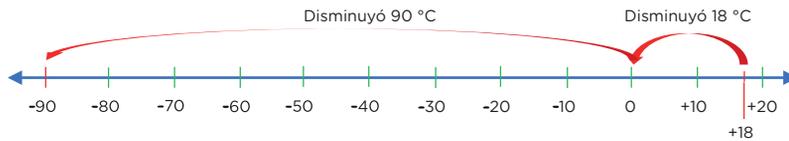


Fuente: Shutterstock

A continuación, analizamos los procedimientos planteados.

#### Resolución

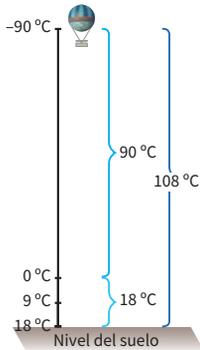
Como el globo se ha elevado y la temperatura baja conforme se asciende, sabemos que la temperatura ha disminuido. Para calcular en cuánto disminuyó, ubicamos los datos en la recta.



Contamos cuánto retrocedió en la recta. Lo hacemos por partes: De 18 °C a 0 °C disminuyó 18 °C y de 0 °C a -90 °C disminuyó 90 °C. En total, disminuyó 108 °C.

También se pudo restar -90 °C de 18 °C:  $(+18) - (-90) = 108$

Representamos los datos en un diagrama e interpretamos:



La temperatura disminuyó de 9 °C en 9 °C, así: 18 °C; 9 °C; 0 °C...

Dividimos la disminución total entre lo que disminuye cada vez:  $108 \text{ °C} \div 9 \text{ °C} = 12$

Entonces disminuyó 12 veces 300 m; por lo tanto, la altura se calculará multiplicando.

$$12 \times 300 \text{ m} = 3600 \text{ m}$$

**Respuesta:**

El globo se encuentra a 3600 m de altura.

Ahora, respondemos las siguientes preguntas:

- Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- Al observar que la temperatura de 3 °C bajo cero varía a 1 °C bajo cero, Julia afirma que la temperatura disminuye. ¿Es correcta la afirmación de Julia? Justifica tu respuesta.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



#### Recuerda

De manera práctica, entre un número negativo y un número positivo, siempre será mayor el positivo.



#### Ten en cuenta

La sustracción de dos números enteros equivale a la adición del minuendo con el **opuesto** del sustraendo.

Comprobamos usando la regla:  
 $(+18) - (-90) = (+18) + (+90) = 108$



#### Glosario

El **opuesto de un número** entero es aquel que tiene el mismo valor numérico, pero signo contrario. Por ejemplo:

- Opuesto de +3: -3
- Opuesto de -7: +7



## Aprendemos a partir del error

### Situación C: Alturas y depresiones

El Huascarán, el pico más alto del Perú, alcanza los 6768 metros sobre el nivel del mar (m s. n. m.). Por otro lado, la depresión de Sechura, zona de tierras bajas situada en la región Piura, tiene su punto más bajo a 34 metros bajo el nivel del mar (m b. n. m.). ¿Cuál es la diferencia en metros entre el pico más alto y el punto más bajo de nuestro país?



El Huascarán



El desierto de Sechura

Fuente: Shutterstock

Fuente: Shutterstock

Analizamos los procedimientos planteados para identificar el error.

### Resolución

Como nos piden calcular la diferencia entre ambos puntos, restamos las cantidades:

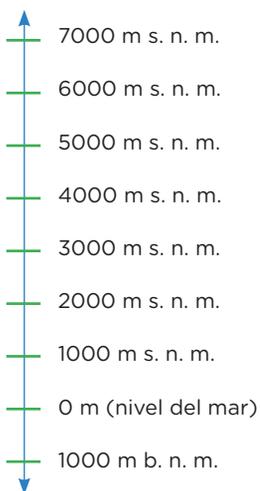
$$6768 \text{ m} - 34 \text{ m} = 6734 \text{ m}$$

### Respuesta:

La diferencia entre los dos puntos es de 6734 m.

Ahora, respondemos las preguntas para corregir el error:

1. Completa la gráfica lineal vertical que representa las alturas mencionadas en la situación.
2. Escribe los números enteros que expresan las cantidades de la situación:
  - Altura de Huascarán: .....
  - Depresión de Sechura: .....
3. ¿Cuál es la operación matemática que permite resolver el problema y cuál fue el error cometido?




4. Efectúa correctamente el procedimiento que permite resolver el problema.



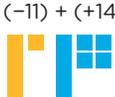

### Ten en cuenta

#### ¿Cómo efectuamos sustracciones usando piezas de papel?

1. Representa el minuendo y el sustraendo con las piezas de papel. Por ejemplo:  $(-11) - (-14)$



2. Voltea las piezas del sustraendo. (Esto equivale a sumar con el opuesto de un número).



3. Retira o tacha una pieza azul por cada anaranjada, cuenta lo que queda y escribe la respuesta.



Respuesta:  $(-11) - (-14) = +3$

## Evaluamos nuestros aprendizajes



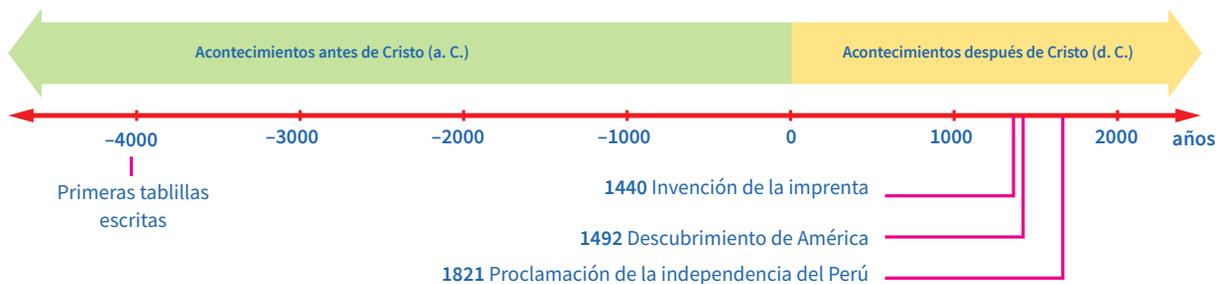
### Propósito

Establecemos relaciones entre datos y los transformamos en expresiones con números enteros. Asimismo, expresamos nuestra comprensión y empleamos diversas estrategias para realizar operaciones con números enteros. Justificamos afirmaciones con conocimientos, ejemplos y propiedades de las operaciones.



