Fasciculo para el desarrollo de la competencia

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre







FASCÍCULO PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA "RESUELVE PROBLEMAS DE GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE"

Esta herramienta curricular en versión digital, dirigida a docentes de instituciones educativas de Secundaria, ha sido elaborada por la Dirección de Educación Secundaria. Su propósito es facilitar la comprensión de la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre" del área de Matemática, propuesta en el Currículo Nacional de la Educación Básica.

Edición

Edición © Ministerio de Educación Calle Del Comercio N.º 193 San Borja Lima 15021, Perú Teléfono: 615-5800 www.minedu.gob.pe

Elaboración de contenido

José Luis Maurtua Aguilar Juan Carlos Chávez Espino Larisa Mansilla Fernández Roxana Pilar Choquepata Vilca Elizabeth Gladys Rodríguez Yauri

Revisión pedagógica

José Luis Maurtua Aguilar Juan Carlos Chávez Espino Larisa Mansilla Fernández Roxana Pilar Choquepata Vilca Mariela Quispe Quille

Especialista en edición

Oscar Emiliano Palomino Flores

Corrección de estilo

Marco Antonio Vigo Esqueche Elizabeht Beatriz Bautista Toledano

Diseño y diagramación

Carlos Héctor Boza Loayza Marco Villanueva Imafuku

Ilustración

Gloria Arredondo Castillo

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Debido a la naturaleza dinámica de internet, las direcciones y los contenidos de los sitios web a los que se hace referencia en este material educativo pueden tener modificaciones o desaparecer.

En este material se utilizan términos como "el docente", "el estudiante", "el profesor" y sus respectivos plurales, así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo, para referirse a hombres y mujeres. Esta opción considera la diversidad y respeta el lenguaje inclusivo, y se emplea para promover una lectura fluida y facilitar la comprensión del texto.

Índice

PI	resen	tacion	4
	•	qué consiste desarrollar la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos ertidumbre"?	.5
2.	,Qu	é significa desarrollar la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos certidumbre"?	
		¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas"?	
	2.2.	¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos"?	15
	2.3.	¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos"?	19
	2.4.	¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida"?	
	Refe	erencias bibliográficas	10

PRESENTACIÓN

Estimados docentes:

La presente herramienta curricular, titulada Fascículo para el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre", está planteada con el objetivo de apoyar la implementación del Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB). A través de este documento, se busca orientar a los docentes para promover el desarrollo de actuaciones en los estudiantes para que registren y analicen datos de un tema de interés o de situaciones aleatorias, que le permitan tomar decisiones, hacer predicciones y elaborar conclusiones con base en la información producida.

Este documento facilita la comprensión de lo que implica el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre". Mediante situaciones problemáticas, los docentes podrán guiar a los estudiantes en el desarrollo integral de sus capacidades, tales como representar datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas, comunicar su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos, usar estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos, y sustentar conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.

Esperamos que este fascículo sea una herramienta valiosa en la práctica pedagógica y que inspire nuevas formas de enseñanza de la estadística y la probabilidad, de tal manera que se promueva un aprendizaje activo, colaborativo y conectado con la realidad de los estudiantes.

Dirección de Educación Secundaria





¿En qué consiste desarrollar la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre"?

Los docentes de una institución educativa dialogan sobre cómo desarrollar la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre".

¡Hola, colegas! He estado reflexionando sobre lo que implica desarrollar la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre" y la importancia que esta tiene. Antes creía que enseñar esta competencia consistía solo en aplicar procedimientos extensos para calcular la media, la moda y otros, sin considerar el contexto. Sin embargo, comprendí que los estudiantes necesitan interpretar datos y vincular conceptos con situaciones reales.

Siempre pensé que esta competencia se enfocaba solo en cálculos y procedimientos simbólicos, pero, al integrar la gestión de datos y la probabilidad, comprendí que la incertidumbre es clave. Pese a ello, considero que las herramientas tecnológicas no son tan efectivas para abordar estos aspectos como en otras competencias.







Reflexiona

- a) ¿Qué opinas sobre el diálogo entre los tres docentes y sus posturas sobre la enseñanza de la competencia?
- b) ¿Te identificas con alguna de las posturas de los docentes?, ¿por qué?
- c) ¿Qué aspectos deben considerarse para desarrollar esta competencia, teniendo en cuenta la importancia de aplicar los conceptos en contextos reales y cómo esto enriquece el aprendizaje?

Iniciamos el capítulo analizando el diálogo anterior. En dicha conversación, los docentes reflexionan sobre sus creencias respecto a la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre". Algunos creen que el desarrollo de esta se limita a actividades abstractas y a la memorización de fórmulas o procedimientos, sin conexión con la realidad. Al centrarse solo en cálculos mecánicos, los estudiantes no desarrollan las habilidades necesarias para analizar datos y tomar decisiones informadas en contextos reales, lo que restringe su comprensión de cómo gestionar datos e interpretar la incertidumbre en situaciones prácticas.

Para comprender la naturaleza de la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre", leamos, a continuación, la descripción que ofrece el Currículo Nacional de la Educación Básica:

Consiste en que el estudiante analice datos sobre un tema de interés o estudio o de situaciones aleatorias, que le permitan tomar decisiones, elaborar predicciones razonables y conclusiones respaldadas en la información producida. Para ello, el estudiante recopila, organiza y representa datos que le dan insumos para el análisis, interpretación e inferencia del comportamiento determinista o aleatorio de la situación usando medidas estadísticas y probabilísticas (Ministerio de Educación del Perú [Minedu], 2016, p. 273).

Entonces resolver problemas de gestión de datos requiere que los estudiantes definan un tema de interés o de estudio relacionado con su realidad, el cual será el motor de búsqueda de datos. Luego, deberán procesarlos, analizarlos y emitir conclusiones válidas. Abordar problemas de incertidumbre, por su parte, implica trabajar con situaciones aleatorias, donde la imprecisión y la variabilidad son constantes, y requiere el uso de medidas probabilísticas para caracterizar la ocurrencia de un suceso.

De acuerdo con el Minedu (2016), esta competencia requiere la combinación adecuada de cuatro capacidades, las cuales se detallan a continuación:

Representar datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.

Significa representar el comportamiento de un conjunto de datos utilizando tablas de frecuencias o gráficos estadísticos (diagrama de barras, histogramas, ojiva, etc.), así como medidas de tendencia central (media, mediana y moda), de localización (cuartiles, quintiles, deciles y percentiles) o de dispersión (rango, varianza, desviación estándar, etc.). También implica reconocer cuál es la variable en una población o muestra, la cual puede ser cualitativa o cuantitativa, dependiendo del propósito del estudio. Además, abarca el análisis de situaciones aleatorias y la representación de la ocurrencia de un suceso mediante el valor de la probabilidad.

Comunicar su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.

Significa comunicar qué se comprende por conceptos estadísticos (variable, población, muestra, medidas de tendencia central, etc.) y probabilísticos (espacio muestral, sucesos, probabilidad de un suceso simple o compuesto, etc.) en relación con una situación de estudio. También implica leer, describir e interpretar la información contenida en tablas o gráficos estadísticos.

Usar estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.

Significa seleccionar, adaptar, combinar o crear diversos procedimientos, estrategias y recursos para la recolección de datos (encuestas, entrevistas, experimentos, etc.), procesar y analizar los datos (uso de tablas), así como el uso de técnicas de selección de la muestra (muestreo probabilístico y no probabilístico) y el cálculo de las medidas estadísticas (media, mediana, moda, etc.) y probabilísticas (regla de Laplace o frecuencia relativa).

Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.

Significa tomar decisiones, hacer predicciones, elaborar conclusiones y sustentarlas en función de la información que se obtuvo en la etapa de procesamiento y análisis de datos. Asimismo, implica revisar la valoración de los procesos estadísticos y probabilísticos.

En ese sentido, resolver problemas de gestión de datos implica considerar aspectos teóricos como el pensamiento estadístico, propuesto por Wild y Pfannkuch (1999), ya que este es la base de la investigación estadística y un elemento esencial para resolver problemas reales. Este enfoque no solo se limita al cálculo de medidas estadísticas, sino que también facilita la comprensión y la toma de decisiones en situaciones complejas. Según estos autores, el pensamiento estadístico se puede entender a través de cuatro dimensiones: i) el ciclo investigativo, ii) los tipos fundamentales de pensamiento estadístico, iii) el ciclo interrogativo y iv) las disposiciones.

El ciclo investigativo, también conocido como modelo PPDAC, consta de cinco etapas: problema, plan, datos, análisis y conclusiones, y tiene una clara relación con las cuatro capacidades de la competencia. Osorio, Flores y Pérez (2020) señalan que la etapa de problema se refiere al análisis del problema a resolver e identificar la variable de estudio; la etapa de plan tiene que ver con la selección de la población y muestra, y con el diseño de los instrumentos de recolección de datos; la etapa de datos tiene que ver con la recolección y limpieza de los datos; la etapa de análisis se refiere a la organización de los datos mediante tablas de frecuencia o gráficos, y la descripción mediante el uso de medidas de tendencia central, localización o dispersión; finalmente, la etapa de conclusión implica dar respuesta al problema inicial, comunicar los resultados y plantear conclusiones.

Al respecto, Vidal-Szabó, Kuzniak, Estrella y Montoya (2020) resaltan que el ciclo investigativo fomenta tanto la alfabetización estadística como el razonamiento crítico. Los estudiantes se convierten en consumidores y productores de datos, ya que aprenden a representar y argumentar estadísticamente con base en evidencias, además de desarrollar la capacidad de examinar críticamente las afirmaciones basadas en datos.

Por otro lado, resolver problemas de incertidumbre implica tener en cuenta el desarrollo del **pensamiento probabilístico**, el cual juega un papel clave al permitir enfrentar situaciones en las que predomina la incertidumbre y la variabilidad. Este tipo de pensamiento requiere analizar fenómenos aleatorios y representar la probabilidad de ocurrencia de sucesos mediante valores numéricos, lo que exige una comprensión profunda de los conceptos probabilísticos en relación con el contexto específico y las condiciones del problema.

Este tipo de pensamiento abarca la capacidad de emplear estrategias diversas para calcular probabilidades, realizar predicciones razonadas, elaborar conclusiones y justificarlas con base en la información y el análisis de los datos. En este sentido, Batanero (2005) sostiene que el pensamiento probabilístico es indispensable para desarrollar la capacidad de razonar bajo condiciones de incertidumbre. Según la autora, no se trata únicamente de aprender a calcular probabilidades, sino de entender cómo se modelan fenómenos aleatorios, interpretar resultados en contextos reales y tomar decisiones informadas, aún cuando la información disponible sea limitada o esté sujeta a incertidumbre.

