

Fascículo para el desarrollo de la competencia

Resuelve problemas de cantidad





FASCÍCULO PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA “RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD”

Esta herramienta curricular en versión digital, dirigida a docentes de instituciones educativas de Secundaria, ha sido elaborada por la Dirección de Educación Secundaria. Su propósito es facilitar la comprensión de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” propuesta en el Currículo Nacional de la Educación Básica.

Edición

© Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.º 193
San Borja
Lima 15021, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Ilustración

Gloria Arredondo Castillo

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Elaboración de contenido

José Luis Maurtua Aguilar
Juan Carlos Chávez Espino
Larisa Mansilla Fernández Espino
Roxana Pilar Choquepata Vilca
Elizabeth Gladys Rodríguez Yauri

Debido a la naturaleza dinámica de internet, las direcciones y los contenidos de los sitios web a los que se hace referencia en este material educativo pueden tener modificaciones o desaparecer.

Revisión pedagógica

José Luis Maurtua Aguilar
Juan Carlos Chávez Espino
Larisa Mansilla Fernández Espino
Roxana Pilar Choquepata Vilca

Especialista en edición

Oscar Emiliano Palomino Flores

Corrección de estilo

Elizabeht Beatriz Bautista Toledano
Marco Antonio Vigo Esqueche

Diseño y diagramación

Marco David Villanueva Imafuku
Ana Matilde Morales Vásquez

En este material se utilizan términos como “el docente”, “el estudiante”, “el profesor” y sus respectivos plurales, así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo, para referirse a hombres y mujeres. Esta opción considera la diversidad y respeta el lenguaje inclusivo, y se emplea para promover una lectura fluida y facilitar la comprensión del texto.

ÍNDICE

Presentación	4
1. ¿En qué consiste desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad?”	5
2. ¿Qué significa desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad?”	8
2.1. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad “Traduce cantidades a expresiones numéricas?”	9
2.2. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad “Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones?”	15
2.3. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad “Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo?”	21
2.4. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad “Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones?”	31
Referencias bibliográficas	40

PRESENTACIÓN

La presente herramienta curricular, titulada "Fascículo para el desarrollo de la competencia 'Resuelve problemas de cantidad'" ha sido creada con el objetivo de apoyar la implementación del Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB). A través de este documento, se busca orientar a los docentes en la enseñanza de las habilidades necesarias para que los estudiantes, por ejemplo, comprendan, interpreten y resuelvan problemas relacionados con el uso de números, operaciones y sus propiedades en contextos reales y significativos.

Este documento facilita la comprensión de lo que implica cada una de las capacidades de la competencia "Resuelve problemas de cantidad" en el marco del enfoque centrado en la Resolución de Problemas. Con ello, los docentes podrán guiar a los estudiantes en el desarrollo integral de estas capacidades. Mediante situaciones problemáticas, se busca reconocer la movilización de dichas capacidades en el desarrollo de la competencia.

Esperamos que este fascículo sea una herramienta valiosa en la práctica pedagógica y que inspire nuevas formas de enseñanza de los números, sus operaciones y propiedades, promoviendo un aprendizaje activo, colaborativo y conectado con la realidad de los estudiantes.

Dirección de Educación Secundaria



¿En qué consiste desarrollar la competencia "Resuelve problemas de cantidad"?

Los docentes de una institución educativa comparten sus reflexiones sobre el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de cantidad".

¡Hola, colegas! Considero que, para desarrollar la competencia "Resuelve problemas de cantidad", los estudiantes deben dominar primero las operaciones básicas; sin esta base, no resolverán problemas.

Es cierto. Siempre he priorizado los procedimientos aditivos y multiplicativos para garantizar precisión en los resultados, pero ahora entiendo que es esencial que los estudiantes comprendan las nociones de cantidad en diversos contextos.

Creo que más nos enfocamos en los procedimientos, cuando la competencia busca que los estudiantes comprendan el uso de los números en diversos contextos y desarrollen su pensamiento crítico.



Reflexiona

- ¿Qué opinas sobre las creencias que tienen los docentes sobre el desarrollo de esta competencia?
- ¿Te identificas con alguna de estas posturas?, ¿por qué?
- ¿Qué estrategias considerarías necesarias para superar mitos o creencias limitantes y fortalecer el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de cantidad"? Sustenta tu respuesta.

1. ¿En qué consiste desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?



El Ministerio de Educación del Perú (2016), en el *Currículo nacional de la Educación Básica*, indica lo siguiente sobre la competencia “Resuelve problemas de cantidad”:

Consiste en que el estudiante solucione problemas o plantee nuevos problemas que le demanden construir y comprender las nociones de cantidad, número, de sistemas numéricos, sus operaciones y propiedades. Además, dotar de significado a estos conocimientos en la situación y usarlos para representar o reproducir las relaciones entre sus datos y condiciones. Implica también discernir si la solución buscada requiere darse como una estimación o cálculo exacto, y para ello selecciona estrategias, procedimientos, unidades de medida y diversos recursos. El razonamiento lógico en esta competencia es usado cuando el estudiante hace comparaciones, explica a través de analogías, induce propiedades a partir de casos particulares o ejemplos, en el proceso de resolución del problema (p. 133).

Cuando nos enfrentamos a un problema, inmediatamente nuestro cerebro busca establecer relaciones entre los datos que reconoce a través de su experiencia con el contexto o por el conocimiento adquirido en grados anteriores; las expresa mediante un modelo o expresión empleando un lenguaje numérico (en forma oral o a través de esquemas o gráficos), lo cual da cuenta de la comprensión conceptual, operaciones y propiedades que la experiencia provee, usando diversas estrategias que argumentamos a través de analogías o justificaciones para validarlas o refutarlas.

Esta competencia implica la combinación de las siguientes capacidades:

- **Traduce cantidades a expresiones numéricas:** es transformar las relaciones entre los datos y condiciones de un problema a una expresión numérica (modelo) que reproduzca las relaciones entre estos; esta expresión se comporta como un sistema compuesto por números, operaciones y sus propiedades. Es plantear problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada. También implica evaluar si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada (modelo), cumplen las condiciones iniciales del problema.
- **Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones:** es expresar la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, las unidades de medida, las relaciones que establece entre ellos; usando lenguaje numérico y diversas representaciones; así como leer sus representaciones e información con contenido numérico.
- **Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo:** es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias, procedimientos como el cálculo mental y escrito, la estimación, la aproximación y medición, comparar cantidades; y emplear diversos recursos.
- **Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones:** es elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades; basado en comparaciones y experiencias en las que induce propiedades a partir de casos particulares; así como explicarlas con analogías, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contraejemplos.

El Ministerio de Educación del Perú, en su texto *Rutas del Aprendizaje* expresa lo siguiente:

a. Noción de número

Todos sabemos qué es el número; pero no sabemos cómo explicarlo, por lo que solemos dar diferentes definiciones acerca de ello. Muchos dirán que 5 es un número, que también 5 es cinco bolitas y que ambos son el mismo número; pero esto no es así, ya que ambos no son lo mismo. Decir que cinco no es un número es como decir que Marco no es un nombre; pero 5 es el nombre de un número, como Marco es el nombre de un niño.

Podemos ver que el concepto de número es abstracto. Solo existe en nuestra mente, aunque lo usamos para representar situaciones de la vida real. Es por ello que, para definir qué es el número debemos tomar en cuenta al número como cardinal, como ordinal, como relación de inclusión y como numeral.

- **Cardinal:** Está referido a la cantidad de elementos que tiene una colección. Por ejemplo: Si tenemos una colección de tres lápices, tres crayones y tres plumones podemos afirmar que estas colecciones tienen la misma cantidad, es decir que, todas estas colecciones tienen 3 elementos.
- **Ordinal:** Está referido al orden que ocupa un elemento dentro de una colección ordenada. Por ejemplo: el 5 atiende a un orden y se ubica en el quinto lugar, después del 4 y antes del 6.
- **Inclusión jerárquica:** Está referido al último número que se cuenta en una colección es el que representa el total de la colección. Por ejemplo: al terminar de contar 1, 2, 3, 4 y 5 pelotitas, expreso que tengo 5 pelotitas y que 4 está incluido en 5.
- **Numeral:** Es una representación convencional del número. Por ejemplo: cinco bolitas se pueden representar con el número 5.

Por esta razón, es fundamental que el docente fomente el progreso en los niveles previos de las nociones básicas de la clasificación, seriación, ordinalidad, correspondencia, el uso de cuantificadores entre otros, integrándolos en contextos relacionados con situaciones cotidianas.

El Ministerio de Educación (2022), en su texto *El Perú en PISA 2018*, expresa que:

b. Noción de cantidad

Constituye tal vez el aspecto matemático más esencial en nuestro mundo: incluye la cuantificación de los atributos de los objetos, las relaciones, las situaciones y las entidades del mundo, interpretando variadas representaciones de esas cuantificaciones y juzgando interpretaciones y argumentos basados en la cantidad. Tener un desempeño satisfactorio en el ámbito de cantidad implica comprender

las mediciones, los cálculos, las magnitudes, las unidades, los indicadores, el tamaño relativo, las tendencias y patrones numéricos. Incluye, asimismo, aspectos del razonamiento cuantitativo, como el sentido de número, las múltiples representaciones de estos, la elegancia en el cálculo, el cálculo mental, la estimación y la evaluación de la razonabilidad de los resultados. (p. 74)

c. Los Sistemas numéricos

Un sistema de numeración se define como un conjunto limitado de símbolos y normas que permiten representar cualquier número mediante la combinación de estos símbolos y la aplicación de sus reglas (Castro y Molina, 2015).