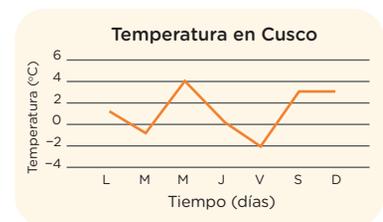
Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno o portafolio.

La siguiente línea de tiempo muestra algunos acontecimientos importantes de la historia de la humanidad.



Utiliza esta información para responder las preguntas 1 y 2.

1. ¿Cuántos años transcurrieron desde la invención de la imprenta hasta el descubrimiento de América?  
 a) 40 años     b) 52 años     c) 58 años     d) 92 años
2. ¿Cuántos años transcurrieron desde las primeras tablillas escritas hasta la proclamación de independencia del Perú?  
 a) 2230 años     b) 4770 años     c) 5492 años     d) 5821 años
3. El Servicio Nacional de Meteorología e Hidrografía del Perú (Senamhi) registró las temperaturas a las 2 a. m. en la ciudad del Cusco durante siete días, como se muestra en el gráfico del margen. ¿Cuántos grados Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) desciende la temperatura del miércoles al viernes?  
 a) Desciende  $6^{\circ}\text{C}$      c) Desciende  $4^{\circ}\text{C}$   
 b) Desciende  $3^{\circ}\text{C}$      d) Desciende  $2^{\circ}\text{C}$
4. De acuerdo con un libro de historia, un personaje nació en el año 35 a. C. y murió en el año 15 d. C., a la edad de 50 años. ¿Es esto realmente posible? Explica haciendo uso de tus conocimientos matemáticos.
5. La galería Alfombra Mágica tiene 3 niveles de sótano y 8 pisos, y está ubicada en un conocido centro comercial. En ese lugar, Viviana es propietaria de dos tiendas. Una de ellas se encuentra en el 3.º nivel del sótano y la otra se ubica 7 niveles más arriba de esta. ¿En qué piso se ubica la segunda tienda de Viviana?  
 a) Piso 3     b) Piso 4     c) Piso 7     d) Piso 10





## Recuerda

Hallar la **variación entre dos números enteros** significa calcular la diferencia que existe entre ellos. Por ejemplo, si la temperatura en una congeladora era  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  y luego se elevó a  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , para calcular la variación restamos la cantidad mayor menos la menor. Entonces:

$$(-4) - (-10)$$

$$(-4) + (+10)$$

$$+6$$

Esto significa que la temperatura ha subido  $6\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

6. Cierta día, en la ciudad de Puno, se registró la temperatura en tres momentos distintos. La primera medición se hizo a las 7 a. m. y marcó lo siguiente:



Luego de 5 horas subió  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  y 10 horas después bajó  $7\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Alicia afirma que la temperatura que marcaba el termómetro a las 10 p. m. es  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Es correcta su afirmación? Justifica tu respuesta.

7. La siguiente tabla muestra las temperaturas máxima y mínima registradas en un día en varias ciudades:

Ciudad / Temperatura	Ciudad 1	Ciudad 2	Ciudad 3	Ciudad 4	Ciudad 5
Mínima ( $^{\circ}\text{C}$ )	$-7^{\circ}$	$-1^{\circ}$	$-9^{\circ}$	$16^{\circ}$	$3^{\circ}$
Máxima ( $^{\circ}\text{C}$ )	$23^{\circ}$	$18^{\circ}$	$28^{\circ}$	$24^{\circ}$	$38^{\circ}$

¿En qué ciudades se dan la mayor y la menor variación de temperatura, respectivamente?

- a Ciudad 3 y ciudad 5       c Ciudad 1 y ciudad 4  
 b Ciudad 3 y ciudad 4       d Ciudad 1 y ciudad 5
8. Si  $A$  es un número entero negativo y  $B$  es un número entero positivo, ¿qué signo tendrá el resultado de la operación  $A - B$ ?, ¿por qué? Sustenta tu respuesta con un ejemplo.

## Evalúo mis aprendizajes

Reflexiono y evalúo mi progreso en la siguiente ficha de autoevaluación.

Criterios	Lo logré	Estoy en proceso de lograrlo	¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?
Establecí relaciones entre datos y las transformé en expresiones numéricas con números enteros.			
Usé diversas representaciones para comprender las propiedades de las operaciones con números enteros.			
Empleé diversas estrategias para realizar operaciones con números enteros.			
Justifiqué afirmaciones con conocimientos y propiedades de las operaciones con números enteros.			

## ¿Cómo nos ayudan las inecuaciones a respetar los límites de velocidad?

### Construimos nuestros aprendizajes



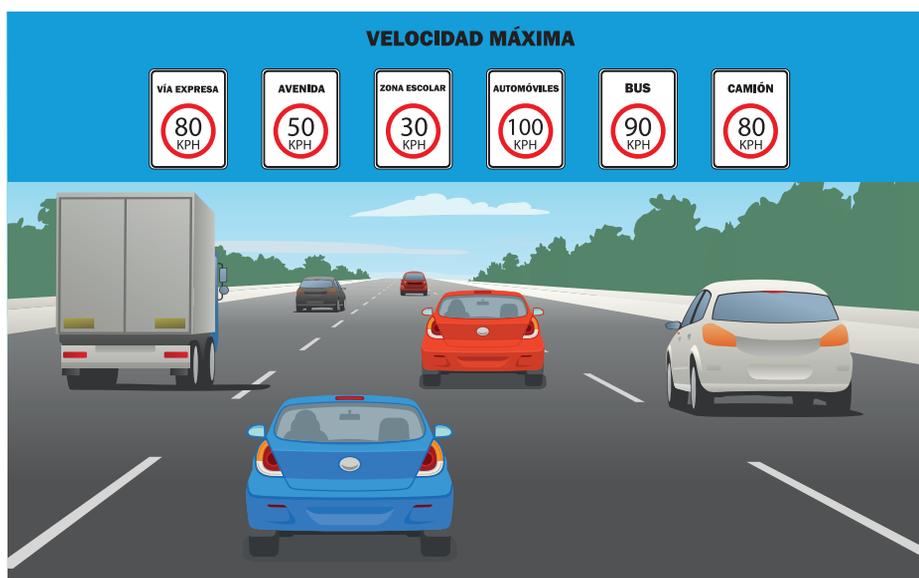
#### Propósito

Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos o desigualdades, y transformamos esas relaciones en inecuaciones. También empleamos estrategias heurísticas y procedimientos, mediante el uso de propiedades de las operaciones y de las inecuaciones, para resolver un problema.



