

Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula

Ángel Homero Flores Samaniego y Adriana Gómez Reyes

Resumen: El objetivo del presente artículo es caracterizar la evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje desde la perspectiva de un modelo de enseñanza centrado en el estudiante, *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*, que hemos venido construyendo desde hace varios años. Como premisa de la descripción del modelo y la ilustración de sus instrumentos de evaluación, se hace una revisión de algunos textos relevantes sobre evaluación producidos en los últimos años y se analizan, someramente, los principales programas de matemática de Bachillerato de México con respecto a la evaluación: Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH), Escuela Nacional Preparatoria (ENP), Dirección General del Bachillerato (DGB) de la Secretaría de Educación Pública y Nivel Medio Superior del Instituto Politécnico Nacional. Los instrumentos de evaluación que se ilustran son *rúbrica*, *matriz de resultados*, *V de Gowin*, *lista de cotejo* y *bitácora COL*, que fueron aplicados en diferentes cursos de bachillerato impartidos tanto a alumnos como a profesores.

Palabras clave: evaluación alternativa, modelo de enseñanza, instrumentos de evaluación.

Learning Mathematics, Doing Mathematics –assessment in the classroom

Abstract: The goal of this paper is to depict assessment of teaching and learning processes from the point of view of a student-centered teaching model, *Learning Mathematics, Doing Mathematics*, under construction since several years ago. As a premise of our model description and the illustration of some of its assessment instruments, we discuss some relevant texts on assessment produced in recent years, and we discuss the main mathematics curricula on Mexican High School System with respect to assessment: Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH), Escuela Nacional Preparatoria (ENP), Dirección General del Bachillerato (DGB) of Secretaría de Educación Pública, and High School of Instituto Politécnico Nacional. The assessment instruments that we illustrate are *rubrics*, *result matrix*, *Gowin's V*,

Fecha de recepción: 20 de mayo de 2008.

checklist, and *COL binnacle*, applied in several bachillerato courses taught to students and teachers as well.

Keywords: alternative assessment, student centered teaching model, assessment instruments.

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza, se suele confundir la evaluación con el proceso de acreditación de un curso. Por lo general, las actividades de evaluación (léanse exámenes, tareas y trabajos extraescolares) son un momento aparte del curso, una interrupción de éste para examinar el conocimiento de nuestros alumnos. Como la evaluación se usa exclusivamente para asignar una calificación, resulta que, si un estudiante no sale bien en un examen o no hace sus tareas correctamente, tendrá una baja calificación y una alta probabilidad de reprobar el curso. De este modo, el interés del estudiante se centra en pasar los exámenes y hacer bien las tareas; ése es su único objetivo y no el aprendizaje de un cierto conocimiento.

Desde hace varios años, en los programas de matemática de las instituciones educativas de gran parte del mundo, se han dado cambios que apuntan hacia una enseñanza más efectiva. Como consecuencia de esto, la mayoría de los programas de estudio de matemática se centran en el desarrollo de aprendizajes y competencias en el estudiante. La tendencia en estos programas es cambiar el enfoque de enseñanza centrado en el profesor a una enseñanza centrada en el alumno.

En una enseñanza basada en el profesor, éste es el principal protagonista del proceso: decide qué se va a enseñar y cómo, qué reglas de comportamiento habrá dentro del aula y, en última instancia, determina quién aprendió matemática y, por tanto, quién merece pasar el curso. Casi siempre el profesor muestra el conocimiento frente al alumno en una especie de conferencia magistral y, con un solo discurso, pretende que todo el grupo entienda lo que está queriendo comunicar; el profesor hace, o sólo reproduce, la matemática en el pizarrón y después pide a sus alumnos que la vuelvan a reproducir. El estudiante tiene un papel pasivo en esta forma de enseñanza; si tiene dudas, puede plantearlas sólo si el profesor lo permite y opina, sólo cuando el profesor le da la palabra.

Cuando la enseñanza se centra en el profesor, éste *mide* el conocimiento del alumno a través de exámenes y trabajos en momentos ajenos al proceso de aprendizaje y, con los resultados de esta medición, decide quién es apto para

seguir con cursos posteriores y quién no. Por lo general no existe una evaluación sistemática y efectiva del proceso de enseñanza y aprendizaje que avale las decisiones del profesor. Por el contrario, en un modelo de enseñanza centrado en el alumno, éste es quien aprende la matemática, haciendo la matemática; él es parte activa en la adquisición de su conocimiento. Se basa en un principio pragmático de “manos a la obra”. Algo muy parecido a lo que sucede cuando se aprende un oficio: un aprendiz de zapatero aprende trabajando en un taller, no en un aula. En este tipo de enseñanza, los alumnos aprenden matemática aplicando sus conocimientos previos. El aprendizaje se da en un contexto social de colaboración y armonía, donde el profesor es sólo el guía que encabeza el proceso.

Este planteamiento fue propuesto en la década de 1950. Primero, como una *educación centrada en la persona*, en la que se pone énfasis en la comprensión del profesor, la autoconciencia, actividades iniciadas y reguladas por el estudiante, y el fomento de un pensamiento crítico. Y más adelante, en la década de 1990, como una educación centrada en el aprendiz y en la que se habla del acoplamiento de un planteamiento centrado en el aprendizaje en general, con un planteamiento centrado en el aprendizaje individual. Está fundamentado en factores de diferencias individuales y cuatro dominios: metacognitivo y cognitivo, afectivo y emocional, social (Cornelius-White, 2007, pp. 113-115).

La evaluación está íntimamente ligada al proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que, al cambiar la definición del proceso, la evaluación también debe cambiar (Gómez, Matus y Sevilla, 2003).

En un modelo basado en el estudiante, la evaluación es el medio que aporta las evidencias relevantes sobre el desempeño de los estudiantes, el profesor y el Medio Ambiente de Enseñanza-Aprendizaje (MAE), a fin de entender los procesos que se dan durante la interacción de estos tres elementos, tomando las decisiones pertinentes y mejorando esta interacción si es el caso.