Un sistema de numeración es un conjunto de elementos y reglas que permiten representar cualquier número usando un conjunto finito de símbolos y siguiendo las normas establecidas. Esto significa que cualquier número puede ser representado combinando los símbolos disponibles en el sistema y aplicando sus reglas específicas. Por ejemplo, el sistema decimal, comúnmente utilizado en la vida diaria, emplea los dígitos del 0 al 9 y las reglas de la adición y la multiplicación para representar números. En este sistema, cualquier número puede ser expresado utilizando estos dígitos y siguiendo las reglas de la aritmética básica.

De manera similar, otros sistemas de numeración, como el sistema binario utilizado por los ordenadores, usan solo dos símbolos (0 y 1) y reglas específicas para representar números. Aunque estos sistemas pueden ser más limitados que el sistema decimal, también permiten representar cualquier número mediante la combinación de los símbolos disponibles y el seguimiento de las reglas del sistema.

En resumen, un sistema de numeración es un conjunto de elementos y reglas que permiten representar cualquier número utilizando un conjunto finito de símbolos y siguiendo las normas establecidas.

Al respecto, se propone la siguiente situación:

EL RESTAURANTE



Víctor Hugo es dueño de un restaurante en la ciudad de Huaraz, famoso por sus potajes elaborados a base de cuy. Él tiene varios criaderos donde se asegura que la alimentación de estos animales sea balanceada para que tengan el peso y tamaño adecuados. Víctor Hugo visita uno de sus criaderos en el campo y su colaborador le informa que se encuentran en el tercero de los cuatro trimestres de crianza necesarios, que actualmente cuentan con 1350 ejemplares y que aumentan en un 50 % por trimestre. Ante esto, el dueño se pregunta lo siguiente: “¿cuántos cuyes más que al inicio tendré en el cuarto trimestre de crianza?”. Ayudemos al señor Víctor Hugo con este problema.

¿Qué significa desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?

Durante una reunión colegiada del área de Matemática, se generó un diálogo reflexivo acerca de la movilización de las capacidades de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”.

Opino que, en “Traducir cantidades a expresiones numéricas”, lo esencial es identificar rápidamente las operaciones. Analizar las condiciones del problema es secundario.

En cuanto a “Comunicar su comprensión sobre números y operaciones”, creo que es innecesario que los estudiantes expliquen o usen distintas representaciones, basta con obtener el resultado correcto.

Considero que es mejor enseñar un procedimiento claro y preciso. Justificar respuestas o buscar distintas estrategias podría distraerlos del objetivo principal: obtener el resultado correcto.



Reflexiona

- ¿Qué opinas sobre las ideas planteadas por los docentes?
- ¿Identificas alguna creencia que podría limitar el desarrollo de la competencia?, ¿por qué?
- ¿Qué sugerencias podrías dar para movilizar estas capacidades de manera más efectiva? Sustenta tu respuesta.



2.1. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad “Traduce cantidades a expresiones numéricas”?



Traduce cantidades a expresiones numéricas es transformar las relaciones entre los datos y condiciones de un problema en una expresión numérica (modelo) que reproduzca las relaciones entre estos; esta expresión se comporta como un sistema compuesto por números, operaciones y sus propiedades. Es plantear problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada. También implica evaluar si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada (modelo) cumplen las condiciones iniciales del problema (Ministerio de Educación, 2016, p. 133).

Desarrollar la capacidad “Traduce cantidades a expresiones numéricas” implica hacer que los estudiantes lean atentamente el problema, asegurándose de comprender completamente la información proporcionada, identifiquen los datos con los que cuentan y puedan discernir qué datos son esenciales, distinguiendo entre la información clave y los detalles secundarios, para establecer alguna relación entre ellos e interactúen con estos y, sean capaces de expresarlo con sus propias palabras; por ejemplo, deben poder explicar a otros compañeros de qué trata el problema, cuál es la situación y qué es lo que pide.

Para el caso del restaurante, los estudiantes deberán proponer una solución, para ello deberán poner de manifiesto habilidades relacionadas a las capacidades de Traduce, Usa estrategias, Comunica y Argumenta.

A partir del gráfico, procedemos a explicar los procesos cognitivos que implica la capacidad.

Plantea problemas a partir de una situación

Parafrasea

Evalúa si la expresión numérica cumple las condiciones del problema

Razona lógicamente

Plantea problemas a partir de una situación

Comprende el significado del concepto de porcentaje

EQUIPO 1:
¡Es correcto lo planteado por ustedes! Se sabe que aumenta por trimestre en un 50 %. Para dar respuesta es necesario calcular la cantidad inicial y final de cuyes.

EQUIPO 2:
El aumento del segundo al tercer trimestre es 50 %, o sea, aumenta la mitad del trimestre anterior. A partir de este dato, se pueden calcular los demás.

Lectura analítica

EQUIPO 1:
Si decimos que M aumenta en un 50 %, significa:
 $M + 50 \% M = 150 \% M = 1,5 M$
Si disminuye, se utiliza la operación inversa.

Transforma relaciones en expresiones numéricas

EQUIPO 1 y 2:
Vamos a leer detenidamente el problema

Plantea problemas a partir de una situación

Evalúa si la expresión numérica cumple las condiciones del problema

EQUIPO 2:
Planteamos los datos conocidos y los que necesitamos conocer en una tabla.

	+ 50	+ 50	+ 50	+ 50
Cantidad inicial	I trimestre	II trimestre	III trimestre	IV trimestre
Falta conocer			1350	Falta conocer

Realiza un diagrama tabular

Transforma relaciones en expresiones numéricas

EQUIPO 1:
Datos necesarios: 1350 es la cantidad de cuyes del III trimestre y el porcentaje que aumenta es 50 %; con esto se puede calcular la cantidad de cuyes del IV trimestre.

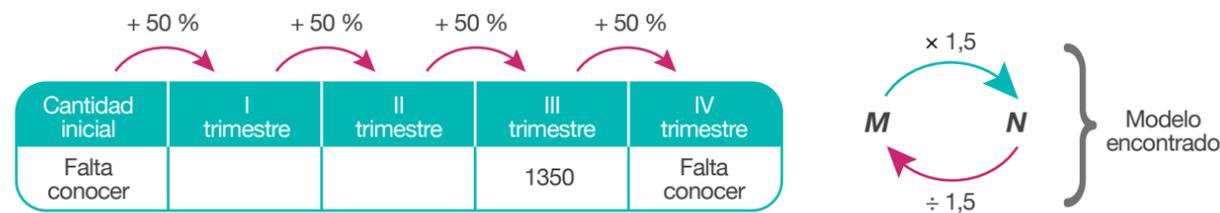
Habilidades de Traduce	Habilidades de Usa estrategias	Habilidades de Comunica
<ul style="list-style-type: none"> Transforma relaciones en expresiones numéricas. Plantea problemas a partir de una situación. Evalúa si la expresión numérica cumple las condiciones del problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Lectura analítica Parafrasea Realiza un diagrama tabular Razona lógicamente 	<ul style="list-style-type: none"> Comprende el significado del concepto de porcentaje. Expresa su comprensión de conceptos a través de diversas representaciones

2.1.1. Significado de transformar las relaciones entre datos y condiciones de un problema en una expresión numérica

Al traducir cantidades a expresiones numéricas, los estudiantes transforman las relaciones entre los datos y las condiciones de un problema en una expresión numérica o modelo que reproduce las relaciones entre estos datos, tal como lo mencionan los equipos 1 y 2.

Equipo 1: Para conocer la cantidad de cuyes, tenemos que 1350 es la cantidad de cuyes en el tercer trimestre y el porcentaje que aumenta cada trimestre es 50 %; con ello podemos calcular la cantidad de cuyes del cuarto trimestre y de los anteriores trimestres.

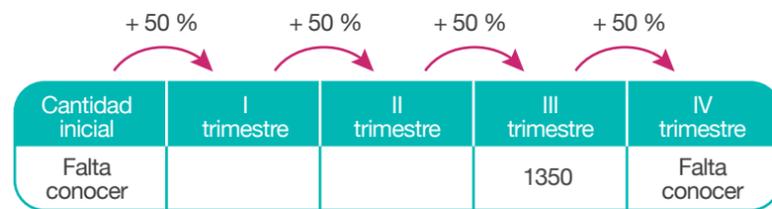
Equipo 2: Luego de haber reconocido el modelo, registramos en una tabla de doble entrada los datos conocidos y los que necesitamos conocer.



En ambos casos están reconociendo las posibles relaciones que van identificando y el modelo, y los expresan con números, símbolos, signos y tablas de doble entrada o algún otro esquema.