Este enfoque permite a los estudiantes analizar situaciones en las que interactúan la variabilidad y la incertidumbre, aspectos inherentes a la realidad cotidiana y científica. La autora identifica tres dimensiones clave en el desarrollo del pensamiento probabilístico: la comprensión conceptual, que implica abordar conceptos como espacio muestral, eventos, frecuencia relativa y probabilidad vinculándolos a situaciones concretas; la modelización, que significa utilizar modelos probabilísticos para representar fenómenos aleatorios, como árboles de probabilidad, tablas de contingencia o simulaciones; y la toma de decisiones, que implica interpretar e integrar información probabilística para tomar decisiones razonadas, evaluar riesgos y justificar conclusiones.

Si bien es cierto que la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre" requiere el dominio de procedimientos matemáticos y herramientas específicas, es fundamental que los estudiantes conecten estos conceptos con situaciones reales, para otorgarles un significado más amplio y aplicable. Esto facilita la comprensión de los conceptos y también habilita a los estudiantes para ser participantes activos en su aprendizaje, al desarrollar habilidades para tomar decisiones fundamentadas en la probabilidad y la interpretación de datos, lo que mejora su capacidad para gestionar los datos y la incertidumbre de manera efectiva (Garfield y Ben-Zur, 2009).



¿Qué significa desarrollar la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre"?

Los docentes de una institución educativa dialogan sobre sus reflexiones en torno al desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre".

Creo que debemos centrarnos en enseñar procedimientos para calcular y representar datos en tablas y gráficos, sin profundizar en conceptos como la incertidumbre y la probabilidad. Es esencial que los estudiantes aprendan a aplicar métodos sin complicarse con la teoría.

Enfocarse en los cálculos y la representación visual de los datos es suficiente. Los conceptos de probabilidad y gestión de incertidumbre son demasiado abstractos para los estudiantes y podrían añadir complejidad innecesaria.

Coincido en que lo esencial es enseñar a manipular y representar datos en tablas y gráficos, sin centrarse en que aprendan conceptos como la desviación estándar o la incertidumbre, que solo complicarían el aprendizaje.







Reflexiona

- a) ¿Qué opinas sobre las posturas que tienen los docentes en relación con el desarrollo de la competencia?
- b) ¿Te identificas con alguna de las perspectivas presentadas?, ¿por qué?
- c) ¿Consideras que es más efectivo trabajar con las capacidades de la competencia por separado o integrarlas en un enfoque global?
- d) ¿Qué sugerirías para que los estudiantes logren una comprensión más significativa de la competencia?

2.1. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas"?

Primero, debemos conocer qué implica desarrollar esta capacidad. En este sentido, el Ministerio de Educación del Perú (2016) señala en el *Programa curricular de Educación Secundaria* lo siguiente:

Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas es representar el comportamiento de un conjunto de datos, seleccionando tablas o gráficos estadísticos, medidas de tendencia central, de localización o dispersión. Reconocer variables de la población o la muestra al plantear un tema de estudio. Así también implica el análisis de situaciones aleatorias y representar la ocurrencia de sucesos mediante el valor de la probabilidad (p. 170).

Ahora analizaremos en detalle cada uno de los aspectos identificados en esta capacidad.

2.1.1. Significado de representar el comportamiento de un conjunto de datos

El aprendizaje escalonado, progresivo y secuencial de las representaciones matemáticas se construye sobre la idea de que los conceptos más simples y fundamentales deben entenderse antes de pasar a conceptos más complejos.

Según Blum y otros (2010):

A esta competencia pertenecen tanto el poder generar por uno mismo representaciones de objetos matemáticos como también el manejo de representaciones que están dadas. Aquí se cuentan, además, representaciones gráficas como...

- diagramas
- ilustraciones
- fotos
- · bosquejos de situaciones reales
- · gráficos estadísticos

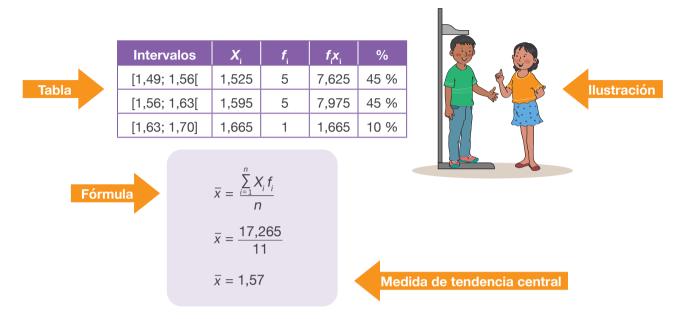
Otras posibilidades importantes de representación son...

- fórmulas
- · representaciones mediante el lenguaje
- · acciones y gestos
- programas (en un lenguaje de programación)

No se puede concluir que la competencia "Utilizar representaciones" esté jugando un rol tan solo a partir de la mera existencia de estas representaciones. Por ejemplo, las ilustraciones no son necesariamente portadoras de información matemática, sino que pueden cumplir simplemente una función motivadora (p. 51).

En el siguiente ejemplo, podemos reconocer algunas representaciones:





El promedio de talla de los estudiantes de 2.º C es 1,57 m.

También es importante recordar que, para facilitar la interpretación, tanto los cuadros como los gráficos deben llevar un título suficientemente explícito que permita realizar la lectura sin necesidad de buscar más información.

Otra forma de representación que promueve la capacidad "Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas" son las medidas de tendencia central (media aritmética, mediana, moda), las medidas de localización (terciles, cuartiles y quintiles) y las medidas de dispersión (varianza, desviación estándar, coeficiente de variación), tanto para datos agrupados y no agrupados.

2.1.2. Procesos que permiten reconocer variables de la población o muestra al plantear un tema de estudio

Una variable estadística es una característica que puede variar en una población o muestra de datos y puede tomar diferentes valores. Son útiles para analizar datos, describirlos y realizar inferencias sobre determinada población o muestra.

Al plantear un tema de estudio, se toman en cuenta los siguientes procesos:

- a) Determinar el grupo de personas o elementos que serán objeto de estudio. Esto puede ser una población completa o una muestra representativa de la misma.
- b) Seleccionar las variables. Esto implica identificar las variables que tienen un impacto significativo en el fenómeno que se está investigando, es decir, identificar las características o aspectos que se medirán o analizarán en el estudio.
- c) Definir las categorías o niveles de las variables: cuantitativas o cualitativas. En el caso de las variables cualitativas, es necesario establecer las diferentes categorías o niveles que se utilizarán para clasificar los datos. Por ejemplo, si se está estudiando la opinión de las personas sobre un tema determinado, las categorías podrían ser "de acuerdo", "en desacuerdo" o "neutral".



d) Operacionalizar las variables. Este proceso implica definir cómo se medirán o cuantificarán las variables. Por ejemplo, si se está estudiando la edad de las personas, se podría medir en años o en grupos de edad.

Las variables estadísticas se clasifican en cualitativas y cuantitativas. A continuación, se detallan los tipos de variables, junto con algunos ejemplos:

Tabla 1: Tipos de variables

Variables	Tipos	Ejemplos		
	Nominal	Carreras profesionales: Ingeniería Civil, Medicina, Arquitectura, Administración, Contabilidad.		
	No existe ninguna jerarquía (rango, prioridad) entre ellas;	Nacionalidad: peruana, boliviana, brasileña, ecuatoriana.		
	todas se consideran en un mismo nivel.	Mes de nacimiento: octubre, enero, mayo, julio.		
Cualitativas		Sexo: masculino, femenino.		
Sus valores son cualidades, propiedades o		Niveles educativos: primaria, secundaria, superior incompleto, superior completo, maestría, doctorado, posdoctorado.		
atributos que presenta la población y que son	Ordinal	Premiación: primer puesto, segundo puesto, tercer puesto.		
objeto de estudio.	Existe una relación de orden (jerarquía) entre los valores de la variable.	Calificación de una película: Muy buena, buena, mala, muy mala.		
		Calificación de una monografía: insuficiente, regular, bien, muy bien, excelente.		
		Edición de un libro: primera, segunda, tercera, etc.		
		Títulos nobiliarios: rey, príncipe, duque, marqués, conde, vizconde y barón.		
	Discreta Es aquella que se obtiene	Número de hijos: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6;		
	por el procedimiento de conteo; toma valores enteros no negativos,	Talla (nacional) de zapatos: 35; 36; 37; 38; 39; 40; 41; 42;		
Cuantitativas	es decir, algunos datos pueden ser cero.	Número de amigos: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6;		
Sus valores son el resultado de mediciones o un determinado conteo.	Continua Es aquella que se	Estatura de los estudiantes de tercer grado de secundaria (m): 1,50; 1,52; 1,61; 1,73; 1,75; etc.		
ueterminado conteo.	obtiene por algún procedimiento de medición; los valores	Masa de los estudiantes de segundo grado de secundaria (kg): 55,2; 57,8; 58,4; 78,6; 81,7; etc.		
	pueden ser enteros o no, es decir, pueden ser decimales.	Índice de masa corporal de los estudiantes de quinto grado de secundaria: 25,2; 23,76; 28,2; 29,3; 30,8		

Fuente: Adaptado de Ministerio de Educación del Perú (2020).

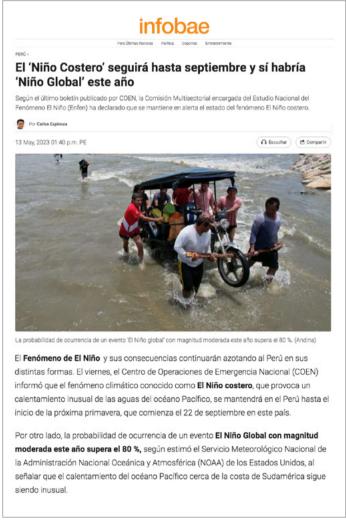


2.1.3. Procesos que implican el análisis de situaciones aleatorias y representar la ocurrencia de sucesos mediante el valor de la probabilidad

Una situación aleatoria es un evento cuyo resultado no puede predecirse con certeza; está regido por el azar y la variabilidad. Este análisis es útil para comprender fenómenos inciertos, como los eventos climáticos que ocurren en nuestro entorno.

En el contexto peruano, fenómenos como El Niño costero provocan cambios significativos en el clima, al afectar la temperatura, las lluvias y otros factores meteorológicos. El calentamiento anómalo de las aguas del Pacífico durante este fenómeno genera lluvias intensas, aumento de la temperatura del aire y fenómenos inusuales en la costa norte y centro del país.