Ahora bien, en los últimos tiempos ha habido un interés por redefinir la evaluación y hacerla acorde con una enseñanza basada en aprendizajes o en competencias. La evaluación debe poner atención en la matemática que es importante, debe ser justa para los estudiantes, los profesores y la institución; debe fomentar el aprendizaje del estudiante, haciéndole ver qué es lo que ya sabe y qué debe aprender o qué puede hacer (Balanced Assessment Project, 2000, p. vi; Clarke, 1997, pp. 2-3). Además, la evaluación debe hacerse a través de diferentes fuentes de información o instrumentos de evaluación, entre los que se cuentan cuestionarios con preguntas abiertas, cuestionarios de opción múltiple, conversaciones, bitácoras o diarios y portafolios (NCTM, 2000, pp. 22-24;

Garrison y Ehringhaus, 2008; Gómez, 2007). Estos estudios aportan resultados interesantes; coinciden en que la evaluación debe dar la información necesaria y pertinente para retroalimentar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por su parte la OCDE, en su programa de evaluación PISA (OCDE, 2006, pp. 8-10), adopta un planteamiento amplio de la evaluación del conocimiento y las habilidades que reflejan los cambios actuales en los programas de estudio, pasando de un planteamiento basado en la escuela a un planteamiento basado en el uso del conocimiento en actividades y retos cotidianos. Tales habilidades reflejan la capacidad de los estudiantes para continuar aprendiendo durante toda su vida, aplicando lo que aprendieron en la escuela en contextos no escolares. El propósito principal de la evaluación de la OCDE es determinar el grado de adquisición de conocimiento y habilidades en lectura, matemática y ciencia que necesitarán en la vida adulta.

La evaluación realizada por la OCDE se inicia en el aula, pero los objetivos que persigue van mucho más allá del salón de clases, apuntan a crear estándares que permitan la comparación de los países que la conforman y lograr, de manera conjunta, políticas efectivas de educación.

De lo anterior podemos concluir que la evaluación debe tener como finalidad la obtención de información para la toma de decisiones que permita lograr una mejora en el proceso de enseñanza y aprendizaje a través de su entendimiento.

Por su parte, en los programas de matemáticas del nivel medio superior o bachillerato mexicano, se tienen diferentes concepciones de evaluación (que en ocasiones se confunde con la acreditación de un curso), sin que éstas sean del todo acordes con la metodología de enseñanza expuesta en ellos.

En el cuadro 1 presentamos las posiciones sobre evaluación encontradas en los programas de estudio de las principales instituciones de este nivel en México y que reflejan la tendencia educativa en todo el país (Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM, 1986; Escuela Nacional Preparatoria, UNAM, 2003; Dirección General del Bachillerato, SEP, 2004; IPN, 2002, 2006).

En el presente artículo se darán los pormenores de un modelo de enseñanza llamado *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* que se ha estado instrumentando desde hace varios años en el bachillerato, en particular en el Colegio de Ciencias y Humanidades de la UNAM, y que ha sido ampliamente socializado en el medio educativo a través de cursos, talleres, ponencias en congresos y conferencias (Flores, 2006a, b, c, d, 2007a, b, c y 2008a, b) y de las implicaciones en la evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje; se verán también algunos ejemplos del tipo de actividades que se utilizan en el modelo y sus instrumentos de evaluación aplicados en cursos con alumnos y profesores.

Cuadro 1

Institución	CCH-UNAM	ENP-UNAM	DGB-SEP	CECYT-IPN
Enfoque de enseñanza	Resolución de problemas; pensamiento algebraico; pensamiento geométrico	Resolución de problemas con énfasis en la algoritmia.	Resolución de problemas; pensamiento numérico, algebraico, geométrico y probabilístico.	Resolución de problemas con uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC).
Tipo de evaluación	Ordinaria durante los cursos y extraordinaria para acreditar un curso ya reprobado.	Diagnóstica	Diagnóstica, formativa y sumativa.	Formativa y sumativa.
Objetivos de la evaluación	Hacer un seguimiento continuo del desarrollo del proceso educativo para identificar los avances y las dificultades de los estudiantes en la consecución de los objetivos.	No hay objetivos explícitos.	Formativa: corregir posibles errores; verificar avances del estudiante y <i>rectificar</i> estrategias didácticas.	Contribuir a la mejora de la calidad, ofreciendo información para emitir juicios.
Instrumentos	Exámenes; <i>instrumentos de autoevaluación</i> ; ejercicios; tareas; prácticas guiadas; trabajos de investigación; e informe de visitas a museos.	Ninguno	Interrogatorios verbales no estructurados; escalas de Likert y Thurstone; la <i>Plenaria (sic)</i> ; exposiciones; trabajos; tareas; simuladores escritos; cuaderno de trabajo; <i>participación en la solución de problemas (sic)</i> ; y pruebas objetivas.	Exámenes, tareas e informes de resolución de problemas

Cuadro 1 (continuación)

Institución	CCH-UNAM	ENP-UNAM	DGB-SEP	CECYT-IPN
Observaciones	Se concibe la evaluación como un proceso continuo y se da mucha importancia a los exámenes; éstos deben ser acumulativos (tanto los parciales como los globales).	Se restringe la evaluación a la <i>identificación de las partes de un problema, la organización de estas partes y la relación entre ellas</i> , creando una terrible confusión al tratar de establecer recetas que se puedan aplicar.	Se consideran los tres tipos de evaluación como procesos independientes que se complementan. No se hace una definición de los instrumentos de evaluación. Hay confusión entre evaluación y acreditación.	Los exámenes se consideran para evaluar todas las habilidades por desarrollar. Deben incluir problemas y considerar los diferentes procesos de solución.

UN MODELO DE ENSEÑANZA CENTRADA EN EL ESTUDIANTE

Sin temor a caer en un error, se podría afirmar que la mayoría de los profesores de matemática fuimos educados de una manera tradicional, basada en exposiciones magistrales; muchos de nosotros, incluso, en la filosofía de que *la letra con sangre entra*. En esta forma de educación, los expertos tienen el derecho de probar y examinar nuestros conocimientos y, dado el caso, castigar nuestras fallas y nuestra inexperiencia (una baja calificación, repetir el curso, la no obtención de un empleo, etcétera).

En este contexto, el profesor es el que decide quién aprendió y quién no, y el instrumento para tomar dicha decisión es el examen. El estado evalúa el conocimiento de los egresados de los niveles superiores con un examen; es necesario hacer un examen para ingresar a las instituciones educativas; un examen es el determinante para obtener un empleo; un examen es el instrumento para decidir si una persona es apta para impartir clases en muchas escuelas; organismos internacionales determinan el grado de desarrollo educativo de los países con una prueba, muchas veces se determina nuestra cordura o nuestra inteligencia con un *test* psicológico. En resumen, vivimos en una sociedad que evalúa a sus ciudadanos mediante exámenes.