2.1.2. Procesos que implican evaluar si el resultado o la expresión numérica obtenida cumple las condiciones del problema

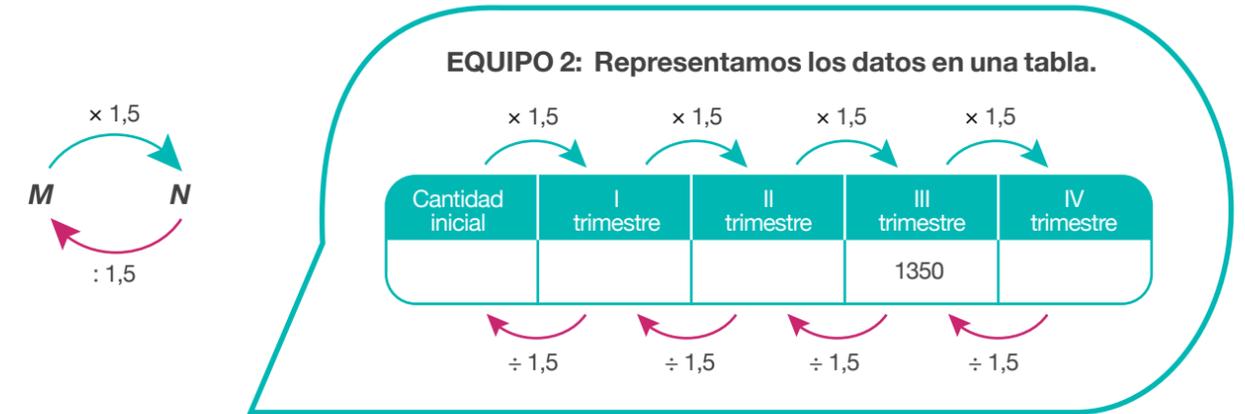
Para lograr traducir cantidades, el estudiante toma en cuenta los conocimientos previos adquiridos en grados anteriores o los de su contexto familiar o social, y plantea expresiones numéricas o modelos equivalentes, como el significado del aumento del 50 % que ambos equipos reconocen y que uno de ellos plasma en el diagrama tabular junto con los datos que son imprescindibles para calcular la solución.



A partir del esquema anterior, se puede deducir que desde la cantidad inicial hay un aumento de 50 % trimestre a trimestre.

De acuerdo con Espinoza y otros (2016), el planteamiento de problemas es un proceso matemático complejo en el cual se construyen problemas a partir de la interpretación personal o el significado que le da el estudiante a una situación concreta o a un problema previamente dado, y este puede ocurrir antes, durante o después de la resolución de problemas.

Esta actividad puede llevarse a cabo antes de abordar un problema. En este caso, el objetivo no es encontrar la solución, sino más bien formular el problema a partir de una situación, imagen o experiencia específica.



El primer esquema, el modelo, implica que se reconoce que el dato M multiplicado por 1,5 permite llegar al valor de N . Los estudiantes, en interacción con sus compañeros o con mediación docente, calculan la cantidad de cuyes del cuarto trimestre multiplicando por 1,5 y también deducen que mediante la operación inversa (la división) pueden calcular la cantidad de cuyes de los trimestres anteriores.

2.1.3. Condiciones para plantear situaciones y problemas

La formulación de problemas es un proceso matemático complejo en el que se construye un problema basándose en la interpretación personal o el significado que un estudiante atribuye a una situación particular o problema predeterminado que puede ocurrir antes, durante o después de resolver el problema.



Según Malaspina (2011):

La actividad de crear problemas matemáticos complementa muy bien la de resolver problemas, porque estimula aún más la creatividad y contribuye a precisar la situación-problema, el lenguaje, los conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, que se espera manejen los estudiantes.

Para Malaspina y Vallejo (2013), para crear un problema se deben considerar los siguientes elementos:

- **Información:** que constituye los datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema.
- **Requerimiento:** que es lo que se pide que se encuentre, examine o concluya, que puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones.
- **Contexto:** que puede ser intramatemático o extramatemático.
- **Entorno matemático:** se refiere a los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema.

La creación de un problema puede darse por variación, es decir, a partir de la modificación de uno o más de los cuatro elementos de un problema, o por elaboración, es decir, a partir de una situación dada o configurada por el autor del problema.

Al plantear situaciones y problemas matemáticos a los estudiantes, es crucial considerar varios aspectos para fomentar un aprendizaje efectivo y significativo:

Relevancia y contexto:

Asegúrate de que las situaciones y problemas sean relevantes y significativos para la vida cotidiana de los estudiantes. Conectar los conceptos matemáticos con situaciones del mundo real puede aumentar el interés y la comprensión.

Niveles de desafío apropiados:

Adapta el nivel de dificultad a las habilidades y conocimientos de tus estudiantes. Proporcionar desafíos graduales les permite construir confianza a medida que avanzan en su comprensión matemática.

Variedad de contextos:

Ofrece una variedad de situaciones y problemas que aborden diferentes contextos matemáticos. Esto ayuda a los estudiantes a desarrollar habilidades aplicables en diversas áreas y a comprender la versatilidad de las matemáticas.

Aplicación práctica:

Destaca cómo los conceptos matemáticos se aplican en situaciones del mundo real. Esto ayuda a los estudiantes a comprender la utilidad y la aplicabilidad de lo que están aprendiendo.

Conexiones entre conceptos:

Crea situaciones que permitan a los estudiantes hacer conexiones entre diferentes conceptos matemáticos. Esto ayuda a construir una comprensión más integral y a mostrar cómo los temas están interrelacionados.

Colaboración:

Fomenta la colaboración entre estudiantes al plantear problemas que requieran trabajo en equipo. Esto promueve el aprendizaje entre pares y la discusión, lo que puede enriquecer la comprensión matemática.

Flexibilidad y creatividad:

Anima la creatividad y la flexibilidad en la resolución de problemas. Permitir diferentes enfoques y soluciones ayuda a desarrollar la capacidad de pensamiento lateral y la creatividad matemática.



2.2. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad “Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones”?



Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones es expresar la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, las unidades de medida, las relaciones que se establecen entre ellos, usando lenguaje numérico y diversas representaciones, así como leer sus representaciones e información con contenido numérico (Ministerio de Educación del Perú, 2016, p. 133).

Comunicar la comprensión sobre los números y las operaciones requiere que el estudiante desarrolle la habilidad de interpretar, traducir y seleccionar información. Esto implica la capacidad de escuchar o leer atentamente, y luego emplear una variedad de recursos y esquemas para expresar la situación planteada en relación a los conceptos numéricos, operaciones y propiedades, unidades de medida y sus interrelaciones. Para lograrlo, el estudiante debe ser capaz de articular verbalmente y expresar por escrito de manera efectiva sus ideas y soluciones, utilizando lenguaje matemático preciso y comprensible.



Relacionar, operar, describir, comparar, diferenciar, adecuar, relatar, diagramar, analizar, decidir, representar, secuenciar, organizar, etc., son desempeños que, si bien permiten reconocer la comprensión, se puede afirmar que son la comprensión misma. En este sentido, es importante discriminar que los desempeños en términos de acción no implican solo y necesariamente acciones observables a simple vista. Procesos mentales complejos como conjeturar, discernir, el pensar mismo son desempeños (Aguerrondo, 2001, como se citó en Pogré, 2007, p. 28).

Representa relaciones empleando lenguaje matemático

Plantea afirmaciones y las justifica mediante ejemplos

Representa relaciones empleando lenguaje matemático

Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia

Equipo 1:
Usaremos un diagrama de tiras.

Cantidad inicial	I trimestre		II trimestre		III trimestre		IV trimestre	
100 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %
Porcentaje	150 %		150 %		150 %		150 %	
Nuevo total	100 %		100 %		1350 %		100 %	

50 %

Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia

Equipo 1:
El porcentaje se obtiene tomando un total como base y comparando una parte de él con el todo.

Expresa su comprensión del porcentaje y la usa para interpretar textos diversos



Equipo 2:
Representamos los datos en una tabla.

Cantidad inicial	I trimestre	II trimestre	III trimestre	IV trimestre
			1350	

Arrows above the table indicate multiplication by 1.5 from I to II, II to III, and III to IV. Arrows below indicate division by 1.5 from IV to III, III to II, and II to I.

Evalúa si la expresión numérica cumple las condiciones del problema

Representa relaciones empleando lenguaje matemático

Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia



Equipo 2:
Si por dato se tiene que la cantidad de cuyes aumento del segundo al tercer trimestre a 1350, lo cual representa el 150 %, podemos inferir que este porcentaje es equivalente a $\frac{150}{100} = 1,5$. Por lo tanto, para calcular la cantidad de cuyes del IV trimestre, simplemente multiplicamos la cifra anterior por 1,5. En cambio, para obtener las cantidades de los trimestres anteriores, aplicamos la operación inversa, dividiendo por 1,5.

Expresa su comprensión del porcentaje y la usa para interpretar textos diversos

Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia

Plantea afirmaciones sobre las relaciones inversas entre las operaciones

Equipo 2:
No olvidemos que a la cantidad de cuyes del IV trimestre se le resta la cantidad inicial, así de esa manera podemos calcular la cantidad de cuyes que aumentaron desde la etapa inicial.

Representa relaciones empleando lenguaje matemático

Plantea afirmaciones sobre las relaciones inversas entre las operaciones

Habilidades de Traduce	Habilidades de Comunica	Habilidades de Usa estrategias	Habilidades de Argumenta
<ul style="list-style-type: none"> Transforma relaciones en expresiones numéricas y operativas Verifica si la expresión numérica cumple con las condiciones iniciales del problema 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa su comprensión del porcentaje y la usa para interpretar textos diversos de contenido matemático Representa relaciones empleando lenguaje matemático 	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia Razona lógicamente Calcula Usa diagrama de tiras Usa diagrama tabular 	<ul style="list-style-type: none"> Plantea afirmaciones sobre las operaciones y propiedades de los números racionales, y porcentajes

Para la resolución del caso "El restaurante", se aprecia, en los recuadros acompañados de las letras A y B encerradas en círculo, cómo los estudiantes expresan y representan la información traducida, interpretada anteriormente, en forma oral o escrita a través de diversas estrategias (esquemas, gráficos); es decir, representan su comprensión utilizando sus propias estrategias.