#### Aprendemos la importancia de respetar los límites de velocidad

El exceso de velocidad es la primera causa de los accidentes de tránsito; así lo reveló un informe del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI). Dicho documento destaca que la segunda causa de accidentes de tránsito es la invasión del carril contrario. Respetar los límites de velocidad establecidos es de vital importancia para prevenir accidentes de tránsito. Por ello, los conductores y peatones, en general, debemos informarnos para evitar cometer alguna imprudencia que resulte fatal.



Fuente: Shutterstock

Juan conducía su auto por la vía Expresa. Iba con su amigo César, quien le dijo: “Vas muy despacio; podrías duplicar tu velocidad, luego aumentarla en 10 km/h y, aun así, estarías respetando el límite de velocidad permitido”. A partir de lo dialogado:

- Escribe lo mencionado por César mediante una expresión matemática. Luego, calcula la velocidad máxima a la que podría estar conduciendo Juan.
- Considerando que Juan conducía a la velocidad máxima según la pregunta anterior y que dentro de poco saldría de la vía Expresa para entrar a la zona escolar, ¿cuánto es lo mínimo que debería reducir su velocidad?







### Ten en cuenta

Expresar en el lenguaje matemático o simbólico consiste en convertir enunciados verbales en una estructura que relaciona **variables** y datos numéricos para resolver un problema matemático.



### Glosario

Una **variable** es un símbolo que representa uno o más valores desconocidos. Suelen emplearse para este fin letras minúsculas tales como  $x, y, z$ , etc.



### Recuerda

El conjunto solución (C. S.) es aquel conjunto de todos los posibles valores que hacen verdadera una inecuación.

Por ejemplo:

$$5x - 7 \geq 13$$

$$5x \geq 20$$

$$x \geq 4$$

$$\text{C. S.} = \{4; 5; 6; 7...\}$$

Gráficamente:



## Ejecutamos la estrategia o plan

11. Completa la tabla con las expresiones del lenguaje matemático que corresponden a las frases del lenguaje verbal.

Lenguaje verbal	Lenguaje matemático
Velocidad del auto	$v$
Se duplica la velocidad del auto	
Se duplica la velocidad del auto, luego se aumenta en 10 km/h	

12. Representa en lenguaje matemático lo siguiente: “Podrías duplicar la velocidad, luego aumentarla en 10 km/h y, aun así, estarías dentro del límite de la velocidad permitido en la vía Expresa”. Luego, resuelve la inecuación y responde la primera pregunta de la situación.

13. Considerando los valores de la respuesta a la pregunta anterior, responde la segunda pregunta de la situación.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

14. ¿Podría Juan conducir a una velocidad menor que la obtenida en la primera pregunta de la situación? Justifica tu respuesta.

15. ¿Podría Juan reducir su velocidad a una menor que el valor obtenido en la segunda pregunta de la situación? Justifica tu respuesta.



## Comprobamos nuestros aprendizajes



### Propósito

Expresamos con lenguaje algebraico el conjunto solución de una condición de desigualdad. Asimismo, justificamos las propiedades de las desigualdades usando ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos, y corregimos errores si los hubiera.

### Situación A: Los trabajos de investigación

Luis es profesor de un instituto de educación superior. Al final de ciclo, evalúa a sus estudiantes con un trabajo de investigación. Al momento de revisarlos, piensa: “Vamos, no son tantos. Si tuviera 7 veces la cantidad de trabajos que tengo por revisar, sobrepasarían el millar; pero, si tuviera solo la mitad y 28 más, no llegarían a la centena”. ¿Cuántos trabajos de investigación tiene que revisar Luis?



Fuente: Shutterstock

A continuación, analizamos los procedimientos planteados.

### Resolución

Identificamos que la incógnita es el número de trabajos de investigación por revisar, así que llamaremos  $x$  a dicho número.

Analizamos la primera parte de lo mencionado por Luis: “Si tuviera 7 veces la cantidad de trabajos que tengo que revisar, sobrepasarían el millar”. Organizamos en la tabla las expresiones matemáticas que corresponden.

Lenguaje verbal	Lenguaje matemático
Número de trabajos de investigación por revisar	$x$
7 veces la cantidad de trabajos que tengo por revisar	$7x$
7 veces la cantidad de trabajos que tengo por revisar sobrepasaría el millar	$7x > 1000$

Resolvemos la inecuación planteada:

$$7x > 1000$$

$$7x \left(\frac{1}{7}\right) > 1000 \left(\frac{1}{7}\right) \quad \text{Multiplicamos ambos miembros por } \frac{1}{7}$$

$$x > 142,9$$

Ahora, analizamos la segunda parte de lo mencionado por Luis: “Si tuviera solo la mitad y 28 más, no llegarían a la centena”.



### Ten en cuenta

Para resolver una inecuación, empleamos las propiedades de la desigualdad:

- Si multiplicamos ambos miembros por el mismo valor positivo, la desigualdad se mantiene.

Por ejemplo:

$$7 < 10$$

$$7 \times 5 < 10 \times 5$$

$$35 < 50$$







## Evaluamos nuestros aprendizajes



### Propósito

Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos o desigualdades, y las transformamos en inecuaciones. Expresamos nuestra comprensión con lenguaje algebraico y empleamos estrategias y procedimientos, así como las propiedades de las desigualdades. Justificamos afirmaciones con conocimientos matemáticos.



Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno o portafolio.