Si tenemos en cuenta que una de las principales metas de la educación matemática de nuestros alumnos es aprender matemática, entonces la evaluación

debe ser un proceso que apunte hacia el mejoramiento del aprendizaje del estudiante. Las actividades de evaluación no deben ser distintas de las de aprendizaje y deben tener como objetivo mejorar las condiciones del curso con respecto a la actuación del profesor, el desempeño del estudiante, la calidad de las actividades que se presenten, los programas de estudio y el sistema educativo en su conjunto.

Si, además, consideramos que el profesor trabaja con seres humanos que piensan y sienten, que tienen derechos y obligaciones y que están aprendiendo cuáles son esos derechos y obligaciones, es nuestro deber como educadores darles las herramientas necesarias para que su inserción a la sociedad sea lo más exitosa posible.

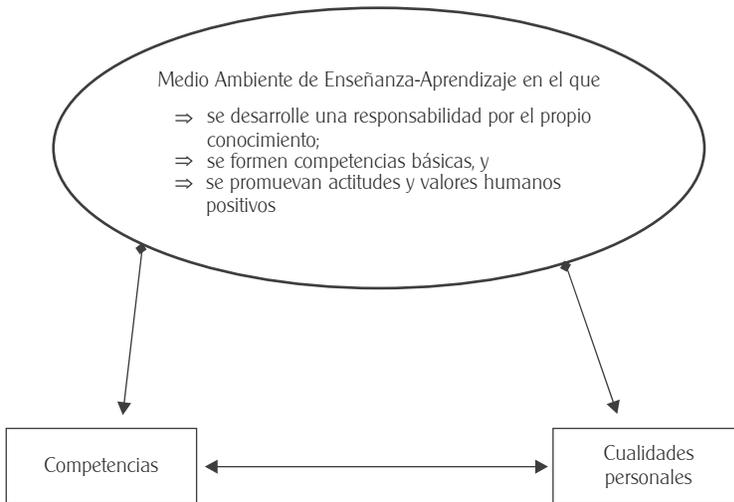
Así pues, una educación centrada en el estudiante puede resolver, al menos en parte, los problemas que enfrenta el docente en un aula. Una evaluación coherente con este modelo educativo es más objetiva y justa para todos, al centrarse también en el estudiante.

La propuesta de enseñanza *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* se basa en el fomento de una Cultura Básica en Matemática. Diremos que un individuo con una cultura básica en matemática es aquel que posee:

- Un pensamiento matemático que le permite reconocer patrones y generalizar, justificar resultados mediante argumentos matemáticos, y utilizar las representaciones de un mismo objeto matemático.
- Habilidades de resolución de problemas que le permiten usar su pensamiento matemático para plantear y resolver problemas dentro y fuera del ámbito matemático.
- Competencia en el uso de tecnología que le permite utilizar las tecnologías que tiene a su alcance para facilitar la resolución de problemas y la adquisición de su conocimiento.
- Actitudes positivas hacia las tareas matemáticas que le permiten plantear problemas y argumentar su resolución como una responsabilidad propia que redundará en su beneficio y en beneficio de los demás.
- Valores humanos que le permitan una mejor convivencia con sus semejantes y el ambiente que le rodea.

Así pues, en el modelo se propone un Medio Ambiente de Enseñanza-Aprendizaje (MAE, entendido como todo aquello que contribuye al proceso de enseñanza y aprendizaje, desde el aula y su mobiliario hasta las actividades de en-

Figura 1 Aprender Matemática, Haciendo Matemática



señanza y las relaciones que se dan dentro del aula) que permita el desarrollo por parte del estudiante de una responsabilidad por la adquisición de su propio conocimiento, se fomenten conocimientos y competencias matemáticas básicas y se promuevan actitudes y valores humanos positivos. El logro de lo anterior se busca a través de la adquisición de competencias y de cualidades personales.

Los tres primeros elementos de la cultura básica, pensamiento matemático, resolución de problemas y uso de tecnología, se refieren al aspecto de competencias del modelo de enseñanza; mientras que los dos últimos, actitudes positivas hacia la matemática y valores humanos, se refieren al aspecto de cualidades personales (figura 1).

COMPETENCIAS

Las actividades en el aula encaminadas a fomentar las competencias del estudiante se clasifican en tres tipos:

EXPLORACIÓN

En este tipo de actividades, los estudiantes exploran una situación específica a fin de responder una pregunta o resolver un problema. Durante la exploración pueden surgir ciertos hechos a manera de conjeturas que es necesario validar antes de seguir adelante con la exploración. Con las actividades de exploración, se puede fomentar en los estudiantes la capacidad de generalizar y de usar un pensamiento deductivo, al mismo tiempo que se adquiere nuevo conocimiento sobre cómo resolver problemas.

Como ejemplo tenemos la siguiente actividad con *Sketchpad*:

En un triángulo equilátero, encuentra un punto tal que la suma de la distancia de éste a los tres lados del triángulo sea mínima. Antes de iniciar la exploración con el software, trata de determinar dónde se puede colocar el punto. Explica tus resultados.

Estas actividades se utilizan principalmente en temas de geometría euclidiana, pero es posible extenderlas a casi todos los temas de matemática.

Modelación

Entendemos por *modelación* el proceso mediante el cual es posible encontrar un modelo matemático que reproduzca lo mejor posible los datos obtenidos en el estudio de un fenómeno o una situación; tal fenómeno o situación pueden venir de cualquier campo del conocimiento o de la vida cotidiana. Un modelo puede ser, principalmente, una función matemática, pero es posible tener modelos geométricos, numéricos y de otro tipo.

Se pueden diferenciar dos tipos de actividades de modelación:

- Situaciones *piensa y actúa* en las que el estudiante debe averiguar cómo obtener los datos necesarios para construir el modelo. Un ejemplo de una situación de este tipo es la siguiente:

En un estacionamiento cobran \$3.00 por las primeras tres horas y después \$4.00 por cada 15 minutos. Encuentra un modelo matemático que represente esta situación. ¿Cuánto tienes que pagar si dejas tu carro en este estacionamiento durante 4:30 horas? ¿Cuánto tiempo puedes dejar tu carro en el estacionamiento si dispones de \$15.00?