2.2.1. Significado de la comprensión de conceptos relacionados con cantidad

Según Pérez y otros (2019):



Según García (2014, como se citó en Almeida y Almeida,

Se considera que los estudiantes comprenden matemática cuando identifican y utilizan conceptos, procedimientos y habilidades necesarias, utilizan los conocimientos de manera flexible, que les posibilita reproducir, aplicar y extrapolar los conocimientos en otras situaciones si son capaces de emplear flexiblemente lo que saben en nuevas situaciones (p. 20).

El nivel de comprensión de un problema matemático puede estar asociado a la familiarización que posean los alumnos con la situación. "En esta comprensión se conjugan dos aspectos: los conocimientos relacionados con los problemas y la experiencia en las situaciones que se narran" (p. 42).

La comprensión matemática es la capacidad de entender y utilizar conceptos, procedimientos y las habilidades necesarias para resolver problemas. Implica no solo la capacidad de realizar cálculos y utilizar fórmulas, sino también la capacidad de entender los conceptos subyacentes, de identificar posibles relaciones, de utilizar herramientas y representaciones para resolver problemas de manera efectiva. La comprensión matemática también

involucra la valoración de los resultados y la capacidad de comunicar los hallazgos de manera clara y precisa.

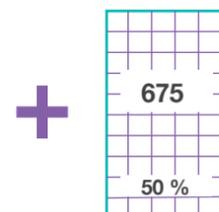
Respecto al caso "El restaurante", con las deducciones que van haciendo los estudiantes, basados en los esquemas y gráficos que realizan, se van dando cuenta del proceso que deben seguir para calcular las cantidades de cuyes en cada trimestre. Revisemos algunos ejemplos:

(B)
(A)
(A)

Equipo 1:
Razona lógicamente:
El 100 % aumenta un 50 % y, para el siguiente trimestre, este total se convierte en un nuevo 100 %.

El equipo 1, al usar la estrategia razona lógicamente, expresa la relación causa-efecto entre los porcentajes del trimestre anterior en relación con el siguiente. También plantea una afirmación, a nivel de inferencia, pero no la justifica mediante un ejemplo.

III trimestre	IV trimestre
1350	1350 675
100 %	100 % 50 %



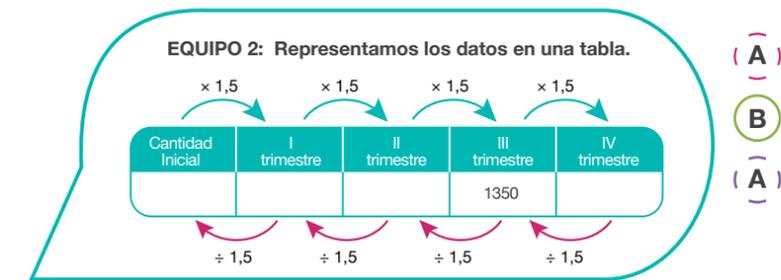
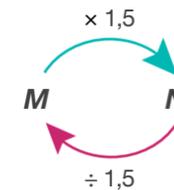
En el cuarto trimestre, la cantidad de cuyes aumentará con respecto al tercer trimestre, que cuenta con 1350. Se realiza un cálculo del 50 %, y el resultado se le suma, alcanzando así un total de 2025 cuyes.

III trimestre	IV trimestre
1350	1350 675
100 %	100 % 50 %
	2025

III trimestre	IV trimestre
1350 cuyes	2025 cuyes

+ 50 %

El equipo 2, al usar la estrategia representa los datos en una tabla, y luego de transformar las relaciones en expresiones numéricas y operativas, explica la relación de inversos entre sí, de la multiplicación y división de números naturales.



(A)
(B)
(A)

2.2.2. Representaciones matemáticas para expresar la comprensión de conceptos relacionados con cantidad



Para comprender el texto de un problema no es suficiente describir lo que expresa, es necesario penetrar en su esencia y realizar la "representación adecuada de la situación a la que se refiere el texto, es decir, un modelo de la situación. Desde luego, este modelo de la situación puede estar más o menos elaborado, dando lugar a niveles de comprensión diferentes" (Maturano y otros, 2015, como se citó en Almeida y Almeida, 2017, p. 10).

Cuando el estudiante está frente a un problema, lo lee e interpreta desde su experiencia y en su mente aparecen distintas representaciones, dibujos, símbolos, esquemas, los cuales tiene que traducir e interpretar, y seleccionar aquella que le va a permitir expresar mejor la comprensión del problema.

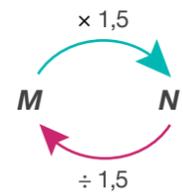


Según Arteaga-Martínez y otros (2020):

El vínculo existente entre la utilización de un determinado sistema de representación, ya sea discursivo (lengua materna, álgebra, numérico, etc.) o no discursivo (dibujo icónico, gráfica, material manipulativo, etc.), y los contenidos matemáticos que representan se sustenta en los procesos cognitivos que se ponen en funcionamiento. Esta relación es un potente indicativo del tipo de comprensión y formación de conocimiento que tiene lugar en los estudiantes en la enseñanza-aprendizaje de estos contenidos (p. 269).

Con relación al sistema simbólico abreviado, se necesita que el resolutor construya un esquema representativo de la situación descrita en el texto, de manera que traduzca e integre la información en una representación mental clara que apoye la resolución. "El esquema ha de contener los datos del problema organizados, manifestando las relaciones entre ellos" (Ramos y otros, 2016, como se citó en Almeida y Almeida, 2017, p. 177).

Conforme a las afirmaciones de los autores, es crucial plasmar la comprensión en esquemas, modelos y representaciones numéricas que evidencien la interrelación entre los datos seleccionados como fundamentales para la resolución del problema.



Este esquema representa a la multiplicación y la división como operaciones inversas entre sí.

Equipo 1: Usaremos un diagrama de tiras

Cantidad inicial	I trimestre	II trimestre	III trimestre	IV trimestre
100 %	100 % 50 %	100 % 50 %	100 % 50 %	100 % 50 %
Porcentaje	150 %	150 %	150 %	150 %
Nuevo total	100 %	100 %	1350 %	100 %

Este esquema facilita al estudiante identificar que existe un incremento del 50 % de un trimestre a otro. Al descomponer el total del 100 % en dos partes de 50 % cada uno (2(50 %)), se le brinda la capacidad de reconocer el nuevo porcentaje del 150 % correspondiente al trimestre siguiente.

Equipo 2: Representamos los datos en una tabla

Cantidad inicial	I trimestre	II trimestre	III trimestre	IV trimestre
			1350	

Arrows above the table indicate +1,5 between consecutive quarters. Arrows below the table indicate ÷1,5 between consecutive quarters.

Este esquema ilustra que, al realizar las operaciones inversas del esquema previo, se podrán calcular operativamente las cantidades de cuyos de cada trimestre, aplicando aumentos y descuentos correspondientes.



2.3. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo"?



Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias, procedimientos como el cálculo mental y escrito, la estimación, la aproximación y medición, comparar cantidades, y emplear diversos recursos (Ministerio de Educación del Perú, 2016, p. 133).

La capacidad "Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo" implica guiar al estudiante a explorar un conjunto de estrategias, tanto conocidas como aquellas que pueda descubrir. La experiencia le permitirá determinar cuáles estrategias prefiere emplear, y le brindará la capacidad de combinarlas con el uso de materiales concretos o digitales para seleccionar las opciones más efectivas.

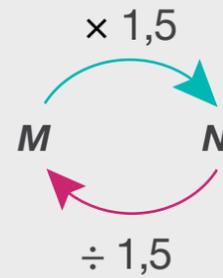
Veamos en el siguiente ejemplo cómo se desarrollan algunas estrategias:

Expresa su comprensión del porcentaje y la usa para interpretar textos diversos

Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia

Equipo 2:
Completamos el diagrama de tiras razonando lógicamente y haciendo cálculos.

Cantidad inicial	I trimestre		II trimestre		III trimestre		IV trimestre	
100 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %
	200	200	300	300	450	450	675	675
400	400	200	600	300	900	450	1350	675
Porcentaje	150 %		150 %		150 %		150 %	
Nuevo total	600		900		1350		2025	
Nuevo Porcentaje	100 %		100 %		100 %		100 %	



Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia

Plantea afirmaciones y las justifica mediante ejemplos

Equipo 2:

Razona lógicamente con ayuda del diagrama de tiras:
 • Calculamos $1350 \div 1,5 = 900$, que es el 100 % del trimestre anterior. Luego calculamos el 50 % de 900, para ello multiplicamos $900 \times 0,5 = 450$, y así para los anteriores.
 • Para calcular el valor del IV trimestre, copiamos 1350 como el 100 % y ahora calculamos el 50 % de 1350, para realizar este cálculo, efectuamos $1350 \times 0,5 = 675$. Sumamos ambas cantidades: $1350 + 675 = 2025$. Es la cantidad de cuyes que habrá en el IV trimestre.

Expresa su comprensión del porcentaje y la usa para interpretar textos diversos

Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia

Expresa su comprensión del porcentaje y la usa para interpretar textos diversos

Equipo 1:

Razonamos lógicamente con ayuda del diagrama de tiras:
 • Calculamos $1350 \div 1,5 = 900$, que es el 150 % del II trimestre. Dividimos $900 \div 1,5 = 600$. Si 600 es el 100 %, entonces 50 % de 600 es 300.
 • Calculamos $900 \div 1,5 = 600$, que es el 150 % del I trimestre. Dividimos $600 \div 1,5 = 400$. Si 400 es el 100 %, entonces 50 % de 400 es 200. Luego, 400 es la cantidad inicial de cuyes.