Según el diario Infobae, había una probabilidad superior al 80 % de que se produzca un fenómeno de El Niño global de magnitud moderada este año. Esta situación, anticipada desde marzo de 2023, llevó a los gobiernos y ciudadanos a tomar precauciones necesarias debido a sus posibles consecuencias, como inundaciones, incremento de la temperatura y afectación de actividades económicas.



Fuente: Infobae

A propósito de los cambios climáticos ocasionados por El Niño costero, promueva en el aula un espacio de aprendizaje activo, donde los estudiantes puedan predecir el estado del tiempo a partir de situaciones reales. Esta actividad permitirá identificar y relacionar niveles de probabilidad con eventos climáticos, aplicando conceptos estadísticos en un contexto cercano y significativo.

El análisis de situaciones climáticas inciertas, como las generadas por El Niño costero, fomenta la comprensión de la variabilidad del clima, el razonamiento lógico y el uso de la probabilidad como herramienta de análisis.

Para desarrollar una actividad puede realizar lo siguiente:

a) Contextualización inicial:

Inicie la actividad presentando a los estudiantes las características del fenómeno de El Niño costero, destacando los aspectos más relevantes:

- El calentamiento anómalo del mar en la costa del Pacífico.
- Las Iluvias intensas en la costa norte y centro del país.
- El incremento de la temperatura del aire y del mar, afectando el clima y las actividades humanas.

Explique cómo estos cambios pueden generar situaciones climáticas inciertas que pueden analizarse mediante la probabilidad.

b) Explicación de la actividad:

Una vez contextualizado el fenómeno:

- Presente a los estudiantes la siguiente tabla de trabajo con niveles de probabilidad y eventos climáticos desordenados.
- Explique que el objetivo es relacionar los niveles de probabilidad con los eventos climáticos correctos.
- Indique que pueden trazar segmentos o flechas o similares, tal como se muestra.



- c) Una vez completada la actividad, genere un espacio de reflexión y discusión en el aula a partir de las siguientes preguntas:
 - ¿Por qué ciertos eventos climáticos, como las lluvias intensas y el aumento de la temperatura, son más probables durante El Niño costero?
 - ¿Qué eventos son imposibles o poco probables en este contexto y por qué?
 - ¿Cómo influye el conocimiento del clima local en nuestras predicciones?
 - ¿Por qué es importante interpretar correctamente la información climática?



A través de esta actividad, los estudiantes desarrollarán habilidades de análisis crítico, aplicando conceptos de probabilidad y situaciones aleatorias a fenómenos climáticos reales. Además, comprenderán cómo el fenómeno de El Niño costero influye en la variabilidad del clima peruano, lo que les permitirá identificar la importancia de interpretar correctamente la información climática para la toma de decisiones en su entorno.

2.2. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos"?

"Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos: es comunicar su comprensión de conceptos estadísticos y probabilísticos en relación con la situación. Implica leer, describir e interpretar información estadística contenida en gráficos o tablas provenientes de diferentes fuentes" (Ministerio de Educación del Perú, 2016, p. 141).

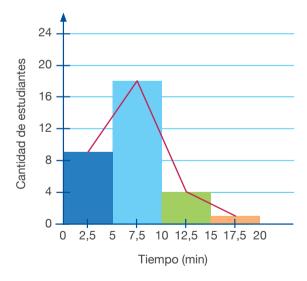
De manera similar, Blum y otros. (2010) afirman que...

Esta competencia abarca, por un lado, la comprensión de textos o expresiones orales en el ámbito de las matemáticas, y por otro, incluye la capacidad de presentar de manera comprensible —y adecuada en términos del lenguaje técnico — las deliberaciones, los caminos de solución y resultados, de forma escrita u oral (p. 56).

Es importante tener en cuenta que, cuando se comunica una tarea realizada, se espera explicar el o los procesos de solución realizados, que es diferente a argumentar, tal como se muestra en la siguiente situación:

Situación:

El histograma muestra la dstribución de los minutos de tardanza al ingreso de la I. E. de un grupo de estudiantes.



$$\bar{x} = 7.03$$

Me = 6.94
Mo = 6.96

Dan a conocer las conclusiones de su indagación y plantean una posible solución al problema de tardanza.

Conclusiones

- Los estudiantes de la I. E. llegan tarde a clases con un promedio de 7,03 minutos.
- La mitad de los estudiantes de la I. E. van a clases con un retraso de 6,94 minutos.
- · Los estudiantes de la I. E. faltan en su mayoría con un retraso de 6,96 minutos.

2.2.1. Significado de la comprensión de conceptos relacionados con la gestión de datos e incertidumbre

Como mencionara Estrella (2019) en la CIAEM:

En la escuela tradicional, los estudiantes se enfrentan a una enseñanza caracterizada por situaciones determinísticas con respuestas cerradas y énfasis en la certeza; sin embargo, en la vida cotidiana el ser humano debe decidir con tiempo limitado y con información limitada, recurriendo a la intuición antes que a un razonamiento basado en la evidencia de los datos.

Muchas de las situaciones que enfrenta el ser humano día a día suceden tan vertiginosamente que muy pocas veces nos detenemos a analizar las posibles alternativas que existen. El tiempo apremia y se debe optar por alguna, guiados en numerosas ocasiones por la intuición o por alguna experiencia propia o ajena, lo que nos lleva muchas veces a cometer errores.

Observamos nubes negras en el cielo y decimos: "Llevaré paraguas porque es probable que hoy llueva". Vemos una bandera roja en la playa y pensamos: "Es seguro que hoy no nos bañaremos en el mar, ya que la marea está alta".

En ese contexto, se presenta un diálogo entre docentes sobre cómo gestionar desde la planificación curricular el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre".

En una reunión colegiada, el coordinador de Matemática y dos docentes del área dialogan:



Resultados de una encuesta a estudiantes de secundaria sobre los motivos de tardanzas recurrentes

Razones	Frecuencia absoluta (f _.)	Frecuencia relativa (h _i)	Frecuencia relativa porcentual (h %)
a. Vive lejos de la I. E.	35	0,70	70 %
b. Tiene que llevar a sus hermanos menores a otro colegio.	10	0,20	20 %
c. Participa en juegos interactivos hasta altas horas de la noche.	5	0,10	10 %
Total	50	1,00	100 %

Si se seleccionan a dos de los estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de llegar tarde a la I. E.?

Comparando las razones **a** y **c**, vemos que "Vive lejos de la I. E.", cuya frecuencia relativa es 0,70, es una razón **más probable** que "Participa en juegos interactivos hasta altas horas de la noche", que tiene una frecuencia relativa de 0,10.

2.2.2. Representaciones matemáticas para leer, describir e interpretar información estadística

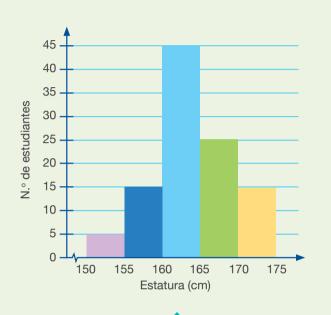
Como docentes, sabemos que la construcción e interpretación de gráficos estadísticos es una parte fundamental del bagaje cultural de las personas. Gal (2002, como se citó en Arteaga y otros, 2009) sostiene que una persona debería ser capaz de leer críticamente los gráficos estadísticos que encuentra en la prensa, Internet, medios de comunicación y en su ámbito profesional. Esto implica no solo una lectura literal del gráfico, sino también la capacidad de identificar las tendencias y la variabilidad de los datos, así como de detectar posibles errores, ya sean conscientes o inconscientes, que puedan distorsionar la información representada (Schield, 2006, como se citó en Arteaga y otros, 2009).

Asimismo, debería ser capaz de conocer y construir gráficos sencillos. Curcio (1989, como se citó en Batanero, 2001) describe cuatro niveles distintos de comprensión de los gráficos, los cuales también pueden aplicarse a las tablas y gráficos estadísticos:

- a) Leer los datos: Este nivel de comprensión requiere una lectura literal del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.
- b) Leer dentro de los datos: Incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
- c) Leer más allá de los datos: Requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.
- d) Leer detrás de los datos: Supone valorar la fiabilidad y completitud de los datos.

Aplicamos estos cuatro niveles en el análisis de la siguiente tarea:

El siguiente histograma muestra las estaturas de un grupo de estudiantes de una institución educativa.



Leer detrás de los datos Se refiere a valorar si los datos están completos, analizar la forma en que fueron recogidos y detectar posibles sesgos.

Leer los datos

Se refiere a la lectura de las escalas, las leyendas y la relación de las variables en el histograma.

Leer dentro de los datos Se refiere a la tendencia o a las comparaciones que se pueden hacer entre los intervalos o grupos de intervalos.

Leer más allá de los datos

Significa hacer posibles predicciones a partir del comportamiento de la serie de datos.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- a) La estatura promedio (media) de los estudiantes es 163,9 cm aproximadamente.
- b) La moda de las estaturas es 163 cm.
- c) La mediana de los datos presentados es de 164,8 cm aproximadamente.

2.3. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos"?

"Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos: es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de procedimientos, estrategias y recursos para recopilar, procesar y analizar datos, así como el uso de técnicas de muestreo y el cálculo de las medidas estadísticas y probabilísticas" (Ministerio de Educación del Perú, 2016, p. 141).

2.3.1. Estrategias para el recojo de información empleando técnicas de muestreo y el cálculo de las medidas estadísticas y probabilísticas

En la competencia de gestión de datos e incertidumbre, se utilizan diversas estrategias para recopilar, procesar y analizar datos. Algunas de estas estrategias incluyen:

- a) Encuestas: Son una forma común de recolección de datos en la que se plantean preguntas a los participantes para obtener información sobre sus opiniones respecto a un tema específico. Las encuestas pueden llevarse a cabo de manera presencial, telefónica, por correo electrónico o a través de plataformas en línea.
- b) Entrevistas: Son una forma común de recolección de datos en la que se plantean preguntas a los participantes para obtener información sobre sus opiniones respecto a un tema específico. Las encuestas pueden llevarse a cabo de manera presencial, telefónica, por correo electrónico o a través de plataformas en línea. Esta estrategia consiste en realizar conversaciones estructuradas o semiestructuradas con los participantes, con el fin de obtener información detallada sobre un tema particular. Las entrevistas pueden ser individuales o grupales.
- c) Observaciones directas: Implica registrar y analizar el comportamiento de las personas o eventos en un contexto determinado. La observación puede ser directa, es decir, en el entorno natural de los individuos, o bien en un entorno controlado o de laboratorio.
- d) Experimentos: Se utilizan para recolectar datos en un entorno controlado, donde se manipulan variables independientes para observar su efecto sobre las variables dependientes. Los experimentos pueden realizarse tanto en un laboratorio como en el campo.
- e) Revisión de documentos: Esta estrategia consiste en analizar y extraer información relevante de documentos existentes, como informes, estudios previos, registros financieros, entre otros. Permite obtener datos históricos o contextualizar la información obtenida de otras fuentes.
- f) Fuentes secundarias: Son aquellas fuentes de datos que han sido previamente recopiladas y publicadas por otras personas u organizaciones. El uso de fuentes secundarias puede resultar útil para ahorrar tiempo y recursos en el proceso de recolección de datos.

