

**Dime con quién estudias y te diré cómo rindes:
Peer-effects como determinantes
del rendimiento escolar^(*)**

Jorge Agüero León
Universidad de Wisconsin-
Madison y Grupo de Análisis
para el Desarrollo
jmaguero@wisc.edu

Santiago Cueto
Grupo de Análisis para el
Desarrollo
scueto@grade.org.pe

Informe final
Noviembre 2004

^(*) Este trabajo ha sido financiado por el Consorcio de Investigación Económica y Social (Convenio de Investigación 2003-PM33.) Los autores agradecen los comentarios de los participantes de las reuniones organizadas por el CIES y en especial a José Rodríguez así como los comentarios y valiosa asistencia de Juan León Jara-Almonte.

INDICE

Resumen	3
1) Introducción	4
2) Peer-effects: definiciones y políticas	6
2.1) Definiciones	
2.2) Ejemplos de políticas	
3) Un modelo para los efectos de pares	9
4) Los datos	11
5) Estimaciones no-paramétricas	12
6) Estimación paramétrica de los efectos de pares	16
7) Resultados	18
8) Conclusiones	21
Referencias	23
Anexo 1. Sesgos al omitir peer-effects	25
Anexo 2. Revisión bibliográfica del rendimiento en matemática en el Perú	27
Anexo 3. Revisión bibliográfica del rendimiento en comunicación en el Perú	33
Anexo 4. Estimaciones de los efectos de pares	38

Resumen

El objetivo de este trabajo es brindar una explicación complementaria para los bajos niveles de rendimiento escolar en el Perú. La idea principal que introducimos es que existen *peer-effects* (o efectos de pares) al interior del aula de clases: el rendimiento de un alumno está asociado al rendimiento de sus pares. Este trabajo muestra el tipo de políticas educativas que se pueden implementar al existir *peer-effects*. En particular, se muestra que los objetivos de equidad y calidad no están necesariamente en conflicto: se puede mejorar el rendimiento promedio de los estudiantes mezclando en las aulas estudiantes de alto y bajo rendimiento. Esta intervención no debería significar costo alguno para el Estado en escuelas con más de un salón por grado. Se presenta además un modelo teórico cuyas predicciones es posible evaluar utilizando una base de datos de alumnos del cuarto grado de primaria a nivel nacional. Nuestros resultados sugieren la existencia de efectos de pares.

1) Introducción

Independientemente del indicador de rendimiento escolar que se utilice, el Perú ha tenido resultados desalentadores a nivel internacional. Así, el estudio realizado por la UNESCO y la OECD (PISA, 2003) evalúa el desempeño escolar de estudiantes de 15 años de edad en 43 países, incluido el Perú¹. En cada país, entre los años 2000 y 2001, se aplicaron pruebas estandarizadas de comprensión de lectura, matemática y ciencias. Los resultados ubican al Perú en el último lugar en cada una de las pruebas. El estudio añade que 54% de los estudiantes en el Perú se encuentran en el nivel más bajo de lectura y prácticamente ninguno en el nivel más alto. Resultados similares se encuentran cuando se compara al Perú con otros once países de Latinoamérica y el Caribe². En la prueba de lectura de tercer grado el Perú sólo supera a Honduras y la República Dominicana. En las pruebas de matemáticas el Perú está en el último lugar en tercer grado de primaria³ (UMC, 2001). No sorprende entonces que el 51% en una encuesta reciente considere que la educación en el Perú es "regular" y el 40% la califique como mala o muy mala⁴.

Estos magros resultados en el rendimiento escolar justifican el fomento de trabajos de investigación que identifiquen políticas para revertir esta tendencia. La pregunta que inmediatamente surge es: ¿Cuáles son los determinantes de tan bajo rendimiento en el Perú? Sorprendentemente, son pocos los estudios que han intentado responder esta pregunta, concentrándose principalmente en el rendimiento en matemática. Así, el trabajo de Benavides (2002) se centra en los determinantes del rendimiento de los alumnos en el cuarto grado de primaria en áreas urbanas. Benavides encuentra que los recursos de materiales e infraestructura, así como las características de los profesores, afectan significativamente el rendimiento de los estudiantes. El estudio del Banco Mundial (2001) se centra también en alumnos del cuarto grado de primaria pero a nivel nacional. Allí variables como el gasto público (y privado) en educación son factores asociados al logro de los estudiantes en matemática. El estudio muestra que la dedicación de los padres juega también un papel importante. Finalmente, Cueto, Ramírez, León y Paín (2003) evalúa diferentes componentes de una prueba de matemática aplicada a estudiantes en Lima. Entre otras variables, el estudio muestra que el tipo de escuela afecta también el rendimiento: estudiantes en escuelas multigrados tienen un menor rendimiento que el resto⁵. Recientes estudios financiados por el CIES refuerzan estos hallazgos⁶.

Estos trabajos permitirían identificar algunas opciones de política para mejorar el rendimiento de los estudiantes. El objetivo de nuestro trabajo es incluir una nueva hipótesis de trabajo a la discusión local. En particular, notamos que los estudios anteriores no han incorporado el papel que las interacciones entre estudiantes al interior del aula pueden tener sobre el rendimiento escolar, estas interacciones son los llamados *peer-effects* o *efecto de pares*. La idea central que queremos introducir es que el rendimiento de un alumno está asociado al rendimiento de los otros alumnos del aula.

¹ La muestra incluye todos los países miembros de la OECD y Albania, Argentina, Bulgaria, Chile, China, Indonesia, Israel, Macedonia, Perú, Rumania y Tailandia.

² El estudio incluyó los siguientes países: Argentina, Bolivia, Brasil, Colombia, Cuba, Chile, Honduras, México, Paraguay, Perú, República Dominicana y Venezuela.

³ Es cierto que los resultados de Perú fueron similares a los de varios otros países; Cuba fue el único país que destacó claramente sobre el resto. Para una mayor discusión sobre las pruebas internacionales de aprendizaje véase Ferrer y Arregui (2001).

⁴ Universo de la encuesta: hombres y mujeres residentes en Lima Metropolitana y el Callao entre 18 y 70 años en todos los estratos socioeconómicos. Para más detalles véase (Universidad de Lima, 2003)

⁵ Una escuela es *multigrado* cuando alumnos de diferentes grados comparten una misma aula (y un mismo maestro). En una escuela *polidocente completa* cada grado tiene su propia aula/maestro.

⁶ Véase Cortez (2001) y Cueto (2001).

Tanto en sociología como en psicología, así como en recientes estudios en economía, se reconoce que el comportamiento de los niños y jóvenes está influenciado por el comportamiento y estatus de aquellos con quienes socializa, se une o acepta como ejemplo a seguir (Ginther, Haveman y Wolfe, 2000). Por consiguiente, el comportamiento y características de los amigos y vecinos afectan tanto como el comportamiento y características de los padres. Numerosos estudios han evaluado la presencia de estos efectos en la literatura internacional. Así, el trabajo de Ginther, Haveman y Wolfe (2000) estima cómo las características de los vecinos influyen en el rendimiento escolar. Sus resultados muestran que estos efectos son significativos. Similar resultado encuentra Sacerdote (2001) cuando estudia alumnos en la universidad. Gaviria y Raphael (2001) encuentran que los pares afectan las decisiones de permanecer en la escuela, el consumo de alcohol o de cigarros. McEwan (2003) se diferencia estos trabajos al estudiar el caso Chileno en lugar de los EE.UU., pero al igual que los otros estudios McEwan encuentra una fuerte evidencia sobre la existencia de *peer-effects*.

El trabajo etnográfico sobre la escuela rural en el Perú de Montero et al (2001) sugiere la existencia de estos efectos. En sus descripciones de la dinámica en las aulas las autoras notan que "se observa que cuando los niños de tercer grado tienen cierta dificultad se apoyan en los de cuarto. La distribución de ambos grupos en el aula facilita esta relación de colaboración" (p. 150). Estas interacciones ocurren también entre estudiantes de la misma clase. El siguiente extracto describe la interacción entre una alumna llamada "Y." y su compañero de clase llamado "A."⁷. Así, "Cuando Y. terminó de copiar el ejercicio (de división), A. hizo que multiplicara el resultado por 2", luego, "Él trató de explicarle la relación entre los (resultados) que habían en la división y la multiplicación...". (p. 147). Sorprende que ninguno de los estudios hechos para el Perú tome en cuenta estos efectos ya que, como señalan Gaviria y Raphael (2001), la escuela provee un ambiente físico natural donde los alumnos interactúan con un grupo fijo y claramente delimitado de compañeros. Nuestra hipótesis de trabajo es que estas interacciones tienen un efecto importante en el rendimiento escolar y por lo tanto deben ser tomadas en cuenta⁸.

Para estimar la magnitud de los *peer-effects* en el rendimiento de estos alumnos utilizamos una base de datos de alumnos a nivel nacional en el cuarto grado de primaria a los cuales se les aplicó una prueba estandarizada de matemática y lenguaje. En la sección 2 presentamos brevemente nuestras definiciones dado que estamos introduciendo un nuevo tema a la discusión local. Para entender la relevancia de este tema, mostramos también dos ejemplos de cómo los efectos de pares pueden influir el diseño de políticas educativas que refuercen las ya existentes. Allí se muestra que cuando existen *peer-effects*, los objetivos de equidad y calidad no están necesariamente en conflicto y que ambos se pueden lograr con pocos recursos. La sección 3 introduce un modelo microeconómico cuyas conclusiones se pueden validar (o rechazar) con nuestras bases de datos, la cual describimos en la sección 4. Los resultados de la sección 5 sugieren la existencia de efectos de pares. Como nuestro enfoque es no paramétrico en esta sección no podemos cuantificar completamente

⁷ Los nombres de los estudiantes no se reportan en el documento de Montero et al (2001) para proteger la identidad de éstos.

⁸ En el anexo 1 se muestra que cuando los *peer-effects* existen, el omitirlos al analizar los determinantes del desempeño escolar puede tener severas consecuencias sobre las conclusiones del estudio. Como se demuestra más adelante, las estimaciones de las variables que sí se incluyen están o sobrestimadas o tienen una dirección contraria a la verdadera. Por ejemplo, en una regresión que explica el puntaje en matemáticas, dejando de lado el potencial papel de los efectos de pares, el parámetro asociado al ratio profesor-alumnos estará en el "mejor" de los casos sobrestimado y en el peor de los casos el parámetro puede tener el signo opuesto al verdadero. Cuando los niveles de aprendizaje son tan bajos como en el caso del Perú es prioridad definir adecuadamente las políticas para revertir estos resultados. Realizar recomendaciones de política en base a estimaciones sobredimensionadas o con direcciones contrarias a las reales no producirá los resultados esperados.

nuestros resultados. En la sección 6 se describe la metodología que usamos para nuestras estimaciones paramétricas que se muestra en la sección 7. El texto incluye cuatro anexos. En particular, el primer anexo describe cómo la omisión de peer-effects puede sesgar las estimaciones sobre rendimiento escolar. Los anexos 2 y 3 comparan las diversas estimaciones que la literatura previa para el caso peruano en el caso de los rendimientos escolares.

2) Peer-effects: definiciones y políticas

2.1) Definiciones

Los *peer-effects* son un caso particular de lo que se conoce en la literatura como *interacciones sociales*⁹. Sus efectos se pueden dividir en tres siguiendo a Manski, 1993. El primero es el llamado efecto de *contexto*. En nuestro estudio del rendimiento escolar estos efectos aparecen cuando el desempeño de un alumno se ve afectado por las características de sus compañeros de clase (por ejemplo edad, sexo, características de los padres).

El segundo efecto es el llamado *endógeno*: las acciones o decisiones de un individuo se ven afectadas por las acciones de las otras personas. Esto implica que el rendimiento de un alumno depende del rendimiento promedio de sus compañeros, independientemente de las características de éstos.

El tercero es el efecto *correlacionado*: los individuos en un grupo se comportan de manera similar porque enfrentan un ambiente similar o porque sus características individuales son similares. Por ejemplo, los alumnos de un determinado colegio se comportan similarmente porque son educados por un mismo profesor o porque sus padres comparten una característica común que los llevó a matricularlos en tal o cual colegio.

Distinguir entre estos tres efectos es importante porque conlleva a diferentes predicciones en el comportamiento de los alumnos. Consideremos una propuesta educativa que provee de tutores sólo a los alumnos con menor rendimiento de un salón de clases. Si el desempeño de un alumno se ve afectado por el desempeño promedio de sus compañeros (como en el caso de los efectos endógenos) el impacto del acceso a tutores mejorará el rendimiento la clase a través de dos factores. Primero, un factor directo a través de aquellos alumnos que tuvieron un tutor. Segundo, un factor indirecto porque los afectados directamente aumentan el promedio de la clase y éste aumento afecta positivamente a los que no tuvieron un tutor. Así, los efectos endógenos crean *multiplicadores sociales*, los efectos de correlacionados y de contexto no. La existencia de estos multiplicadores sociales implica que los objetivos de equidad y calidad no están necesariamente en conflicto.¹⁰ El proveer de tutores a los alumnos con bajo rendimiento favorece la equidad pero en la ausencia de efectos endógenos el impacto sobre calidad promedio es mínimo. La existencia de multiplicadores sociales mejora la educación de los que no tuvieron tutor, favoreciendo también la calidad.

2.2) Ejemplos de políticas

Si bien la política de tutores puede generar multiplicadores sociales, la implantación de tal política implicaría nuevos desembolsos de recursos. En esta sección consideramos propuestas diferentes, las cuales no requieren un nuevo gasto en recursos. Consideremos pues, un ejemplo simple que nos permita mostrar el efecto

⁹ En términos generales, las interacciones sociales se refiere al estudio de los mecanismos por los cuales la sociedad afecta al individuo (Manski, 1995). Cuando la sociedad se define como "los compañeros de aula", las interacciones sociales toman el nombre de *peer effects*.

¹⁰ Para una discusión sobre equidad y calidad para el caso peruano véase Banco Mundial (2001).

de incluir el tema de peer-effects para explicar el rendimiento escolar. Tomemos el caso del director de una escuela que tiene que decidir como asignar a los estudiantes de cierto grado en dos secciones A y B. En particular, queremos dar respuesta a dos preguntas: Si existen peer-effects:

- a) ¿Cuál es la asignación o distribución óptima de alumnos en secciones cuando se busca maximizar el rendimiento promedio de la sección?
- b) ¿Cómo cambia esta asignación cuando el objetivo es maximizar el rendimiento promedio de los alumnos en desventaja?

Para responder estas dos preguntas asumamos que hay en total $2N$ alumnos y cada sección debe tener N alumnos. Supongamos también que hay dos tipos de alumnos, los cuales se pueden distinguir a través de una característica observable llamada x_i . N_1 alumnos tienen $x_i=x_1$ y los otros N_2 tienen $x_i=x_2$ y $N_1=N_2=N$ con $x_1>x_2$.

Introduzcamos ahora los peer-effects donde el rendimiento de un alumno está asociado al rendimiento de los otros alumnos de su aula o sección. Así, la siguiente ecuación refleja esta característica:

$$r_i = \alpha + \beta x_i + \gamma y_{n(i)} + \delta m_{n(i)} + \varepsilon_i \quad (1)$$

donde r_i es el rendimiento del alumno i , x_i es una característica "observable" (por ejemplo: nivel educativo de los padres, rendimiento del alumno en el año anterior), $y_{n(i)}$ son las características de los otros alumnos en el aula, $m_{n(i)}$ es el rendimiento promedio de los otros alumnos en el aula y ε_i es un término de error con $E[\varepsilon_i]=0$. En este ejemplo los peer-effects existen en la medida que δ es diferente de cero. Cuando $\delta=0$ el rendimiento de un alumno es independiente del rendimiento de los otros alumnos del aula.

Definamos $\theta=N_2/N$ como la proporción de alumnos del tipo 1 que están en la sección A. Por consiguiente, $1-\theta$ es la proporción de éstos alumnos en la sección B y también, la proporción de alumnos del tipo 2 que están en la sección A ya que $N_1=N_2=N$. Nótese que conocer el valor de θ es suficiente para conocer la distribución completa ya que hay N alumnos de cada tipo y el tamaño de cada aula es también igual a N . De esta manera, el rendimiento de los alumnos del tipo 1 en aula A viene dado por:

$$r_{i,1}^A = \alpha + \beta x_1 + \gamma(\theta y_1 + (1-\theta)y_2) + \delta m^A + \varepsilon_{i,1}^A \quad (2)$$

y el rendimiento de los alumnos del tipo 2 en esa misma aula es:

$$r_{i,2}^A = \alpha + \beta x_2 + \gamma(\theta y_1 + (1-\theta)y_2) + \delta m^A + \varepsilon_{i,2}^A \quad (3)$$

donde y_1 y y_2 son las características promedio de los alumnos del tipo 1 y 2 respectivamente, tal que $E[x_1]=y_1$ y $E[x_2]=y_2$ con $y_1>y_2$.

Definamos también $m^A=E[r^A]$ como el rendimiento esperado de los alumnos en la sección A y m^B como su contraparte en la sección B. Además, definamos que m_1 y m_2 representan el rendimiento promedio de los alumnos del tipo 1 y 2 respectivamente. Consideremos ahora las dos preguntas hechas arriba.

Caso 1. Maximizando el rendimiento promedio del grado

Aquí el director quiere maximizar la función $V = .5(m^A + m^B)$ la cual promedia el rendimiento de cada sección. Primero calculemos el valor de m^A . En la sección A, la proporción de alumnos del tipo 1 (aquellos cuyo rendimiento viene definido por la ecuación 2) es θ mientras que la proporción de alumnos del tipo 2 es $1-\theta$ definidos por la ecuación 3.

Así, $m^A = E[\theta r_{i,1}^A + (1-\theta)r_{i,2}^A]$ y al remplazar $r_{i,1}^A$ y $r_{i,2}^A$ por las expresiones en (2) y (3), respectivamente y tomando en cuenta las definiciones de y_1 , y_2 y m^A , tenemos que:

$$m^A = \frac{\alpha + (\beta + \gamma)[\theta y_1 + (1-\theta)y_2]}{1-\delta} \quad (4)$$

y de manera análoga se puede encontrar una expresión para m^B :

$$m^B = \frac{\alpha + (\beta + \gamma)[(1-\theta)y_1 + \theta y_2]}{1-\delta} \quad (5)$$

Si el director de la escuela quiere maximizar el promedio del grado, hay que hallar el θ (la distribución de alumnos) que maximice la suma de m^A y m^B . Utilizando las expresiones (4) y (5) se puede mostrar que esta suma viene dada por la siguiente expresión:

$$m^A + m^B = \frac{2\alpha}{1-\delta} + \frac{\beta + \gamma}{1-\delta} (y_1 + y_2)$$

Esta ecuación no depende de θ , por lo tanto la solución óptima tampoco depende de este parámetro. Es decir, cuando el objetivo es maximizar el promedio del grado, cualquier distribución de los alumnos cumple con el objetivo. Por el contrario, el siguiente caso muestra que la distribución óptima es diferente bajo el segundo objetivo propuesto arriba.