Expresa su comprensión del porcentaje y la usa para interpretar textos diversos

Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia

Equipo 1:

Expresamos la comprensión de lo calculado:
 A la cantidad final de cuyes, 2025, se le resta la cantidad inicial: $2025 - 400 = 1625$.
 Respuesta: Al final del IV trimestre, el señor Víctor Hugo tendrá 1625 cuyes más para la preparación de sus potajes.

Plantea afirmaciones sobre las operaciones y propiedades de los números racionales, y porcentajes

Plantea afirmaciones y las justifica mediante ejemplos

Habilidades de Traduce	Habilidades de Comunica	Habilidades de Usa estrategias	Habilidades de Argumenta
<ul style="list-style-type: none"> Transforma relaciones en expresiones numéricas Verifica si la expresión numérica cumple con las condiciones iniciales del problema 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa su comprensión de la estrategia Representa relaciones empleando lenguaje matemático 	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia Razona lógicamente Calcula Usa diagrama de tiras Hace un esquema 	<ul style="list-style-type: none"> Plantea afirmaciones sobre las relaciones inversas entre las operaciones Plantea afirmaciones sobre las operaciones y propiedades de los números racionales, y porcentajes

Reconocemos la habilidad de los estudiantes para emplear una combinación de estrategias. Razonan de manera lógica y, al identificar la relación, ambos equipos seleccionan y aplican sus propias estrategias. Realizan deducciones, llevan a cabo cálculos y representan visualmente sus deducciones mediante diagramas de tiras, culminando con afirmaciones respaldadas por sus descubrimientos.

2.3.1. Estrategias heurísticas



Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado (Ministerio de Educación del Perú, 2015, p. 32).



Schoenfeld (1985) menciona que:

Una estrategia heurística es una etiqueta que engloba todo un conjunto de estrategias más específicas; por lo tanto, su enseñanza debe compartir la instrucción de los diferentes procedimientos más específicos y relacionados con la temática de estudio.

Por tanto, las estrategias heurísticas son actividades mentales que propician la creatividad del estudiante para descubrir o crear procedimientos que ayuden a encontrar la solución a un problema.

En la siguiente figura se muestran algunas estrategias heurísticas:



Fuente: Adaptado de Rutas de aprendizaje (Ministerio de Educación del Perú, 2013, p. 50)

2.3.2. Estrategias para realizar estimación en cálculo y aproximaciones

Uno de los conceptos demandados en la escuela es la estimación. Esta permitirá desarrollar habilidades perceptivas, reconocer unidades de medida y las herramientas necesarias para resolver problemas. Al adquirir esta habilidad desde los primeros ciclos de educación, los estudiantes podrán desarrollar componentes de numeración, cantidad y pensamiento tridimensional.



La estimación, según Segovia, Castro y otros (1989):

Se basó en una definición general que la describe como un juicio formulado como resultado de operaciones numéricas o mediciones, en relación a las situaciones específicas de quien la realiza.



Según Segovia y Castro (2009), se consideran dos tipos de estimación:

En su estudio La estimación en el cálculo y en la medida: fundamentación curricular e investigaciones desarrolladas en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, se consideran dos tipos de estimación:

Estimación en cálculo:

Esta hace referencia solo al valor que se le puede asignar a los resultados de las operaciones aritméticas, donde cada sujeto obtiene su propio cálculo.

Estimación en medida:

Se refiere al juicio que se puede establecer sobre el valor de una cantidad o resultado de una magnitud. En la estimación en medida se distinguen dos grupos de magnitudes: las continuas y las discretas. Por ejemplo, una estimación continua es la valoración del largo del brazo de una persona comparado con el de otra persona, y una estimación discreta es el número de personas que asisten a un concierto.

A continuación nos centraremos en la primera.

Cálculo

En matemática, el cálculo hace referencia al proceso mediante el cual se puede hallar el resultado de una operación. Cuando el cálculo es aritmético, consiste en sumar, restar, multiplicar, dividir o efectuar cualquier otra operación con números.



Según Mochón y Vázquez (1995):

Se entiende por cálculo mental una serie de procedimientos mentales que realiza una persona sin la ayuda de papel y lápiz, y que le permite obtener la respuesta exacta de problemas aritméticos sencillos. [...] Por ejemplo, la figura 1 muestra cuatro formas de realizar la operación $57 + 36$ (pp. 93-94).

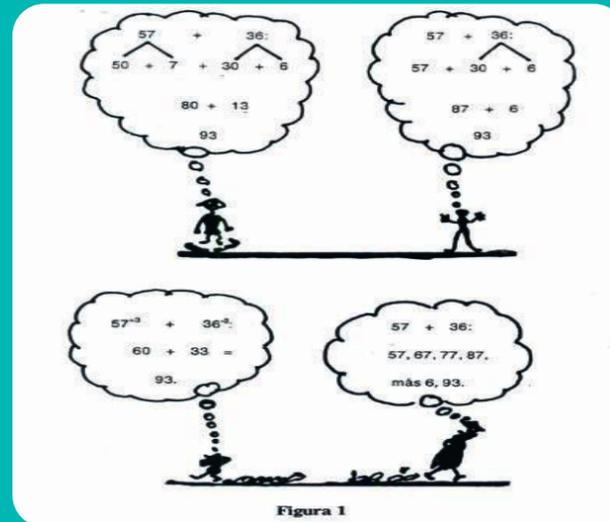


Figura 1

Por su parte, el cálculo estimativo no busca dar respuestas exactas a un problema, sino que su propósito es dar una respuesta cercana al resultado correcto de un problema. Es un tipo de cálculo apropiado en muchas situaciones de la vida cotidiana. Por ejemplo, esto se ilustra en la figura 2 (pp. 93 y 95).

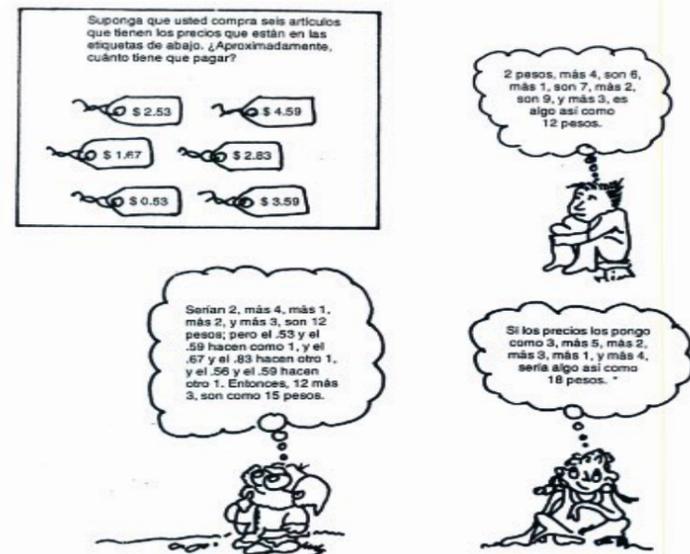


Figura 2

Procesos de la estimación en cálculo

Según Porta y Costa (1996), mencionan que en el cálculo de estimación existen tres tipos de procesos que se emplean en su práctica.

Una propuesta de modelo de estrategia en la que se combinan los procesos sería la siguiente:

Estimación por reformulación

En esta situación, el enfoque del estimador se dirige hacia los datos numéricos del cálculo con el fin de hacerlos más manejables mentalmente, sin modificar las operaciones involucradas en él. En esta estrategia se incluyen:

Redondear	Truncamiento	Sustituir
<p>Para redondear un número hacia una posición específica (la última cifra significativa en función del problema a resolver), se examina la cifra inmediatamente a la derecha de esta posición. Si esa cifra es mayor o igual a 5, se aumenta en uno la cifra significativa considerada y se reemplazan todas las cifras siguientes con ceros. Si la cifra a la derecha de la seleccionada es menor que 5, se deja la última cifra significativa sin cambios (sin agregar nada) y todas las cifras siguientes se reemplazan por ceros.</p> <p>Ejemplos:</p> <ul style="list-style-type: none"> 3.14159265359... puede redondearse a 3,1416 ó 3,14 según la precisión que se necesite para el cálculo. 2562 a 2560 ó a 2600 ó a 3000, según las cifras elegidas para redondear sean las decenas, centenas o unidades de mil respectivamente. 76,589 podrá pensarse como 76,59 ó 76,6 ó 77 según la cifra a redondear sean los centésimos, décimos o unidades correspondientes. <p>Este método es ampliamente utilizado en el tratamiento de datos cuantitativos con rigor científico, ya que asegura la máxima precisión en la gestión de la información.</p>	<p>Implica sustituir con ceros todas las cifras que se encuentran a la derecha de una cifra seleccionada, sin tener en cuenta su valor. Esto suele resultar en un aumento del error en los cálculos en general.</p> <p>Ejemplos:</p> <ul style="list-style-type: none"> 56,298 puede ser truncado a partir de las unidades consiguiéndose 56 u otro orden, podría ser en los décimos obteniendo 56,2. 56,298 puede ser truncado a partir de las unidades consiguiéndose 56 u otro orden, podría ser en los décimos obteniendo 56,2. 	<p>Cuando un dato se vuelve difícil de operar, se reemplaza por un valor cercano. Se pueden considerar dos posibilidades:</p> <ol style="list-style-type: none"> Los datos se reemplazan por valores cercanos a los dados, de manera que la operación entre ellos sea más sencilla. <p>Ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> En la división $\frac{293}{7}$ se sustituye el dividendo quedando $\frac{280}{7} = 40$. Siempre que sea factible, la sustitución por potencias de 10 resulta altamente conveniente para su aplicación. Los datos se reemplazan por otras representaciones del número (fraccionarias, decimales, porcentuales, aditivas, etc.) que se seleccionan como equivalentes o aproximadas, dependiendo de lo que resulte más fácil para el calculador. <p>Ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> $2,5\% = \frac{25}{10} \% = \frac{5}{2} \% = \frac{10}{4} \%$ $30 = 0,3\% = \frac{1}{3}$ $0,23 \times 19 = \frac{1}{5} \times 20 = 4$

Estimación por traslación

Las relaciones presentes en un problema establecen un orden específico para realizar los cálculos. Para facilitar su resolución, a menudo se efectúa un cambio (que es matemáticamente válido) en el orden de las operaciones. Aunque esto pueda modificar la estructura del problema, no altera el resultado final. Este procedimiento suele combinarse con otras estrategias de estimación.