Técnicas de muestreo

Al realizar un estudio, es fundamental conocer la población objeto de investigación, lo que nos permitirá decidir si se utilizará una muestra y qué variables estadísticas se estudiarán. La población estadística se refiere al conjunto de elementos que se desea analizar, como personas, objetos o animales. Si la población es demasiado grande, se selecciona un subconjunto llamado *muestra* para realizar el estudio.

Existen dos tipos de muestreo: **probabilístico** y **no probabilístico**. En el muestreo probabilístico, cada miembro de la población tiene una probabilidad de ser seleccionado, mientras que en el muestreo no probabilístico, la selección se basa en la decisión del investigador, lo que lo hace más subjetivo.



Tipos de muestreo

Fuente: GCFGlobal

Muestreo no probabilístico

Se subdivide en lo siguiente:

- a) Muestreo bola de nieve: Este método es útil para encontrar muestras de grupos difíciles de acceder. Por ejemplo, si se busca personas con una condición médica específica, se puede contactar a una o dos de ellas y pedirles que recomienden a otras con situaciones similares, con lo cual se crea una "bola de nieve" que permite ampliar la muestra.
- b) Muestreo por cuotas: Este enfoque consiste en dividir a la población en estratos que comparten características comunes y luego seleccionar una muestra proporcional y representativa de cada grupo.

Ejemplo: Para crear un modelo de camiseta, se necesitan hombres y mujeres futbolistas. El dueño de la marca ha solicitado a una agencia de publicidad que convoque a los modelos siguiendo los siguientes porcentajes:

Futbolistas	h %
Varones	60 %
Mujeres	40 %
Total	100 %



Futbolistas	h %	Futbolistas por convocar		
Varones	60 %	72		
Mujeres	40 %	48		
Total	100 %	120		

c) Muestreo intencional o por conveniencia: La muestra se selecciona basándose únicamente en el conocimiento y la credibilidad del investigador, ya sea por la facilidad para reclutar o porque los consideran buenos representantes de la población.

Pero ¿qué vamos a estudiar de esta muestra? Tenemos que determinar la **variable estadística**, que es una característica o cualidad de la población que se desea estudiar.

Muestreo probabilístico

Veamos un ejemplo:

Socializamos con los estudiantes la búsqueda de alguna situación que les preocupe o algún problema de la institución que podamos solucionar. Ellos manifiestan que están preocupados por su talla y masa. Se comparan con otras secciones del mismo grado; creen que les falta crecer.

Entonces, si se quiere estudiar a los estudiantes de segundo grado de secundaria de la I. E., tendríamos:



Gráfico 3: Conjuntos de observación

Población: Todos los estudiantes de segundo grado de secundaria de la I. E.

Muestra: 10 estudiantes de cada sección de 2.º grado elegidos al azar

Variable por indagar: Estatura de los estudiantes de 2.º grado

Técnicas de muestreo probabilístico

Para seleccionar una muestra de estudiantes, podemos utilizar las siguientes técnicas:

Muestreo aleatorio simple: Cada miembro de la población tiene la misma probabilidad de ser seleccionado. Por ejemplo, de un grupo de 200 estudiantes, se eligen 40 representantes mediante un sorteo simple.

Muestreo estratificado: La población se divide en estratos o grupos homogéneos según características relevantes, como grado, género o rendimiento académico, y se selecciona una muestra aleatoria de cada estrato. Por ejemplo, para estudiar el IMC de estudiantes de segundo de secundaria, se agrupan por género y se toma una muestra aleatoria de cada grupo.

Muestreo por conglomerados: Cada miembro de la población tiene la misma probabilidad de ser seleccionado. Por ejemplo, de un grupo de 200 estudiantes, se eligen 40 representantes mediante un sorteo simple. Se seleccionan grupos completos (conglomerados), como secciones o escuelas, en lugar de individuos. Algunos conglomerados se eligen al azar y luego se toma una muestra de cada uno. Por ejemplo, una docente clasifica a los estudiantes según la inicial de sus apellidos y selecciona aleatoriamente a dos de cada letra inicial.

Muestreo sistemático: Los individuos se seleccionan siguiendo un patrón regular. Por ejemplo, de una lista ordenada de estudiantes, se escoge a cada *k*-ésimo estudiante.

De un grupo de 200 quioscos escolares de una UGEL, se requiere seleccionar 40 de ellos para ser monitoreados.

- Organizo el total de 200 quioscos en una lista ordenada.
- Divido el total de quioscos entre 40 para formar un intervalo.

K: intervalos
$$K = \frac{200}{40} = 5$$

- Selecciono un número aleatorio entre 1 y 5. Puede ser 3.
- Defino los 40 establecimientos. Entre los primeros 10 quioscos realizo un sorteo y, si por ejemplo resulta 7, le adiciono el intervalo definido (+5). Entonces, resulta:

7, 12, 17, 22, 27... Así hasta obtener los 40 quioscos de 200.

En resumen, tenemos:

Sistemático Aleatorio simple Conglomerado Estratificado Todos los elementos La población total se La población se Se toma una selección que forman el universo divide en grupos y se aleatoria inicial de separa en segmentos tienen idéntica selecciona de cada observaciones seguida homogéneos (estratos) probabilidad de ser grupo una muestra y luego se separa una de otra selección de seleccionados para la muestra aleatoria de observaciones usando aleatoria simple. muestra. cada estrato. algún sistema o regla. Población 999 923456789999 2 4 6 Muestra 989 Ω Q Q Q2 5 8 11 Población Muestra

La elección de la técnica adecuada dependerá de las características de la población y de los objetivos de la investigación.

Veamos otro ejemplo para 5.º de secundaria:

En nuestro entorno, percibimos que la actividad física de los adolescentes va en descenso. Preocupados por esta situación, los docentes de una I. E., que cuenta con 63 estudiantes de 5.º de secundaria, han dispuesto estudiar la frecuencia de prácticas deportivas de dichos jóvenes. Para ello, se han planteado las siguientes tareas:

- Determinar la población y la muestra de estudio.
- Mencionar las características de los datos de la muestra seleccionada.
- Indicar el comportamiento de los datos de la muestra seleccionada.
- Responder lo siguiente:
 - a) ¿Cómo podríamos elegir aleatoriamente una muestra de 20 estudiantes?
 - b) ¿Cómo podríamos elegir sistemáticamente la muestra de 20 estudiantes en dicha institución?

En el siguiente cuadro ordenamos la información solicitada:

Población	Muestra	Variables	Relación entre variables
63 estudiantes de 5.º	20 estudiantes	Sexo Edad Masa Estatura	Relación entre la edad y el peso de los estudiantes
CD			Relación entre la edad y la estatura
			Relación entre la masa y la estatura de los estudiantes

Realizamos la elección aleatoria de la muestra:

Elección aleatoria utilizando un ánfora



1	ANDIA CACHAY; Josue Oscar
2	CARRANZA SUAREZ; Jefferson Asuncion
3	CECINARIO MEZA; Jorge
4	CHURA AMANQUI; Katherine Elizabeth
5	CUBA LUNA; Max Wilber
6	DE LOS SANTOS HUAMANCIZA; Valeria E
7	FELIX ZEA; Gabriela Jade
8	HUACCHA PEREZ; Santos Angel
9	JULIAN FLORES; Edith Marisol
10	LIMA ORE; Jamil Andre
11	LOAYZA CARRASCO; Jina Esteban
12	MARCELO ESTRADA; Alexandra
13	MEZA TOVAR; Yuliana
14	MOSCOSO AMAO; Michel Angel
15	PABLO TAYPE; Cinthia Damaris
16	PACHECO TUTAYA; Luz Xiomara
17	PEREZ BANCES; Carlos Gabriel
18	QUINTERO PAREDES; Yonaiker Alberto
19	QUIROZ SANCHEZ; Jean Pool Snayder
20	QUISPE CHAVEZ; DIana Carolina
21	RAMOS ZELA; Alexis Miguel
22	REQUENA VILLANUEVA; Yessenia Elizabeth
23	RIVERA GUERRA; Gina Rocío
24	TABOADA MONTES; Iori Jesus Leandro
25	TAYPE CHACON; Ana Maria
26	TOLEDO BUENAVENTURA; Francisco Sebastian
27	VEGA CHUMPITAZ; Brenda Mirella
28	VEGA VEGA; Betty Sonia
29	VELASQUE TASSARA; Jefferson Alexander
30	VILLANUEVA MARROQUIN; Juan Carlos
31	ZAMORA GARCIA; Josep Caleb

32	ALVARADO DIAZ Valery Mia Fernanda
33	ALVAREZ MENDOZA; Fiorella Pamela
34	CARDENAS ROBLES; Max Eduardo
35	CASTAÑEDA GONZALES; Rodrigo Sthefano
36	CHAMBI TARAZONA; Camila Jazmin
37	CHAHUAYO UCLA; Ana Cristina
38	CHARALLA SAAVEDRA; Alberth Valentino
39	CUSTODIO; Kiara
40	DEL AGUILA SANCHEZ; Marcos
41	FLORES FLORIAN; Maria Lourdes
42	GUYANAY PRADO; Sebastian Ricardo
43	HUAMAN TRIVIÑOS; Jhostyn Gerardo
44	HUILLCA QUISPE; Jhonathan Franco
45	JARAMILLO PAZ; Jorge Luis
46	MENDOZA PICHA; Hector Nicolas
47	MONTALVAN QQUEHUE; Jean Erickson
48	MONTOYA GARAY; Jean Carlos
49	MOYANO FELIX; Ana Kirsten
50	PANANA ROMERO; Jacob Israel
51	PATIÑO YAUYO; Keyli Brissel
52	PAUCAR SANCHEZ; Sergio Alberto
53	POMA ABANTO; Isabel Yameli Decideria
54	PUMA AGUADO; Alexis Joel
55	QUISPE MATTOS; Milanye Graciela
56	QUISPE TRINIDAD; Jefferson Antonio
57	REYES RAMOS; Junior Jherdervel
58	SALINAS CHUCHON; Any Milagros
59	SARAVIA MONTOYA; Daniela Fernanda
60	SUAREZ FERRER; Yilmary Karolina
61	SUTTA ARCE; Shirley Pilar
62	ZAMORA RIVERA; Rosa Elvira
63	ZAPANA ZUÑIGA; Dylan Michael