Caso 2: Maximizando el rendimiento de un grupo con mayor desventaja

En este caso asumimos que el objetivo del director es maximizar $V = m_2$, es decir, hacer máximo el rendimiento promedio de los alumnos del tipo 2. Como los alumnos del tipo 2 son aquellos con mayores desventajas, este caso ilustra una manera "sencilla" de mejorar el rendimiento de este grupo a través de la simple asignación de estudiantes en diferentes aulas.

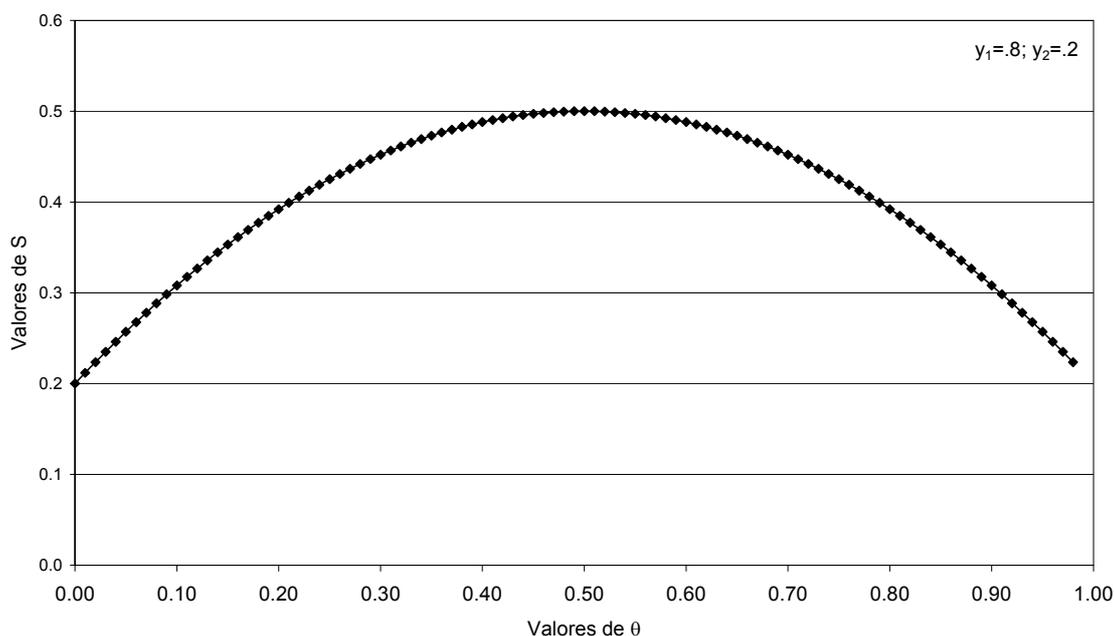
Aquí, $m_2 = E[r_{i,1}] = E[\theta m^A + (1-\theta)m^B]$ donde m^A y m^B se definieron en (4) y (5). Utilizando estas ecuaciones, la función a maximizar V se puede describir como:

$$V = m_2 = \frac{\alpha}{1-\delta} + \frac{\beta + \gamma}{1-\delta} S \quad (6)$$

donde $S = (1-\theta)[\theta y_1 + (1-\theta)y_2] + \theta[(1-\theta)y_1 + \theta y_2]$. Es posible mostrar que el θ que maximiza la expresión en (6) es $\theta = 0.5$ tal y como se muestra en el gráfico 1¹¹. Es decir, cuando a la mitad de los estudiantes del tipo 2 se les asigna en la sección A y a la otra mitad en la sección B, su rendimiento promedio será el máximo posible.

¹¹ Se asumió que los valores de y_1 y y_2 fueron .8 y .2 respectivamente pero el resultado se cumple para todo $y_1 > y_2$.

Gráfico 1
Relación entre S y θ



La intuición detrás de este resultado es que debido a la presencia de peer-effects el rendimiento depende de con quienes se estudie. Al combinar en una misma aula a los alumnos del tipo 1 y 2 en iguales proporciones se logra que los alumnos del tipo 2 tengan pares con "mejores" características. Nótese que las mejoras en el rendimiento de los alumnos del tipo 2 se obtienen tan solo con una especial asignación de alumnos en diferentes aulas. La idea de estos dos ejemplos es mostrar que la existencia de peer-effects provee a los diseñadores de políticas educativas de una herramienta simple que complementa los efectos de otras políticas como por ejemplo, brindar más recursos a las escuelas.

Hay que resaltar que aquí se muestra que los objetivos de equidad y calidad no están necesariamente en conflicto. Cualquier distribución cumple con el objetivo de maximizar el rendimiento promedio del grado, el cual refleja el objetivo de calidad. Entonces, si se escoge una asignación donde a los estudiantes de bajo nivel (x_1) se les divide en dos grupos de igual tamaño y se les asigna en secciones con alumnos de mejor nivel (x_2) se maximiza el rendimiento de los alumnos con bajo nivel y este es un objetivo de equidad. Como cualquier distribución satisface el objetivo de calidad, el buscar el una mayor equidad va de la mano con una mayor calidad.

Finalmente, nótese que este ejercicio no requiere mayor asignación de recursos, siempre y cuando existan dos secciones para el grado en cuestión. De esta manera, las políticas que se derivan debido a la existencia de peer-effects no implican un mayor desembolso de recursos, ni siquiera una disyuntiva entre ésta y otras políticas. Por el contrario las políticas aquí mencionadas complementarían otras propuestas educativas sugeridas para el caso peruano.

3) Un modelo para los efectos de pares

En esta sección presentamos un modelo teórico cuyas predicciones podemos evaluar usando la base de datos que se presenta en la sección 4. El modelo que utilizamos se basa en el trabajo de Brock y Durlauf (2001a.) Consideremos el caso de un grupo de estudiantes en un aula de clases. Asumamos que hay N estudiantes en el aula y que

cada alumno tiene que decidir cuanto esfuerzo poner en sus estudios. Nótese que en la sección anterior la variable analizada era el rendimiento del alumno, es decir, su puntaje en una prueba de matemática o comunicación integral. En esta sección nos centramos en una decisión previa al rendimiento: el esfuerzo o la intensidad en el estudio¹². Para simplificar, consideremos el caso donde el esfuerzo es una variable discreta. Un alumno tiene que escoger entre estudiar mucho o poco. Así, ω_i es la decisión del alumno i donde ω_i puede tomar sólo dos valores: $\{-1,1\}$. Cuando $\omega_i=-1$ (1) el alumno se esfuerza poco (mucho).

Analicemos ahora el problema que enfrenta el i -ésimo alumno. El objetivo del alumno es encontrar el nivel de esfuerzo que maximiza su utilidad:

$$\max_{\omega_i \in \{-1,1\}} V(\omega_i) \quad (7)$$

donde la función de utilidad $V(\omega_i)$ se define como $V(\omega_i) = u(\omega_i) + S(\omega_i, \omega_{-i}) + \varepsilon(\omega_i)$. El primer sumando representa la típica utilidad individual determinística, el segundo término es la utilidad social también determinística. Esta utilidad social es la que relaciona la decisión de un alumno (ω_i) con la de sus pares (ω_{-i}). El último término de $V(\omega_i)$ refleja la utilidad privada aleatoria, la cual no es conocida por el economista pero sí por el alumno. Este último término puede ser también visto como una *heterogeneidad no observada*.

El problema descrito en (7) se puede simplificar si imponemos cierta estructura sobre cada componente de la función $V(\omega_i)$. Analicemos el caso cuando $S(\cdot)$ toma la siguiente forma funcional:

$$S(\omega_i, \omega_{-i}) = \delta \omega_i m_i^e$$

donde m_i^e es el valor esperado que el alumno i tiene sobre el comportamiento de los otros alumnos del aula (sus pares) y δ es un parámetro que mide como cambia la utilidad social marginal con respecto al comportamiento promedio de los pares. En otras palabras, δ mide la magnitud de los efectos endógenos de sus pares:

$$\frac{\partial S(\omega_i = 1, \omega_{-i})}{\partial m_{n(i,v)}^e} - \frac{\partial S(\omega_i = -1, \omega_{-i})}{\partial m_{n(i,v)}^e} = \delta > 0$$

De la misma manera, si asumimos que la utilidad privada aleatoria sigue una distribución logística tenemos que:

$$\Pr(\varepsilon_i(-1) - \varepsilon_i(1) \leq z) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta z)}$$

Finalmente, siguiendo a Brock y Durlauf, podemos asumir que la utilidad privada determinística $u(\cdot)$ tiene la siguiente forma

$$u(\omega_i) = h_i \omega_i + k_i$$

donde h_i y k_i son parámetros.

¹² Es posible pensar que el rendimiento de un alumno $r_i = \omega_i + \xi_i$ donde ω_i es el esfuerzo y ξ_i representa la incertidumbre sobre la prueba o examen.

Ahora podemos describir bajo qué condiciones el i -ésimo alumno decide esforzarse mucho o poco. La elección del comportamiento óptimo es aquél que le brinda al alumno la mayor utilidad, así, la probabilidad de observar la elección ω_i es:

$$\begin{aligned}
 \Pr(\omega = \omega_i) &= \Pr(V(\omega_i) \geq V(-\omega_i)) \\
 &= \Pr(h_i \omega_i + k_i + \delta \omega_i m_i^e + \varepsilon(\omega_i) \geq -h_i \omega_i + k_i - \delta \omega_i m_i^e + \varepsilon(\omega_i)) \\
 &= \Pr(\varepsilon(-\omega_i) - \varepsilon(\omega_i) \leq 2h_i \omega_i + 2\delta \omega_i m_i^e) \\
 &= \frac{1}{1 + \exp(-\beta(2h_i \omega_i + 2\delta \omega_i m_i^e))} \\
 &= \frac{\exp(\beta h_i \omega_i + \beta \delta \omega_i m_i^e)}{\exp(\beta h_i \omega_i + \beta \delta \omega_i m_i^e) + \exp(-\beta h_i \omega_i - \beta \delta \omega_i m_i^e)}
 \end{aligned}$$

donde la última expresión se obtiene multiplicando y dividiendo la penúltima ecuación por $\exp(\beta h_i \omega_i + \beta \delta \omega_i m_i^e)$.

Nos interesa ahora calcular $E(\omega_i)$. Como ω_i toma sólo dos valores (-1 y 1) su valor esperado es:

$$\begin{aligned}
 E(\omega_i) &= 1 \cdot \Pr(V(\omega_i) \geq V(-\omega_i)) - 1 \cdot \Pr(V(-\omega_i) \geq V(\omega_i)) \\
 &= 1 \cdot \frac{\exp(\beta h_i \omega_i + \beta \delta \omega_i m_i^e)}{\exp(\beta h_i \omega_i + \beta \delta \omega_i m_i^e) + \exp(-\beta h_i \omega_i - \beta \delta \omega_i m_i^e)} \\
 &\quad - 1 \cdot \frac{\exp(-\beta h_i \omega_i - \beta \delta \omega_i m_i^e)}{\exp(\beta h_i \omega_i + \beta \delta \omega_i m_i^e) + \exp(-\beta h_i \omega_i - \beta \delta \omega_i m_i^e)} \\
 &= \arctan(\beta h + \beta \delta m_i^e)
 \end{aligned}$$

donde la última ecuación se obtiene asumiendo que $h_i = h$ para todo i . En equilibrio, existe un m^* (o varios) para el cual:

$$m^* = \arctan(\beta h + \beta \delta m^*) \quad (8)$$

La proposición 2 de Brock y Durlauf (2001a) presenta las condiciones bajo las cuales se puede encontrar uno o más equilibrios. Los casos extremos ocurren cuando: (a) Los efectos de pares son infinitos ($\delta = \infty$ y $h < \infty$). En este caso todos los alumnos se comportan exactamente de la misma manera, cualquier desvío disminuye la utilidad de aquel que se "rebela." (b) Los efectos de pares son nulos ($\delta = 0$ y $h < \infty$) Acá cada alumno toma sus decisiones independientemente de lo que hagan los demás, no hay desutilidad al desviarse ya que lo que hagan los demás no es relevante.

Los casos interesantes están en medio de estos extremos ya que aparecen múltiples equilibrios. Dependiendo de los valores que tomen h y $\beta \delta$. De esta forma, el modelo predice que cuando los efectos de pares existen ($\delta > 0$) deberíamos observar que los alumnos que más (menos) se esfuerzan se ubican en aulas donde sus compañeros se esfuerzan más (menos). En la sección 5 presentamos nuestros primeros resultados que sugieren la existencia de efectos de pares tal y como predice este modelo. Los datos que utilizamos en la sección 5 (y 7) se describen a continuación.

4) Los datos

Para evaluar los modelos presentados en la sección anterior y en 2.2, la base de datos a utilizar debe tener información sobre el rendimiento del alumno (r_{iv}); sus características y la de sus padres (x_{iv}) e información sobre las características de sus compañeros de clase y de los padres de estos ($y_{n(i,v)}$). Esta demanda específica de información limita severamente el tipo de base de datos que se pueden utilizar. Para nuestro estudio utilizamos la Evaluación Nacional de Rendimiento Estudiantil del 2001 (EN 2001) realizada por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) del Ministerio de Educación en noviembre de ese año.

La justificación para su uso se debe a que las evaluaciones anteriores hechas por el Ministerio en 1996 y 1998 limitan su análisis a las escuelas urbanas (1998) y se basan en un modelo de *normas* que buscaba comparar el rendimiento de diferente grupos, mientras que la evaluación del 2001 está basada en un modelo de *criterios* que busca identificar el rendimiento de los estudiantes en base a estándares definidos de acuerdo al currículo vigente. El número de ítems disponible para el análisis es bastante más grande que en las evaluaciones anteriores, y si bien cada estudiante resolvió solo parte de estos ítems, es posible identificar el rendimiento en el resto de ítems y el conjunto de la prueba en base a procedimientos de Teoría de Respuesta al ítem (específicamente la UMC utilizó el modelo de Rasch en estas estimaciones de rendimiento¹³). Por todo lo anterior, la EN 2001 es una prueba de rendimiento estudiantil más completa que las anteriores que sin embargo ha sido poco analizada en cuanto a factores asociados al rendimiento.

La EN 2001 tiene como objetivo medir el rendimiento escolar en 4to y 6to grado de primaria y en 4to año de secundaria a nivel nacional. La muestra es de 10,592 alumnos (625 centros educativos) en 4to de primaria, 9,851 (581 centros) en 6to y 13,680 alumnos (578 centros) en secundaria¹⁴. En un esfuerzo por difundir los resultados y promover estudios sobre el tema, el Ministerio ha puesto a disposición la base de datos completa de la EN 2001 (datos, instrumentos, manuales, documentos técnicos) en la página web de la UMC¹⁵. Además de los resultados de las pruebas de matemática y lectura, esta encuesta recogió información sobre los alumnos (actitudes frente al estudio, idiomas que habla), los maestros (percepción de los alumnos, formación, metodologías, materiales, idioma) y la escuela (recursos materiales, infraestructura, etc.) Sólo en el caso de los alumnos de 4to de primaria se incluyó información sobre sus padres (nivel educativo, tenencia de activos, historia del alumno, etc.). Por este motivo, en este trabajo, nos centramos básicamente en el estudio de los determinantes del rendimiento en matemática y comprensión de lectura de los estudiantes de 4to de primaria¹⁶.

5) Estimaciones no-paramétricas

En esta sección nos centramos en la validación de las predicciones del modelo sugerido en la sección 3. Recordemos que el modelo teórico descrito en la sección 4 predice que los alumnos con un bajo rendimiento (esfuerzo) se encuentran en aulas donde sus pares también exhiben un bajo rendimiento. Análogamente, aquellos estudiantes que realizan un mayor esfuerzo se encontraran en aulas de clase donde

¹³ Para más información acerca de las diferencias entre pruebas de normas y criterios ver Popham (1990).

¹⁴ La muestra en primaria es representativa a nivel Estatal / No estatal; Lima y Callao/Grandes ciudades/Resto de Ciudades; Polidocentes Estatales / Polidocentes No Estatales / Multigrado y unidocentes; dentro del estrato multigrado / unidocentes: Hispano hablantes / Vernáculo hablantes y dentro del estrato de centros educativos polidocentes completos: Lima y Callao / Resto de ciudades. En secundaria, sólo Estatal/No estatal y ciertos departamentos. Para mayores detalles véase (Torreblanca y Zacharías, 2002a, b).

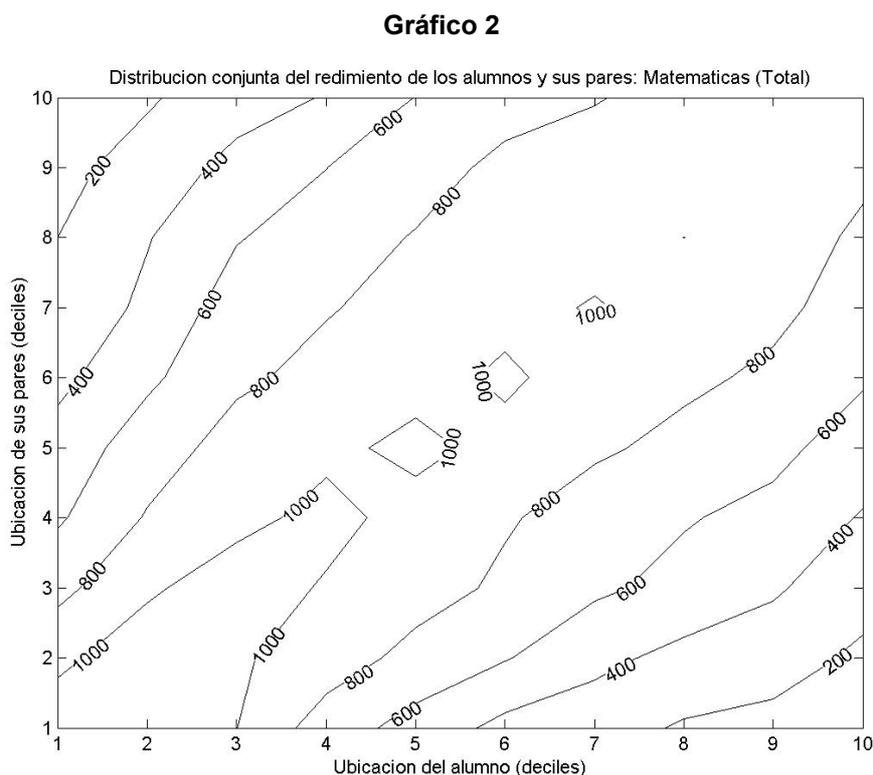
¹⁵ Ver http://www.minedu.gob.pe/mediciondelacalidad/2003/eval_nacionales.htm.