Ejemplo:

- $\left(\frac{1456 \times 56}{9}\right)$, en este caso resulta conveniente cambiar el orden de las operaciones y redondear algunos números. Primero $\frac{56}{9} = 6$ y luego $1500 \times 6 = 9000$. El cálculo exacto es 9059,5. Concluimos que al simplificar la situación se ha obtenido una buena respuesta.
- $20 + 15 + 17 + 21 = 18 \times 4 = 72$ (se tomó 18 como un valor aproximado)

Estimación por compensación

Este método tiende a reducir el error generado por los procedimientos anteriores. Para lograrlo, el estimador se enfoca en los datos numéricos y/o en el resultado del cálculo, considerando el valor aproximado y el real de cada uno, y realizando ajustes que buscan equilibrar los errores cometidos en la resolución.

Ejemplo:

- $\left(\frac{1456 \times 56}{9}\right)$, en este caso resulta conveniente cambiar el orden de las operaciones y redondear algunos números. Primero $\frac{56}{9} = 6$ y luego $1500 \times 6 = 9000$. El cálculo exacto es 9059,5. Concluimos que al simplificar la situación se ha obtenido una buena respuesta.
- $20 + 15 + 17 + 21 = 18 \times 4 = 72$ (se tomó 18 como un valor aproximado)

Operación	Truncamos y operamos	Compensación	Estimación final
$\begin{array}{r} 2,6 + \\ 25,4 \\ 20,7 \\ 12,3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 + \\ 25 \\ 20 \\ 12 \\ \hline 59 \end{array}$	$\begin{array}{l} 0,6 + 0,4 = 1 \\ 0,7 + 0,3 = 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{\quad} + \underline{\quad} \\ \quad \quad \quad 2 \\ \hline \end{array}$

2.3.3. Condiciones para seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias o procedimientos.

Las condiciones para seleccionar, adaptar, combinar y crear una variedad de estrategias o procedimientos pueden incluir:



- **Comprensión del problema o situación:** Es esencial comprender de manera completa el problema o situación que se plantea como desafío/reto en cuestión antes de elegir la estrategia o procedimiento más adecuado.
- **Desarrollo de competencias:** Es necesario contar con las competencias de acuerdo al nivel de desarrollo requerido en cada ciclo del área, con el fin de hacer una valoración que permita seleccionar estrategias efectivas.
- **Flexibilidad y creatividad:** Ser flexible y tener la capacidad de pensar creativamente son esenciales, se requiere la habilidad para adaptarse y combinar diferentes estrategias en respuesta a situaciones cambiantes o los desafíos imprevistos. La flexibilidad implica buscar diferentes procedimientos o estrategias para resolver un problema dado. Según Guilford (1967), la creatividad se entiende como una modalidad de pensamiento divergente que implica la generación de múltiples soluciones a un problema específico.
- **Análisis de riesgos y beneficios:** Se debe poner en consideración, y evaluar los posibles riesgos y beneficios vinculados con cada estrategia o procedimiento para tomar decisiones informadas.

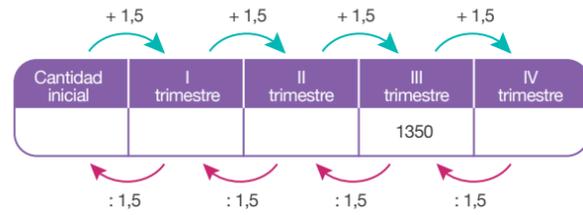
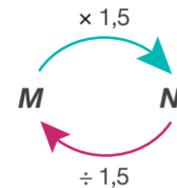


Diagrama tabular para representar datos y hacer cálculos



Esquema utilizado para representar dos operaciones inversas

2.4. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones"?



Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones es *elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades; basado en comparaciones y experiencias en las que induce propiedades a partir de casos particulares, así como explicarlas con analogías, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contraejemplos* (Ministerio de Educación del Perú, 2016, p. 133).

Equipo 1:

Razonamos lógicamente con ayuda del diagrama de tiras

- Calculamos $1350 \div 1,5 = 900$. Vemos que 1350 es el 150 % del II trimestre, donde hay 900 cuyes.
- Calculamos $900 \div 1,5 = 600$. Vemos que 900 es el 150 % del II trimestre, donde hay 600 cuyes.
- Calculamos $600 \div 1,5 = 400$. Vemos que 600 es el 150 % del II trimestre, donde hay 400 cuyes.

Entonces, 400 es la cantidad inicial de cuyes.

Razonamiento lógico entre estudiantes de un solo grupo o en plenaria

Equipo 2:

Completamos el diagrama de tiras, razonando lógicamente y haciendo cálculos

Cantidad inicial	I trimestre		II trimestre		III trimestre		IV trimestre	
100 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %
200	200	200	300	300	300	450	450	450
400	400	200	600	300	900	450	1350	675
Porcentaje	150 %		150 %		150 %		150 %	
Nuevo total	600		900		1350		2025	
Nuevo Porcentaje	100 %		100 %				100 %	

Diagrama de tiras, razonamiento lógico y uso de colores para relacionar los datos



Duval (1993) establece una distinción entre argumentación y explicación:

"En la argumentación se trata de mostrar el carácter de verdad de una proposición, mientras que en la explicación los enunciados tienen una intención descriptiva de un fenómeno, resultado o comportamiento" (p. 40).

Representa relaciones empleando lenguaje matemático.

Plantea afirmaciones y las justifica mediante la relación entre porcentajes, fracciones y decimales.

Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia

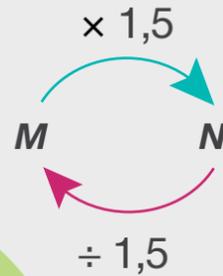
Justifica o sustenta con con analogías las operaciones y propiedades de los números

Equipo 1:

Si decimos que M aumenta en un 50 %, significa:
 $M + 50 \% M = 150 \% M = 1,5 M$
 Esto se debe a que el porcentaje es simplemente una forma de expresar una fracción sobre 100. Entonces, "150 %" significa 150 por cada 100 y se puede simplificar a 1,5.

Cantidad inicial	I trimestre		II trimestre		III trimestre		IV trimestre	
100 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %
400	200	200	300	300	450	450	675	675
400	400	200	600	300	900	450	1350	675
Porcentaje	150 %		150 %		150 %		150 %	
Nuevo total	600		900		1350		2025	
Nuevo Porcentaje	100 %		100 %		100 %		100 %	

Para el cálculo de la cantidad del IV trimestre debemos multiplicar por 1,5, y si nos pedirían averiguar de los trimestres anteriores, entonces en ese caso tendríamos que dividir. Porque la multiplicación y división son operaciones inversas, ya que cualquier número c diferente de cero, multiplicarlo por d y luego dividirlo por d nos devuelve el número original: $c \cdot d \div d = c$



Equipo 2:

Comprobamos lo realizado por el equipo 1. Si multiplicamos $1,5 \times 1350 = 2025$, hallamos la cantidad de cuyes del IV trimestre. Para calcular la cantidad de cuyes del II trimestre, hacemos la operación inversa, $1350 \div 1,5 = 900$, y así sucesivamente hasta hallar la cantidad inicial de cuyes.

Cantidad Inicial	I trimestre	II trimestre	III trimestre	IV trimestre
400	600	900	1350	2025

$\times 1,5$ $\times 1,5$ $\times 1,5$ $\times 1,5$
 $\div 1,5$ $\div 1,5$ $\div 1,5$ $\div 1,5$

De esta forma, calculamos directamente los datos faltantes. Restando la cantidad de cuyes final menos la inicial, se tendrá 1625 cuyes. Respuesta: En cuatro trimestres aumentarán 1625 cuyes más.

Representa relaciones empleando lenguaje matemático

Plantea afirmaciones y las justifica mediante ejemplos

Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia.

Justifica o sustenta con ejemplos y propiedades de los números y operaciones. Infiere relaciones entre estas.

Docente:

Ambos equipos han utilizado estrategias diferentes, utilizaron la multiplicación y su operación inversa para hacer los cálculos. Como observamos, uno de los equipos ha realizado deducciones lógicas y otras estrategias, habiendo obtenido ambos los mismos resultados. ¡Felicitaciones a ambos equipos!