- Situaciones de *ajuste de curvas* en las que el estudiante empieza con un conjunto de datos tomados de alguna situación particular y deben hallar el modelo que mejor reproduzca los datos. La idea es que el estudiante grafique los datos y ajuste una curva que mejor se adapte a ellos. El profesor puede darle al estudiante los datos en una tabla o el estudiante los puede obtener de algún experimento. A manera de ejemplo tenemos lo siguiente:

Los datos de la tabla corresponden al peso de pavos hembra y a las raciones de alimento que se les suministra dependiendo de su edad en semanas en una granja de pavos en Santa Catarina, Brasil (adaptada de Biembengut y Heins, 2000).

Edad (semanas)	Peso (gramos)	Ración (gramos)	Edad (semanas)	Peso (gramos)	Ración (gramos)
1	107	104	10	4194	1568
2	222	230	11	4870	1710
3	423	340	12	5519	1957
4	665	470	13	6141	1969
5	971	700	14	6732	2093
6	1466	922	15	7290	2115
7	2079	1146	16	7813	2165
8	2745	1270	17	8299	2160
9	3495	1396	18	8744	2180

A partir de estos datos encuentra el tiempo más adecuado para vender los pavos. Explica tu respuesta. Grafica los datos con respecto al peso y la edad en un sistema de coordenadas y encuentra la ecuación de la curva que mejor se adapte a los datos. ¿Con este modelo puedes predecir razonablemente el peso de un pavo de 12.5 semanas, de 20 semanas? Explica tu respuesta.

En las actividades de modelación se tiene un doble propósito: para los estudiantes es hallar un modelo matemático; y para el profesor es que los estudiantes aprendan o recuerden la matemática que está detrás del proceso de hallar el modelo.

Problemas no rutinarios

Este tipo de problemas se pueden resolver de manera no usual, poniendo en práctica habilidades de resolución de problemas y de razonamiento, y se salen del tipo de problemas en los que hay que aplicar un algoritmo de manera más o menos mecánica. El siguiente es un ejemplo de problema no rutinario (NCTM, 1991):

¿En dónde hay que colocar una parada de autobús que dará servicio a los habitantes de 13 casas que están a lo largo de un lado de una carretera. La distancia total de la parada a las casas debe ser mínima?

Con los problemas no rutinarios es posible hacer exploraciones, tener situaciones de validación de conjeturas y fomentar un pensamiento matemático y habilidades de resolución de problemas.

También es posible aumentar el potencial para desarrollar competencias de las actividades mencionadas si, además, hacemos uso de las tecnologías de la información y de la comunicación y de software educativo. En particular se recomiendan el uso del programa de Geometría Dinámica, *The Geometer's Sketchpad*, por su versatilidad para tratar casi cualquier tema de matemática.

CUALIDADES PERSONALES

Las cualidades personales se refieren a actitudes positivas con respecto a las tareas matemáticas y a valores humanos que facilitan la convivencia dentro del aula. A fin de construir un MAE que propicie el desarrollo de las cualidades personales del alumno y del profesor, es necesario que este último deje su papel tradicional de máxima autoridad; autoridad que adquiere por el sólo hecho de estar frente al grupo, como sucede cuando centramos el proceso de enseñanza y aprendizaje en el profesor.

En un modelo de enseñanza centrado en el estudiante, el profesor, más que una autoridad, es un líder. Pero tal liderazgo lo adquiere a través de su trabajo y del trato que dé a sus estudiantes. En consecuencia, el aula no debe ser un lugar sombrío donde se palpe la tensión y el miedo como algo tangible, no debe ser una cámara de tortura para el estudiante. El profesor no debe ser el enemigo a vencer.

El aula debe ser el espacio de convivencia donde el estudiante aprenderá matemática haciendo matemática. Debe ser un lugar propicio para la discusión, el intercambio de ideas y opiniones; el lugar abierto donde un estudiante encontrará la ayuda de sus compañeros para aprender lo que se le haga difícil y donde podrá ayudar si es el caso. El aula debe ser el lugar donde el estudiante adquiera seguridad en sí mismo y en lo que hace. El lugar donde se alimenta su autoestima y se aprende a aceptar a los demás como son.

En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* se propone un MAE donde se fomenten tres valores humanos básicos que propician la convivencia armónica y el aprendizaje dentro del aula (Flores, 2008b).

Cooperación

Entendida como la acción de trabajar en armonía con otras personas para lograr el mismo objetivo. El propósito permanente de la cooperación es el beneficio mutuo en las relaciones humanas; se basa en el respeto mutuo, la tolerancia y la responsabilidad. En el estudiante, implica la capacidad de hacer de lado sus propias ideas y propuestas a fin de alcanzar los objetivos comunes.

Tolerancia

Considerada como la capacidad de considerar y aceptar las ideas de otros. Lleva a una convivencia pacífica. Cuando un estudiante reconoce y acepta la individualidad y la diversidad de otros, es posible que elimine desacuerdos y relaje las tensiones. Ofrece la oportunidad de descubrir y eliminar estereotipos y prejuicios con respecto al género, la ideología, la religión o la raza. Implica el conocimiento de los otros y el respeto por sus ideas y su situación.

Respeto

Considerado como el reconocimiento de los derechos y la dignidad de los otros. Implica una actitud de no ofensa y no violación de tales derechos. Se puede tener una actitud de respeto hacia los demás individuos, la sociedad y la naturaleza. Este respeto debe iniciarse con nosotros mismos, con el reconocimiento

de nuestra propia individualidad, que se desarrolla entre otras individualidades. En el aula, el respeto permite que el estudiante se manifieste libremente, con confianza y sin temores. Esto elevará su autoestima.

Si se tiene un MAE en donde el estudiante trabaje cooperativamente con tolerancia y respeto, es muy factible fomentar su responsabilidad por su quehacer matemático y por el de los otros.

Uno de los primeros requisitos para desarrollar un medio ambiente de enseñanza como el que se propone es que el profesor posea estos tres valores básicos y actúe en consecuencia.

Finalmente, una parte medular del modelo de enseñanza, *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*, es la evaluación de los procesos que se dan en el MAE. La evaluación servirá para retroalimentar todo el proceso de enseñanza-aprendizaje de modo que se obtenga información que redunde en un mejor desempeño del estudiante.

LA EVALUACIÓN EN EL AULA

Vista de esta manera, la evaluación necesita tener en cuenta todos los aspectos que se consideran en el modelo de enseñanza, tanto los que corresponden a las competencias como a las cualidades personales. Las herramientas tradicionales de evaluación, exámenes y tareas principalmente, resultan insuficientes para la recopilación de la información necesaria y para su análisis, e incluso para lograr una retroalimentación efectiva y oportuna con los estudiantes.