¹⁶ Para expandir el estudio incluyendo a los alumnos de 6to de primaria y 4to de secundaria tenemos que asumir que los efectos de contexto no son significativos, como en el trabajo de Gaviria y Raphael (2001).

sus compañeros, en promedio, realizan también un mayor esfuerzo. En otras palabras, el modelo predice múltiples equilibrios.

En esta sección examinamos las pruebas de rendimiento en matemáticas y comunicación integral para alumnos del 4to grado de primaria a nivel nacional para validar o rechazar las predicciones del modelo. Para ello construimos una serie de gráficos donde se relacionan dos variables: el rendimiento de un alumno y el de sus pares o compañeros de aula. En cada gráfico, se divide la muestra en deciles¹⁷ de acuerdo al rendimiento y luego para cada decil de rendimiento calculamos el número de compañeros de aula que se encuentra en cada decil. Por ejemplo, para los alumnos que se encuentran en el decil 1 (el de más bajo rendimiento) calculamos el número promedio de sus pares que se ubican en el decil 1, en el decil 2 hasta el décimo decil y repetimos el mismo ejercicio para los otros nueve deciles. La idea es crear una *distribución conjunta* no-paramétrica de estas dos variables (i.e., un *histograma* en tres dimensiones). En lugar de presentar los gráficos en tres dimensiones (el rendimiento de un alumno, el de sus pares y la frecuencia) utilizamos curvas de nivel donde la frecuencia se muestra en el número asociado a cada línea.

El gráfico 2 muestra las curvas de nivel para el caso de las pruebas de matemáticas utilizando la muestra a nivel nacional (total). El primer resultado viene dado por la dirección de la relación entre las dos variables. Los picos de la distribución se encuentran sobre la diagonal lo cual sugiere que estudiantes al interior de un aula tienen un rendimiento similar: los alumnos con bajo (alto) rendimiento tienen compañeros con bajo (alto) rendimiento.

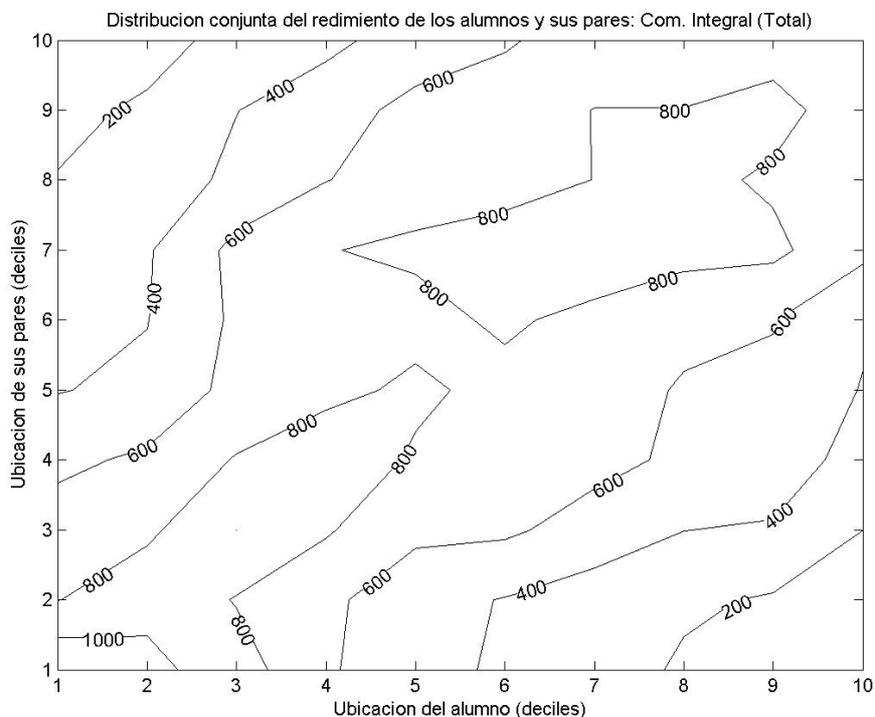


Por ejemplo, consideremos el caso de los alumnos con rendimiento alto en la prueba de matemáticas (los del decil 10.) Estos estudiantes, tienen muy pocos compañeros con bajo rendimiento (deciles 1 al 3.) Por el contrario, sus pares se ubican en los deciles más altos de la distribución, concentrándose en los deciles 9 y 10. Un caso análogo se observa con los estudiantes de bajo rendimiento (decil 1.) Los

¹⁷ Los resultados son los mismos si se usan percentiles u otras categorías.

compañeros de estos alumnos no se ubican en los deciles más altos, sino todo lo contrario, la mayoría de ellos se encuentran en el decil 1 también. Un patrón similar se observa cuando analizamos los resultados de las pruebas de comunicación integral (gráfico 3). Estos dos gráficos sugieren la validación de las predicciones del modelo presentado en la sección 3.

Gráfico 3



Es posible, sin embargo, que esta concentración sobre la diagonal se deba a características comunes a los alumnos (efectos correlacionados) y no sólo a los efectos endógenos. Para solucionar este problema presentamos dos grupos de gráficos. En el primer grupo partimos la muestra en dos: alumnos en escuelas urbanas y rurales. Si los picos sobre la diagonal se deben a que los alumnos en zonas rurales tienen en general menores recursos o reciben una enseñanza de menor calidad deberíamos esperar que al repetir estos gráficos sólo para las escuelas rurales la diagonal deje de ser importante. Lo mismo debería ocurrir cuando sólo miramos las escuelas urbanas. Los gráficos 4 y 5 muestran estos gráficos para las pruebas de matemáticas.

Gráfico 4

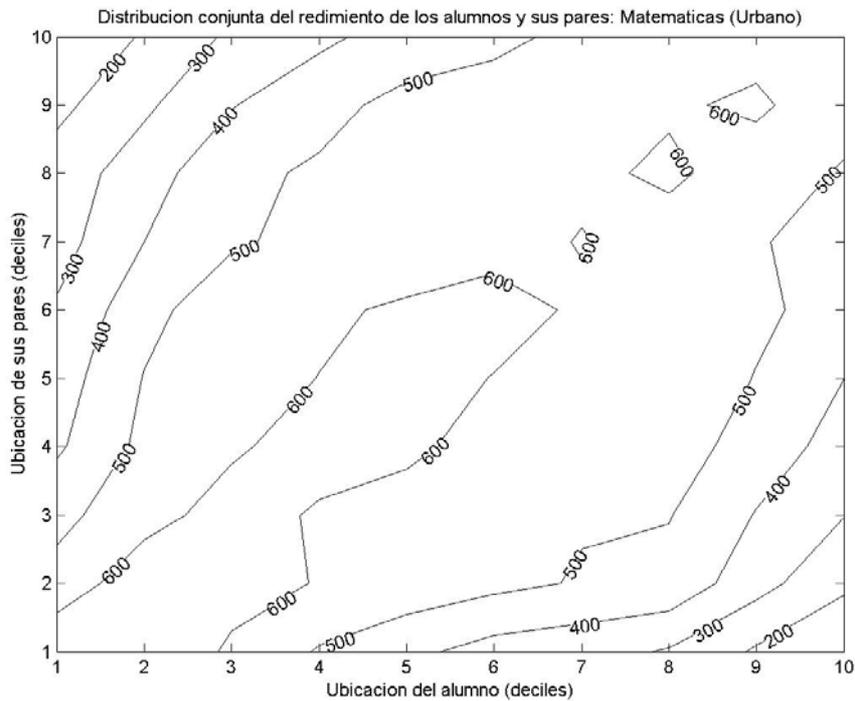
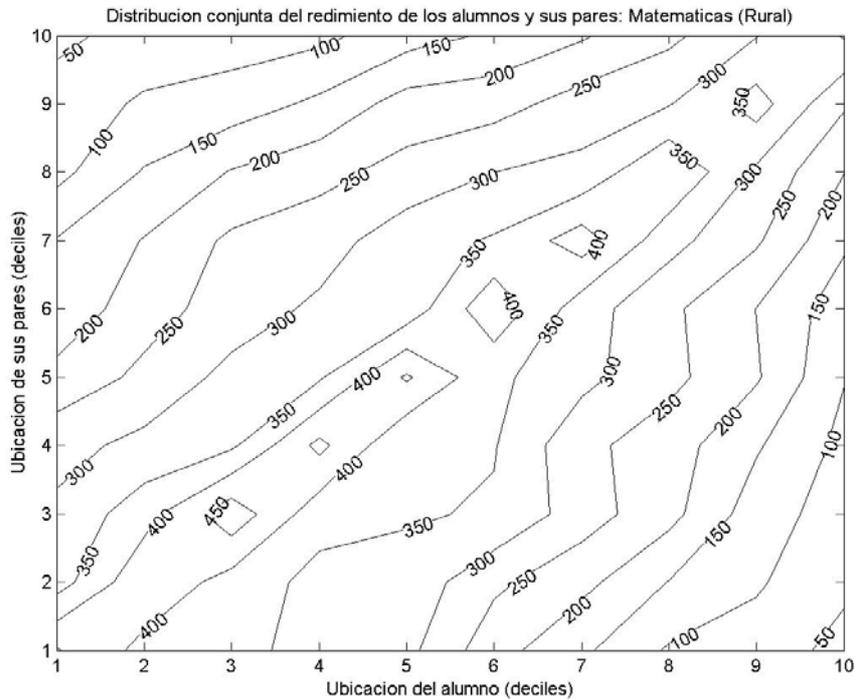


Gráfico 5



Tanto para las escuelas urbanas y rurales los resultados se mantienen: los alumnos con mejor rendimiento se encuentran en aulas donde, en promedio, los otros alumnos obtienen también alto rendimiento. La diagonal sigue concentrando la mayor cantidad de observaciones aunque ahora la probabilidad de encontrar estudiantes de bajo rendimiento compartiendo aulas con alumnos de alto rendimiento crece ligeramente. Esto muestra que los patrones encontrados en los gráficos 2 y 3 se deben sólo en parte a las diferencias urbano-rurales. Los mismos resultados se obtienen al

dividir la muestra entre escuelas completas o multigrados como se muestra en los gráficos 6 y 7.

Gráfico 6

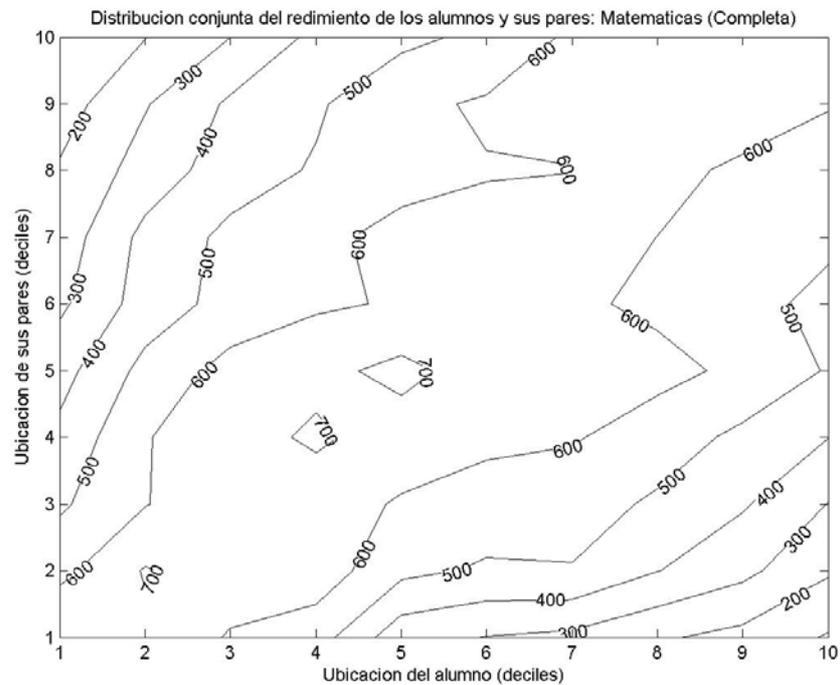
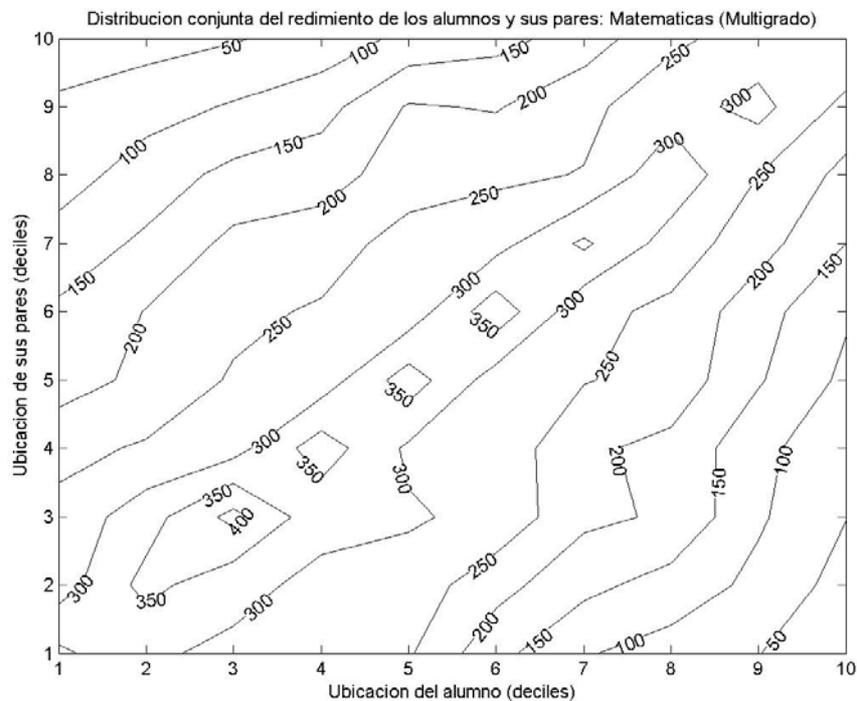


Gráfico 7



6) Estimación paramétrica de los efectos de pares

Los resultados descritos en la sección anterior sugieren la existencia de efectos (endógenos) de pares. Sin embargo, con esa metodología no paramétrica no es posible cuantificar la magnitud de los parámetros de una ecuación de rendimiento con la siguiente:

$$r_{iv} = \beta' x_{iv} + \theta' z_v + \gamma' y_{n(i,v)} + \delta m_{n(i,v)}^e + \varepsilon_{iv} \quad (9)$$

Hay cuatro grupos de variables en esta ecuación. En primer lugar están las características del alumno (x_{iv}) tales como su edad, sexo, educación o nivel de ingreso de sus padres, composición familiar, etc. De esta manera x_{iv} puede ser un vector (de dimensión $p \times 1$) y no solo una variable. En segundo lugar, están las variables al nivel de la escuela z_v (de dimensión $k \times 1$) como por ejemplo el ratio profesor-alumno, estudiar en una escuela multigrado o no, infraestructura de la escuela, entre otros. Como estas variables son similares para todos los alumnos al interior de una misma aula, el parámetro θ refleja –en parte– los efectos correlacionados. El tercer grupo está conformado por el vector $y_{n(i,v)}$ (de dimensión $q \times 1$), el cual recoge las características promedio de los vecinos o pares de i ; por lo tanto, representa los efectos de contexto. El impacto de estos efectos de contexto se mide a través del parámetro γ . Por último, la variable $m_{n(i,v)}^e$ representa el valor esperado del rendimiento de los pares de i . Si el parámetro $\delta \neq 0$, entonces existen efectos endógenos como se mostró en la sección 2.2 arriba. Finalmente, ε_i son los errores de la regresión, los cuales se asumen que son independiente e idénticamente distribuidos con media igual a cero.

En esta sección presentamos la metodología que implementaremos para estimar los parámetros de dicha ecuación.

En el caso general descrito en (9), el uso de Mínimo Cuadrados Ordinarios (MCO) genera parámetros sesgados por un problema de endogeneidad. La variable $m_{n(i,v)}^e$ es endógena porque así como el alumno i se ve afectado por el promedio de la clase, este alumno es a su vez parte del promedio de la clase, impactando de esta manera a los demás alumnos¹⁸. Este problema tiene una naturaleza similar al de las ecuaciones simultáneas. Es por esto que este problema se puede resolver estimando la forma reducida en lugar de la forma estructural ya que, por definición, la primera no contiene variables endógenas. Sin embargo, los parámetros que se obtienen en la ecuación reducida (ver ecuación 10) no tienen un sentido directo porque son combinaciones de los parámetros de interés. Recuperar los parámetros estructurales a partir de los parámetros de la forma reducida es lo que se conoce como el *problema de la identificación*.