Justifica o sustenta con ejemplos y propiedades de los números y operaciones. Infiere relaciones entre estas

Habilidades de Traduce	Habilidades de Comunica	Habilidades de Usa estrategias	Habilidades de Argumenta
<ul style="list-style-type: none"> Transforma relaciones en expresiones numéricas Verifica si la expresión numérica cumple con las condiciones iniciales del problema 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa su comprensión de la estrategia Representa relaciones empleando lenguaje matemático 	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, verificando su eficacia Razona lógicamente Calcula Usa diagrama de tiras Usa diagrama tabular Hace un esquema 	<ul style="list-style-type: none"> Plantea afirmaciones sobre las operaciones y propiedades de los números racionales

Argumentar es la capacidad de expresar y respaldar lo que se busca defender, ya sea una posición, creencias o ideas, mediante el fundamento en otras ideas o afirmaciones. Se requiere la habilidad de razonar acerca de situaciones o hechos, presentando propuestas a alguien con el propósito de persuadirlo o simplemente para que adquiera conocimiento al respecto.

Según Ríos-Cuesta (2021),



Según Solar y Deulofeu (2016),

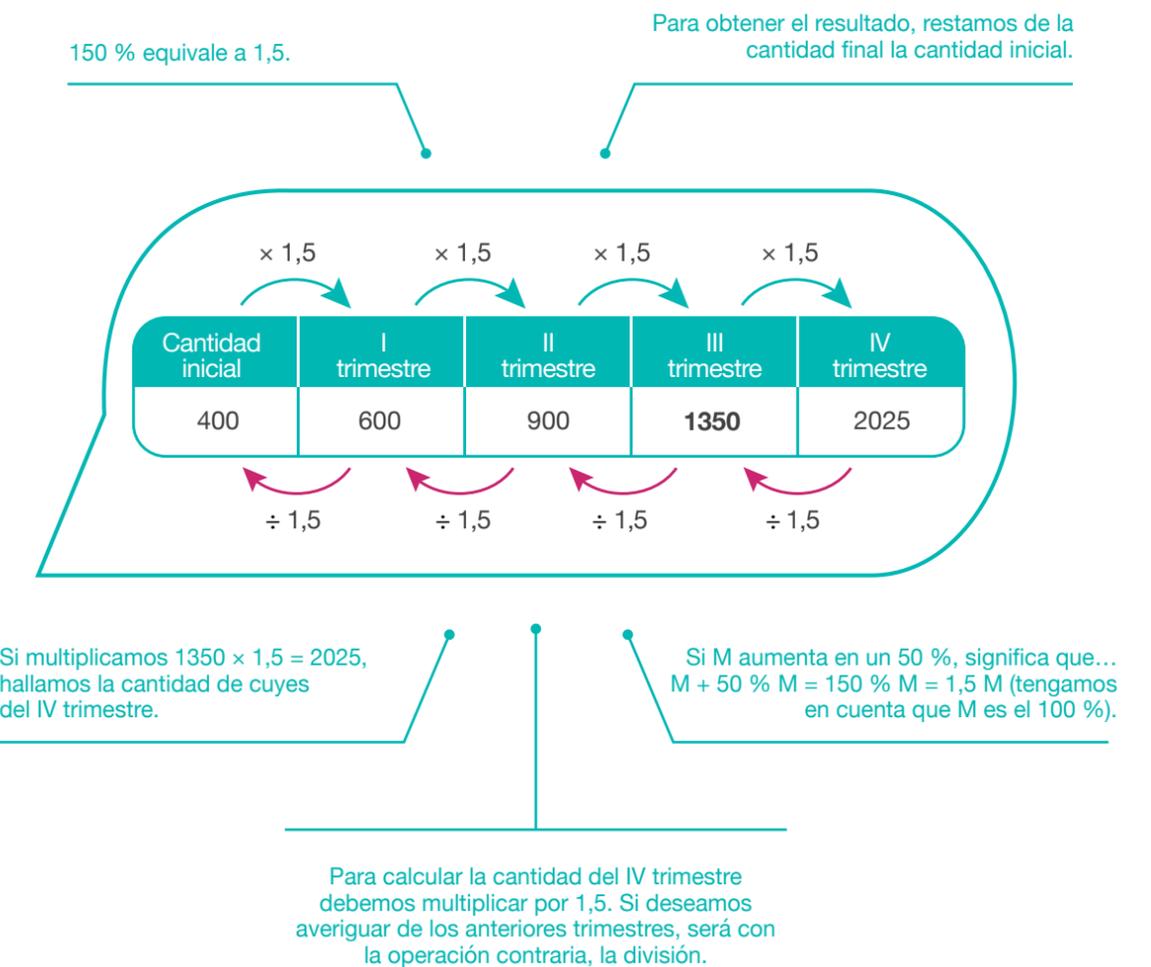
La argumentación matemática debe ser desarrollada desde los grados inferiores vinculándola en la construcción del conocimiento. Es importante destacar la interconexión entre el desarrollo cognitivo individual y el entorno social y cultural que lo rodea, de esa manera, se promueve una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, al tiempo que se fomenta el pensamiento crítico y la habilidad de comunicar de manera efectiva las ideas matemáticas.

La competencia de argumentación suele ser poco familiar para los profesores y a menudo se confunde con la explicación. No obstante, a través de la Metodología de Trabajo Docente (MTD), se logró una comprensión más profunda de que la argumentación va más allá de meras explicaciones. En su investigación, identificó tres estrategias fundamentales para fomentar la argumentación: proporcionar oportunidades de participación, gestionar los errores de manera efectiva y formular tipos específicos de preguntas. Además de estas estrategias comunicativas, se destacaron dos condiciones esenciales para promover la argumentación: la incorporación de tareas matemáticas abiertas y una planificación que anticipara momentos potencialmente argumentativos, detallando cómo el docente abordaría estos momentos utilizando las estrategias comunicativas mencionadas.

2.4.1. Elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales y reales, y sus operaciones y propiedades.

Los estudiantes generan afirmaciones que aborden las posibles conexiones entre los diferentes conjuntos numéricos, como los números naturales, enteros, racionales y reales, al mismo tiempo que se exploran en detalle las operaciones y propiedades específicas asociadas con cada uno de estos conjuntos.

A continuación, presentaremos diversas afirmaciones, las que deberán ser justificadas o sustentadas con explicaciones y analogías referidas a las operaciones, propiedades y relaciones de los números, y proporcionando ejemplos y contraejemplos



La nueva cantidad hallada en cada trimestre representa un nuevo 100 %.

En cada trimestre, el número de cuyes se incrementa en un 50 %.

Cantidad inicial	I trimestre			II trimestre			III trimestre			IV trimestre		
100 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %	100 %	50 %
	200	200	200	300	300	300	450	450	450	675	675	675
400	400	200	600	300	900	450	1350	675	2025	675		
Porcentaje	150 %			150 %			150 %			150 %		
Nuevo total	600			900			1350			2025		
Nuevo Porcentaje	100 %			100 %						100 %		

La cantidad hallada al finalizar el III trimestre representa el 150 %. Al dividirla entre tres, obtenemos tres cantidades iguales, 50 % cada uno. Con esta información, podemos calcular la cantidad que corresponde al II trimestre.

2.4.2. Fundamenta las afirmaciones utilizando analogías, justificaciones para validarlas o refutarlas mediante ejemplos y contraejemplos

Para que un estudiante pueda fundamentar una afirmación a través de una analogía, es necesario que seleccione términos comparativos adecuados, establezca una relación lógica entre ellos y adapte la explicación al contexto correspondiente. Asimismo, es importante que justifique su argumento basándose en las posibles relaciones de números, sus operaciones y propiedades. Para ello, puede recurrir a ejemplos pertinentes que demuestren la validez o la lógica detrás de su declaración o posición. Además, utilizar contraejemplos para contrastar y enriquecer la argumentación, asegurando así su solidez y claridad.

Afirmaciones	Fundamentación
150 % equivale a 1,5.	Un porcentaje también se puede expresar como un número decimal dividiendo el porcentaje por 100
Si M aumenta en un 50 %, significa que: $M + 50 \% M = 150 \% M = 1,5 M$ (tengamos en cuenta que M es el 100 %)	Esto se debe a que el porcentaje es simplemente una forma de expresar una fracción sobre 100. Entonces, "150 %" significa 150 por cada 100 y se puede simplificar a 1.5
Para calcular la cantidad del IV trimestre debemos multiplicar por 1,5. Si deseamos averiguar de los anteriores trimestres, será con la operación contraria, la división	La multiplicación y división son operaciones inversas, ya que cualquier número c diferente de cero, al multiplicarlo por d y luego dividirlo por d nos devuelve el número original: $c \cdot d \div d = c$
Si multiplicamos $1350 \times 1,5 = 2025$, hallamos la cantidad de cuyes del IV trimestre	Imaginemos que tenemos una pizza y decidimos multiplicarla por 1,5, en términos de pizza significa que estamos tomando la pizza en sí, más una mitad de ella
Para obtener el resultado, restamos de la cantidad final la cantidad inicial.	Las operaciones aritméticas básicas, como la suma y resta, están inherentemente relacionadas con la manipulación de cantidades numéricas. Restar la cantidad inicial de la cantidad final es coherente, y es una manera de cuantificar el cambio o la variación entre dos estados o valores.

Alberto, un estudiante de la clase, al observar los cálculos realizados por los dos equipos, interviene y dice: "Observando ambos procedimientos, puedo afirmar que se trata de aumentos y descuentos sucesivos; por lo tanto, se podría calcular como un aumento y descuento único".

El grupo responde: "Podría ser cierto, pero debemos comprobar si esa afirmación es verdadera". Luego, desarrollan un ejemplo utilizando las fórmulas de aumentos y descuentos sucesivos para validarla o refutarla.