2. Elabora una tarjeta con los números de la población.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63							

3. Elabora una tabla para 20 integrantes y a medida que vas sacando los números del ánfora vas registrando los nombres hasta completarla.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

Elección aleatoria utilizando Excel

1. Enumera en forma correlativa a toda la población.

1	ANDIA CACHAY; Josue Oscar
2	CARRANZA SUAREZ; Jefferson Asuncion
3	CECINARIO MEZA; Jorge
4	CHURA AMANQUI; Katherine Elizabeth
5	CUBA LUNA; Max Wilber
6	DE LOS SANTOS HUAMANCIZA; Valeria E
7	FELIX ZEA; Gabriela Jade
8	HUACCHA PEREZ; Santos Angel
9	JULIAN FLORES; Edith Marisol
10	LIMA ORE; Jamil Andre
11	LOAYZA CARRASCO; Jina Esteban
12	MARCELO ESTRADA; Alexandra
13	MEZA TOVAR; Yuliana
14	MOSCOSO AMAO; Michel Angel
15	PABLO TAYPE; Cinthia Damaris
16	PACHECO TUTAYA; Luz Xiomara
17	PEREZ BANCES; Carlos Gabriel
18	QUINTERO PAREDES; Yonaiker Alberto
19	QUIROZ SANCHEZ; Jean Pool Snayder
20	QUISPE CHAVEZ; DIana Carolina
21	RAMOS ZELA; Alexis Miguel
22	REQUENA VILLANUEVA; Yessenia Elizabeth
23	RIVERA GUERRA; Gina Rocío
24	TABOADA MONTES; Iori Jesus Leandro
25	TAYPE CHACON; Ana Maria
26	TOLEDO BUENAVENTURA; Francisco Sebastian
27	VEGA CHUMPITAZ; Brenda Mirella
28	VEGA VEGA; Betty Sonia
29	VELASQUE TASSARA; Jefferson Alexander
30	VILLANUEVA MARROQUIN; Juan Carlos
31	ZAMORA GARCIA; Josep Caleb

	a a toda la población.
32	ALVARADO DIAZ Valery Mia Fernanda
33	ALVAREZ MENDOZA; Fiorella Pamela
34	CARDENAS ROBLES; Max Eduardo
35	CASTAÑEDA GONZALES; Rodrigo Sthefano
36	CHAMBI TARAZONA; Camila Jazmin
37	CHAHUAYO UCLA; Ana Cristina
38	CHARALLA SAAVEDRA; Alberth Valentino
39	CUSTODIO; Kiara
40	DEL AGUILA SANCHEZ; Marcos
41	FLORES FLORIAN; Maria Lourdes
42	GUYANAY PRADO; Sebastian Ricardo
43	HUAMAN TRIVIÑOS; Jhostyn Gerardo
44	HUILLCA QUISPE; Jhonathan Franco
45	JARAMILLO PAZ; Jorge Luis
46	MENDOZA PICHA; Hector Nicolas
47	MONTALVAN QQUEHUE; Jean Erickson
48	MONTOYA GARAY; Jean Carlos
49	MOYANO FELIX; Ana Kirsten
50	PANANA ROMERO; Jacob Israel
51	PATIÑO YAUYO; Keyli Brissel
52	PAUCAR SANCHEZ; Sergio Alberto
53	POMA ABANTO; Isabel Yameli Decideria
54	PUMA AGUADO; Alexis Joel
55	QUISPE MATTOS; Milanye Graciela
56	QUISPE TRINIDAD; Jefferson Antonio
57	REYES RAMOS; Junior Jherdervel
58	SALINAS CHUCHON; Any Milagros
59	SARAVIA MONTOYA; Daniela Fernanda
60	SUAREZ FERRER; Yilmary Karolina
61	SUTTA ARCE; Shirley Pilar
62	ZAMORA RIVERA; Rosa Elvira
63	ZAPANA ZUÑIGA; Dylan Michael

2. Elabora una tabla con todos los números de la población.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63							

N.º	%
1	=ALEATORIO ENTRE (1:100)
2	
3 ,	'
4	
Núm del pr	imer

3. Elabora una tabla para 20 integrantes e introduce la fórmula.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

Realizamos la elección sistemática de la muestra:

Elección sistemática

1. Elaboramos el listado de toda la población.

1	ANDIA CACHAY; Josue Oscar
2	CARRANZA SUAREZ; Jefferson Asuncion
3	CECINARIO MEZA; Jorge
4	CHURA AMANQUI; Katherine Elizabeth
5	CUBA LUNA; Max Wilber
6	DE LOS SANTOS HUAMANCIZA; Valeria E
7	FELIX ZEA; Gabriela Jade
8	HUACCHA PEREZ; Santos Angel
9	JULIAN FLORES; Edith Marisol
10	LIMA ORE; Jamil Andre
11	LOAYZA CARRASCO; Jina Esteban
12	MARCELO ESTRADA; Alexandra
13	MEZA TOVAR; Yuliana
14	MOSCOSO AMAO; Michel Angel
15	PABLO TAYPE; Cinthia Damaris
16	PACHECO TUTAYA; Luz Xiomara
17	PEREZ BANCES; Carlos Gabriel
18	QUINTERO PAREDES; Yonaiker Alberto
19	QUIROZ SANCHEZ; Jean Pool Snayder
20	QUISPE CHAVEZ; Dlana Carolina
21	RAMOS ZELA; Alexis Miguel
22	REQUENA VILLANUEVA; Yessenia Elizabeth
23	RIVERA GUERRA; Gina Rocío
24	TABOADA MONTES; Iori Jesus Leandro
25	TAYPE CHACON; Ana Maria
26	TOLEDO BUENAVENTURA; Francisco Sebastian
27	VEGA CHUMPITAZ; Brenda Mirella
28	VEGA VEGA; Betty Sonia
29	VELASQUE TASSARA; Jefferson Alexander
30	VILLANUEVA MARROQUIN; Juan Carlos
31	ZAMORA GARCIA; Josep Caleb

oda	a la población.
32	ALVARADO DIAZ Valery Mia Fernanda
33	ALVAREZ MENDOZA; Fiorella Pamela
34	CARDENAS ROBLES; Max Eduardo
35	CASTAÑEDA GONZALES; Rodrigo Sthefano
36	CHAMBI TARAZONA; Camila Jazmin
37	CHAHUAYO UCLA; Ana Cristina
38	CHARALLA SAAVEDRA; Alberth Valentino
39	CUSTODIO; Kiara
40	DEL AGUILA SANCHEZ; Marcos
41	FLORES FLORIAN; Maria Lourdes
42	GUYANAY PRADO; Sebastian Ricardo
43	HUAMAN TRIVIÑOS; Jhostyn Gerardo
44	HUILLCA QUISPE; Jhonathan Franco
45	JARAMILLO PAZ; Jorge Luis
46	MENDOZA PICHA; Hector Nicolas
47	MONTALVAN QQUEHUE; Jean Erickson
48	MONTOYA GARAY; Jean Carlos
49	MOYANO FELIX; Ana Kirsten
50	PANANA ROMERO; Jacob Israel
51	PATIÑO YAUYO; Keyli Brissel
52	PAUCAR SANCHEZ; Sergio Alberto
53	POMA ABANTO; Isabel Yameli Decideria
54	PUMA AGUADO; Alexis Joel
55	QUISPE MATTOS; Milanye Graciela
56	QUISPE TRINIDAD; Jefferson Antonio
57	REYES RAMOS; Junior Jherdervel
58	SALINAS CHUCHON; Any Milagros
59	SARAVIA MONTOYA; Daniela Fernanda
60	SUAREZ FERRER; Yilmary Karolina
61	SUTTA ARCE; Shirley Pilar
62	ZAMORA RIVERA; Rosa Elvira
	~

2. Determinamos el intervalo k de la muestra.

$$k = \frac{63}{20}$$
$$k = 3,15$$

3. Calculamos el rango; debe estar comprendido entre 1 y k.

Elegimos al azar un número comprendido entre ellos.

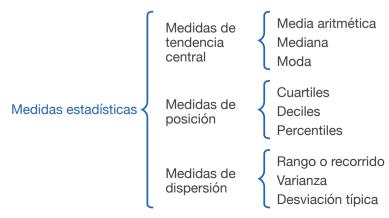
 Como número inicial en la tabla, colocamos R = 2 y luego vamos sumando k hasta completar los 20 datos.

2	5	8	11	14
17				

Cálculo de medidas estadísticas y probabilísticas

El cálculo de las medidas estadísticas y probabilísticas se realiza utilizando fórmulas y métodos específicos.

Gráfico 4: Medidas estadísticas



63 ZAPANA ZUÑIGA; Dylan Michael

Fuente: Araneda, Chandía y Sorto (2013)



Gestión de datos: Casuística VI ciclo

Socializamos con los estudiantes un proyecto donde la propuesta es que ellos investiguen sobre problemas de su entorno escolar que puedan solucionar. Preguntamos acerca de los problemas que son de su interés. Debaten, discuten; escuchamos propuestas y contrapropuestas. Se acuerda que para la siguiente sesión deben indagar y traer información (de fuentes confiables) de problemas que podamos solucionar. Estamos proponiendo la investigación estadística.

La investigación estadística

a) Planteamiento de una situación

Los estudiantes de 2.º grado D de secundaria de la I. E. José María Arguedas pretenden realizar una indagación matemática sobre algunos temas de su contexto, de manera que puedan proponer mejoras o soluciones en la medida de sus posibilidades. Revisan varias infografías y les llama la atención una referente a la obesidad. Otros estudiantes revisan la tarjeta de control de crecimiento y desarrollo del niño y adolescente. Algunos estudiantes se preguntan lo siguiente: ¿habrá alguna relación entre la masa corporal y la estatura?



En este caso, tanto la tabla de desarrollo y crecimiento como la infografía nos brindan información. También cumplen la función de motivar a los lectores.

En consenso plantean las siguientes interrogantes: ¿cuál es la masa corporal promedio que tienen los estudiantes de 2.º D de secundaria?; ¿cuál es la estatura promedio que tienen los estudiantes de 2.º D de secundaria?; ¿cuál es la masa que tiene el 50 % de los estudiantes de 2.º D?; ¿qué estatura tiene el 50 % de los estudiantes de 2.º D?; ¿cuál es la cantidad de masa más frecuente entre los estudiantes de 2.º D?; ¿cuál es la estatura más frecuente entre los estudiantes de 2.º D?; ¿qué gráfico estadístico será el más adecuado para representar este estudio?