Brock y Durlauf (2000, 2001a) proponen una solución a este problema. Definamos $E[x_{iv}] = X_{iv}^*$ como el valor esperado de x_i a lo largo de todos los alumnos del aula. Por ejemplo, si x_{iv} es el nivel educativo del padre $E[x_{iv}]$ es el nivel educativo promedio de los padres de todos los alumnos del aula. Como señalan Brock y Durlauf (2000, 2001a), cuando todas las variables recogidas en x_{iv} están incluidas a nivel agregado en $y_{n(i,v)}$ no es posible recuperar los parámetros estructurales a partir de la forma reducida. La forma reducida en este caso se muestra en la ecuación (10):

$$r_{iv} = \frac{\theta}{1-\delta} z_v + \beta' x_{iv} + \frac{\gamma' + \beta' \delta}{1-\delta} y_{n(i,v)} + \varepsilon_{iv}$$

o equivalentemente:

$$r_{iv} = \pi_0' z_v + \pi_1' x_{iv} + \pi_2' y_{n(i,v)} + \varepsilon_{iv} \quad (10)$$

Como ya mencionamos, el vector x_{iv} tiene dimensión $p \times 1$ y el vector $y_{n(i,v)}$ es $q \times 1$. Cuando $y_{n(i,v)}$ contiene todas las variables de x_i (y sólo estas) se tiene que $p=q$. En la ecuación (10) el número de parámetros a estimar es $2p+k$ ($=k+p+p$) mientras en el modelo estructural (9) hay $2p+k+1$ ($=k+p+p+1$) parámetros. Es decir, el modelo está *sub-identificado* porque el número de parámetros de la forma reducida ($2p+k$) es menor

¹⁸ El problema persiste aún cuando el promedio de la clase se calcule excluyendo al propio alumno.

que el número de parámetros de la ecuación estructural ($2p+k+1$). Brock y Durlauf demuestran que una condición suficiente para identificar el modelo es $p-q=1$, es decir que haya una (y sólo una) variable en x_{iv} que no esté incluida en $y_{n(i,v)}$. La elección de esta variable no es sencilla. Por ejemplo, si en x_i uno incluye el nivel educativo de los padres, el nivel de pobreza o la edad de los mismo no existen razones para no incluir estas mismas variables en $y_{n(i,v)}$ tal y como señala Manski (1993). El problema de la elección de esta variable se discute mas adelante. Nótese que cuando $q>p$ el modelo se mantiene sub-identificado y cuando $p-q>1$ el modelo esta sobre-identificado (hay más parámetros en la forma reducida que en la forma estructural)¹⁹.

Para solucionar el problema de endogeneidad utilizando la metodología sugerida por Brock y Durlauf es conveniente rescribir la ecuación (9) como sigue:

$$r_{iv} = \beta'_1 x_{iv1} + \beta'_2 x_{iv2} + \theta' z_v + \gamma' y_{n(i,v)} + \delta m_{n(i,v)}^e + \varepsilon_{iv} \quad (11)$$

donde $x_{iv}=[x_{iv1} \ x_{iv2}]$ tal que $E[x_{iv1}]=X^*_{iv1}=y_{n(i,v)}$ pero $E[x_{iv2}]=X^*_{iv2}$ no pertenece a $y_{n(i,v)}$. Es decir, al agregar x_{iv1} sobre todos los alumnos del aula se obtiene $y_{n(i,v)}$ por lo tanto, asumimos que existe una variable x_{iv2} la cual nos permite resolver el problema de identificación ya que no tiene x_{iv2} un correspondiente elemento en $y_{n(i,v)}$. De esta forma, la ecuación de la forma reducida a estimar viene dada por:

$$r_{iv} = \frac{\theta'}{1-\delta} z_v + \beta'_1 x_{iv1} + \beta'_1 x_{iv2} + \frac{\gamma' + \delta\beta'_0}{1-\delta} y_{n(i,v)} + \frac{\delta\beta'_1}{1-\delta} X^*_{iv2} + \varepsilon_{iv}$$

o equivalentemente: (12)

$$r_{iv} = \pi'_0 z_v + \pi'_{11} x_{iv1} + \pi'_{12} x_{iv2} + \pi'_2 y_{n(i,v)} + \pi'_3 X^*_{iv2} + \varepsilon_{iv}$$

Al estimar la ecuación (12), el parámetro δ (que mide efecto endógeno) se obtiene a partir de $\delta=\pi_3/(\pi_{12}+ \pi_3)$. La hipótesis nula (H_0) es $\delta=0$ e implica que no hay peer-effects endógenos. Nuestra hipótesis de trabajo es que $\delta \neq 0$, por lo tanto se espera rechazar H_0 . En este estudio evaluaremos también si el valor δ es el mismo para cada una de las divisiones de la muestra, es decir, se pretende estimar si los efectos de pares endógenos son diferentes al comparar escuelas urbanas y rurales, colegios estatales y no estatales, alumnos hispano y vernáculo hablantes. Adicionalmente, evaluaremos si δ es la misma en matemáticas y en comprensión de lectura.

Nótese que la estimación de δ depende de la definición $n(i,v)$, es decir, de cómo se definen los *peers* o grupo de influencia del alumno i . Una primera aproximación es asumir que las interacciones ocurren entre todos los alumnos de una misma aula como sugieren los trabajos de McEwan (2003) y Gaviria y Raphael (2001) y es la definición que hemos usado en la sección 5 en las pruebas no paramétricas. Otra alternativa es considerar que en aulas mixtas, los grupos vienen dados por el género. Montero et al (2001) mencionan estas interacciones: "La niña que pasó a la pizarra mira constantemente hacia atrás. Solamente las niñas la ayudan. Ningún de los niños se dirige a ella". Una tercera posibilidad es definir $n(i)$ como los alumnos que tienen la misma lengua materna. Pretendemos de esta manera evaluar cómo la medición de δ depende de la definición de $n(i)$.

7) Resultados

¹⁹ En este último caso, un reciente trabajo de Hanh y Graham (2003) sugiere el uso de la técnica de método generalizado de momentos (GMM) para resolver el problema de sobre-identificación.

En esta sección presentamos los resultados obtenidos al estimar la ecuación (11) utilizando los datos descritos en la sección 4. Uno de los primeros temas a discutir en la estimación de este modelo es la selección de variables.

En el anexo 2 y 3 se presenta la lista de variables que los diversos estudios (de la UMC u otros) incluyeron para explicar el rendimiento escolar, tanto para pruebas de matemática como de comunicación integral. La lista es larga y la selección de las variables en cada estudio depende mucho de la encuesta usada y de las hipótesis del autor. Así, al considerar solamente los estudios sobre el rendimiento en pruebas de matemática el número de variables para recoger las características del alumno es de 66. La lista va desde el sexo del alumno, uso o no de materiales escolares, hábitos de estudios, expectativa de los padres, apoyo académico en el hogar hasta el rendimiento anterior. Otras 93 variables se han sugerido para identificar las "características de la escuela" y otras 11 incorporan las características del departamento donde el alumno va a la escuela. La magnitud y variedad de la lista de variables es similar si analizamos el caso del rendimiento en lenguaje o comunicación integral.

Para nuestra estimación elegimos las variables siguiendo la literatura previa, pero de manera selectiva. Una cantidad importante de las variables sugeridas en la literatura pueden ser fácilmente consideradas como endógenas: las decisiones de trabajar o no además de estudiar puede depender del rendimiento en la escuela. Su inclusión en la ecuación (9) sesgaría aún más los resultados. Por lo tanto, la idea es incluir sólo aquellas variables que pueden ser justificadas como "controles" y que no levanten sospechas sobre su endogeneidad. Nuestra selección final se presenta en el Cuadro 1 donde se muestran además sus estadísticos principales.

Cuadro 1. Estadísticas básicas

VARIABLES	Promedio	Desvío Estándar	Mínimo	Máximo
Género del estudiante	0.5	0.5	0	1
Edad del estudiante (en años)	9.9	1.3	7	16
Proporción de hermanos mayores que tiene el alumno	0.5	0.3	0	1
Nadie lo ayuda con sus tareas	0.2	0.4	0	1
Número de libros en casa	2.8	1.3	1	6
Nivel educativo de la madre*	3.5	2.2	1	9
Nivel educativo del padre*	4.0	2.3	1	9
Centro educativo es público	0.9	0	0	1
Género del docente (1 hombre, 0 mujer)	1.5	0	1	2
Edad del docente (en años)	37.6	8	22	68
Años de experiencia del docente	12.0	7	0	37
El docente es nombrado	0.8	0	0	1
Remuneración mensual neta del docente por trabajar en el CE	733.4	154	40	1280
Número de estudiantes del docente	19.8	9	1	30
El CE cuenta con desagüe	0.5	0.5	0	1

Fuente: Estimaciones de los autores en base a EN 2001

*El nivel educativo del padre y de la madre toma los siguientes valores: 1 sin educación, 2 educación primaria incompleta, 3 educación primaria completa, 4 educación secundaria incompleta, 5 educación secundaria completa, 6 educación superior no universitaria incompleta, 7 superior universitaria incompleta, 8 superior no universitaria completa, 9 superior universitaria completa.

Nuestra estrategia de identificación de los peer-effects se basa en lo descrito en la sección anterior. Para recuperar los parámetros de (11) usando los resultados de (12),

la variable x_{iv} debe tener una (y sólo una) variable que no está contenida en $y_{n(i,v)}$ como ya mencionamos arriba. En nuestras estimaciones presentamos dos alternativas sobre cómo definir x_{iv2} . La primera es definirlo como un indicador de que el alumno recibió ayuda de sus padres al hacer sus tareas. Es válido suponer que esta variable, como parte de las características del alumno i (y de sus padres), afecta su rendimiento y por lo tanto pertenece a x_{iv} como sugiere el estudio del banco Mundial (2001). Pero no creemos que se justifique su inclusión en $y_{n(i,v)}$ porque si bien el que sus compañeros de clase reciban ayuda de sus familias aumenta el rendimiento de éstos, esta ayuda no tiene un efecto directo sobre el rendimiento del i -ésimo alumno. El único efecto sería a través de $m_{n(i,v)}^e$ lo cual se recoge en δ .

La segunda alternativa es definirlo como la proporción de hermanos mayores que tiene el alumno. La idea es que existe "aprendizaje a través de la experiencia" en la crianza de los niños. Criar al segundo hijo es, de alguna manera, más fácil dado que ya se tiene la experiencia de lo ocurrido con el primogénito. De esta manera, se espera que el rendimiento en ambas pruebas se vea afectado por la proporción de hermanos mayores que tiene el alumno. Al igual que en el otro caso, el único efecto de esta variable sería a través de $m_{n(i,v)}^e$ lo cual se recoge en δ pero no directamente.

En anexo 4 presentamos las diferentes regresiones que estimamos para identificar los peer-effects. Como mencionamos antes estimamos por separado el rendimiento de los alumnos en las pruebas de matemática y comunicación integral. En cada prueba además utilizamos dos definiciones de pares: (1) todos los alumnos del aula (2) todos los alumnos que en el recreo usan la misma lengua. Esta segunda categoría afecta principalmente la parte de la muestra donde se habla más de una lengua. Luego, para cada definición de pares, estimamos los valores de δ utilizando las dos variables candidatas a servir como x_{iv2} . Los resultados se resumen en el Cuadro 2.

Cuadro 2. Estimaciones del parámetro de peer-effects (δ)

Definiciones pares y x_{iv2}	Matemáticas		Comunicación Integral	
	Muestra completa (1)	Sólo rural (2)	Muestra completa (3)	Sólo rural (4)
<i>Peers: Todos los alumnos del aula</i>				
x_{iv2} : Proporción de hermanos mayores	1.030 (.000)	.994 (.000)	.835 (.000)	.947 (.000)
x_{iv2} : Recibe ayuda con las tareas	.660 (.001)	.746 (.001)	.419 (.480)	.537 (.399)
<i>Peers: Alumnos que hablan la misma lengua en el recreo</i>				
x_{iv2} : Proporción de hermanos mayores	.989 (.000)	1.017 (.000)	.813 (.001)	1.006 (.000)
x_{iv2} : Recibe ayuda con las tareas	.267 (.655)	.725 (.097)	-.919 (.791)	.726 (.253)
Probabilidad de aceptar $H_0: \delta=0$ entre paréntesis				
Fuente: Basado en las estimaciones del anexo 2.				

En primer lugar analizamos los resultados para la muestra completa, columnas (1) y (3). En la mayoría de los casos, nuestros resultados rechazan la hipótesis nula sobre la no existencia de peer-effects. Esto sugiere la existencia de peer-effects, sobre todo en las pruebas de matemática, con un valor para δ por debajo de la unidad en la mayoría de los casos. Por ejemplo, en la pruebas de matemáticas cuando los pares son definidos como todo los alumnos en el aula y usando como variable de identificación la proporción de hermanos mayores el valor de δ es 1.03. Esto implicaría que un aumento en 10% en el puntaje de los otros alumnos incrementa en 10.3% en rendimiento de un alumno.

Sin embargo, como se mencionó en la sección anterior, es posible que estos resultados se originen en el hecho que los alumnos (o sus padres) compartan una característica no observada y no en un verdadero efecto de pares, como pretendemos estimar. El problema radica en que δ puede estar capturando un efecto común (no observado) entre los alumnos distinto al verdadero peer-effects. Es decir, los alumnos van a cierta escuela porque los padres o ellos mismos escogen ir a dicha escuela motivados por una característica común que no se recogen en la encuesta. Si no se toma en cuenta esto, habría entonces una autoselección de los alumnos que sesgaría nuestra estimaciones.

Una forma de solucionar este problema es la siguiente. En primer lugar, reconocemos que en zonas urbanas, donde la oferta de escuela es variada, los padres o apoderados definitivamente comparten características no observadas. La decisión de matricular a un niño en el colegio A en lugar del B no es aleatoria, por el contrario depende de varios factores que no han sido captados en la EN 2001 y por lo tanto, no podemos incluirlos en nuestra muestra.

Segundo, es claro que en zonas rurales, donde en muchos casos sólo hay una escuela por distrito la decisión no es tanto sobre a qué escuela enviar al niño sino más bien sobre si enviarlo a la escuela o no. Tercero, las cifras del Ministerio de Educación muestran que la matrícula para 4to de primaria es cercana al 100%²⁰, lo cual sugiere que la inscripción del alumno en la escuela es generalizada independientemente de las características (observadas o no) de los padres o alumnos²¹.

Es por esta razón que para validar nuestros resultados realizamos regresiones sólo para el área rural. Los resultados se muestran también en el Cuadro 2. Nuestro argumento es que en el caso rural la existencia de efectos correlacionados no observables es mucho menor ya que los padres no tienen muchas escuelas para elegir. Nuevamente, los resultados que presentamos en el Cuadro 2 (columnas 2 y 4) sugieren la existencia de peer-effects en la mayoría de nuestras especificaciones, pero con menor importancia en las pruebas de comunicación integral. Al igual que en el caso de la muestra completa, el valor de δ es cercano (pero menor) que la unidad. Así, utilizando el mismo ejemplo descrito arriba, un aumento del 10% en el rendimiento promedio de mis pares aumenta mi rendimiento en 9.47% cuando se usa la muestra rural.

Dado estos resultados y guiados por lo presentado en la sección 2, una manera de incrementar el rendimiento de los alumnos con mayores desventajas es distribuirlos en aulas con alumnos avanzados. Como se mostró en esa sección, cuando el objetivo es maximizar el rendimiento promedio de los alumnos cualquier asignación entre aulas es óptima. Por lo tanto, nuestros resultados sugieren que es posible conseguir mejorar el promedio global y en especial el rendimiento promedio de los alumnos en mayor

²⁰ La Educación Peruana a inicios del nuevo siglo. Documento de trabajo N° 12. Programa MECEP – Ministerio de Educación.

²¹ Es posible que aún en este caso hayan características no observables que hagan que una familia viva en cierto distrito y no en otro. El lugar de residencia es el fruto de una decisión al fin y al cabo. Este tema lo abordamos en las conclusiones.

desventaja si optamos por una política de integración entre los alumnos con mayor y menor ventaja.

8) Conclusiones

El objetivo de este trabajo ha sido el de incluir y probar una nueva hipótesis de trabajo para explicar el bajo de rendimiento escolar en el Perú. La idea es que al interior de las escuelas (y en especial dentro de las aulas de clase) existen interacciones que no han sido tomadas en cuenta en los trabajos previos sobre el tema a nivel local. Nuestra hipótesis es que existen peer-effects al interior de un aula de clases, es decir, el rendimiento de un alumno está asociado con el rendimiento de los otros alumnos del aula.

Este trabajo muestra que cuando existen peer-effects es posible diseñar políticas donde los objetivos de equidad y calidad no se encuentren necesariamente en conflicto. Además estas nuevas políticas no generan una disyuntiva sobre cómo asignar los (escasos) recursos destinados a mejorar la educación, sino que por el contrario, complementan los otros esfuerzos. Nuestros resultados muestran que en el caso de alumnos de cuarto grado de primaria hay suficiente evidencia que sugiere la existencia de peer-effects, especialmente en matemáticas.

Como en todo trabajo, nuestros resultados dependen en cierta manera de los supuestos asumidos. En particular, asumimos que ciertas variables permiten resolver el problema de identificación y que la auto selección no observada de alumnos para asistir a un determinado colegio es mucho menor en áreas rurales. Es por esta razón que sugerimos como posibles líneas de investigación la exploración de peer-effects a la luz de otras metodologías como las sugeridas por Hanh y Graham (2003). En particular, adaptando las sugerencias de estos autores, uno podría eliminar los efectos de auto selección no observada al disponer de información sobre el rendimiento de los alumnos en un mismo grado pero en diferentes secciones. La falta de bases de datos con esta característica es una limitación del presente estudio.

Finalmente, en este trabajo la selección de variables para nuestras regresiones se limitó a un conjunto pequeño comparado con la inmensa cantidad de variables utilizada en la literatura que cubrimos en los anexos 2 y 3. Una alternativa a nuestro método es reconocer que esta literatura que evalúa el rendimiento escolar comparte las características de los modelos abiertos (*open-ended models*.) Un típico ejemplo de este tipo de modelos son las ecuaciones para explicar el crecimiento económico para una muestra de países. Un modelo de crecimiento económico que explica cómo la distribución del ingreso afecta el crecimiento por lo general no menciona los efectos de la apertura comercial sobre el crecimiento y viceversa. Las conclusiones de un modelo no brindan información sobre la relevancia de los otros modelos. Lo mismo ocurre con variables sugeridas en la literatura del rendimiento escolar. Sugerir que las expectativas de los padres tienen efectos positivos o negativos sobre el rendimiento no brinda información sobre cuál es el impacto de la composición familiar sobre el rendimiento. Un modelo no elimina ni sugiere el otro. Recientemente, una serie de trabajos sugieren el uso de métodos Bayesianos para estimar estos modelos abiertos. Véase por ejemplo, Doppelhofer et al. (2000), Brock y Durlauf (2001b) y Canova (1999).