Pellegrino *et al.* plantean esta necesidad de evaluar múltiples aspectos al hablar de herramientas de evaluación recientes

...ahora es posible caracterizar el logro de los estudiantes en términos de múltiples aspectos de competencia y no en términos de un solo puntaje: hacer el seguimiento del proceso de los estudiantes a lo largo del tiempo, en lugar de simplemente medir el desempeño en algún momento particular; ocuparse de múltiples caminos o métodos alternos del desempeño valorado; modelar, vigilar y mejorar los juicios sobre la base de evaluaciones bien informadas; y modelar el desempeño no sólo en el nivel de los estudiantes, sino también en grupos, clases, escuelas y estados (Pellegrino, Chudowsky y Glaser; 2001/2004, p. 8).

Así, se subraya la necesidad de evaluación en el mismo sentido que se marca dentro del modelo propuesto: a lo largo de todo el proceso, considerando los múltiples aspectos del aprendizaje, buscando juicios justos y bien informados y, sobre todo, evaluando no sólo a los estudiantes, sino todo el proceso en conjunto.

No se debe perder de vista que en cada situación la evaluación adecuada puede ser diferente, dependiendo de los aprendizajes particulares que se están buscando, del desempeño del grupo e, incluso, de la competencia y las preferencias del profesor.

La capacitación y la actitud del docente son primordiales para el buen funcionamiento del modelo de enseñanza y su evaluación.

INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Cada instrumento de evaluación tiene características particulares que le dan ventajas y desventajas con respecto a los otros instrumentos, por lo que una evaluación limitada sólo a algún instrumento no tendrá suficiente información para la toma de decisiones requerida.

En el presente trabajo nos concentraremos en el análisis de algunas de estas herramientas, ya que el trabajo con todas ellas resultaría demasiado extenso. Se eligieron *rúbrica*, *matriz de resultados*, *V de Gowin*, *lista de cotejo* y *bitácora COL*, por considerar que forman una muestra representativa que permite evaluar el amplio espectro de competencias y cualidades consideradas en el modelo.

Los ejemplos que se muestran a continuación fueron aplicados en cursos impartidos a profesores y alumnos de bachillerato y posgrado en el contexto del modelo de enseñanza.

RÚBRICA

La rúbrica es una tabla en la que se relacionan criterios y estándares de calidad con respecto al desempeño de cierta tarea. Se utiliza para evaluar tanto productos como procesos. Las columnas de la matriz consisten en los estándares de calidad con los que se quiere evaluar y, en los renglones o filas de la matriz, se presentan los conceptos o puntos que se van a evaluar.

Para elaborar una rúbrica, se requiere identificar cuáles son las características que se observarán, elegir el tipo de escala adecuada y determinar los requeri-

Cuadro 2 Rúbrica del cuestionario diagnóstico sobre evaluación en el aula

Estándares Criterios o aspectos	Experto	Avanzado	Aprendiz
Definición de evaluación	Proceso de acopio de información con fines de retroalimentación.	Proceso de medición del desempeño y el avance del estudiante.	Proceso cuantitativo que lleva a la asignación de una calificación.
Instrumentos de evaluación	Utiliza más de tres instrumentos y los integra en un portafolio.	Utiliza más de tres instrumentos.	Utiliza sólo exámenes, tareas en casa y participaciones.
Objetivos de la evaluación	Sirve para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en varios aspectos: el desempeño del alumno y del profesor, la viabilidad del currículo, y el desempeño de la institución.	Sirve para mejorar el desempeño del alumno y del profesor y para asignar una calificación al alumno.	Sirve para asignar, de manera objetiva y justa una calificación al estudiante.

mientos de cada uno de los estándares de calidad, empezando con el más alto y siempre referido al trabajo o desempeño real de los estudiantes. Estos estándares de calidad pueden ser cualitativos o cuantitativos, dependiendo de la actividad.

Se recomienda, en la medida de lo posible, que los estudiantes participen en el diseño de las rúbricas, de esta manera estarán más conscientes de qué se espera de su desempeño. Es decir, cuál sería el desempeño óptimo y cuál el más pobre. Otra recomendación es que los profesores diseñen rúbricas de manera colegiada para uniformar los criterios de evaluación.

La siguiente rúbrica (cuadro 2) se diseñó para analizar los resultados de un cuestionario diagnóstico aplicado a profesores de reciente ingreso al Colegio de Ciencias y Humanidades para el curso titulado *Evaluación alternativa en matemáticas*.

El cuestionario consistió en tres preguntas:

- ¿Qué es la evaluación en el aula?
- ¿Qué instrumentos de evaluación utilizas en el salón de clase?
- ¿Cuáles son los objetivos de la evaluación en el aula?

Una de las grandes ventajas de esta herramienta es que permite ver, de manera objetiva, cuáles son las características de cada aspecto que le permitirán al estudiante alcanzar los estándares deseados. En este caso, por ejemplo, podemos observar que, para considerarse experto en los objetivos de evaluación, es necesario reconocer que la evaluación sirve para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en varios aspectos y, en cuanto a su definición, que la retroalimentación del proceso es algo importante para el avance del estudiante; mientras que, si piensa que la evaluación tiene como objetivo asignar una calificación justa, alcanzará un estándar de aprendizaje en este aspecto.

MATRIZ DE RESULTADOS

Una matriz de resultados consiste en una tabla con cuatro columnas: en la primera viene la pregunta o la actividad que se va a evaluar, en la segunda la respuesta que el evaluador espera obtener, en la tercera se incluye la respuesta que el evaluado consigna en su hoja de trabajo y en la última vienen los comentarios que el evaluador crea pertinentes.

El objetivo de la matriz de resultados es comparar tales respuestas con un estándar esperado o detectar los puntos de debilidad en el proceso de aprendizaje.

La matriz de resultados permite reunir y ordenar los datos de una cierta actividad con el propósito de realizar un análisis ordenado y objetivo de un conjunto de respuestas, o de información, dadas por los alumnos. Se utiliza, principalmente, para evaluar habilidades de argumentación o resolución de problemas, pero puede reducirse solamente a la evaluación de conceptos. Se recomienda pedir al estudiante que consigne en su hoja de trabajo todo lo que haya hecho; esto permite ver cuál es el curso de sus razonamientos mientras lleva a cabo la actividad.

La siguiente matriz (cuadro 3) corresponde a una de las actividades de un cuestionario diagnóstico que se ha aplicado en diferentes cursos de geometría para profesores de bachillerato.