¿Qué conclusiones podemos obtener de este estudio? ¿Podemos hacer algunas recomendaciones con los resultados obtenidos? ¿Cómo podemos representar la información que obtendremos y socializar los resultados?

En esta etapa es adecuado solicitar a los estudiantes que formulen problemas cuya solución requiera de recolección y análisis de datos. Al tener registradas sus propuestas (pizarra, carteles, tarjetas metaplán), ellos reconocen e identifican que sus propuestas se toman en cuenta.

b) Selección de una muestra

En el muestreo probabilístico, cada miembro de la población tiene una posibilidad conocida de ser seleccionado. El muestreo no probabilístico es una técnica de muestreo en la cual el investigador selecciona muestras basadas en un juicio subjetivo en lugar de hacer la selección al azar.

Raúl pregunta: ¿estudiaremos solo la estatura de unos cuantos estudiantes?

Fátima interviene: ¿estudiaremos solo la estatura de las chicas o solo la de los chicos?

Dóminic hace una propuesta en la plenaria:



Para la situación propuesta, elegiremos el muestreo no probabilístico, pues solo participarán los estudiantes de 2.º D divididos en dos grupos: varones y mujeres.

La docente resume diciendo: "Entonces, ya tenemos definido lo siguiente...".

- Población: Los estudiantes de 2.º grado de secundaria de la I. E. José María Arguedas
- Muestra: Los estudiantes de 2.º grado D de secundaria de la I. E. José María Arguedas
- Dos submuestras (12 mujeres y 17 varones)

Replanteamos la situación a pedido de los estudiantes. Debido a sus conocimientos de biología, que indican que a cierta edad las mujeres crecen más que los varones, por acuerdo se realizará la investigación para cada género:

¿Cuál es la estatura promedio que tienen las estudiantes de 2.º D de secundaria?

¿Cuál es la estatura promedio que tienen los estudiantes de 2.º D de secundaria?

c) Reconocimiento de variables

Docente: Es hora de decidir. ¿Cuál de los dos problemas es de nuestro interés?

Estudiantes: Preferimos estudiar acerca de nuestra estatura; nos preocupa.

Entonces, el planteamiento sería el siguiente:

¿Cuál es la estatura promedio que tienen los estudiantes de 2.º D de secundaria?

La variable objeto de estudio será la estatura de los estudiantes de 2.º grado D de secundaria de la I. E. José María Arguedas.

d) Elaboración de instrumentos para recoger datos

El **instrumento** que se utilizará es la **observación**, que es un medio de recolección de datos de lo percibido directamente por el observador, no por lo que dicen otras personas. Para recoger la información necesaria, los estudiantes elaboran su cuaderno de campo, definen la variable y el listado de sujetos a observar.

Esta se puede utilizar como medio de recolección de datos y tiene que ver con lo percibido por el observador y no con expresiones contadas. Consiste en el registro sistemático, controlado y confiable de comportamientos y conductas en circunstancias diversas.

Se utiliza en condiciones naturales, en donde los fenómenos existen naturalmente o son producidos espontáneamente; es un estudio de los fenómenos actuales y no de su pasado.

e) Aplicación del instrumento

Organizamos la recolección de datos:

Docente: Mañana nos reuniremos en el aula e instalaremos un tallímetro (pegar cintas métricas en las paredes) y una balanza digital para realizar ambas mediciones en forma paralela; cada grupo tendrá un encargado de sistematizar la información. Registraremos ambas mediciones, pues en otra clase trabajaremos con la variable "masa corporal".

Tomando como base la lista de estudiantes, cada grupo se organiza frente a la balanza para medir la masa corporal; para la estatura utilizan un tallímetro o una cinta métrica.

f) Tratamiento y procesamiento de información

Revisan la información recolectada para realizar el análisis (tablas, gráficos, medidas descriptivas).

Registro de datos de varones

Variables N.º de orden de estudiantes	Masa (kg)	Estatura (cm)
1	45	157
2	90	175
3	55	155
4	57	162
5	46	155
6	62	159
7	66	160
8	37	151
9	62	164
10	54	162
11	63	169
12	62	170
13	85	169
14	52	167
15	67	168
16	80	175
17	38	155

Registro de datos de mujeres

Masa (kg)	Estatura (cm)		
76	157		
56	156		
74	150		
47	150		
105	168		
59	155		
60	158		
56	157		
48	153		
52	149		
53	159		
53	160		
	(kg) 76 56 74 47 105 59 60 56 48 52 53		

Representa en una tabla de doble entrada.

g) Representación con gráficos o medidas de tendencia central

La docente y los coordinadores de grupo socializan la distribución del trabajo por equipo.

El equipo 1 utiliza una hoja de cálculo para procesar, organizar y representar el comportamiento de los datos de los varones y determinar la media, como medida de tendencia central, para analizar e interpretar los datos, y elaborar conclusiones sustentadas con base en la información obtenida.

Representamos en la siguiente tabla, en orden ascendente, las estaturas de los estudiantes.

N.º de varón	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\sum f_{i}$
Estatura (cm)	151	155	155	155	157	159	160	162	162	
N.º de varón	10	11	12	13	14	15	16	17		2773
Estatura (cm)	164	167	168	169	169	170	175	175		

Representa en una tabla.

Representamos el cálculo de la media aritmética utilizando la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i}{n} = \frac{2773}{17} \approx 163,12$$

Representa usando una fórmula.

El equipo 2 utiliza otra hoja de cálculo para procesar, organizar y representar el comportamiento de los datos de las mujeres y determinar la media, como medida de tendencia central, para analizar e interpretar los datos, y elaborar conclusiones sustentadas con base en la información obtenida.

Registramos en orden ascendente las estaturas de las estudiantes:

N.º de mujer	1	2	3	4	5	6	\sum_{f_i}
Estatura (cm)	149	150	150	153	155	156	
N.º de mujer	7	8	9	10	11	12	1872
Estatura (cm)	157	157	158	159	160	168	

Representa en una tabla.

Calculamos la media aritmética mediante la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i}{n} = \frac{1872}{12} = 156$$

Representa usando una fórmula.

Los equipos 3 y 4 organizan los datos en una tabla de manera ascendente para determinar el valor de la mediana e interpretarla. Identifican el número de datos de la muestra tanto para varones como para mujeres.

Si la cantidad de datos es impar, la mediana será el dato central.

									4	
Estatura de	151	155	155	155	157	159	160	162	162	Ma 100
varones (cm)	164	167	168	169	169	170	175	175		Me = 162
Estatura de	149	150	150	153	155	156	N 4 -	156	+ 15	7 4505
mujeres (cm)	157	157	158	159	160	168	Me	=	2	/ = 156,5

Representa en una tabla.

Representa usando una fórmula.

Si la cantidad de datos es par, la mediana será la semisuma de los datos centrales.

Los equipos 5 y 6 organizan los datos en una tabla, de manera ascendente, para determinar el valor de la moda e interpretarla. Identifican qué datos de la muestra se repiten con mayor frecuencia tanto para varones como para mujeres.

Estatura de varones (cm)	151	155	155	155	157	159	160	162	162	NA- 155
	164	167	168	169	169	170	175	175		Mo = 155
Estatura de mujeres (cm)	149	150	150	153	155	156				Mo ₁ = 150
	157	157	158	159	160	168				$Mo_2^{'} = 157$

Representa en una tabla.

Luego de la exposición de cada equipo, en plenaria se elegirá el gráfico estadístico más adecuado para representar este estudio.

¿Será necesario resumir los datos para elaborar un gráfico para cada género?

Estatura de varones (cm)	$f_{\rm i}$
151	1
155	3
157	1
159	1
160	1
162	2
164	1
167	1
168	1
169	2
170	1
175	2
Total	17



Estatura de mujeres (cm)	$f_{\rm i}$
149	1
150	2
153	1
155	1
156	1
157	2
158	1
159	1
160	1
168	1
Total	12



Algunos estudiantes realizan el estudio con datos agrupados y, entusiasmados, elaboran una infografía inconclusa.

Talla promedio de varones

Intervalo	X _i	$f_{\rm i}$	$x_i f_i$	%
[1,51; 1,57[1,54	4	6,16	24 %
[1,57; 1,63[1,60	5	8,00	29 %
[1,63; 1,69[1,66	3	4,98	18 %
[1,69; 1,75]	1,72	5	8,60	29 %
		17	27,74	100 %

% Intervalo $X_i f_i$ 1,525 5 7,625 42 % [1,49; 1,56] [1,56; 1,63[1,595 9,57 50 % [1,63; 1,70] 1.665 1 1.665 8 %

Masa promedio de varones

Intervalo	X _i	$f_{\rm i}$	$x_i f_i$	%
[37; 44[40,5	2	81,0	8 %
[44; 51[47,5	2	95,0	9 %
[51; 58[54,5	4	218,0	21 %
[58; 65[61,5	3	184,5	18 %
[65; 72]	68,5	6	411,0	45 %
		11	989	100 %

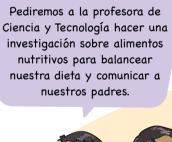
Observamos que el promedio y el 50 % de las estaturas de los varones es mayor. Como sección somos bajitos.



Intervalo	X i	$f_{\rm i}$	$x_i f_i$	%
[49,0; 66,3[57,65	8	461,2	
[66,3; 83,6[74,95	2	149,9	
[83,6; 100,9]	92,25	1	92,25	

h) Toma de decisiones

En plenaria la docente solicita las conclusiones y algunas recomendaciones luego de hacer la investigación.



También le pediremos a la profesora de Educación Física que nos enseñe rutinas de ejercicios para crecer un poco más.



mujeres de esta sección son de baja estatura.

Sí, profesora, así podemos indagar sobre la relación entre nuestra estatura y masa corporal: el IMC y las consecuencias para nuestra salud.

Luego de nuestro trabajo de investigación, ¿qué conclusiones hemos obtenido? ¿Podemos sugerir algunas recomendaciones para solucionar el problema?



A continuación, se presenta la siguiente situación:



Situación

El Organismo Supervisor de la Inversión en Infraestructura de Transporte de Uso Público (Ositrán) realiza, entre otras funciones, estudios sobre el tráfico de pasajeros en la Línea 1 del Metro de Lima. A continuación, se presenta una tabla que registra la cantidad de pasajeros (en miles) durante el mes de octubre del 2017, según intervalos de horario.