Referencias

- Banco Mundial (2001) "Peruvian Education at a Cross-Road. Challenges and Opportunities for the 21st Century". *World Bank Country Study*, Mayo.
- Benavides, M. (2002) "Para Explicar las Diferencias en el Rendimiento en Matemática de Cuarto Grado en el Perú Urbano: Análisis de Resultados a Partir de un Modelo Básico" En J. Rodríguez y S. Vargas (editores) *Análisis de Resultados y Métodos de las Pruebas Crecer 98*. Ministerio de Educación, *Documentos Técnicos* 13, 83-108. Febrero.
- Brock, W. y S. Durlauf (2000) "Interaction-Based Models" En J. Heckman y E. Leamer (editores) *Handbook of Econometrics*, Vol 5. Amsterdam
- Brock, W. y S. Durlauf (2001a) "Discrete Choice with Social Interactions" *Review of Economic Studies*, 68:235-260.
- Brock, W. y S. Durlauf. (2001b) "Growth Economics and Reality." *World Bank Economic Review* 15(2): 229-72.
- Canova, F. (1999.) "Testing for Convergence Clubs in Cross-Country Growth Data: A Predictive Density Approach." Departamento de Economía, Universidad Pompeu Fabra, España.
- Cortez, R. (2001) "El Atraso Escolar en el Perú. Lecciones para una Agenda de Política Pública". Consorcio de Investigación Económica y Social. Noviembre.
- Cueto, S (2001) "Factores Predictivos del Rendimiento Escolar, Deserción e Ingreso a Educación Secundaria en una Muestra de Estudiantes de Zonas Rurales del Perú". Consorcio de Investigación Económica y Social.
- Cueto, S., Ramírez, C., León, J & Pain, O. (2003). Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática en una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria de Lima. *Documento de Trabajo* 43, GRADE. Lima, Perú.
- Doppelhofer, G, R. Miller and X. Sala-i-Martin. (2000.) "Determinants of Long-Term Growth: A Bayesian Averaging of Classical Estimates (BACE) Approach." Working Paper 7750. Cambridge, Mass.: National Bureau of Economic Research.
- Ferrer, G. y P. Arregui (2002) "La experiencia latinoamericana con pruebas internacionales de aprendizaje: Impacto sobre los procesos de mejoramiento de la calidad de la educación y criterios para guiar las decisiones sobre nuevas aplicaciones". Consorcio de Investigación Económica y Social. Octubre.
- Gaviria, A. y S. Raphael (2001) "School-Based Peer Effects and Juvenile Behavior" *Review of Economics and Statistics*, May, 83(2): 257-268
- Ginther, D., R. Haveman y B. Wolfe (2000) "Neighborhood Attributes as Determinants of Children's Outcomes" *Journal of Human Resources*. 35(4):603-642 Fall.
- Hanh, J y B. Graham (2003) "Identification and Estimation of the Linear-in-Means Model of Social Interactions." Working Paper, UCLA
- McEwan, P. (2003) "Peer Effects on Student Achievement: Evidence from Chile". *Economics of Education Review*, 22: 131-141.

- Manski, C. (1993) "Identification of Endogenous Social Effects: The Reflection Problem," *Review of Economic Studies*, LX, 531–542.
- Manski, C. (1995) *Identifications Problems in the Social Sciences*, Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Montero, C.; P. Oliart; P. Ames; Z. Cabrera y F. Uccelli (2001) "La Escuela Rural: Modalidades y Prioridades de Intervención" Documento de Trabajo No 2, Programa Especial Mejoramiento de la Calidad de la Educación Peruana (MECEP), Ministerio de Educación. Marzo.
- Popham, W. J. (1990). *Modern Educational Measurement* (2da ed.). Massachussets: Allyn and Bacon.
- PISA (2003) "Literacy Skills for the World of Tomorrow. Further Results from PISA 2000". Programme for International Student Assessment, OECD-UNESCO, Junio.
- Sacerdote, B. (2001) "Peer Effects with Random Assignment: Results for Dartmouth Roommates" *Quarterly Journal of Economics*, May, 116(2): 681-704.
- Torreblanca, A. y D. Zacharías (2002a) "Diseño Muestral Evaluación Nacional 2001. Ficha Técnica. Primaria" Unidad de Medición de la Calidad Educativa, Ministerio de Educación, Noviembre.
- Torreblanca, A. y D. Zacharías (2002b) "Diseño Muestral Evaluación Nacional 2001. Ficha Técnica. Secundaria" Unidad de Medición de la Calidad Educativa, Ministerio de Educación, Noviembre.
- UMC (2001) "El Perú en el Primer Estudio Internacional Comparativo de la UNESCO sobre Lenguaje, Matemáticas y Factores Asociados en Tercer y Cuarto Grado" *Boletín UMC* 9, Unidad de Medición de la Calidad Educativa, Ministerio de Educación, Febrero.
- Universidad de Lima (2003) "Barómetro Social: Situación de la Educación, Marzo 2003" Grupo de Opinión Pública de la Universidad de Lima, Estudio No. 180.

ANEXO 1. SESGOS AL OMITIR PEER-EFFECTS

En este anexo mostramos el sesgo que se incurre cuando se ignoran los peer-effects al estimar los determinantes del rendimiento escolar. El objetivo es, primero, mostrar que tal sesgo existe y segundo, que el sesgo afecta las variables de política, es decir, aquellas variables que los hacedores de política podrían alterar para mejorar el rendimiento de los estudiantes.

Consideremos un modelo econométrico general para el explicar el rendimiento escolar. Definamos r_{iv} como el puntaje en matemáticas (por ejemplo) del alumno i que estudia en la escuela v y llamemos $n(i,v)$ al conjunto de todos los otros alumnos en el aula de i . Estos son los pares de i , a quienes en la literatura se les llama también *vecinos* de i . En la sección 6 presentamos diferentes formas de cómo definir el conjunto $n(i,v)$. Así, la siguiente ecuación describe los determinantes de r_{iv} :

$$r_{iv} = \beta' x_{iv} + \theta' z_v + \gamma' y_{n(i,v)} + \delta m_{n(i,v)}^e + \varepsilon_{iv} \quad (\text{A.1})$$

Nótese, que los trabajos -para el caso peruano- que describimos anteriormente toman en cuenta sólo el vector x_{iv} y los efectos correlacionados al incorporar las características de los maestros y de la escuela para explicar el rendimiento escolar (z_v). Estos estudios proponen opciones de política basadas sólo en las estimaciones de los parámetros β y θ . Los efectos endógenos y de contexto no son tomados en cuenta. En esos estudios, se asume que en la ecuación (A.1) $\gamma=0=\delta$.

Brock y Durlauf (2001a) sugieren estimar (A.1) usando una metodología similar a la de Mínimos Cuadrados Indirectos. Los detalles de esta metodología se describen en la sección 6. Sin pérdida de generalidad y para simplificar consideremos el caso donde $k=p=q=1$, es decir, $y_{n(i,v)}$, x_{iv} y z_v son escalares. Si calculamos $E[r_{iv}]$, es decir, el valor esperado de r_{iv} , y definimos $E[x_{iv}]=X_{iv}^*$, obtenemos la siguiente expresión:

$$E[r_{iv}] = \beta' X_{iv}^* + \theta' z_v + \gamma' y_{n(i,v)} + \delta m_{n(i,v)}^e$$

Bajo el supuesto de expectativas racionales, común en la literatura, $E[r_{iv}] = m_{n(i,v)}^e$ y así podemos hallar una expresión para $m_{n(i,v)}^e$:

$$E[r_{iv}] = m_{n(i,v)}^e = \frac{\beta' X_{iv}^* + \theta' z_v + \gamma' y_{n(i,v)}}{1 - \delta} \quad (\text{A.2})$$

Reemplazando (A.2) en (A.1) obtenemos:

$$r_{iv} = \frac{\theta}{1 - \delta} z_v + \beta' x_{iv} + \frac{\gamma'}{1 - \delta} y_{n(i,v)} + \frac{\delta \beta'}{1 - \delta} X_{iv}^* + \varepsilon_{iv}$$

o equivalentemente:

$$r_{iv} = \pi_0' z_v + \pi_1' x_{iv} + \pi_2' y_{n(i,v)} + \pi_3' X_{iv}^* + \varepsilon_{iv} \quad (\text{A.3})$$

Haciendo un paralelo con la literatura de ecuaciones simultáneas, a la ecuación (A.3) la llamaremos *forma reducida* a diferencia de la ecuación (A.1) a la cual llamamos *forma estructural*. La diferencia entre estas dos ecuaciones radica en que en la ecuación estructural, los parámetros tienen un significado directo y son los parámetros que el investigador quiere obtener. Por ejemplo, en la ecuación (A.1) θ refleja el efecto del ratio profesor-alumno mientras que δ representa los efectos endógenos. En la forma reducida, por el contrario, los parámetros que se estiman (π_0 , π_1 , π_2 , π_3) son combinaciones de los parámetros estructurales y en sí carecen de

sentido para el investigador. Por ejemplo, en la ecuación (A.3) el parámetro $\pi_0 = \theta / (1 - \delta)$ es una combinación de los efectos correlacionados y endógenos y por lo tanto π_0 , por sí mismo, carece de una interpretación directa.

Cuando en lugar de evaluar la existencia de los efectos endógenos se asume que estos no existen, es decir, si se asume que $\delta = 0$ cuando en realidad no lo es, se corre el riesgo de hacer inferencias inadecuadas sobre los parámetros que sí se incluyen con severas consecuencias sobre el diseño de políticas. Si se asume que $\delta = 0 = \gamma$, cuando en la realidad estos parámetros son diferentes de cero, la ecuación que se estima es idéntica a la ecuación (A.3) asumiendo que $\pi_2 = 0$ y $\pi_3 = 0$:

$$r_{iv} = \pi_0 z_v + \pi_1 x_{iv} + \varepsilon_{iv} \quad (A.4)$$

En la ecuación (A.4) el rendimiento de un alumno se trata de explicar a partir de las características de los alumnos recogidas en x_{iv} y las características de la escuela (z_v). Este es el modelo que utilizan los estudios mencionados antes para el caso peruano. Sin embargo, si el verdadero modelo es uno donde los efectos de pares sí existen ($\delta \neq 0$) no todos los parámetros de la ecuación (A.4) siguen siendo los parámetros de interés. Así en esta ecuación, $\pi_1 = \beta$, por lo tanto al estimar esta regresión se puede recuperar el parámetro estructural β . El impacto de variables como el sexo o la edad del alumno están correctamente estimados. Este no es el caso para $\pi_0 = \theta / (1 - \delta)$. Cuando π_0 es el gasto por alumno, o el ratio profesor-alumno, establecer conclusiones a partir de la estimación de (A.4) no refleja el verdadero impacto de estas variables ya que $\delta \neq 0$. Si asumimos, por ejemplo, que $\theta = 2$ y $\delta = 0.4$, la estimación directa de (A.4) implicaría sobreestimar θ en un 66%. Se le atribuiría al ratio profesor-alumno, por ejemplo, mucha más importancia de la que realmente tiene. Peor aún, cuando $\delta > 1$, el signo imputado para π_0 usando la ecuación (A.4), es el signo contrario al verdadero. Los estudios que no incluyen *peer-effects* cuando estos sí existen corren el riesgo de derivar conclusiones usando π_0 en lugar de usar el verdadero parámetro que es θ .

ANEXO 2: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA DEL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA EN EL PERÚ

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Matemáticas

Tipo: Características de los alumnos

Autor	Disponibilidad	UMC						Cueto			
		Nacional			Nacional			Cusco y Andahuaylas			
		4to de Primaria			4to secundaria			6to, 5to y 4to			
		HLM	HLM	HLM	HLM	HLM	HLM	HLM			
1996 (Mate)		1998 (Mate)		2001 (Mate)		2001 (Mate)		2000 (Aritmetica)			
Efecto		Signif. al		Efecto		Signif. al		Efecto		Signif. al	
Características Personales											
Sexo (niños)	S	P	5	P	5	P	5	P	5	0	
Grado	S										
Edad del estudiante (años)	S									0	
Edad del estudiante (años al cuadrado)	S									0	
Talla para edad (puntaje)	S									0	
Dominio del castellano (reportado por el docente)	N									0	
Hablan aymara	S									P	5
Hablan quechua	S	0									
Extraedad	S	N	5								
Asistió a un pre-escolar privado	N	N	5								
Asistió a un PRONOEI estatal	N			0							
Asistió a un pre-escolar	S			0						0	
Número de años que repitió	S			N	5	N	5	N	5		
Número de años que repitió (cuadrado)	S			P	5	P	5	P	5		
Tiempo que se demora a la escuela	S			N	5	N	5	0		0	
Aprendió castellano primero en casa	S					P	5	P	5		
Posición del alumno en la familia	N					0		0			
Trabaja de lunes a viernes	S					N	5	N	5		
Trabaja todos los días	S					N	5	0			
Uso de materiales educativos											
Sin texto	N	N	5								
Texto provisto por el CE	N	0									
Texto de hermanos u otro	N	0									
Texto proporcionado por el Ministerio	N			0							
Asistencia y hábitos de estudio del estudiante											
Asistencia diaria	N	P	5	P	5						
No estudia	N	N	5								
Estudia regularmente	N	N	5								
Estudia para los exámenes	N	N	5								
Estudia por que se le exige	N	P	5								
Número de días que hizo tareas de matemática	N			P	5						
Número de días que hizo tareas de matemática (cuadrado)	N			N	5						
Estudia en un ambiente adecuado	N			P	5						
Gusta la matemática	S	P	5			P	5	P	5		
Entiende matemática	S	P	5								
Estudiante entiende al profesor	N										
Expectativas a su nivel educativo el estudiante	S										
Expectativas de los padres											
Desarrollar la lectura	N	N	5								
No desarrollar nada	N	N	5								
Desarrollar de manera extensiva	N	0									
Desarrollar matemáticas	N	P	5								
Nivel educativo de su hijo	S			P	10	P	10	P	5		
Características de la familia											
La madre del estudiante está viva	S			P	5						
Vive con ambos padres	S					0		P	5		
Padre pasa de 3 a 4 horas en casa	N										
Vive con otros familiares	N			N	10						
Número de personas que viven en casa	S	0		0		0		0		0	
Número de libros en casa	S	P	10	P	5			0			
Índice socioeconómico	S	P	5	P	10			0			
Nivel educativo de la madre	S					P	5	0		0	
Nivel educativo del padre	S							P	10		
Madre habla castellano	N									0	
Nivel educativo de los padres	S										
Padre completo la secundaria	S										
Padre ayuda en la escuela (índice)	S										
Acceso al menos a un servicio básico	S										
Cuenta con piso de tierra	S										
Hablan habitualmente en casa el castellano	N										
Apoyo académico en el hogar											
Proporciona un ambiente adecuado para el estudio	N	0									
No proporciona ningún apoyo	N	0									
Programas de educación especial	N	0									
Proporciona lectura adicional	N	P	5								
Ayuda el padre	S	0									
Sin ayuda	S	P	5	P	5						
Ayuda otro familiar	S	N	5								
Padres le leían de chico al niño siempre	N										
Padres le leían de chico algunaz veces	N										
Rendimiento académico											
Puntaje en aritmética hace 2 años	N									P	1

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Matemáticas
Tipo: Características de los alumnos

Autor	Disponibilidad	Cueto et al		Cueto		Cueto et al		Cueto y Secada		LLECE	
		Huaraz	Cusco y Anadahuaylas	Lima	Puno	Internacional					
Ambito de la muestra		4to y 5to	4to grado	6to grado	4to y 5to grado	3ro y 4to					
Grados que participan		MCO	HLM	HLM	HLM	HLM					
Metodo de estimación		1993 (Aritmética)	1998 (Aritmética)	2001 (Mate)	2000 (Mate)	1997 (Mate)					
Año y dependiente		Efecto Signif. al	Efecto Signif. al	Efecto Signif. al	Efecto Signif. al	Efecto Signif. al					
(Efecto: Positivo (P), Negativo (N) y No hay efecto (0))											
Características Personales											
Sexo (niños)	S	P 5	0	P 1	P 1	P 5					
Grado	S					P 5					
Edad del estudiante (años)	S		N 5	0	0						
Edad del estudiante (años al cuadrado)	S										
Talla para edad (puntaje)	S				0						
Domínio del castellano (reportado por el docente)	N		0								
Hablan aymara	S				N 10						
Hablan quechua	S				0						
Extraedad	S										
Asistió a un pre-escolar privado	N										
Asistió a un PRONOEI estatal	S										
Asistió a un pre-escolar	S				0						
Número de años que repitió	S										
Número de años que repitió (cuadrado)	S										
Tiempo que se demora a la escuela	S										
Aprendió castellano primero en casa	S										
Posición del alumno en la familia	N										
Trabaja de lunes a viernes	S										
Trabaja todos los días	S										
Uso de materiales educativos											
Sin texto	N										
Texto provisto por el CE	N										
Texto de hermanos u otro	N										
Texto proporcionado por el Ministerio	N										
Asistencia y hábitos de estudio del estudiante											
Asistencia diaria	N	P 1		0							
No estudia	N										
Estudia regularmente	N										
Estudia para los exámenes	N										
Estudia por que se le exige	N										
Número de días que hizo tareas de matemática	N										
Número de días que hizo tareas de matemática (cuadrado)	N										
Estudia en un ambiente adecuado	N										
Gusta la matemática	S			P 1							
Entiende matemática	S										
Estudiante entiende al profesor	N				0						
Expectativas a su nivel educativo el estudiante	S										
Expectativas de los padres											
Desarrollar la lectura	N										
No desarrollar nada	N										
Desarrollar de manera extensiva	N										
Desarrollar matemáticas	N										
Nivel educativo de su hijo	S										
Características de la familia											
La madre del estudiante está viva	S					0					
Vive con ambos padres	S					0					
Padre pasa de 3 a 4 horas en casa	N										
Vive con otros familiares	N										
Número de personas que viven en casa	S		0	0	0						
Número de libros en casa	S					P 5					
Índice socioeconómico	S			0							
Nivel educativo de la madre	S		0								
Nivel educativo del padre	S				P 10						
Madre habla castellano	N										
Nivel educativo de los padres	S					0					
Padre completo la secundaria	S					P 5					
Padre ayuda en la escuela (índice)	S					P 5					
Acceso al menos a un servicio básico	S				0						
Cuenta con piso de tierra	S				0						
Hablan habitualmente en casa el castellano	N										
Apoyo académico en el hogar											
Proporciona un ambiente adecuado para el estudio	N										
No proporciona ningún apoyo	N										
Programas de educación especial	N										
Proporciona lectura adicional	N										
Ayuda el padre	S					0					
Sin ayuda	S										
Ayuda otro familiar	S										
Padres le leían de chico al niño siempre	N					0					
Padres le leían de chico algunaz veces	N					0					
Rendimiento académico											
Puntaje en aritmética hace 2 años	N										

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Matemáticas
Tipo: Características de los alumnos