La matriz se construyó durante el curso *La geometría euclidiana en un ambiente de geometría dinámica*, impartido en un bachillerato tecnológico. El ejercicio consistió en que especificaran si la afirmación era verdadera o falsa, argumentando ampliamente su respuesta.

Con esta herramienta, el profesor tiene oportunidad de observar la diferencia entre la concepción previa del grupo y la situación real. A partir de esta diferencia

Cuadro 3 Matriz de resultados para el curso
La geometría euclidiana en un ambiente de geometría dinámica

Pregunta	Respuesta esperada	Respuesta obtenida	Observaciones
a) Un triángulo cuya mediana es perpendicular al lado que interseca es equilátero.	<i>Ambigua.</i> Si cualquier mediana es perpendicular al lado que interseca es equilátero, entonces es verdadero; si sólo una mediana es perpendicular, el triángulo isósceles es un contraejemplo.	1 Respuesta esperada 1 VERDADERA. Un dibujo sin explicación. 1 FALSA. Uso de simbología sin demostración. 1 FALSA. Usa deducción para demostrar lo que no se quiere. 2 FALSA. Confusión entre mediana y mediatriz. 7 FALSA. El triángulo isósceles es contraejemplo.	Una lectura entre líneas que hace que se pierda el verdadero sentido de la afirmación. Uso de contraejemplos para argumentar. Una preocupación por el lenguaje matemático en detrimento de la dirección que lleva la argumentación.
b) Un cuadrilátero cuyas diagonales se cortan en su punto medio es un paralelogramo.	VERDADERA: Triángulos congruentes L-A-L, y ángulos alternos internos congruentes.	1 Sin repuesta. 1 VERDADERA. Dibujo sin explicación. 1 VERDADERA. Sin explicación. 1. FALSO. Trapecio como contraejemplo. 1 VERDADERA. Relato de hechos no relacionados. 2 Respuesta esperada. 5 VERDADERA. Afirmaciones erróneas.	Una confusión de conceptos como paralelogramo, rectángulo, cuadrilátero, cuadrado. Una pérdida de la dirección de la argumentación.

puede modificar su planeación o considerarla en planeaciones futuras, quizá en otros cursos. Las observaciones indican los puntos que hay que repasar o aclarar en las próximas actividades, por ejemplo, la confusión que el grupo tiene con el concepto de paralelogramos o la sobrevaloración del lenguaje matemáticos. En otros casos, la sección de observaciones puede mostrar alcances del grupo que no eran esperados y que pueden aprovecharse en actividades posteriores.

V HEURÍSTICA DE GOWIN

La V heurística de Gowin (figura 2) es un diseño gráfico en el que se indica la pregunta por responder o la conjetura por justificar; los hechos que podrían dar la clave de la respuesta o que podrían llevar a una justificación de una conjetura; los conceptos, la teoría, la filosofía o los principios que se utilizaron durante el procedimiento de resolución; y los procedimientos o las estrategias seguidas durante la actividad, así como las conclusiones o los resultados.

Este instrumento se utiliza para evaluar procedimientos de resolución de problemas en el desarrollo de prácticas o en la justificación de resultados o conjeturas. Como instrumento de evaluación, la V de Gowin, puede servir para detectar cómo plantea un estudiante un determinado problema, cuáles conceptos usa en su resolución y cuáles estrategias de solución o heurísticas emplea. Como instrumento de enseñanza, se puede utilizar para propiciar que el estudiante estructure su manera de pensar y resolver problemas, de modo que pueda hacer explícito su conocimiento tácito. En este caso, es el estudiante quien realiza la V de Gowin.

Los siguientes ejemplos (figuras 3 y 4) corresponden a la construcción del punto medio de un segmento con regla y compás. Después del procedimiento de construcción, se preguntó a los alumnos (en este caso profesores en activo) si la abertura del compás puede ser de cualquier medida. Con esta ilustración

Figura 2 V heurística de Gowin

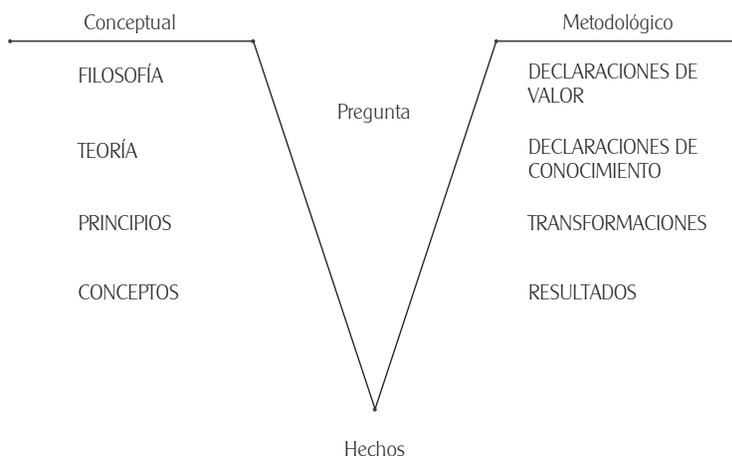


Figura 3

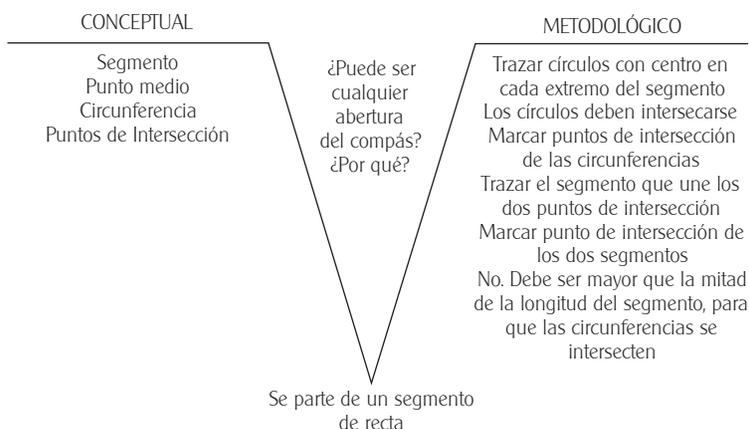
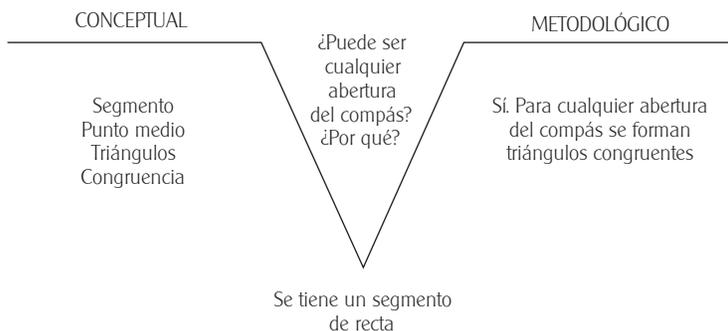


Figura 4



de la V de Gowin, queremos poner énfasis en la detección de maneras de proceder en la resolución de un problema, que también dan evidencia de actitudes frente a la actividad y al conocimiento: La actividad se realizó en un curso para profesores; el equipo al que corresponde la figura 4 argumentó que sabían que era cualquier abertura del compás porque enseñaban geometría y habían hecho ese ejercicio con sus alumnos muchas veces.