Horario	Cantidad de pasajeros (en miles)
06:00 h - 07:00 h	577
07:00 h - 08:00 h	720
08:00 h - 09:00 h	674
09:00 h - 10:00 h	575
10:00 h - 11:00 h	461
11:00 h - 12:00 h	425
12:00 h - 13:00 h	449
13:00 h - 14:00 h	495
14:00 h - 15:00 h	490
15:00 h - 16:00 h	495
16:00 h - 17:00 h	525
17:00 h - 18:00 h	667
18:00 h - 19:00 h	763
19:00 h - 20:00 h	652
20:00 h - 21:00 h	553
21:00 h - 22:00 h	518

Fuente: Adaptado de Ositrán (2017)

El docente propone a los estudiantes que seleccionen el gráfico estadístico pertinente para representar la variación de la cantidad de pasajeros durante el mes de octubre del 2017, según intervalos de horarios. ¿Cuál de las siguientes respuestas es correcta?

a) Álvaro: "Gráfico de líneas".b) Blanca: "Gráfico circular".c) Camilo: "Histograma".

Fuente: Examen de ascenso del año 2018

La respuesta correcta es la **a**, porque permite la comparación de varios intervalos a la vez sin ocupar tanto espacio como la opción **c** (histograma).



Probabilidades:

Incertidumbre

Según OCDE (2017):

En ciencia, tecnología y la vida diaria, la incertidumbre es un hecho probado. Por tanto, la incertidumbre es un fenómeno que se encuentra en el centro del análisis matemático de muchas situaciones problemáticas, y la teoría de la probabilidad y la estadística, así como las técnicas de representación y descripción de datos, se han establecido para darle respuesta.

(...) Existe incertidumbre en las predicciones científicas, los resultados electorales, las predicciones meteorológicas y los modelos económicos. Existe variación en los procesos de fabricación, las puntuaciones de los exámenes y los resultados de las encuestas, y el azar es esencial para muchas actividades recreativas de las que disfrutan las personas (p. 21).

Cuando hablamos de incertidumbre en probabilidad, nos referimos a la falta de información para determinar la probabilidad exacta de que ocurra un evento. Por ejemplo, al lanzar una moneda de S/1, sabemos que la probabilidad de que salga cara es 50 %, pero no sabemos con certeza qué lado de la moneda saldrá. Por eso es importante tener en cuenta la probabilidad al interpretar y utilizar sus resultados, porque los resultados probabilísticos no son absolutos y pueden estar sujetos a variaciones y errores debido a la incertidumbre.

Casuística VI ciclo

Probabilidad de un suceso

En una institución educativa se ha entrevistado a 120 estudiantes del 2.º grado de secundaria sobre su interés por el baile de una danza con motivo de la celebración patriótica. Los datos han sido registrados en la siguiente tabla de doble entrada:

Estudiantes Danzas	f _i	ŀ) _i
Caporales	90	90 120	0,75
Carnaval de Putina	30	30 120	0,25
Marinera norteña	0	<u>0</u> 120	0,00
Total	120		1,00

Algunos sucesos o fenómenos pueden ser predichos con certeza, otros no, pero sí se pueden establecer sus posibilidades a partir del estudio de la probabilidad.



Ahora, calcularemos la probabilidad de que, al seleccionar una danza al azar, esta corresponda a:

- a) Caporales
- b) Carnaval de Putina
- c) Marinera norteña

Para calcular estas probabilidades, tenemos que definir cada uno de los sucesos:

Un evento o suceso es un subconjunto del espacio muestral. Si un evento puede suceder de m maneras entre n resultados igualmente posibles de un espacio muestral Ω , la probabilidad de dicho evento está dada por P(E), donde $P(E) = \frac{m}{n}$.

A: La danza seleccionada sea caporales

B: La danza seleccionada sea carnaval de Putina

C: La danza seleccionada sea marinera norteña



Fuente: Adaptado de Minedu (2022)

Si podemos calcular la probabilidad de ocurrencia de cada uno y si las clasificamos según la escala de probabilidad, podemos afirmar lo siguiente:

$$P(A) = \frac{90}{120} \rightarrow P(A) = 0.75$$
 Que un estudiante elija aleatoriamente bailar caporales es un suceso muy probable.

$$P(B) = \frac{30}{120} \rightarrow P(B) = 0.25$$
 Que un estudiante elija aleatoriamente bailar carnaval de Putina es poco probable.

$$P(C) = \frac{0}{120} \rightarrow P(C) = 0.00$$
 Que un estudiante elija aleatoriamente bailar marinera norteña es imposible.

2.3.2. Condiciones para seleccionar, adaptar, combinar o crear estrategias o procedimientos

Es importante seleccionar la estrategia adecuada según los objetivos de la investigación escolar y la disponibilidad de recursos. Una vez recopilados los datos, se pueden procesar y analizar utilizando diversas técnicas y herramientas estadísticas para obtener conclusiones y tomar decisiones informadas.

Para procesar y analizar datos se puede utilizar el **análisis estadístico**, donde se usan técnicas estadísticas para procesar y analizar datos numéricos. Esto incluye calcular las medidas de tendencia central (media, mediana, moda), de dispersión (desviación estándar o rango intercuartílico) y evaluar la significancia estadística de los resultados.

A continuación, observamos el desarrollo de una situación para tercero de secundaria:

Situación: Puntualidad en la llegada al colegio

En una IE secundaria se realizó un estudio sobre el tiempo que demoran los estudiantes en trasladarse desde sus hogares hasta el colegio para inferir la distancia a la cual se ubican sus domicilios. La tabla de la derecha muestra el registro de los minutos que emplean 65 estudiantes para llegar a la IE. Al respecto:

- a) ¿Cuántos minutos como máximo demora el 35 % de los estudiantes en llegar a la escuela?
- b) ¿Cuál es el tiempo máximo de llegada de un estudiante a la escuela para que se ubique dentro del 60 % de la muestra?

Tiempo (min)	f,
[50; 60[8
[60; 70[10
[70; 80[16
[80; 90[14
[90; 100[10
[100; 110[5
[110; 120]	2
Total	65



Representa datos con gráficos y medidas estadísticas. La frecuencia acumulada y las medidas como los deciles y percentiles me permiten representar de manera más clara los datos y sacar conclusiones sobre los tiempos de llegada.

Comunica su comprensión de los conceptos.

Usa estrategias

para recopilar y

procesar datos.

y procedimientos

La tabla me ayuda a entender mejor cómo se distribuyen los tiempos de llegada de los estudiantes. Puedo observar fácilmente que la mayoría de los estudiantes llegan entre 70 y 90 minutos.

Para calcular el percentil 35, primero hallo la posición y luego realizo el cálculo, así: Posición del P_{35} : $P_k = \frac{k}{100} \cdot N$, $P_k = \frac{35}{100} \cdot 65 = 2275$

 $P_{35} = \frac{35}{100} \cdot 65 = 22,75$

La frecuencia acumulada donde cae la posición 22,75 corresponde al intervalo [70;80», siendo esta donde se encuentra el percentil.

Por tanto: $P_k = Li + \left(\frac{\frac{k}{100} \cdot N - F_{i-1}}{f_i}\right) A$ $P_{35} = 70 + \left(\frac{22,75 - 18}{16}\right) 10$ $P_{35} = 70 + 2,96875 = 72,97 \approx 73$

Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida. Los resultados del percentil 35 muestran que el 35 % de los estudiantes tarda menos de 73 minutos, lo cual refuerza la idea de que la mayoría vive cerca de la escuela.

Tiempo (min)	$f_{\rm i}$	F,
[50; 60[8	8
[60; 70[10	18
[70; 80[16	34
[80; 90[14	48
[90; 100[10	58
[100; 110[5	63
[110; 120]	2	68
Total	65	

La organización de los datos en tablas con f_r , F_s y límites de clase me permite realizar cálculos como el percentil 35 de manera precisa.

La tabla de frecuencias acumuladas me muestra cómo se distribuyen los tiempos de llegada, lo que facilita explicar los datos a mis compañeros.

Para calcular el decil 4, realizo un procedimiento similar al percentil, con las variantes como se señalan a continuación:

Posición del
$$D_4$$
: $D_k = \frac{k}{10} \cdot N_A$

$$bD_4 = \frac{4}{10} \cdot 65 = 26$$

La frecuencia acumulada donde cae la posición 26 corresponde al intervalo [70; 80>, siendo esta donde se encuentra el decil.

Por tanto:
$$D_k = Li + \left(\frac{\frac{k}{10} \cdot N - F_{i-1}}{f_i} \right) A$$

$$D_4 = 70 + \left(\frac{26 - 18}{16} \right) 10$$

 $D_{\lambda} = 70 + 5 = 75$

Basándome en los resultados del decil 4, puedo concluir que el 40 % de los estudiantes tarda como máximo 75 minutos en llegar a la escuela. Este dato nos muestra un patrón en el tiempo de llegada.

2.4. ¿En qué consiste desarrollar la capacidad "Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida"?

Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida: es tomar decisiones, hacer predicciones o elaborar conclusiones y sustentarlas con base en la información obtenida del procesamiento y análisis de datos, así como de la revisión o valoración de los procesos (Ministerio de Educación del Perú, 2016, p. 141).

2.4.1. Plantear afirmaciones matemáticas

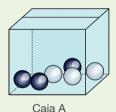
Cuando el estudiante informa sobre un objeto matemático, esta información debe ser verificada y sustentada empleando las comprensiones conceptuales necesarias. Implica que el estudiante pueda comprender el problema y representarlo matemáticamente para comunicar su concepto, ideas o soluciones sujetas a posibles errores.

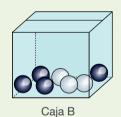
2.4.2. Justificar, validar o refutar afirmaciones

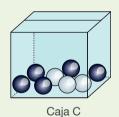
Cuando el estudiante plantea afirmaciones matemáticas —erradas o no—, estas pertenecen a la experiencia y lógica del estudiante o grupo de estudiantes. Se evidencia en las justificaciones y argumentos que expresa o representa.

Revisemos la respuesta de un estudiante ante la siguiente situación:

Tres cajas contienen bolas negras y blancas. Si se extrae al azar una bola de cada caja, ¿en qué caso hay mayor probabilidad de obtener una bola blanca al primer intento?







Felipe, un estudiante, respondió: "En los tres casos hay igual probabilidad porque en todas las cajas hay exactamente 3 bolas blancas".

Felipe está planteando una afirmación y, desde su comprensión, la está justificando.

2.4.3. Sustentar afirmaciones

El sustento de afirmaciones en el contexto de la estadística y las probabilidades implica que, al procesar los datos mediante métodos y técnicas adecuadas, se debe garantizar una interpretación precisa y confiable de los resultados. Esto permite contrastar la información obtenida con evidencia sólida, formular inferencias fundamentadas y justificar de manera adecuada las conclusiones emitidas.