Autor	Disponibilidad	Cueto et al		Efecto que ha tenido la variable en los estudios				
		Lima y Ayacucho						
		3ro y 4to						
		HLM						
		2002 (VA.Mate)						
(Efecto: Positivo (P), Negativo (N) y No hay efecto (0))		Total de estudios : 11		Positivo	Negativo	Nulo	Total	
Efecto	Signif. al							
Características Personales								
Sexo (niños)	S	P	1	9	0	2	11	
Grado	S	0		1	0	1	2	
Edad del estudiante (años)	S	0		0	1	4	5	
Edad del estudiante (años al cuadrado)	S			0	0	1	1	
Talla para edad (puntaje)	S			0	0	2	2	
dominio del castellano (reportado por el docente)	N			1	0	1	2	
Hablan aymara	S			0	1	1	2	
Hablan quechua	S			0	1	1	2	
Extraedad	S			0	1	0	1	
Asistió a un pre-escolar privado	N			0	0	1	1	
Asistió a un PRONOEI estatal	S			0	0	1	1	
Asistió a un pre-escolar	S	0		0	0	4	4	
Número de años que repitió	S			0	3	0	3	
Número de años que repitió (cuadrado)	S			3	0	0	3	
Tiempo que se demora a la escuela	S			0	2	2	4	
Aprendió castellano primero en casa	S			2	0	0	2	
Posición del alumno en la familia	N			0	0	2	2	
Trabaja de lunes a viernes	S			0	2	0	2	
Trabaja todos los días	S			0	1	1	2	
Uso de materiales educativos								
Sin texto	N			0	1	0	1	
Texto provisto por el CE	N			0	0	1	1	
Texto de hermanos u otro	N			0	0	1	1	
Texto proporcionado por el Ministerio	N			0	0	1	1	
Asistencia y hábitos de estudio del estudiante								
Asistencia diaria	N			3	0	1	4	
No estudia	N			0	1	0	1	
Estudia regularmente	N			0	1	0	1	
Estudia para los exámenes	N			0	1	0	1	
Estudia por que se le exige	N			1	0	0	1	
Número de días que hizo tareas de matemática	N			1	0	0	1	
Número de días que hizo tareas de matemática (cuadrado)	N			0	1	0	1	
Estudia en un ambiente adecuado	N			1	0	0	1	
Gusta la matemática	S			4	0	0	4	
Entiende matemática	S			1	0	0	1	
Estudiante entiende al profesor	N			0	0	1	1	
Expectativas a su nivel educativo el estudiante	S	P	5	1	0	0	1	
Expectativas de los padres								
Desarrollar la lectura	N			0	1	0	1	
No desarrollar nada	N			0	1	0	1	
Desarrollar de manera extensiva	N			0	0	1	1	
Desarrollar matemáticas	N			1	0	0	1	
Nivel educativo de su hijo	S			3	0	0	3	
Características de la familia								
La madre del estudiante está viva	S			1	0	0	1	
Vive con ambos padres	S			1	0	2	3	
Padre pasa de 3 a 4 horas en casa	N			0	0	1	1	
Vive con otros familiares	N			0	1	0	1	
Número de personas que viven en casa	S			0	0	7	7	
Número de libros en casa	S			3	0	1	4	
Índice socioeconómico	S	P	5	3	0	2	5	
Nivel educativo de la madre	S			1	0	3	4	
Nivel educativo del padre	S			2	0	0	2	
Madre habla castellano	N			0	0	1	1	
Nivel educativo de los padres	S			0	0	1	1	
Padre completo la secundaria	S			1	0	0	1	
Padre ayuda en la escuela (índice)	S			1	0	0	1	
Acceso al menos a un servicio básico	S			0	0	1	1	
Cuenta con piso de tierra	S			0	0	1	1	
Hablan habitualmente en casa el castellano	N	N	5	0	1	0	1	
Apoyo académico en el hogar								
Proporciona un ambiente adecuado para el estudio	N			0	0	1	1	
No proporciona ningún apoyo	N			0	0	1	1	
Programas de educación especial	N			0	0	1	1	
Proporciona lectura adicional	N			1	0	0	1	
Ayuda el padre	S			0	0	2	2	
Sin ayuda	S			2	0	0	2	
Ayuda otro familiar	S			0	1	0	1	
Padres le leían de chico al niño siempre	N			0	0	1	1	
Padres le leían de chico algunas veces	N			0	0	1	1	
Rendimiento académico								
Puntaje en aritmética hace 2 años	N			1	0	0	1	

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Matemáticas
Tipo: Características de los docentes y el centro educativo

Autor	Disponibilidad	UMC						UMC		Cueto		Cueto		Cueto et al	
		Nacional						Nacional		Cusco y Andahuaylas		Cusco y Andahuaylas		Lima	
		4to de Primaria						4to secundaria		4to grado		6to, 5to y 4to		6to grado	
		1996 (Mate)		1998 (Mate)		2001 (Mate)		2001 (Mate)		1998 (Aritmetica)		2001 (Aritmetica)		2001 (Mate)	
	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	
Características Geográficas															
Rural	S	0													
Selva	N														
Sierra	N	5													
Costa	N														
Rural aimara	N														
Rural quechua	N														
Escuela Bilingüe	N														
Características de los estudiantes															
% de alumnos desnutridos	S														
Promedio del índice socioeconómico	S														
dominio del castellano del estudiante (promedio)	S														
Grado de estudios (4to vs 3ro)	N														
Grado de estudios (5to vs 4to)	N														
Promedio de edad de los estudiantes	S														
Tipo de escuela															
Privada	S	P	5												
Pública	S														
Polidocente completa	S														
Polidocente multigrado	S														
Materiales educativos															
Sin texto	N														
Texto provisto por la escuela	N														
Textos de hermanos u otros	N														
Materiales de matemática en el aula	N														
Cuenta con libro el docente	N														
Cuenta con biblioteca de aula	N														
Indicador de recursos educativos	S														
Características del docente															
Años de experiencia	S	P	5												
Años de experiencia (cuadrado)	S														
Número de cursos de capacitación	S														
Docente se capacita	S														
Lengua materna - Aymara	S														
Lengua materna - Quechua	N														
Título Universitario	S														
Título de ISP	S														
Título de IST	S														
Profesionalización docente	S														
Formación regular del docente	S														
Título de otra especialidad	S														
Título de otra profesión	S														
Egresados universitarios	S														
Nombrado oficialmente	S														
Contratados	S														
Sexo del docente (mujer)	S														
Otro trabajo remunerado	S														
Número de horas a la semana para preparar su clase	S														
Número de horas pedagógicas que enseña matemática a la semana	S														
Cuenta con la nueva ECB	S														
Índice de practicas pedagógicas (constructivista)	S														
El docente trabaja mas o igual a 35 horas a la semana	S														
Tasa de acierto de los docentes en sus validaciones	S														
Papel del docente															
Explicar los materiales	N														
Invitar personas especializadas	N														
Fomentar la participación del estudiante	S														
Docente usa evaluaciones para ver el aprendizaje de sus estudiantes	S														
Agrupar a los estudiantes por sus habilidades	S														
Retroalimentación y corrección por parte del docente	S														
Características del director															
Lengua materna - Aymara	S														
Lengua materna - Quechua	S														
Lengua materna es otro idioma	S														
Rol de los padres (reporte de los docentes)															
Verificar la asistencia	S	P	5												
Verificar las tareas	S	P	5												
Preparar a los niños para los exámenes	N	P	5												
Proporcionar alimentación	N														
Estimular el aprendizaje	N	P	5												
Opinión del docente o el director															
Existe problemas de disciplina en el aula (Doc)	N														
Problemas de mobiliario en la escuela (Dir)	N														
Infraestructura deficiente (Dir)	N														
Falta de apoyo de los padres (Dir)	N														
Estilo de liderazgo del director es autoritario (Doc)	N														
La mayoría de los alumnos tiene poca capacidad de aprender	N														
Grado de acuerdo de los docentes (Dir)	S														
Satisfacción del docente con aspectos de la escuela (Doc)	S														
Características del aula															
Carga docente	S														
Carga docente (cuadrado)	S														
Profesor del aula se reúne con otros profesores	S														
Profesor de aula se reúne con el director	S														
Porcentaje de competencias desarrolladas	S														
Promedio de la prueba aplicada hace 2 años	N														
Oportunidades de aprendizaje (cobertura del currículo, demanda)	N														
Seguridad Intelectual	N														
Profundidad del conocimiento	N														
Tiempo de Aprendizaje diario en horas	N														
Demanda cognitiva	N														
Número de ejercicios resueltos	N														
Clima del aula de clase	S														
Tiempo en el aula (horas)	N														
Características de la escuela															
Cuenta con techo adecuado	S														
El centro educativo elaboro el PCC	N														
Promedio de docentes con formación universitaria	S														
Infraestructura de la escuela	S														
Biblioteca con más de 1000 libros	S														
Participa en el programa de desayunos	N														
Nivel socioeconómico de la escuela	S														
Opinión de los padres respecto a la escuela															
Indicador de satisfacción de los padres con la escuela	S														
Padres participan en la escuela (índice)	S														

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Matemáticas
Tipo: Características de los docentes y el centro educativo

Autor	Disponibilidad	Cueto y Secada		LLECE		Cueto et al		Efecto que ha tenido la variable en los estudios			
		Puno		Internacional		Lima y Ayacucho					
		4to y 5to grado		3ro y 4to		3ro y 4to					
		2000 (Mate)		1997 (Mate)		2002 (VA Mate)		Total de estudios : 10			
(Efecto: Positivo (P), Negativo (N) y No hay efecto (0))		Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Positivo	Negativo	Nulo	Total
Características Geográficas											
Rural	S							0	0	3	3
Selva	N							0	1	0	1
Sierra	N							1	1	2	4
Costa	N							1	1	1	3
Rural aimara	N	0						0	0	1	1
Rural quechua	N	0						0	0	1	1
Escuela Bilingüe	N	0						0	0	1	1
Características de los estudiantes											
% de alumnos desnutridos	S							0	0	1	1
Promedio del índice socioeconómico	S					P	1	4	0	0	4
Dominio del castellano del estudiante (promedio)	N							0	0	1	1
Grado de estudios (4to vs 3ro)	N					P	5	1	0	0	1
Grado de estudios (5to vs 4to)	N	P	1					1	0	0	1
Promedio de edad de los estudiantes	S					0		0	0	1	1
Tipo de escuela											
Privada	S							1	0	0	1
Pública	S							0	1	2	3
Polidocente completa	S							0	0	3	3
Polidocente multigrado	S			P	5			1	0	1	2
Materiales educativos											
Sin texto	N							0	1	0	1
Texto provisto por la escuela	N							0	0	1	1
Textos de hermanos u otros	N							0	1	0	1
Materiales de matemática en el aula	N							0	0	1	1
Cuenta con libro el docente	N							0	0	1	1
Cuenta con biblioteca de aula	N							1	0	0	1
Indicador de recursos educativos	S			0				0	0	3	3
Características del docente											
Años de experiencia	S			P	5	N	10	2	2	0	4
Años de experiencia (cuadrado)	S					P	5	2	0	0	2
Número de cursos de capacitación	S							0	0	1	1
Docente se capacita	S			0				0	0	1	1
Lengua materna - Aymara	S							0	0	1	1
Lengua materna - Quechua	S							0	1	0	1
Título Universitario	S							0	0	2	2
Título de ISP	S							0	0	2	2
Título de IST	S							0	0	1	1
Profesionalización docente	S							0	0	1	1
Formación regular del docente	S							0	0	2	2
Título de otra especialidad	S							0	0	1	1
Título de otra profesión	S							0	0	1	1
Egresados universitarios	S							0	0	1	1
Nombrado oficialmente	S							0	0	1	1
Contratados	S							0	0	1	1
Sexo del docente (mujer)	S							1	0	0	1
Otro trabajo remunerado	S							0	0	1	1
Número de horas a la semana para preparar su clase	S							0	0	1	1
Número de horas pedagógicas que enseña matemática a la semana	S							1	0	2	3
Cuenta con la nueva ECB	S							0	1	0	1
Índice de prácticas pedagógicas (constructivista)	S							0	0	1	1
El docente trabaja mas o igual a 35 horas a la semana	S							1	0	1	2
Tasa de acierto de los docentes en sus validaciones	S							2	0	0	2
Papel del docente											
Explicar los materiales	N							0	1	0	1
Invitar personas especializadas	N							0	1	0	1
Fomentar la participación del estudiante	S							0	1	0	1
Docente usa evaluaciones para ver el aprendizaje de sus estudiantes	S			0				0	0	1	1
Agrupar a los estudiantes por sus habilidades	S			0				0	0	1	1
Retroalimentación y corrección por parte del docente	S					0		0	0	1	1
Características del director											
Lengua materna - Aymara	S							0	0	1	1
Lengua materna - Quechua	S							0	1	0	1
Lengua materna es otro idioma	S							0	0	1	1
Rol de los padres (reporte de los docentes)											
Verificar la asistencia	S							1	0	0	1
Verificar las tareas	S							1	0	0	1
Preparar a los niños para los exámenes	N							1	0	0	1
Proporcionar alimentación	N							0	0	1	1
Estimular el aprendizaje	N							1	0	0	1
Opinión del docente o el director											
Existe problemas de disciplina en el aula (Doc)	N							0	0	1	1
Problemas de mobiliario en la escuela (Dir)	N							0	0	1	1
Infraestructura deficiente (Dir)	N							0	0	1	1
Falta de apoyo de los padres (Dir)	N							0	0	1	1
Estilo de liderazgo del director es autoritario (Doc)	N							0	0	1	1
La mayoría de los alumnos tiene poca capacidad de aprender	S							0	2	0	2
Grado de acuerdo de los docentes (Dir)	S							0	0	1	1
Satisfacción del docente con aspectos de la escuela (Doc)	S							0	0	1	1
Características del aula											
Carga docente	S			0				0	0	2	2
Carga docente (cuadrado)	S			N	5			0	1	0	1
Profesor del aula se reúne con otros profesores	S							0	0	1	1
Profesor de aula se reúne con el director	S							0	0	1	1
Porcentaje de competencias desarrolladas	S							2	0	0	2
Promedio de la prueba aplicada hace 2 años	N							0	0	1	1
Oportunidades de aprendizaje (cobertura del currículo, demanda)	N							1	0	0	1
Seguridad Intelectual	N							0	0	1	1
Profundidad del conocimiento	N							0	0	1	1
Tiempo de Aprendizaje diario en horas	N							0	0	1	1
Demanda cognitiva	N							0	0	1	1
Número de ejercicios resueltos	N							0	0	1	1
Clima del aula de clase	N			0		P	1	1	0	1	2
Tiempo en el aula (horas)	S					0		0	0	1	1
Características de la escuela											
Cuenta con techo adecuado	S							0	0	1	1
El centro educativo elaboro el PCC	N							0	0	2	2
Promedio de docentes con formación universitaria	S							1	0	0	1
Infraestructura de la escuela	S			P	5			1	0	0	1
Biblioteca con más de 1000 libros	S			0				0	0	1	1
Participa en el programa de desayunos	N							0	0	1	1
Nivel socioeconómico de la escuela	S			0				0	0	1	1
Opinión de los padres respecto a la escuela											
Indicador de satisfacción de los padres con la escuela	S							1	0	0	1
Padres participan en la escuela (índice)	S			0				0	0	1	1

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Matemáticas
Tipo: Características del departamento

Autor	Disponibilidad	UMC	
		efecto	Signif. al
Ambito del estudio		Nacional	
Grados que participan		4to grado	
Año y dependiente		1996 (Mate)	
<i>(Efecto: Positivo (P), Negativo (N) y No hay efecto (0))</i>		Efecto	Signif. al
Gasto público por departamento	S	0	
Gasto por familia per capita	S	0	
Dpto. rico	S	0	
Dpto. pobre	S	0	
Dpto. extrema pobreza	S	P	5
% de estudiantes en escuelas privadas en el departamento	S	P	5
% de estudiantes quechua hablantes en el departamento	S	N	5
% niñas en el departamento	S	N	5
% de extraedad en el departamento	S	N	1
% de maestros de universidad en el departamento	S	P	5
% de maestros formados en un ISP en el departamento	S	P	5

ANEXO 3: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA DEL RENDIMIENTO EN COMUNICACION EN EL PERÚ

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Comunicación
 Tipo: Características de los alumnos

Autor	UMC				Cueto y Secada		Cueto		
	Nacional				Puno		Cusco y Andahuaylas		
	4to primaria		4to secundaria		4to y 5to grado		6to, 5to y 4to		
	HLM		HLM		HLM		HLM		
	2001 (Comunicación)		2001 (Comunicación)		2000 (Lectura)		2000 (Lectura)		
Disponibilidad	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	
Características Personales									
Sexo (niños)	S	0		0		0		0	
Grado	S								
Edad del estudiante (años)	S					0		0	
Edad del estudiante (años al cuadrado)	S								
Talla para edad (puntaje)	S					0		0	
Dominio del castellano (reportado por el docente)	N							0	
Hablan aymara	S					N	1		
Hablan quechua	S					0			
Asistió a un pre-escolar	S	0				P	1	0	
Número de años que repitió	S	N	5	N	5				
Número de años que repitió (cuadrado)	S	P	5	P	5				
Tiempo que se demora a la escuela	S	0		P	5			0	
Distancia de la casa a la escuela	N								
Aprendió castellano primero en casa	S	P	5	P	5				
Posición del alumno en la familia	N	0		P	5				
Trabaja de lunes a viernes	S	N	5	N	5				
Trabaja todos los días	S	N	5	N	5				
Asistencia y hábitos de estudio del estudiante									
Asistencia diaria	N								
No estudia	N								
Estudia regularmente	N								
Estudia para los exámenes	N								
Estudia por que se le exige	N								
Número de días que hizo tareas de matemática	N								
Número de días que hizo tareas de matemática (cuadrado)	N								
Estudia en un ambiente adecuado	N								
Gusta la matemática	S								
Entiende matemática	S								
Estudiante entiende al profesor	N					P	1		
Expectativas a su nivel educativo el estudiante	S								
Expectativas de los padres									
Desarrollar la lectura	N								
No desarrollar nada	N								
Desarrollar de manera extensiva	N								
Desarrollar matemáticas	N								
Nivel educativo de su hijo	S	P	5	0					
Características de la familia									
La madre del estudiante está viva	S								
Vive con ambos padres	S	0		P	5				
Padre pasa de 3 a 4 horas en casa	N								
Vive con otros familiares	N								
Número de personas que viven en casa	S	0		0		0			
Número de libros en casa	S	P	5	0					
Índice socioeconómico	S	P	5	0					
Nivel educativo de la madre	S	P	5	0				0	
Nivel educativo del padre	S			P	10	0			
Madre habla castellano	N								
Nivel educativo de los padres	S								
Padre completo la secundaria	S								
Padre ayuda en la escuela (índice)	S								
Acceso al menos a un servicio básico	S					0			
Cuenta con piso de tierra	S					0			
Hablan habitualmente en casa el castellano	N								
Apoyo académico en el hogar									
Proporciona un ambiente adecuado para el estudio	N								
No proporciona ningún apoyo	N								
Programas de educación especial	N								
Proporciona lectura adicional	N								
Ayuda el padre	S								
Sin ayuda	S								
Ayuda otro familiar	S								
Padres le leían de chico al niño siempre	N								
Padres le leían de chico algunas veces	N								
Rendimiento académico									
Puntaje en comprensión hace 2 años	N							P	1