Para los estudiantes es importante hacer conciencia de los aprendizajes logrados. La herramienta permite distinguir los aprendizajes conceptuales de los procedimentales.

LISTA DE COTEJOS

La lista de cotejo consiste en una relación de elementos relevantes para el desarrollo de una actividad, la cual puede ser de resolución de problemas o de otro tipo. El objetivo de la lista es verificar si el alumno está poniendo en juego el conocimiento que está adquiriendo o determinar el conocimiento previo del estudiante. Los elementos de la lista se presentan detalladamente con la finalidad de verificar el cumplimiento de cada punto en específico. Esta evaluación es de tipo cualitativa, pero se puede ponderar y hacer cualitativa.

En una lista de cotejo sólo se registra si el evaluado cumple o no con el criterio considerado. Un trabajo eficiente no necesariamente cumplirá con todos los criterios enlistados, pues éstos pueden referirse a distintos procedimientos esperados o pueden hacer referencia a errores comunes.

Una de las principales ventajas de la herramienta es la posibilidad de registrar de manera objetiva (rápida y cómodamente) los puntos considerados con anterioridad, evitando distracciones y olvidos comunes cuando se atiende a varios equipos o participantes al mismo tiempo.

La siguiente lista de cotejo (cuadro 4) se aplicó en un curso de geometría para profesores de bachillerato y corresponde a la actividad *El cuadrilátero de los puntos medios* (CPM), la cual tiene como objetivo revisar el manejo de los asistentes de las definiciones y su habilidad de argumentación, en particular con respecto a los cuadriláteros.

Una característica adicional, que resulta de gran utilidad, de las listas de cotejo es clasificar los elementos considerados según los criterios que se van a evaluar.

BITÁCORA COL

La bitácora COL (Comprensión Ordenada del Lenguaje) consiste en un recuento de lo que sucedió en clase. En un primer nivel, el estudiante escribe, en una especie de diario de clase, la respuesta a tres preguntas sobre la clase o la sesión:

- ¿Qué pasó?
- ¿Cómo me sentí?
- ¿Qué cosas nuevas vimos?

Cuadro 4

Equipos	1	2	3	4	5	6
La definición es clara	☺	☺	☺	☺	☺	
La definición incluye todos los casos	☺	☺	☺	☺	☺	☺
La definición excluye los que no son cuadriláteros	☺				☺	☺
La definición no tiene redundancias	☺	☺	☺	☺	☺	
La construcción permite todos los cuadriláteros	☺	☺	☺	☺	☺	☺
Eligieron correctamente los puntos medios	☺	☺	☺	☺	☺	☺
Observaron que el CPM es paralelogramo	☺	☺	☺	☺	☺	☺
Intentaron una justificación			☺	☺		
Construyeron las diagonales del cuadrilátero original						
Observaron la construcción de triángulos semejantes		☺				
Localizaron ángulos congruentes						
Notaron el paralelismo entre la diagonal del cuadrilátero original y los lados del CPM						
Consideraron la suma de ángulos internos de un cuadrilátero						
Consideraron la suma de ángulos internos de un triángulo						
Construyeron las diagonales del CPM				☺		
Notaron la perpendicularidad de las diagonales del CPM						
Notaron que las diagonales del CPM se bisecan						

En un segundo nivel, además de las tres preguntas anteriores, se incluirían las siguientes:

- ¿Qué propongo para mejorar la clase?
- ¿Qué cosas son importantes para tener en cuenta?
- ¿Qué contribuciones hice?

Dependiendo de los objetivos del curso o de la clase, las preguntas pueden cambiar, pero siempre apuntan hacia una reflexión sobre el desempeño del propio alumno y su percepción de las actividades de la sesión que se va a evaluar. Se recomienda responder las preguntas antes de terminar la sesión.

Cuadro 5

Con respecto a	¿Qué pasó?	¿Qué cosas son importantes? ¿Por qué?	¿Qué propongo para mejorar?
Papalotes	<ul style="list-style-type: none"> • Construimos un papalote • Revisamos las características de un papalote en cuanto a los lados y ángulos de un papalote Argumentamos estas características	La forma de dar el tema ya que normalmente en estos temas se tiende a sólo enseñar las construcciones con regla y compás y no revisamos las características de la construcción	Confrontar un poco más de las opiniones de los compañeros
Las transformaciones	Construimos 3 cuadrados diferentes (con diferente forma de construcción)	Intercambiar las formas de construcción que realizan los demás compañeros para ampliar nuestro panorama al usar el programa	Confrontar un poco más de las opiniones de los compañeros

La elaboración de una bitácora COL hace que el alumno ponga en juego y ejercite la observación, la repetición y el manejo de información. Esto despierta en el estudiante una capacidad de pensamiento crítico, al tiempo que le ayuda a estructurar su propio conocimiento. Por el tipo de preguntas que se tiene que responder, el estudiante reflexionará tanto en sus conocimientos como en sus sentimientos, propiciando una autoevaluación de conocimientos, actitudes y afectos. El estudiante se acostumbra a escribir y describir situaciones, lo cual aumentará su capacidad para transmitir ideas de manera clara y entendible.

En el cuadro 5 presentamos un ejemplo de bitácora COL, en la que se evalúan actividades relacionadas entre sí y con conceptos concretos, como la definición. Corresponde a un curso de geometría euclidiana con estudiantes de Maestría en Educación Matemática.

En la presente sección hemos presentado cinco instrumentos y un ejemplo de su aplicación a diferentes actividades. Esta lista está muy lejos de ser exhaustiva, pero, según nuestro juicio, es representativa de los instrumentos que servirían para hacer una evaluación acorde con el modelo de enseñanza y darán al profesor una clara idea de su desempeño como tal y del avance de sus estudiantes.