1. María adquiere cierta cantidad de entradas para el cine. Si regalara 4 entradas, tendría menos de 12. ¿Cuántas entradas tiene como máximo?  
 a) 7 entradas  c) 15 entradas  
 b) 8 entradas  d) 16 entradas
2. Si compro dos jabones, gasto menos de lo que me cuesta un champú. ¿Cuál es el máximo precio entero que se puede pagar por un jabón si un champú cuesta  $S/24$ ?  
 a)  $S/12$   c)  $S/10$   
 b)  $S/11$   d)  $S/17$
3. Regina tiene el triple de la edad de Sebastián. Si la suma de ambas edades es menor que 72, ¿cuál es la edad máxima que puede tener Sebastián?  
 a) 14 años  c) 13 años  
 b) 12 años  d) 17 años
4. Para cada enunciado, escribe la expresión algebraica correspondiente.  
I. Mi hermano tiene más de 20 canicas.  
II. Luisa tiene menos de 20 años.  
III. Si gasto  $S/20$ , me queda menos de  $S/100$ .  
IV. En mi clase somos, por lo menos, 20 estudiantes.
5. Leonardo y sus amigos deben comprar uniformes deportivos para las olimpiadas de su colegio. Los jóvenes averiguan que cada polo cuesta  $S/18$ , y cada *short*,  $S/12$ . Si no pueden gastar más de  $S/700$ , ¿cuántos conjuntos como máximo podrán comprar?  
 a) 25 conjuntos  c) 24 conjuntos  
 b) 23 conjuntos  d) 22 conjuntos



### Recuerda

Hay situaciones en las que se requiere traducir enunciados verbales a expresiones matemáticas.

Por ejemplo:

Lenguaje verbal	Lenguaje matemático
Un número desconocido	$x$
Disminuimos 6 al número	$x - 6$
A 10 le restamos el número desconocido	$10 - x$
El cuádruple del número	$4x$
La tercera parte del número	$\frac{1}{3}x$
Sumamos al número su consecutivo	$x + (x + 1)$



## Recuerda

Si cuentas con dos condiciones de desigualdad, puedes aplicar la propiedad transitiva:

$$a < b \text{ y } b < c \rightarrow a < c$$

Por ejemplo, si  $x$  es mayor que 8, pero menor que 12, podemos expresarlo así:

$$8 < x < 12$$

Entonces:

$$C. S. = \{9; 10; 11\}$$

6. Un comerciante compra cubos mágicos a un precio que oscila entre los 15 y 20 soles, y los vende a un precio entre los 30 y 35 soles. ¿Cuál puede ser su máxima ganancia al vender 25 cubos?
7. Jorge colecciona figuritas de la selección peruana de fútbol. Si consiguiera 6 más, su colección superaría las 40 figuritas. Pero, si regalara la mitad de las que tiene, le quedarían menos de 20. ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero? Justifica.
- a) Jorge tiene más de 40 figuritas.  
 b) Jorge tiene 40 figuritas.  
 c) Jorge tiene 35; 36; 37; 38 o 39 figuritas.  
 d) Jorge tiene más de 36 figuritas.
8. Completa cada casilla vacía con un número del 1 al 4, de manera que en cada fila y columna aparezcan los números sin repetirse. Además, dichos números deben cumplir la relación de orden indicada por los signos.

<input type="text"/>	<	<input type="text"/>	<input type="text"/>	3
<input type="text"/>		<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	>	<input type="text"/>	>	<input type="text"/>
<input type="text"/>		<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

## Evalúo mis aprendizajes

Reflexiono y evalúo mi progreso en la siguiente ficha de autoevaluación.

Criterios	Lo logré	Estoy en proceso de lograrlo	¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?
Establecí relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transformé en expresiones matemáticas que incluyen inecuaciones.			
Expresé con lenguaje algebraico el conjunto solución de una inecuación.			
Empleé estrategias heurísticas y procedimientos mediante el uso de propiedades de las inecuaciones para resolver un problema.			
Justifiqué afirmaciones con mis conocimientos matemáticos sobre las propiedades de las inecuaciones.			

## ¿Cómo construimos formas geométricas con material concreto?



### Construimos nuestros aprendizajes

#### Propósito

Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios; asociamos estas características y las representamos con formas bidimensionales. Asimismo, expresamos de diversas formas nuestra comprensión sobre los cuadriláteros.



#### Utilizamos el mecano para construir formas geométricas

El mecano es un juego que consta de tiras de distintas longitudes, generalmente metálicas, aunque pueden elaborarse incluso en papel, con una serie de agujeros equidistantes. Al unir las tiras, con tuercas y tornillos, se pueden formar tiras más largas, así como líneas abiertas, cerradas, rectas o quebradas, y, por lo tanto, figuras geométricas.

Melissa y Joaquín se han repartido algunas piezas del mecano. Observa las que tiene cada uno.



Fuente: Shutterstock

- ¿Qué tipos de cuadriláteros podrán formar, respectivamente, Melissa y Joaquín con las piezas que les tocó? Detalla sus nombres y características.
- Calcula el perímetro de cada tipo de cuadrilátero construido con las piezas de mecano.

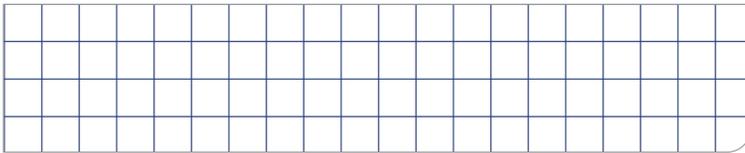


## Ejecutamos la estrategia o plan

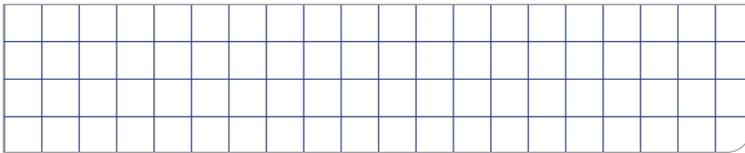
Recorta las piezas del mecano que corresponden a Melissa, ubicadas en la página 83, y sobre tu mesa construye todos los tipos de cuadriláteros posibles.

7. Dibuja los cuadriláteros que has construido y señala la longitud de cada lado. Luego, calcula su perímetro e indica sus elementos.

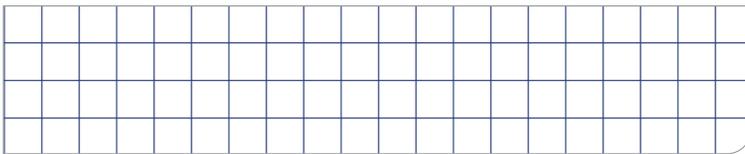
**Cuadrilátero 1:**



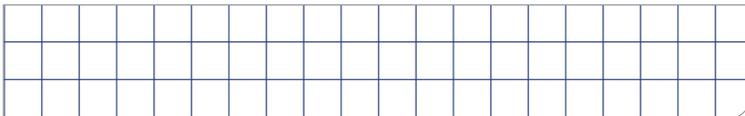
**Cuadrilátero 2:**



**Cuadrilátero 3:**



8. ¿Cuántos cuadriláteros has construido y cuáles son sus nombres?