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Comunicación
 Tipo: Características de los alumnos

Autor	Disponibilidad	Cueto et al		Cueto		LLECE		Cueto et al	
		Huaraz		Cusco y Anadahuaylas		Internacional		Lima y Ayacucho	
		4to y 5to		4to grado		3ro y 4to		3ro y 4to	
				HLM		HLM		HLM	
		1993 (Vocabulario)		1998 (Lectura)		1997 (Lectura)		2002 (VA Lectura)	
(Efecto: Positivo (P), Negativo (N) y No hay efecto (0))		Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al
Características Personales									
Sexo (niños)	S	P	1	P	1	N	5	0	
Grado	S					P	5		
Edad del estudiante (años)	S			N	1			0	
Edad del estudiante (años al cuadrado)	S							0	
Talla para edad (puntaje)	S								
Dominio del castellano (reportado por el docente)	N			P	1				
Hablan aymara	S								
Hablan quechua	S								
Asistió a un pre-escolar	S							0	
Número de años que repitió	S								
Número de años que repitió (cuadrado)	S								
Tiempo que se demora a la escuela	S								
Distancia de la casa a la escuela	N			N	1				
Aprendió castellano primero en casa	S								
Posición del alumno en la familia	N								
Trabaja de lunes a viernes	S								
Trabaja todos los días	S								
Asistencia y hábitos de estudio del estudiante									
Asistencia diaria	N								
No estudia	N	P	1						
Estudia regularmente	N								
Estudia para los exámenes	N								
Estudia por que se le exige	N								
Número de días que hizo tareas de matemática	N								
Número de días que hizo tareas de matemática (cuadrado)	N								
Estudia en un ambiente adecuado	N								
Gusta la matemática	S								
Entiende matemática	S								
Estudiante entiende al profesor	N								
Expectativas a su nivel educativo el estudiante	S							P	5
Expectativas de los padres									
Desarrollar la lectura	N								
No desarrollar nada	N								
Desarrollar de manera extensiva	N								
Desarrollar matemáticas	N								
Nivel educativo de su hijo	S								
Características de la familia									
La madre del estudiante está viva	S								
Vive con ambos padres	S					0			
Padre pasa de 3 a 4 horas en casa	N					0			
Vive con otros familiares	N								
Número de personas que viven en casa	S			0					
Número de libros en casa	S					P	5		
Índice socioeconómico								0	
Nivel educativo de la madre	S	P	1	0					
Nivel educativo del padre	S								
Madre habla castellano	N								
Nivel educativo de los padres	S					P	5		
Padre completo la secundaria	S					0			
Padre ayuda en la escuela (índice)	S					0			
Acceso al menos a un servicio básico	S								
Cuenta con piso de tierra	S								
Hablan habitualmente en casa el castellano	N							0	
Apoyo académico en el hogar									
Proporciona un ambiente adecuado para el estudio	N								
No proporciona ningún apoyo	N								
Programas de educación especial	N								
Proporciona lectura adicional	N								
Ayuda el padre	S					0			
Sin ayuda	S								
Ayuda otro familiar	S								
Padres le leían de chico al niño siempre	N					P	5		
Padres le leían de chico algunas veces	N					0			
Rendimiento académico									
Puntaje en comprensión hace 2 años	N								

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Comunicación
Tipo: Características de los alumnos

Autor	Disponibilidad	Efecto que ha tenido la variable en los estudios			
		Total de estudios : 8			
		Positivo	Negativo	Nulo	Total
Ambito de la muestra					
Grados que participan					
Metodo de estimación					
Año y dependiente					
<i>(Efecto: Positivo (P), Negativo (N) y No hay efecto (0))</i>					
Características Personales					
Sexo (niños)	S	2	1	5	8
Grado	S	1	0	0	1
Edad del estudiante (años)	S	0	1	3	4
Edad del estudiante (años al cuadrado)	S	0	0	2	2
Talla para edad (puntaje)	S	0	0	2	2
Dominio del castellano (reportado por el docente)	N	1	0	1	2
Hablan aymara	S	0	1	0	1
Hablan quechua	S	0	0	1	1
Asistió a un pre-escolar	S	1	0	3	4
Número de años que repitió	S	0	2	0	2
Número de años que repitió (cuadrado)	S	2	0	0	2
Tiempo que se demora a la escuela	S	1	0	2	3
Distancia de la casa a la escuela	N	0	1	0	1
Aprendió castellano primero en casa	S	2	0	0	2
Posición del alumno en la familia	N	1	0	1	2
Trabaja de lunes a viernes	S	0	2	0	2
Trabaja todos los días	S	0	2	0	2
Asistencia y hábitos de estudio del estudiante					
Asistencia diaria	N	1	0	0	1
No estudia	N	0	0	0	0
Estudia regularmente	N	0	0	0	0
Estudia para los exámenes	N	0	0	0	0
Estudia por que se le exige	N	0	0	0	0
Número de días que hizo tareas de matemática	N	0	0	0	0
Número de días que hizo tareas de matemática (cuadrado)	N	0	0	0	0
Estudia en un ambiente adecuado	N	0	0	0	0
Gusta la matemática	S	0	0	0	0
Entiende matemática	S	0	0	0	0
Estudiante entiende al profesor	N	1	0	0	1
Expectativas a su nivel educativo el estudiante	S	1	0	0	1
Expectativas de los padres					
Desarrollar la lectura	N	0	0	0	0
No desarrollar nada	N	0	0	0	0
Desarrollar de manera extensiva	N	0	0	0	0
Desarrollar matemáticas	N	0	0	0	0
Nivel educativo de su hijo	S	1	0	1	2
Características de la familia					
La madre del estudiante está viva	S	0	0	0	0
Vive con ambos padres	S	1	0	2	3
Padre pasa de 3 a 4 horas en casa	N	0	0	1	1
Vive con otros familiares	N	0	0	0	0
Número de personas que viven en casa	S	0	0	4	4
Número de libros en casa	S	2	0	1	3
Índice socioeconómico	S	1	0	2	3
Nivel educativo de la madre	S	2	0	3	5
Nivel educativo del padre	S	1	0	1	2
Madre habla castellano	N	0	0	0	0
Nivel educativo de los padres	S	1	0	0	1
Padre completo la secundaria	S	0	0	1	1
Padre ayuda en la escuela (índice)	S	0	0	1	1
Acceso al menos a un servicio básico	S	0	0	1	1
Cuenta con piso de tierra	S	0	0	1	1
Hablan habitualmente en casa el castellano	N	0	0	1	1
Apoyo académico en el hogar					
Proporciona un ambiente adecuado para el estudio	N	0	0	0	0
No proporciona ningún apoyo	N	0	0	0	0
Programas de educación especial	N	0	0	0	0
Proporciona lectura adicional	N	0	0	0	0
Ayuda el padre	S	0	0	1	1
Sin ayuda	S	0	0	0	0
Ayuda otro familiar	S	0	0	0	0
Padres le leían de chico al niño siempre	N	1	0	0	1
Padres le leían de chico algunas veces	N	0	0	1	1
Rendimiento académico					
Puntaje en comprensión hace 2 años	N	1	0	0	1

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Comunicación
Tipo: Características de los docentes y el centro educativo

Autor	Disponibilidad	UMC				Cueto y Secada		Cueto		Cueto	
		Nacional				Puno		Cusco y Andahuaylas		Cusco y Andahuaylas	
		4to primaria		4to secundaria		4to y 5to grado		4to grado		6to, 5to y 4to	
		2001 (Comunicación)	2001 (Comunicación)	2000 (Lectura)	1998 (Lectura)	2001 (Lectura)					
	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	
Características Geográficas											
Rural	S	N	5	P	5						
Selva	N										
Sierra	N	N	5	0							
Costa	N	0		0							
Rural aimara	N				0						
Rural quechua	N				N	1					
Escuela Bilingüe	N				0						
Características de los estudiantes											
% de alumnos desnutridos	S										
Promedio del índice socioeconómico	S	P	5	P	5						
Domnio del castellano del estudiante (promedio)	N						P	1			
Grado de estudios (4to vs 3ro)											
Grado de estudios (5to vs 4to)						P	1				
Promedio de edad de los estudiantes	S										
Tipo de escuela											
Privada	S										
Pública	S	0		N	5						
Polidocente completa	S	0							0		
Polidocente multigrado	S						0				
Materiales educativos											
Sin texto	N										
Texto provisto por la escuela	N										
Textos de hermanos u otros	N										
Materiales de matemática en el aula	N										
Cuenta con libro el docente	N										
Cuenta con biblioteca de aula	N										
Indicador de recursos educativos	S	P	5	P	5						
Características del docente											
Años de experiencia	S										
Años de experiencia (cuadrado)	S										
Número de cursos de capacitación	S										
Docente se capacita	S										
Lengua materna - Aymara	S										
Lengua materna - Quechua	S										
Título Universitario	S										
Título de ISP	S										
Título de IST	S										
Profesionalización docente	S										
Formación regular del docente	S	0		0							
Título de otra especialidad	S										
Título de otra profesión	S										
Egresados universitarios	S										
Nombrado oficialmente	S										
Contratados	S										
Sexo del docente (mujer)	S										
Otro trabajo remunerado	S										
Número de horas a la semana para preparar su clase	S										
Número de horas pedagógicas que enseña comunicación a la semana	S	0		0							
Cuenta con la nueva ECB	S										
Índice de practicas pedagógicas (constructivista)	S										
El docente trabaja mas o igual a 35 horas a la semana	S	0		0							
Tasa de acierto de los docentes en sus validaciones	S	P	5	P	5						
Papel del docente											
Explicar los materiales	N										
Invitar personas especializadas	N										
Fomentar la participación del estudiante	S										
Docente usa evaluaciones para ver el aprendizaje de sus estudiantes	S										
Agrupar a los estudiantes por sus habilidades	S										
Retroalimentación y corrección por parte del docente	S										
Características del director											
Lengua materna - Aymara	S										
Lengua materna - Quechua	S										
Lengua materna es otro idioma	S										
Rol de los padres (reporte de los docentes)											
Verificar la asistencia	S										
Verificar las tareas	S										
Preparar a los niños para los exámenes	N										
Proporcionar alimentación	N										
Estimular el aprendizaje	N										
Opinión del docente o el director											
Existe problemas de disciplina en el aula (Doc)	N										
Problemas de mobiliario en la escuela (Dir)	N										
Infraestructura deficiente (Dir)	N										
Falta de apoyo de los padres (Dir)	N										
Estilo de liderazgo del director es autoritario (Doc)	N										
La mayoría de los alumnos tiene poca capacidad de aprender	S	N	5	N	5						
Grado de acuerdo de los docentes (Dir)	S			0							
Satisfacción del docente con aspectos de la escuela (Doc)	S			0							
Características del aula											
Carga docente	S										
Carga docente (cuadrado)	S										
Profesor del aula se reúne con otros profesores	S										
Profesor de aula se reúne con el director	S										
Porcentaje de competencias desarrolladas	N								P	1	
Promedio de la prueba aplicada hace 2 años	N										
Oportunidades de aprendizaje (cobertura del currículo, demanda cog	N										
Clima del aula de clase	S										
Tiempo de aprendizaje diario en horas	N					0					
Tiempo en el aula (horas)	N										
Características de la escuela											
Cuenta con techo adecuado	S										
El centro educativo elaboro el PCC	N	0		P	5						
Promedio de docentes con formación universitaria	S								P	10	
Infraestructura de la escuela	S										
Biblioteca con más de 1000 libros	S							0			
Participa en el programa de desayunos	S										
Nivel socioeconómico de la escuela	N										
Opinión de los padres respecto a la escuela											
Indicador de satisfacción de los padres con la escuela	S	P	10								
Padres participan en la escuela (índice)	S										

Lista de variables utilizadas en estudios sobre el rendimiento en Comunicación
Tipo: Características de los docentes y el centro educativo

Autor	Disponibilidad	LLECE		Cueto et al		Efecto que ha tenido la variable en los estudios			
		Internacional		Lima y Ayacucho					
		3ro y 4to		3ro y 4to					
		1997 (Lectura)		2002 (VA Lectura)		Total de estudios : 7			
(Efecto: Positivo (P), Negativo (N) y No hay efecto (0))		Efecto	Signif. al	Efecto	Signif. al	Positivo	Negativo	Nulo	Total
Características Geográficas									
Rural	S					1	1	0	2
Selva	N					0	0	0	0
Sierra	N					0	1	1	2
Costa	N					0	0	2	2
Rural aimara	N					0	0	1	1
Rural quechua	N					0	1	0	1
Escuela Bilingüe	N					0	0	1	1
Características de los estudiantes									
% de alumnos desnutridos	S					0	0	0	0
Promedio del índice socioeconómico	S			P	1	3	0	0	3
Domnio del castellano del estudiante (promedio)	N					1	0	0	1
Grado de estudios (4to vs 3ro)	N			0		0	0	1	1
Grado de estudios (5to vs 4to)	N					1	0	0	1
Promedio de edad de los estudiantes	S			0		0	0	1	1
Tipo de escuela									
Privada	S					0	0	0	0
Pública	S					0	1	1	2
Polidocente completa	S					0	0	2	2
Polidocente multigrado	S	0				0	0	2	2
Materiales educativos									
Sin texto	N					0	0	0	0
Texto provisto por la escuela	N					0	0	0	0
Textos de hermanos u otros	N					0	0	0	0
Materiales de matemática en el aula	N					0	0	0	0
Cuenta con libro el docente	N					0	0	0	0
Cuenta con biblioteca de aula	N					0	0	0	0
Indicador de recursos educativos	S	0				2	0	1	3
Características del docente									
Años de experiencia	S	P	5	0		1	0	1	2
Años de experiencia (cuadrado)	S			0		0	0	1	1
Número de cursos de capacitación	S	0				0	0	1	1
Docente se capacita	S	0				0	0	1	1
Lengua materna - Aymara	S					0	0	0	0
Lengua materna - Quechua	S					0	0	0	0
Título Universitario	S					0	0	0	0
Título de ISP	S					0	0	0	0
Título de IST	S					0	0	0	0
Profesionalización docente	S					0	0	0	0
Formación regular del docente	S					0	0	2	2
Título de otra especialidad	S					0	0	0	0
Título de otra profesión	S					0	0	0	0
Egresados universitarios	S					0	0	0	0
Nombrado oficialmente	S					0	0	0	0
Contratados	S					0	0	0	0
Sexo del docente (mujer)	S					0	0	0	0
Otro trabajo remunerado	S					0	0	0	0
Número de horas a la semana para preparar su clase	S					0	0	0	0
Número de horas pedagógicas que enseña comunicación a la semana	S					0	0	2	2
Cuenta con la nueva ECB	S					0	0	0	0
Índice de practicas pedagógicas (constructivista)	S					0	0	0	0
El docente trabaja mas o igual a 35 horas a la semana	S					0	0	2	2
Tasa de acierto de los docentes en sus validaciones	S					2	0	0	2
Papel del docente									
Explicar los materiales	N					0	0	0	0
Invitar personas especializadas	N					0	0	0	0
Fomentar la participación del estudiante	N					0	0	0	0
Docente usa evaluaciones para ver el aprendizaje de sus estudiantes	S	0				0	0	1	1
Agrupar a los estudiantes por sus habilidades	S	0				0	0	1	1
Retroalimentación y corrección por parte del docente	S			P	1	1	0	0	1
Características del director									
Lengua materna - Aymara	S					0	0	0	0
Lengua materna - Quechua	S					0	0	0	0
Lengua materna es otro idioma	S					0	0	0	0
Rol de los padres (reporte de los docentes)									
Verificar la asistencia	S					0	0	0	0
Verificar las tareas	S					0	0	0	0
Preparar a los niños para los exámenes	N					0	0	0	0
Proporcionar alimentación	N					0	0	0	0
Estimular el aprendizaje	N					0	0	0	0
Opinión del docente o el director									
Existe problemas de disciplina en el aula (Doc)	N					0	0	0	0
Problemas de mobiliario en la escuela (Dir)	N					0	0	0	0
Infraestructura deficiente (Dir)	N					0	0	0	0
Falta de apoyo de los padres (Dir)	N					0	0	0	0
Estilo de liderazgo del director es autoritario (Doc)	N					0	0	0	0
La mayoría de los alumnos tiene poca capacidad de aprender	S					0	2	0	2
Grado de acuerdo de los docentes (Dir)	S					0	0	1	1
Satisfacción del docente con aspectos de la escuela (Doc)	S					0	0	1	1
Características del aula									
Carga docente	S	0				0	0	1	1
Carga docente (cuadrado)	S	0				0	0	1	1
Profesor del aula se reúne con otros profesores	S					0	0	0	0
Profesor de aula se reúne con el director	S					0	0	0	0
Porcentaje de competencias desarrolladas	S					0	0	0	0
Promedio de la prueba aplicada hace 2 años	N					1	0	0	1
Oportunidades de aprendizaje (cobertura del currículo, demanda cog)	N					0	0	0	0
Clima del aula de clase	S			P	5	1	0	0	1
Tiempo de aprendizaje diario en horas	N					0	0	1	1
Tiempo en el aula (horas)	N			0		0	0	1	1
Características de la escuela									
Cuenta con techo adecuado	S					0	0	0	0
El centro educativo elaboro el PCC	N					1	0	1	2
Promedio de docentes con formación universitaria	S					1	0	0	1
Infraestructura de la escuela	S	0				0	0	1	1
Biblioteca con más de 1000 libros	S	0				0	0	1	1
Participa en el programa de desayunos	N					0	0	1	1
Nivel socioeconómico de la escuela	S	0				0	0	1	1
Opinión de los padres respecto a la escuela									
Indicador de satisfacción de los padres con la escuela	S					1	0	0	1
Padres participan en la escuela (índice)	S	0				0	0	1	1

ANEXO 4: ESTIMACIONES DE LOS EFECTOS DE PARES

Cuadro 4.1. Análisis multivariado para Lógico Matemática usando la primera definición de pares (Todos los compañeros de aula).