Fórmula de aumentos sucesivos	Fórmula de descuentos sucesivos
$A_u = \left(a + b + \frac{ab}{100} \right) \%$	$D_u = \left(a + b - \frac{ab}{100} \right) \%$
$A_u = \left(50 + 50 + \frac{50 \times 50}{100} \right) \%$	$D_u = \left(50 + 50 - \frac{50 \times 50}{100} \right) \%$
$A_u = 125 \%$	$D_u = 75 \%$
<p>Esto significa que, en el segundo trimestre, la cantidad inicial se incrementó en un 125 %.</p>	<p>Esto significa que, para el primer trimestre, la cantidad del tercer trimestre, es decir, 1350 cuyes, disminuyó en un 75 %.</p>
<p>El cálculo es: $400(1,25) = 500$, lo que indica que la cantidad inicial aumentó en 500 cuyes. Por lo tanto, al finalizar el segundo trimestre, se cuenta con un total de 900 cuyes, lo cual coincide con los datos presentados por los equipos.</p>	<p>El cálculo es: $1350(0,75) = 1012,5$, lo que indica que la cantidad del tercer trimestre se reduce a 1012,5 cuyes. Sin embargo, esto sugiere que en el primer trimestre habría 337,5 cuyes, lo cual no concuerda con los datos presentados por los equipos. Además, este resultado es inapropiado, ya que las cantidades de cuyes deben ser enteras, representando cantidades discretas.</p>

Al final, validan la relación con los aumentos sucesivos, ya que los cálculos realizados son coherentes y adecuados. Sin embargo, refutan la relación con los descuentos sucesivos, debido a que los resultados obtenidos no son realistas ni coinciden con los datos presentados, además de generar cantidades no enteras, lo cual no es apropiado para este tipo de datos discretos.

REFLEXIONAMOS



¿Qué acciones desarrolladas por los estudiantes dan muestra a los docentes de la movilización de las capacidades de la competencia "Resuelve problemas de cantidad"?

¿Cómo se evidencia el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de cantidad"?

Para comprender eficazmente un problema matemático, es importante que los estudiantes interactúen y se familiaricen con el contexto del problema, comprendiendo e interpretando sus condiciones y exigencias. Además de eso, es fundamental que sean capaces de expresar el contenido con sus propias palabras y resolverlo de manera independiente, lo que implica la necesidad de profundizar en los procesos de análisis, síntesis y de dominar diversas estrategias de comprensión, como la de resolución de problemas.

Es necesario que los estudiantes desarrollen habilidades críticas y analíticas, teniendo en cuenta que los errores que se cometen durante el proceso pueden ser útiles para

mejorar los procesos de razonamiento matemático.

Los docentes debemos diseñar problemas y situaciones en función del aprendizaje de habilidades para estimular el pensamiento y activar la resolución y comunicación de problemas, entre otras habilidades, para enfrentar diversas situaciones que permitan construir y comprender las nociones de número, operaciones y propiedades. En resumen, se trata de un proceso continuo para que los estudiantes adquieran cada vez una mayor competencia matemática en su vida personal y profesional.

Referencias bibliográficas

- Albarracín, L., Gorgorió, N. Y Pizarro, N. (2017). *Aproximación al conocimiento para la enseñanza de la estimación de medida de los maestros de primaria*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Documento de conferencia, 523-532. <https://www.researchgate.net/publication/265856046>
- Arteaga-Martínez, B., Macías, J. Y Pizarro, N. (2020). La representación en la resolución de problemas matemáticos: un análisis de estrategias metacognitivas de estudiantes de secundaria. *Uniciencia*, 34(1), 263-280. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475962995015>
- Bresani, C., Burns, A., Escalante, P. Y Medroa, G. (2018). *Matemática financiera: teoría y ejercicios*. Facultad de Ciencias Empresariales y Económicas. Universidad de Lima. <https://repositorio.ulima.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12724/5910/Matematica%20financiera.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Castro, E. (2015). Números naturales y sistemas de numeración. En I. Segovia y L. Rico (Coords). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (pp. 47-74). Ediciones Pirámide
- Castro, E. (2015). *Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros*. [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. Digibug. <http://hdl.handle.net/10481/40316>
- Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. 2(1), 1-10. <http://www.unige.ch/fapse/clidi/textos/teoria%20de%20las%20situaciones%20didacticas.pdf>
- Crespo, C. (2014). *La importancia de la argumentación matemática en el aula*. Instituto Superior del Profesorado “Dr. Joaquín V. González”-Universidad de Buenos Aires. https://www.researchgate.net/publication/228791538_LA_IMPORTANCIA_DE_LA_ARGUMENTACION_MATEMATICA_EN_EL_AULA
- Espinoza, J., Lupiáñez, J. Y Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 14(2), 368-392. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=293146873008>
- Espinoza, J. (2017). La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en clases de matemática. *Revista Atenea*, 39(3), 64-79. <https://www.redalyc.org/journal/4780/478055149005/html/>
- García, O. (2014). Solución de problemas matemáticos de suma y resta en alumnos con dificultades para aprender. *Revista Atenas*, 2(26), 38-53.
- García, O. Y Morales, L. (2013). Ideas para enseñar: El contraejemplo como recurso didáctico en la enseñanza del cálculo. *Revista Iberoamérica de educación matemática*. N.º 35, 161-175. <http://funes.uniandes.edu.co/16068/1/Garc%C3%ADa2013EI.pdf>
- Gairín, J. Y Sancho, J. (2002). *Números y algoritmos*. Editorial Síntesis.
- Gobierno De Canarias. Recursos educativos digitales. <https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/recursosdigitales/category/temas/>
- Godino, J., Batanero, C. Y Roa, R. (2003). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf
- Maturano, C., Ishiwa, K., Macías, A. Y Otero, J. (2015). Ignorancia consciente en el aprendizaje de las ciencias I: componentes de la incompre
- Mevarech, Z., Kramarski, B. (2017). *Matemáticas críticas para las sociedades innovadora*. OCDE, París.
- Ministerio De Educación Del Perú. (2022). *El Perú en PISA 2018. Informe nacional de resultados*. Lima: Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.
- Ministerio De Educación Del Perú. (2021). *Informe de resultados para docentes: 2.º de secundaria. Evaluación Censal de Estudiantes*. Ministerio de Educación del Perú. <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/7768>
- Ministerio De Educación Del Perú. (2016). *Currículo nacional de la Educación Básica* [Archivo PDF]. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Ministerio De Educación Del Perú. (2017). *Cuaderno de trabajo de matemática: Resolvamos problemas. Secundaria*. Ministerio de Educación del Perú. <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/7922>
- Ministerio De Educación Del Perú. (2013). *Mapas de progreso del aprendizaje. Matemática: número y operaciones*. Centro de Producción Editorial e Imprenta de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (Cepredim).
- Mochón, S. Y Vázquez, J. (1995). Cálculo mental y estimación: métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza. *Educación matemática*, 7(3), 93-105. <https://core.ac.uk/reader/154338890>
- Molina, L. (2019). Enseñanza de la fracción parte-todo, desde la resolución de problemas. *Revista Educación y ciencia*, N.º 23, 589-604. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7982153>
- Parra, M., Zapata, M., Toro, J. Y Durango, J. (2010). Contextos de descubrimiento y justificación en la clase de matemáticas. *Revista virtual Universidad Católica del Norte*, N.º 29, 66-81. <http://revistavirtual.ucn.edu.co/>

- Pérez, B., Valdés, B. Y Vivar, E. (2019). Algunas consideraciones sobre la comprensión de los contenidos matemáticos. *Roca. Revista científico-educacional de la provincia Granma*, 15(2), 12-23.
- Pizarro, R. (2015). *Estimación de medida: el conocimiento didáctico del contenido de los maestros de primaria*. [Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona]. Repositorio institucional de la universidad.
<https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/309285/rnpc1de1.pdf?sequence=1>
- Pogré, P. (2007). ¿Cómo enseñar para que los estudiantes comprendan? *Revista Diálogo Educativo*, 7(20), 25-32.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=189116807003>
- Ramos, L., Castro, E. Y Castro-Rodríguez, E. (2016). Instrucción en el uso de esquemas para la resolución de problemas aditivos a estudiantes con necesidades educativas especiales. *Enseñanza de las Ciencias*, 34(1), 173-192.
<http://dx.doi.org/rev/ensciencias.1478>
- Rengifo, Z. Y Tecco, R. (2021). *Porcentaje o tanto por ciento*. [Trabajo de investigación para optar el título de bachiller, Universidad Científica del Perú]. Repositorio de la Universidad Científica del Perú.
<http://repositorio.ucp.edu.pe/bitstream/handle/UCP/1239/RENGIFO%20LORTEGUI%20ZOYLA%20VERONICA%20Y%20TECCO%20CARDENAS%20ROSA%20MARINA%20-%20TRABAJO%20DE%20INVESTIGACION.pdf?sequence=1>
- Ríos-Cuesta, W. (2021). *Argumentación en educación matemática: elementos para el diseño de estudios desde la revisión bibliográfica*. *Revista Amazonia Investiga, Volume 10(41)*, - 96-105.
- Ruiz, C. (2013). *La fracción como relación parte-todo y como cociente*. [Trabajo para optar el título de magíster, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio de la Universidad Nacional de Colombia.
<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/47142/01186860.2013.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ruiz, C. (2013). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Boletín de Educacao Matemática*, Vol. 30 (56) , 1092-1112.
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291248570016>
- Sangaku Maths (2023). El conjunto de los números enteros. sangakoo.com.
<https://www.sangakoo.com/es/temas/el-conjunto-de-los-numeros-enteros>
- Segundo, J. (2018). Enciclopedia Humanidades.
<https://humanidades.com/tiempo/#ixzz7zYKv02wP>