Recorta las piezas del mecano que corresponden a Joaquín, ubicadas en la página 83, y sobre tu mesa construye todos los tipos de cuadriláteros posibles.

9. Dibuja los cuadriláteros que has construido y señala la longitud de cada lado. Luego, calcula su perímetro e indica sus elementos.

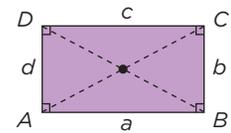
**Cuadrilátero 4:**



## Formalización

### Características de algunos cuadriláteros

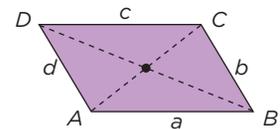
#### Rectángulo



$$a = c \text{ y } d = b$$

En la imagen se observa que las diagonales son de igual longitud y se cortan en su punto medio, los lados opuestos son de igual longitud y los ángulos miden  $90^\circ$ .

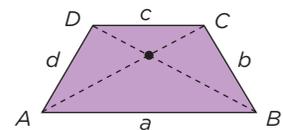
#### Romboide



$$a = c \text{ y } d = b$$

En la imagen se aprecia que las diagonales son desiguales, los lados opuestos son de igual longitud, y los ángulos opuestos son de igual medida y no miden  $90^\circ$ .

#### Trapezio



En la imagen se nota que cuenta con dos lados paralelos llamados bases (mayor y menor) y que las diagonales no se cortan en su punto medio.







## Aprendemos a partir del error

### Situación C: Cuadrados de papel

José corta piezas cuadradas de papel. Para comprobar si son cuadradas, mide los lados y verifica que sean de igual longitud, después de lo cual afirma que están bien cortadas.

En cambio, Alessandra dice que, para comprobar que las piezas de papel son cuadradas, se deben medir las diagonales; si estas son de igual medida, significa que la pieza cuadrada está bien cortada.

¿Estás de acuerdo con el procedimiento de cada uno de ellos para determinar si las piezas cortadas tienen forma cuadrada? Justifica tu respuesta.



Fuente: Shutterstock

Analizamos los procedimientos planteados para identificar el error.

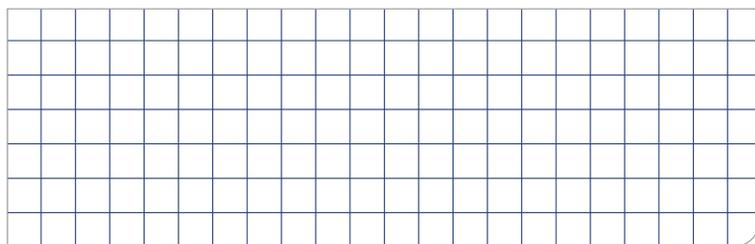
### Resolución

Sí, es suficiente que los cuatro lados sean de igual longitud para asegurar que se trata de un cuadrado.

La afirmación de Alessandra también es válida, ya que, en un cuadrado, las dos diagonales tienen la misma medida.

Ahora, respondemos las preguntas para corregir el error:

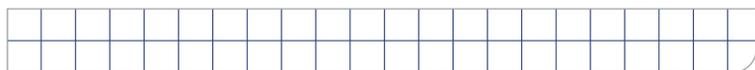
1. ¿En qué cuadrilátero(s) los cuatro lados tienen la misma longitud? ¿Y en cuál(es) sus diagonales tienen igual medida? Dibújalos.



2. A partir de las respuestas a las preguntas anteriores, ¿son correctas las afirmaciones de José y Alessandra? Justifica tu respuesta.

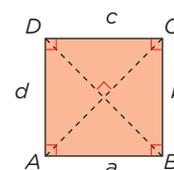


3. ¿Son suficientes los procedimientos de José y Alessandra para asegurar que las piezas son cuadradas? Justifica tu respuesta.



### Ten en cuenta

#### Cuadrado



$$a = c = d = b$$

En la imagen se nota que las diagonales son de igual longitud, que se cortan en su punto medio y que forman un ángulo de  $90^\circ$ . Además, sus lados son de igual longitud y sus ángulos miden  $90^\circ$ .

## Evaluamos nuestros aprendizajes



### Propósito

Establecemos relaciones entre las características medibles de los objetos y las representamos mediante cuadriláteros. Expresamos nuestra comprensión empleando lenguaje matemático y procedimientos para determinar el área y el perímetro; además, justificamos afirmaciones con conocimientos sobre las propiedades de los cuadriláteros.



### Glosario

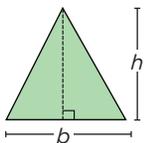
Dos figuras son **congruentes** si tienen la misma forma y dimensiones, aunque diferente posición u orientación.



### Recuerda

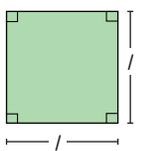
El área de un triángulo, de un cuadrado y de un trapecio se calculan así:

#### Área de un triángulo



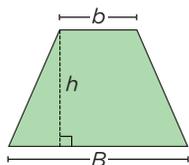
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

#### Área del cuadrado



$$A = l^2$$

#### Área del trapecio



$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno o portafolio.

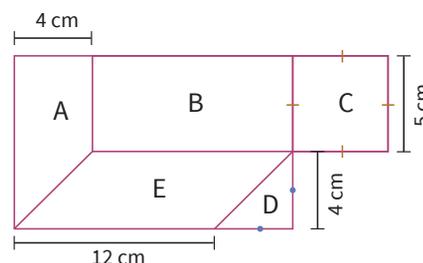
- Determina si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
  - Las diagonales de un rombo son perpendiculares.
  - Existen paralelogramos cuyas diagonales no se cortan en sus puntos medios.
  - Si en un cuadrilátero los lados son todos **congruentes**, así como los ángulos, entonces se trata de un cuadrado.

a) VVV      b) VFV      c) VFF      d) FFV

- Determina a qué cuadrilátero corresponden las siguientes características:
  - Cuatro lados de igual longitud
  - Ángulos opuestos de igual medida
  - Diagonales que se cortan en sus puntos medios
  - Diagonales perpendiculares

a) Trapecio      c) Rombo  
b) Rectángulo      d) Romboide

- Calcula el perímetro y el área de la siguiente figura, si se sabe que A es un trapecio, B es un rectángulo, C es un cuadrado, D es un triángulo y E es un romboide.