	Urb - Rur		Urb - Rur		Rural		Urb - Rur		Rural	
	Coef.	SE	Coef.	SE	Coef.	SE	Coef.	SE	Coef.	SE
<i>Género del estudiante</i>	11.50 ***	(1.85)	11.67 ***	(2.31)	9.77 **	(3.19)	11.44 ***	(2.27)	9.69 **	(3.19)
<i>Edad del estudiante</i>	-2.27 **	(0.85)	-1.82 +	(1.10)	-1.45	(1.35)	-1.82 +	(1.09)	-1.26	(1.35)
<i>Proporción de hermanos mayores que tiene el alumno</i>	0.28	(2.64)	-1.09	(3.43)	0.41	(5.24)				
<i>Nadie lo ayuda con sus tareas</i>							6.74 *	(3.09)	5.61	(4.64)
<i>Número de libros en casa</i>	2.27 *	(0.99)	2.20 +	(1.22)	1.91	(2.06)	1.77	(1.14)	1.56	(2.05)
<i>Nivel educativo de la madre</i>	2.33 **	(0.76)	2.99 **	(0.92)	2.39	(1.72)	3.37 ***	(0.88)	2.32	(1.69)
<i>Nivel educativo del padre</i>	0.95	(0.69)	1.04	(0.84)	1.33	(1.39)	0.97	(0.83)	1.68	(1.39)
<i>Porcentaje de estudiantes hombres en el aula</i>	-8.67 +	(4.73)	-10.92 +	(5.78)	-2.22	(8.92)	-11.58 *	(5.70)	-11.88	(8.91)
<i>Edad de los estudiantes del aula - Promedio del aula</i>	3.00 +	(1.60)	-4.00 +	(2.08)	-4.72 +	(2.50)	-6.05 **	(2.05)	-7.56 **	(2.52)
<i>Proporción de hermanos mayores del niño - Promedio del aula</i>			37.14 ***	(8.53)	71.88 ***	(12.58)				
<i>Proporción de estudiantes que nadie los ayuda con sus tareas</i>							13.09 +	(7.24)	16.45 +	(9.19)
<i>Libros en casa - Promedio del aula</i>	0.54	(1.95)	10.69 ***	(2.40)	2.50	(3.66)	11.96 ***	(2.30)	3.61	(3.68)
<i>Educación de la madre - Promedio del aula</i>	-0.90	(1.30)	4.61 **	(1.58)	1.52	(2.79)	3.71 *	(1.50)	0.01	(2.77)
<i>Educación del padre - Promedio del aula</i>	0.22	(1.10)	-1.67	(1.39)	-3.24	(2.21)	-0.95	(1.34)	-1.54	(2.23)
<i>Centro educativo es público</i>	-3.72	(3.72)	-17.21 ***	(4.46)	-94.63 +	(57.12)	-16.17 ***	(4.25)	-74.84 +	(41.86)
<i>Género del docente</i>	-2.70	(1.85)	4.25 +	(2.29)	4.11	(3.06)	4.93 *	(2.25)	5.45 +	(3.07)
<i>Edad del docente</i>	0.14	(0.18)	0.12	(0.23)	-0.25	(0.31)	0.06	(0.23)	-0.34	(0.31)
<i>Años de experiencia del docente</i>	-0.29	(0.22)	-0.43	(0.29)	-0.18	(0.45)	-0.44	(0.29)	-0.07	(0.44)
<i>El docente es nombrado</i>	3.36	(2.43)	-0.13	(3.18)	0.66	(4.94)	1.60	(3.10)	0.88	(5.00)
<i>Remuneración mensual del docente por trabajar en el CE</i>	0.00	(0.01)	0.01	(0.01)	0.01	(0.01)	0.01	(0.01)	0.01	(0.01)
<i>Número de estudiantes del docente</i>	-0.54	(0.42)	-1.23 *	(0.54)	-1.89 **	(0.62)	-1.20 *	(0.54)	-1.91 **	(0.63)
<i>Cuenta con desaguë el CE</i>	3.51	(2.28)	21.24 ***	(2.97)	19.76 ***	(4.27)	20.81 ***	(2.92)	21.52 ***	(4.14)
<i>Puntaje en la prueba de LM - Promedio del aula</i>	0.79 ***	(0.02)								
<i>Constante</i>	44.41 *	(19.98)	281.58 ***	(25.56)	386.03 ***	(66.49)	311.18 ***	(24.67)	423.05 ***	(53.66)
<i>Delta (p value)</i>			1.030 ***	(0.000)	0.994 ***	(0.000)	0.660 **	(0.001)	0.746 **	(0.001)

Cuadro 4.2. Análisis multivariado para Lógico Matemática usando la segunda definición de pares (estudiantes que hablan la misma lengua en el recreo).

	Urb - Rur		Urb - Rur		Rural		Urb - Rur		Rural	
	Coef.	SE	Coef.	SE	Coef.	SE	Coef.	SE	Coef.	SE
<i>Género del estudiante</i>	11.86 ***	(2.15)	11.88 ***	(2.62)	9.06 *	(3.88)	11.68 ***	(2.56)	8.76 *	(3.85)
<i>Edad del estudiante</i>	-1.92 +	(1.05)	-1.47	(1.33)	-1.04	(1.69)	-1.74	(1.32)	-1.16	(1.68)
<i>Proporción de hermanos mayores que tiene el alumno</i>	2.33	(2.93)	0.30	(3.79)	-0.80	(6.24)				
<i>Nadie lo ayuda con sus tareas</i>							7.55 *	(3.48)	3.82	(5.55)
<i>Número de libros en casa</i>	2.54 *	(1.11)	2.32 +	(1.35)	0.94	(2.40)	2.18 +	(1.26)	1.09	(2.40)
<i>Nivel educativo de la madre</i>	2.63 **	(0.81)	2.88 **	(1.01)	0.96	(2.04)	3.29 **	(0.98)	0.80	(2.05)
<i>Nivel educativo del padre</i>	0.11	(0.74)	0.70	(0.90)	1.74	(1.52)	0.46	(0.90)	1.83	(1.55)
<i>Porcentaje de estudiantes hombres en el aula</i>	-6.87	(4.97)	-2.20	(5.84)	4.94	(8.58)	-2.92	(5.73)	0.85	(8.64)
<i>Edad de los estudiantes del aula - Promedio del aula</i>	0.80	(1.91)	-3.76	(2.29)	-4.07	(2.80)	-4.77 *	(2.25)	-5.55 *	(2.82)
<i>Proporción de hermanos mayores del niño - Promedio del aula</i>			27.14 **	(8.56)	48.51 ***	(12.50)				
<i>Proporción de estudiantes que nadie los ayuda con sus tareas</i>							2.76	(7.77)	10.07	(10.43)
<i>Libros en casa - Promedio del aula</i>	0.89	(2.10)	9.37 ***	(2.63)	5.14	(4.19)	9.80 ***	(2.54)	5.65	(4.24)
<i>Educación de la madre - Promedio del aula</i>	-0.97	(1.24)	3.05 +	(1.68)	1.12	(2.58)	2.03	(1.59)	-0.39	(2.62)
<i>Educación del padre - Promedio del aula</i>	0.46	(1.02)	-0.01	(1.32)	-1.72	(1.96)	1.04	(1.30)	0.13	(2.03)
<i>Centro educativo es público</i>	-6.03	(4.22)	-17.95 ***	(4.89)	-94.95 +	(56.29)	-17.41 ***	(4.66)	-78.12 +	(41.80)
<i>Género del docente</i>	-1.53	(2.15)	6.38 *	(2.58)	10.16 **	(3.58)	7.09 **	(2.52)	10.84 **	(3.58)
<i>Edad del docente</i>	0.10	(0.21)	0.05	(0.25)	-0.14	(0.36)	0.01	(0.25)	-0.23	(0.35)
<i>Años de experiencia del docente</i>	-0.18	(0.25)	-0.20	(0.32)	-0.06	(0.52)	-0.23	(0.32)	0.06	(0.52)
<i>El docente es nombrado</i>	1.12	(2.77)	-3.21	(3.41)	-3.38	(5.81)	-1.63	(3.34)	-3.82	(5.80)
<i>Remuneración mensual del docente por trabajar en el CE</i>	0.00	(0.01)	0.00	(0.01)	0.00	(0.01)	0.00	(0.01)	0.00	(0.01)
<i>Número de estudiantes del docente</i>	-0.33	(0.49)	-0.88	(0.61)	-1.72 *	(0.72)	-0.95	(0.61)	-1.94 **	(0.72)
<i>Cuenta con desagüe el CE</i>	5.88 *	(2.70)	24.02 ***	(3.39)	22.57 ***	(5.07)	24.20 ***	(3.34)	23.65 ***	(4.96)
<i>Puntaje en la prueba de LM - Promedio del aula</i>	0.72 ***	(0.03)								
<i>Constante</i>	79.82 **	(23.84)	283.75 ***	(27.29)	378.19 ***	(66.87)	305.27 ***	(26.30)	398.38 ***	(55.71)
<i>Delta (p value)</i>			0.989 ***	0.000	1.017 ***	0.000	0.267	0.655	0.725 +	0.097

Cuadro 4.3. Análisis multivariado para Comunicación Integral usando la primera definición de pares (Todos los compañeros de clase).

	Urb - Rur		Urb - Rur		Rur		Urb - Rur		Rur	
	Coef.	SE								
<i>Género del estudiante</i>	0.51	(1.931)	1.30	(2.083)	3.87	(2.836)	0.91	(2.051)	3.75	(2.819)
<i>Edad del estudiante</i>	-2.26 *	(0.926)	-2.09 *	(0.993)	-1.54	(1.188)	-2.10 *	(0.987)	-1.52	(1.191)
<i>Proporción de hermanos mayores que tiene el alumno</i>	3.52	(2.711)	2.52	(3.055)	1.79	(4.493)				
<i>Nadie lo ayuda con sus tareas</i>							3.78	(2.701)	3.46	(4.034)
<i>Número de libros en casa</i>	1.97 +	(1.070)	2.08 +	(1.103)	0.42	(1.801)	1.78 +	(1.048)	0.23	(1.804)
<i>Nivel educativo de la madre</i>	2.50 **	(0.782)	2.78 **	(0.803)	3.37 *	(1.409)	2.93 ***	(0.765)	3.25 *	(1.409)
<i>Nivel educativo del padre</i>	0.89	(0.746)	1.30 +	(0.780)	-0.46	(1.215)	1.40 +	(0.752)	-0.23	(1.234)
<i>Porcentaje de estudiantes hombres en el aula</i>	-12.96 **	(4.762)	-17.73 ***	(4.975)	-16.63 *	(7.386)	-17.80 ***	(4.842)	-20.68 **	(7.340)
<i>Edad de los estudiantes del aula - Promedio del aula</i>	1.07	(1.621)	-1.78	(1.769)	0.73	(2.049)	-2.36	(1.791)	-0.41	(2.107)
<i>Proporción de hermanos mayores del niño - Promedio del aula</i>			12.77 +	(7.395)	32.14 **	(10.129)				
<i>Proporción de estudiantes que nadie los ayuda con sus tareas</i>							2.73	(5.531)	4.01	(6.953)
<i>Libros en casa - Promedio del aula</i>	1.44	(2.027)	5.49 *	(2.173)	-1.10	(3.334)	6.02 **	(2.061)	-0.54	(3.244)
<i>Educación de la madre - Promedio del aula</i>	3.46 *	(1.381)	6.68 ***	(1.388)	4.63 +	(2.372)	6.05 ***	(1.339)	4.11 +	(2.330)
<i>Educación del padre - Promedio del aula</i>	-0.26	(1.175)	-1.87	(1.238)	-0.98	(2.121)	-1.48	(1.194)	-0.30	(2.117)
<i>Centro educativo es público</i>	-6.76 +	(3.940)	-12.28 **	(3.914)	-56.56 ***	(12.827)	-11.97 **	(3.744)	-46.54 **	(15.142)
<i>Género del docente</i>	7.78 ***	(1.908)	10.42 ***	(2.038)	9.83 ***	(2.757)	10.46 ***	(2.007)	10.09 ***	(2.782)
<i>Edad del docente</i>	0.22	(0.203)	-0.20	(0.221)	-0.21	(0.294)	-0.27	(0.217)	-0.31	(0.289)
<i>Años de experiencia del docente</i>	-0.38	(0.244)	0.10	(0.267)	-0.11	(0.394)	0.15	(0.260)	0.04	(0.390)
<i>El docente es nombrado</i>	-1.28	(2.583)	-3.33	(2.796)	-2.46	(4.199)	-1.93	(2.710)	-2.14	(4.179)
<i>Remuneración mensual del docente por trabajar en el CE</i>	0.00	(0.007)	-0.02 *	(0.007)	0.00	(0.010)	-0.01 *	(0.007)	0.00	(0.010)
<i>Número de estudiantes del docente</i>	-1.75 ***	(0.439)	0.15	(0.466)	-0.54	(0.516)	0.25	(0.459)	-0.41	(0.510)
<i>Cuenta con desahüe el CE</i>	16.46 ***	(2.467)	24.41 ***	(2.623)	18.72 ***	(3.562)	24.57 ***	(2.599)	19.81 ***	(3.488)
<i>Puntaje en la prueba de CI - Promedio del aula</i>	0.40 ***	(0.024)								
<i>Constante</i>	180.18 ***	(20.781)	281.56 ***	(21.455)	306.13 ***	(28.825)	291.19 ***	(20.981)	321.84 ***	(29.559)
<i>Delta (p value)</i>			0.84 ***	(0.000)	0.95 ***	(0.000)	0.42	(0.480)	0.54	(0.399)

Cuadro 4.4. Análisis multivariado para Comunicación Integral usando la segunda definición de pares (estudiantes que hablan la misma lengua en el recreo).

	Urb - Rur		Urb - Rur		Rur		Urb - Rur		Rur	
	Coef.	SE	Coef.	SE	Coef.	SE	Coef.	SE	Coef.	SE
<i>Género del estudiante</i>	-1.22	(2.242)	-0.50	(2.344)	3.27	(3.323)	-0.69	(2.303)	3.09	(3.288)
<i>Edad del estudiante</i>	-1.52	(1.192)	-1.54	(1.226)	-1.03	(1.498)	-1.77	(1.213)	-1.22	(1.488)
<i>Proporción de hermanos mayores que tiene el alumno</i>	4.57	(2.952)	2.76	(3.430)	-0.14	(5.328)	5.66 +	(3.027)	2.21	(4.870)
<i>Nadie lo ayuda con sus tareas</i>										
<i>Número de libros en casa</i>	2.03 +	(1.198)	2.07 +	(1.226)	-0.64	(2.077)	1.86	(1.158)	-0.60	(2.064)
<i>Nivel educativo de la madre</i>	2.99 ***	(0.829)	3.05 ***	(0.833)	3.50 *	(1.487)	3.30 ***	(0.793)	3.41 *	(1.487)
<i>Nivel educativo del padre</i>	0.78	(0.780)	1.17	(0.797)	-1.19	(1.210)	1.20	(0.768)	-0.96	(1.228)
<i>Porcentaje de estudiantes hombres en el aula</i>	-8.68 +	(4.903)	-5.92	(4.988)	-3.09	(7.040)	-6.89	(4.860)	-6.22	(6.973)
<i>Edad de los estudiantes del aula - Promedio del aula</i>	-1.32	(1.863)	-3.60 +	(1.891)	-2.17	(2.236)	-3.58 +	(1.889)	-2.61	(2.280)
<i>Proporción de hermanos mayores del niño - Promedio del aula</i>			12.01	(7.724)	24.35 *	(10.593)				
<i>Proporción de estudiantes que nadie los ayuda con sus tareas</i>							-2.71	(5.914)	5.83	(7.672)
<i>Libros en casa - Promedio del aula</i>	2.22	(2.203)	4.46 *	(2.207)	0.79	(3.360)	4.65 *	(2.123)	0.55	(3.312)
<i>Educación de la madre - Promedio del aula</i>	3.09 *	(1.372)	4.03 **	(1.392)	0.74	(2.006)	3.29 *	(1.329)	0.21	(1.975)
<i>Educación del padre - Promedio del aula</i>	-0.06	(1.090)	0.03	(1.094)	0.81	(1.621)	0.62	(1.086)	1.75	(1.635)
<i>Centro educativo es público</i>	-5.73	(4.249)	-9.60 *	(4.315)	-65.09 ***	(13.013)	-9.64 *	(4.128)	-56.87 ***	(14.474)
<i>Género del docente</i>	8.67 ***	(2.203)	11.00 ***	(2.245)	10.76 **	(3.122)	11.05 ***	(2.204)	10.94 **	(3.155)
<i>Edad del docente</i>	0.01	(0.213)	-0.26	(0.224)	-0.17	(0.303)	-0.34	(0.221)	-0.27	(0.301)
<i>Años de experiencia del docente</i>	-0.05	(0.261)	0.28	(0.273)	0.05	(0.425)	0.34	(0.268)	0.19	(0.424)
<i>El docente es nombrado</i>	-5.44 +	(2.919)	-7.48 *	(3.045)	-7.52	(4.866)	-5.80 *	(2.947)	-7.44	(4.791)
<i>Remuneración mensual del docente por trabajar en el CE</i>	-0.01	(0.008)	-0.02 *	(0.008)	-0.01	(0.012)	-0.02 *	(0.008)	-0.01	(0.012)
<i>Número de estudiantes del docente</i>	-1.18 *	(0.516)	0.23	(0.512)	-0.67	(0.564)	0.25	(0.509)	-0.69	(0.560)
<i>Cuenta con desagüe el CE</i>	21.98 ***	(2.830)	27.40 ***	(2.903)	23.83 ***	(4.088)	27.89 ***	(2.873)	24.71 ***	(4.023)
<i>Puntaje en la prueba de CI - Promedio del aula</i>	0.26 ***	(0.024)								
<i>Constante</i>	230.00 ***	(22.102)	296.34 ***	(22.082)	345.30 ***	(30.859)	304.19 **	(21.244)	354.85 ***	(31.225)
<i>Delta (p value)</i>			0.81 **	(0.001)	1.01 ***	(0.000)	-0.92	(0.791)	0.73	(0.253)