En este caso, al analizar los tiempos de llegada de los estudiantes mediante percentiles y deciles, se evidencia la necesidad de un razonamiento lógico que relacione las medidas estadísticas con los datos observados. Por ejemplo, al calcular el percentil 35 (P_{35}), se puede afirmar que el 35 % de los estudiantes tarda menos de aproximadamente 73 minutos en llegar a la escuela. Este resultado no solo es un dato, sino que requiere ser sustentado a partir de la comprensión de la tabla de frecuencias acumuladas, las fórmulas empleadas y las características del conjunto de datos.

Situación: Puntualidad en la llegada al colegio

En una IE secundaria se realizó un estudio sobre el tiempo que demoran los estudiantes en trasladarse desde sus hogares hasta el colegio para inferir la distancia a la cual se ubican sus domicilios. La tabla de la derecha muestra el registro de los minutos que emplean 65 estudiantes para llegar a la IE. Al respecto:

- a) ¿Cuántos minutos como máximo demora el 35 % de los estudiantes en llegar a la escuela?
- b) ¿Cuál es el tiempo máximo de llegada de un estudiante a la escuela para que se ubique dentro del 60 % de la muestra?



Para calcular el percentil 35, primero hallo la posición y luego realizo el cálculo, así: Posición del P_{35} : $P_k = \frac{k}{100} \cdot N$,

$$P_{35} = \frac{35}{100} \cdot 65 = 22,75$$

La frecuencia acumulada donde cae la posición 22,75 corresponde al intervalo [70;80>, siendo esta donde se encuentra el percentil.

Por tanto:
$$P_k = Li + \left(\frac{\frac{k}{100} \cdot N - F_{i-1}}{f_1}\right) A$$

 $P_{35} = 70 + \left(\frac{22,75 - 18}{16}\right) 10$
 $P_{35} = 70 + 2,96875 = 72,97 \approx 73$

Los resultados del percentil 35 muestran Sustenta conclusiones que el 35 % de los estudiantes tarda menos o decisiones con base en la información de 73 minutos, lo cual refuerza la idea de que la mayoría vive cerca de la escuela.

Usa estrategias

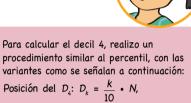
para recopilar y

procesar datos.

obtenida

y procedimientos

Tiempo (min)	f	F _i
[50; 60[8	8
[60; 70[10	18
[70; 80[16	34
[80; 90[14	48
[90; 100[10	58
[100; 110[5	63
[110; 120]	2	68
Total	65	



$$bD_4 = \frac{4}{10} \cdot 65 = 26$$

La frecuencia acumulada donde cae la posición 26 corresponde al intervalo [70; 80>, siendo esta donde se encuentra el decil.

Por tanto:
$$D_k = Li + \left(\frac{\frac{k}{10} \cdot N - F_{i-1}}{f_i}\right) A$$

$$D_4 = 70 + \left(\frac{26 - 18}{16}\right) 10$$

$$D_4 = 70 + 5 = 75$$

Basándome en los resultados del decil 4, puedo concluir que el 40 % de los estudiantes tarda como máximo 75 minutos en llegar a la escuela. Este dato nos muestra un patrón en el tiempo de llegada.

Además, en el caso del decil 4 (D₄), que corresponde al 40 % de los estudiantes, el cálculo señala que estos tardan como máximo 75 minutos en llegar. Este resultado puede contrastarse con el decil 6 (D_c), que indica que el 60 % de los estudiantes tarda como máximo 85 minutos. Estas afirmaciones se basan en los cálculos realizados a partir de la tabla de frecuencias y las fórmulas correspondientes, lo que demuestra cómo los estudiantes pueden interpretar los resultados de manera coherente y justificar sus conclusiones.

Por otro lado, el diálogo entre estudiantes es un espacio clave para el sustento de afirmaciones. Mientras que uno puede proponer calcular el tiempo del 60 % de los estudiantes, otro podría plantear que es necesario calcular el tiempo para el 40 % restante. En este caso, el sustento de las afirmaciones se centra en el uso adecuado de los deciles y el análisis de las frecuencias acumuladas. Argumentar por qué se utiliza un decil específico fortalece la comprensión del problema y respalda las inferencias realizadas.

El uso de gráficas y medidas estadísticas también resulta esencial en el sustento de afirmaciones. Representar datos mediante diagramas o tablas permite visualizar patrones y validar conclusiones, como el tiempo promedio que tardan los estudiantes en llegar a la escuela o la dispersión de los tiempos. Estos recursos facilitan la comunicación de los resultados y su interpretación por parte de diferentes audiencias.

En conclusión, sustentar afirmaciones en la estadística no solo implica realizar cálculos, sino también argumentar con base en evidencia, interpretar los resultados en su contexto y justificar las decisiones tomadas. Esto fomenta una comprensión más profunda de los conceptos estadísticos y su aplicación en situaciones reales, como el análisis de los tiempos de llegada de los estudiantes.

2.4.4. Realizar predicciones con base en la información obtenida

La estadística y la probabilidad son herramientas fundamentales para analizar información, hacer predicciones y tomar decisiones informadas en distintos contextos. A través del uso de **métodos y técnicas estadísticas**, es posible inferir información valiosa sobre un fenómeno o población, interpretando los datos recopilados y los resultados obtenidos.

Este enfoque permite **comprender el comportamiento** de las variables estudiadas, identificar patrones y analizar relaciones dentro de un contexto determinado. Es importante tener presente que tanto las **predicciones** como las **conclusiones estadísticas** están sujetas a cierto grado de incertidumbre y error. Por ello, es crucial interpretar los resultados con **precisión y cuidado** para sustentar decisiones razonadas.

A continuación, se presenta una **situación práctica** que permite a los estudiantes aplicar estos conceptos, desarrollar argumentos basados en datos y formular conclusiones sólidas:

Situación planteada: Selección de un jugador de básquet

El entrenador de un equipo de básquet busca incorporar a un nuevo jugador que demuestre habilidad para **anotar puntos** durante los partidos. Para ello, ha evaluado el desempeño de **dos candidatos: Juan y Pablo**, en encuentros donde enfrentaron a los equipos **A, B, C y D**. La decisión final del entrenador se basará en los **puntos logrados** por cada jugador durante estos partidos.

En la siguiente tabla se presenta el **registro de puntos** obtenidos por cada jugador:

Equipo	Puntos de Juan	Puntos de Pablo
А	26	30
В	23	20
С	24	20
D	25	28

- a) ¿A cuál de los dos jugadores debería escoger el entrenador? **Sustenta tu respuesta** utilizando cálculos estadísticos como la **media** (promedio) y la **variabilidad** en el desempeño de ambos jugadores.
- b) ¿Qué predicciones puedes hacer sobre el desempeño futuro de cada jugador basándote en los resultados de la tabla? ¿Qué otras medidas estadísticas podrían apoyar esta decisión?

La situación presentada permite evidenciar cómo las herramientas estadísticas y probabilísticas son fundamentales para analizar información y sustentar decisiones en contextos reales. A través del cálculo de la media y la variabilidad, los estudiantes no solo identifican patrones en el desempeño de los jugadores, sino que también comprenden la importancia de utilizar datos cuantitativos para realizar comparaciones y hacer predicciones razonadas.

En este proceso, se destacan tres ideas clave:

- La toma de decisiones informadas: El análisis estadístico permite seleccionar la mejor opción con base en datos objetivos y no en percepciones subjetivas.
- La interpretación de la variabilidad: Además del promedio, la consistencia en los resultados (medida por la desviación estándar) aporta información valiosa para determinar qué candidato presenta un desempeño más estable.
- Las predicciones razonadas: Analizar el comportamiento pasado de los datos ayuda a formular hipótesis y proyecciones sobre el rendimiento futuro, lo cual es clave en la resolución de problemas.



Referencias bibliográficas

- Advíncula, E., Osorio, A. y Saire, C. (2022). Secuencia didáctica para la creación de situaciones problema en gestión de datos. *Quintaesencia*, 12(1), 62-69. https://doi.org/10.54943/rg.v12i1.30
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *Unión:* revista iberoamericana de educación matemática, 5(18), 93-104. https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1109
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Departamento de Didáctica de la Matemática (Universidad de Granada).
- Batanero, C. (2005). Significado y comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. En M. Bosch (ed.), *Recherches en Didactique des Mathématiques* (pp. 295-319). Universidad de Granada.
- Curcio, F. (1989). Developing Graph Comprehension: Elementary and Middle School Activites. National Council of Teachers of Mathematics.
- Estrella, S. (2019, del 5 al 10 de mayo). Desarrollando el pensamiento estadístico y probabilístico en el aula escolar de matemática con situaciones de incertidumbre [conferencia]. XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), Medellín, Colombia.
- Garfield, J. y Ben-Zur, H. (2009). Teaching Statistics with Real Data: a Decision-Making Approach. En B. S. Bloom (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 235-255). Cambridge University Press.
- Hernández, C. y Carpio, N. (2019). Introducción a los tipos de muestreo. *Alerta*, 2(1), 75-79. http://portal.amelica.org/ameli/journal/419/4191907012/
- Ministerio de Educación del Perú. (2020). *Determinamos el tipo de variable y muestra en diversas situaciones y calculamos la media aritmética*. Aprendo en casa. https://resources.aprendoencasa.pe/perueduca/secundaria/5/semana-18/pdf/s18-sec-5-recurso-matematica-dia-3.pdf
- Ministerio de Educación del Perú. (2020). *Elaboramos una encuesta y recolectamos datos sobre diversas situaciones*. Aprendo en casa. https://resources.aprendoencasa.pe/perueduca/secundaria/2/semana-18/pdf/s18-sec-2-recurso-matematica-solucion-matematica-dia-3.pdf
- OCDE (2012). Marcos y pruebas de evaluación de PISA: Matemáticas, lectura y ciencias. Madrid: MECD.
- Osorio, A. y Advincula, E. (2017). Creación de problemas para la gestión de datos en la educación básica [congreso]. *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, Lima, Perú.
- Osorio, A., Flores, G. y Pérez, J. (2020). Usando el ciclo PPDAC para el análisis didáctico de una situación problema de secundaria. En *X Congreso Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 880-887). IREM y Pontificia universidad Católica del Perú.
- Vidal-Szabó, P., Kuzniak, A., Estrella, S. y Montoya, E. (2020). Análisis cualitativo de un aprendizaje estadístico temprano con la mirada de los espacios de trabajo. *Educación Matemática*, 32(2).
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.