- a) Perímetro 60 cm, área total 169 cm<sup>2</sup>  
b) Perímetro 50 cm, área total 88 cm<sup>2</sup>  
c) Perímetro 60 cm, área total 60 cm<sup>2</sup>  
d) Perímetro 48 cm, área total 48 cm<sup>2</sup>

4. Construye un romboide con estas características: uno de sus lados mide 4 cm y sus diagonales miden 6 cm y 5 cm, respectivamente.

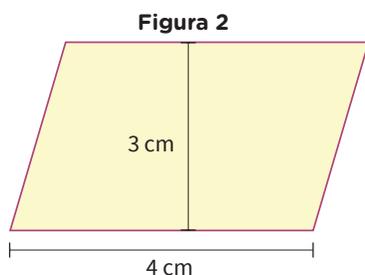
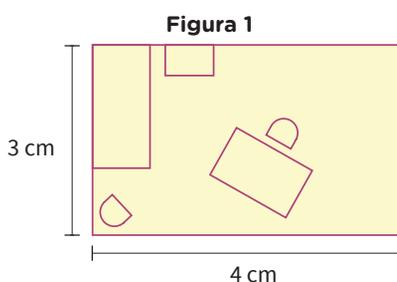
5. Determina a qué cuadrilátero corresponden las siguientes características:

- Tiene solo un par de ángulos opuestos congruentes.
- Tiene dos pares de lados consecutivos congruentes.
- Sus diagonales son perpendiculares.
- Solo una diagonal corta a la otra en su punto medio.

- a) Cuadrado                      c) Rectángulo  
b) Rombo                         d) Trapezoide biisósceles

6. Pedro contrata a Mauro para que alfombrar su dormitorio, cuyo piso tiene forma de rectángulo (figura 1). Mauro realiza mal el corte de la alfombra (figura 2); a pesar de eso, logra alfombrar el dormitorio completamente.

Dibuja cómo se podría alfombrar el dormitorio descomponiendo el área de la alfombra. Justifica tu respuesta.



7. Indica si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

- Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, todos sus ángulos son rectos.
- Si un cuadrilátero tiene un ángulo recto, tiene al menos otro ángulo recto.
- Si un cuadrilátero tiene dos diagonales de igual medida, es un paralelogramo.
- Hay cuadriláteros que no son paralelogramos y que tienen las diagonales de igual medida.

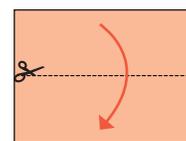
- a) VFFV                      b) VVFF                      c) VVVF                      d) FFVV



### Ten en cuenta

Observa cómo obtener un romboide a partir de dobleces y recortes.

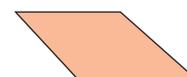
- 1.º Dobra el papel por la mitad y recórtalo.



- 2.º Dobra las esquinas formando un triángulo rectángulo isósceles y recorta por el doblez.



- 3.º Recorta lo que sobra.



### Recuerda

Un **polígono** es una figura plana cerrada determinada por la unión de segmentos (lados) que solamente se intersecan en sus extremos (vértices).

Un **cuadrilátero** es un polígono que tiene cuatro lados, cuatro vértices y cuatro ángulos.

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos.



## Recuerda

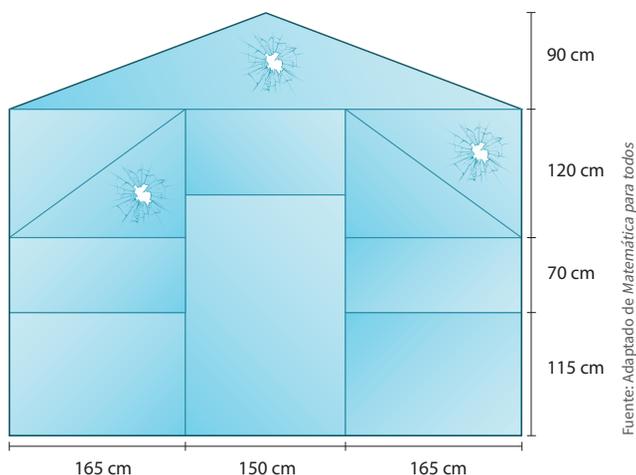
Esta es una de las equivalencias entre unidades de superficie:

$$1 \text{ m}^2 \leftrightarrow 10\,000 \text{ cm}^2$$

Para convertir de centímetros cuadrados a metros cuadrados, dividimos entre 10 000. Por ejemplo, para convertir 305 000 cm<sup>2</sup> a metros cuadrados, tenemos:

$$305\,000 \div 10\,000 = 30,5 \text{ m}^2$$

8. Varios vidrios de la parte frontal de una construcción han sido dañados. Para la reparación, el vidriero trae dos vidrios que tienen la forma de un rectángulo.



- ¿Qué medidas deben tener los vidrios rectangulares para que puedan cubrir la parte dañada?
- ¿Cuántos metros cuadrados de vidrio tienen que ser reemplazados?

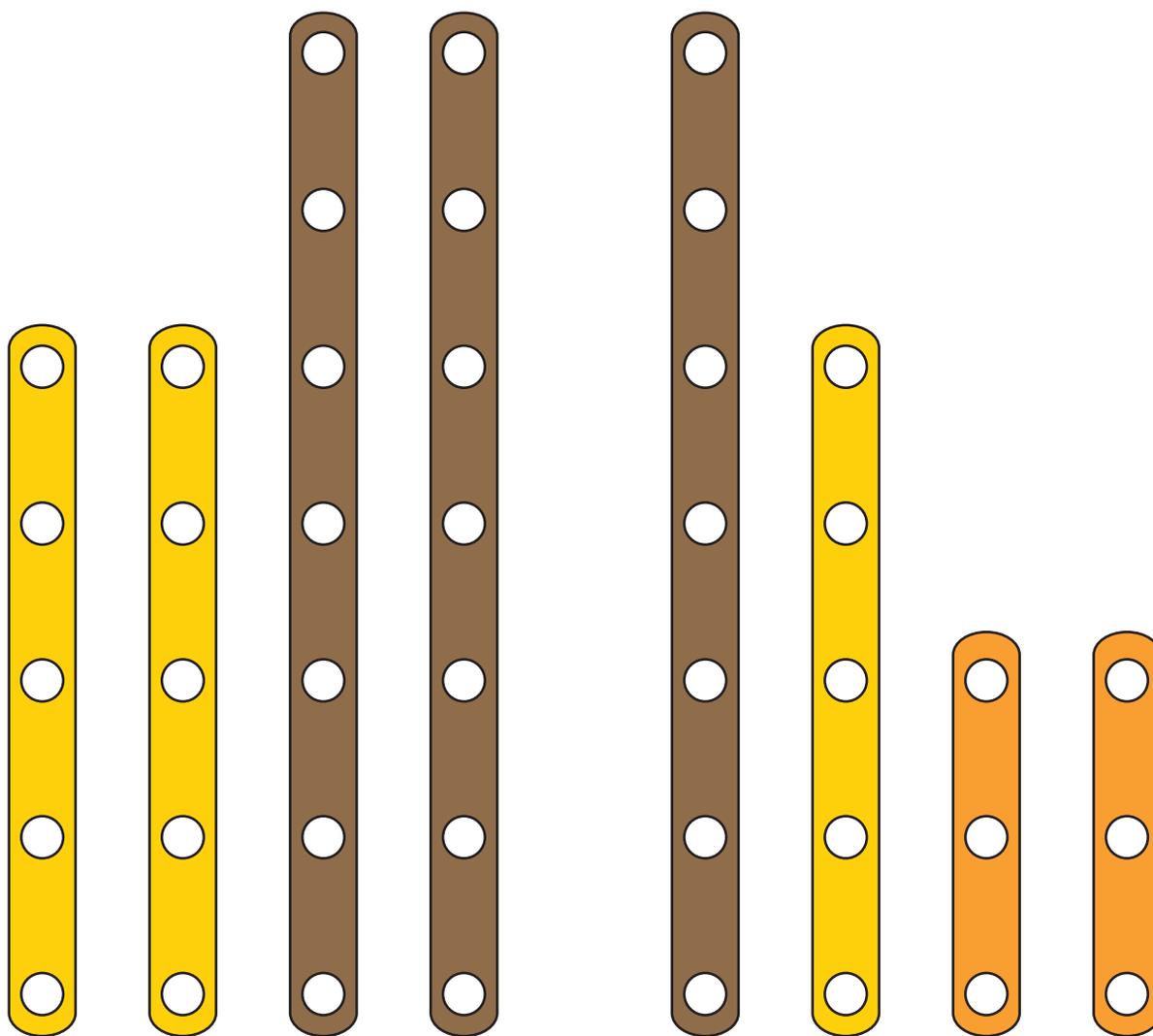
## Evalúo mis aprendizajes

Reflexiono y evalúo mi progreso en la siguiente ficha de autoevaluación.

Criterios	Lo logré	Estoy en proceso de lograrlo	¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?
Establecí relaciones entre las características medibles de objetos reales, asocié estas características y las representé mediante cuadriláteros.			
Expresé con dibujos, construcciones con material concreto y con lenguaje geométrico mi comprensión sobre los cuadriláteros.			
Empleé recursos o procedimientos para determinar el perímetro y el área de cuadriláteros usando unidades convencionales.			
Justifiqué afirmaciones con mis conocimientos sobre las relaciones y propiedades de los cuadriláteros.			



## Piezas del mecano



Melissa

Joaquín



## ¿Cómo aplicamos la probabilidad en situaciones de incertidumbre?



### Construimos nuestros aprendizajes



#### Propósito

Expresamos nuestra comprensión sobre el valor de la probabilidad para caracterizar como más o menos probable una situación aleatoria, y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos mediante la regla de Laplace. Asimismo, justificamos la probabilidad de la ocurrencia de sucesos.

#### Evaluamos las promociones de tiendas comerciales

Con motivo de la inauguración de una tienda de ropa, se les ofrece a los clientes que efectúan compras mayores de 100 soles la posibilidad de girar la ruleta y obtener un beneficio. Si la flecha de la ruleta cae en la sección con el cartel “premio”, el cliente puede elegir gratis un producto de igual o menor precio que el monto de su compra. Si la flecha cae en la sección del caracol, el cliente recibe un descuento del 10 % del monto de su compra. Finalmente, si la flecha cae en la sección de la estrella, se le agradece por su visita. Elva hizo una compra por S/120 y giró la ruleta.



Fuente: Shutterstock

- ¿Qué es más probable que reciba Elva? ¿Premio, descuento o el agradecimiento por su visita?
- Entre ganar un premio y obtener un descuento, ¿cuál es más probable?
- ¿Cuál es la probabilidad de que Elva reciba algún beneficio económico?







## Comprobamos nuestros aprendizajes



### Propósito

Determinamos las condiciones de una situación aleatoria y representamos su probabilidad mediante la regla de Laplace, y, a partir de este valor, determinamos si un suceso es más o menos probable que otro. Asimismo, justificamos con conocimientos la probabilidad de ocurrencia de sucesos y corregimos errores si los hubiera.



### Situación A: El dado

Se lanza un dado una sola vez. Analiza cada suceso presentado a continuación y determina si resulta seguro, imposible o probable.

Suceso A: Que salga un número par.

Suceso B: Que salga un número compuesto mayor que 4.

Suceso C: Que salga un número primo mayor que 5.

Suceso D: Que salga un número menor que 10.

A continuación, analizamos los procedimientos planteados.

### Resolución

Determinamos el espacio muestral ( $\Omega$ ) del experimento de lanzar un dado:  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Analizamos los casos favorables de cada suceso:

- Suceso A: Que salga un número par:  $A = \{2; 4; 6\}$
- Suceso B: Que salga un número compuesto mayor que 4:  
 $B = \{6\}$
- Suceso C: Que salga un número primo mayor que 5:  $C = \{ \}$
- Suceso D: Que salga un número menor que 10:  
 $D = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Calculamos la probabilidad de cada suceso aplicando la regla de Laplace. Luego, según los resultados, determinaremos si son imposibles, poco probables, probables, muy probables o seguros.

Para el suceso A:

$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

Como  $P(A) = 0,5$ , entonces A es un suceso probable.

Expresamos esta probabilidad en porcentajes multiplicando por 100 %:  $P(A) = 0,5 \times 100 \% \rightarrow P(A) = 50 \%$

Esto significa que se tienen 3 posibilidades de un total de 6; en otras palabras, hay un 50 % de probabilidad de que salga un número par al lanzar un dado.

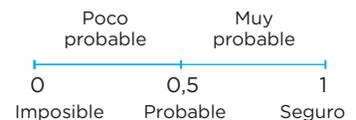


### Ten en cuenta

Según su probabilidad  $P(A)$ , un suceso A puede ser:

- seguro:  $P(A) = 1$
- imposible:  $P(A) = 0$

Gráficamente:









## Evaluamos nuestros aprendizajes



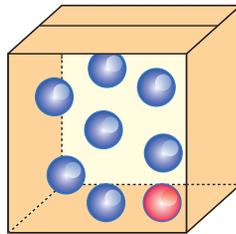
### Propósito

Determinamos las condiciones de una situación aleatoria y representamos su probabilidad mediante la regla de Laplace; asimismo, expresamos nuestra comprensión caracterizando una situación aleatoria como más o menos probable. Además, justificamos con conocimientos la probabilidad de ocurrencia de sucesos.



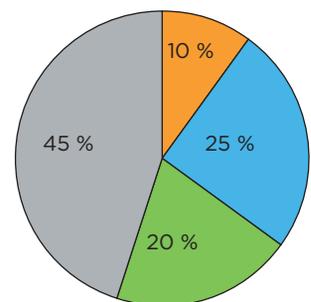
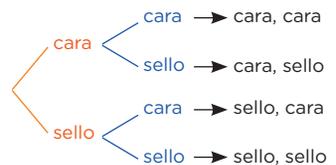
Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno o portafolio.

- Maricielo extrae de la caja una bola al azar. ¿Qué es más probable que saque, una bola azul o una bola roja?, ¿por qué?
  - Es más probable que saque una bola azul, porque es imposible que saque una roja.
  - Es más probable que saque una bola azul, porque hay más bolas azules que rojas.
  - Es más probable que saque una bola roja, porque al menos hay una.
  - Es más probable que saque una bola roja, porque sí o sí debe salir.
- ¿Qué podemos afirmar acerca del experimento de lanzar un dado? Justifica tu respuesta.
  - Es posible que salga un número mayor que 6.
  - Es seguro que salga un divisor de 6.
  - Es imposible que salga un múltiplo de 6.
  - Es probable obtener un número primo.
- El gráfico representa la población de 100 estudiantes de una academia deportiva y las disciplinas que practican. Si un día cualquiera se escoge a un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que no practique básquet.
  - $\frac{1}{10}$
  - $\frac{10}{10}$
  - $\frac{9}{10}$
  - $\frac{90}{10}$
- Determina el espacio muestral producido al lanzar una moneda tres veces; para ello, emplea el diagrama de árbol. Luego, calcula cuál es la probabilidad de obtener al menos un sello.



### Ten en cuenta

El **diagrama de árbol** es una representación que nos permite expresar, de manera sencilla, el conjunto de posibles resultados de un experimento aleatorio. Por ejemplo, si se lanza una moneda dos veces, podemos representar así:



■ Fútbol ■ Vóley  
■ Básquet ■ Natación



# Enfoques transversales

## Enfoque Ambiental



Busca formar personas conscientes del cuidado del ambiente, que promuevan el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.

## Enfoque Inclusivo o de Atención a la Diversidad



Busca reconocer y valorar a todas las personas por igual, con el fin de erradicar la exclusión, discriminación y desigualdad de oportunidades.

## Enfoque de Derechos



Fomenta el reconocimiento de los derechos y deberes; asimismo, promueve el diálogo, la participación y la democracia.

## Enfoque Igualdad de Género



Busca brindar las mismas oportunidades a hombres y mujeres, eliminando situaciones que generan desigualdades entre ellos.

Son los valores y actitudes que tenemos al relacionarnos con otras personas y con nuestro entorno, con el fin de generar una sociedad más justa, inclusiva y equitativa para todos.

## Enfoque Intercultural



Promueve el intercambio de ideas y experiencias entre las distintas formas de ver el mundo.

## Enfoque Búsqueda de la Excelencia



Incentiva a los estudiantes a dar lo mejor de sí mismos para alcanzar sus metas y contribuir con su comunidad.

## Enfoque Orientación al Bien Común



Busca que el conocimiento, los valores y la educación sean bienes que todos compartimos, promoviendo relaciones solidarias en comunidad.

# CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

## I La democracia y el sistema interamericano

### Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

### Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base del estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

### Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

### Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

### Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de sus actividades.

### Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

## II La democracia y los derechos humanos

### Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

### Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

### Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

### Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

## III Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

### Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

### Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

### Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

### Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

### Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

### Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

## IV Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

### Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

### Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

### Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

### Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

### Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constatare que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

### Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

## V La democracia y las misiones de observación electoral

### Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

### Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

### Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

## VI Promoción de la cultura democrática

### Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

### Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

### Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

## EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

### **1. Democracia y Estado de Derecho**

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

### **2. Equidad y Justicia Social**

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las

personas que conformamos esta sociedad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

### **3. Competitividad del País**

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

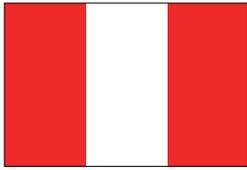
### **4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado**

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

# SÍMBOLOS DE LA PATRIA

## Artículo 49 de la Constitución Política del Perú



**BANDERA NACIONAL**



**ESCUDO NACIONAL**

### HIMNO NACIONAL DEL PERÚ

#### CORO

Somos libres, seámoslo siempre,  
y antes niegue su luzes el sol,  
que faltemos al voto solemne  
que la patria al Eterno elevó.

**HIMNO NACIONAL**

## Declaración Universal de los Derechos Humanos

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

### Artículo 1

Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

### Artículo 2

Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

### Artículo 3

Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

### Artículo 4

Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

### Artículo 5

Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

### Artículo 6

Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

### Artículo 7

Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

### Artículo 8

Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

### Artículo 9

Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

### Artículo 10

Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

### Artículo 11

1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

### Artículo 12

Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

### Artículo 13

1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

### Artículo 14

1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 15

1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

### Artículo 16

1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

### Artículo 17

1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

### Artículo 18

Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

### Artículo 19

Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

### Artículo 20

1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

### Artículo 21

1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

### Artículo 22

Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

### Artículo 23

1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

### Artículo 24

Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

### Artículo 25

1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

### Artículo 26

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

### Artículo 27

1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

### Artículo 28

Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

### Artículo 29

1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 30

Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.