A MANERA DE CONCLUSIÓN

La evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula debe estar acorde con la concepción de conocimiento y la metodología de enseñanza que se ponga en práctica. En consecuencia, si se plantea cambiar la educación centrada en el docente a una educación centrada en el estudiante, es preciso cambiar el concepto de evaluación y diseñar los instrumentos adecuados para hacer que tal evaluación sea efectiva.

En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* se considera la evaluación como el proceso de recopilación de información sobre el desempeño del estudiante, del profesor y del Medio Ambiente de Enseñanza-Aprendizaje. Tal información servirá para retroalimentar y replanear el proceso de enseñanza con miras a mejorarlo. Servirá también para asignar una calificación o una nota al estudiante con el propósito de acreditación del curso.

En ningún momento se pretende hacer un alto en el proceso de enseñanza para evaluar el desempeño del estudiante; por el contrario, las mismas actividades diseñadas para que el alumno aprenda matemática servirán para dicha evaluación. Se hace necesario, por tanto, contar con instrumentos de evaluación que permitan obtener la información pertinente a partir de las respuestas de los estudiantes a los problemas que resuelvan y las actividades que desarrollen.

Como todo modelo de enseñanza, *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* no es un modelo terminado, sino que es perfectible y va cambiando conforme cambia la experiencia del profesor y aumenta su percepción de los fenómenos sociales que se dan en el aula.

De manera voluntaria, dejamos fuera de la discusión en el presente artículo el fomento de valores y actitudes, por ser éste un campo poco estudiado y que amerita un tratamiento más amplio que el que disponemos en este espacio. Baste decir que la experiencia nos dice que la motivación del estudiante y su involucramiento en actividades más complejas que requieren cooperación, tolerancia y respeto hacia sus compañeros de clase está en relación directa con el grado de liderazgo real que el profesor ejerza en el grupo y la autoridad que el mismo grupo le otorgue.

Otro de los aspectos que requiere una reflexión más amplia y un estudio riguroso es el efecto que tiene la evaluación como retroalimentación en la adquisición de conocimiento. Aquí habría que investigar cuándo es pertinente dar retroalimentación a un solo estudiante o a un grupo de ellos, y qué tipo de retroalimentación es más eficiente. En un lado del espectro tenemos aquella

retroalimentación que sólo informa al estudiante si está en lo correcto o no y, en el otro, está la que se basa en la evaluación y la concepción que se va formando el profesor sobre sus estudiantes.

Por último, el desarrollo de metodologías de enseñanza como la presente y el uso de instrumentos de evaluación alternativos apuntan hacia una profesionalización del quehacer docente y hacia la formación de profesores-investigadores con una visión más clara de su papel en el proceso educativo de nuestros estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Balanced Assessment Project (2000), *Advanced High School Assessment*, Parsippany, New Jersey, Dale Seymour Publications.
- Biembengut, S. y Heins (2000), *Modelagem Matematica no ensino*, Brasil, Contexto.
- Clarke, D. (1997), *Constructive Assessment in Mathematics: practical steps for classroom teachers*, Berkeley, California, Key Curriculum Press.
- Colegio de Ciencias y Humanidades (1986), *Programas de Estudio del Área de Matemáticas*, UNAM.
- Cornelius-White, J. (2007), "Learner-Centered Teacher-Student Relationship are effective: a Meta Analysis", *Review of Educational Research*, vol. 77, núm. 1, pp. 113-114.
- Dirección General de Bachillerato (2004), *Programa de estudios, Matemáticas I*, SEP.
- Escuela Nacional Preparatoria (2003), *Programa de Estudio Matemáticas IV*, UNAM.
- Flores H. (2006a), Curso-Taller *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*, 20 horas, Plantel Sur del Colegio de Ciencias y Humanidades, 16-20 de enero.
- (2006b), Curso-Taller *Learning Math-Doing Math*, 20 horas, Ljubljana, Slovenia, 22 de junio, impartido a profesores de Educación Vocacional.
- (2006c), *Teaching Math, Doing Math*, 8° Congreso de Profesores de Matemáticas, Zagreb, Croacia, julio.
- (2006d), "Uèiti se matematiko-delati matematiko (Aprender matemática-haciendo matemática)", *Matematika v Šoli*, vol. 12, núms. 3 y 4, Ljubljana, Eslovenia, noviembre.
- (2007a), "Aprender Matemática, Haciendo Matemática", *Acta Scientiae*, vol. 9, núm. 1, enero-junio.

- (2007b), Taller *Aprender Matemática, Haciendo Matemática: Uso de la Geometría Dinámica*, 20 horas, Universidad de San Carlos de Guatemala, Centro Universitario de Occidente, División de Ciencias de la Ingeniería, Quetzaltenango, Guatemala, 21-24 de mayo, impartido a profesores de ingeniería.
- (2007c), “Aprender Matemática, Haciendo Matemática: un modelo de enseñanza centrado en el estudiante”, *Acta Scientiae*, Revista de la Universidad Luterana de Brasil, vol. 9, num. 1, enero-junio.
- (2008a), *Learning Mathematics, Doing Mathematics: creativity in classroom?*, Grupo de Discusión Promoting Creativity for all Students in Mathematics Education, 11th International Conference on Mathematical Education, Monterrey, México, 6-13 de julio.
- (2008b), “About Human Values in a Classroom”, *Memorias de la World Peace Summit 2008*, Wellington, Nueva Zelanda, www.worldpeacesummit.org.nz.
- Garrison, C. y M. Ehringhaus (2008), *Formative and Summative Assessments in the Classroom*, tomado de <http://www.nmsa.org/Default.aspx>, página web de la National Middle School Association.
- Gómez, A. (2007), *La evaluación en actividades de aprendizaje con uso de tecnología*, Tesis de maestría con especialidad en Matemática Educativa, CICATA, IPN, México.
- Gómez, A., N. Matus y M. C. Sevilla (2003), *¿Cambia la evaluación?*, ponencia presentada en el II Coloquio sobre la Enseñanza en el Bachillerato y VII Coloquio sobre la Enseñanza de las Ciencias.
- IPN (2002), *Programa de estudios Álgebra*, México, AIM-NMS-IPN.
- (2006), *Programa de estudios correspondiente a la asignatura: Álgebra*, México, AIM-NMS-IPN.
- NCTM (1991), “Mathematical modeling in the secondary school curriculum”, en F. Swetz y J. S. Hartzler (eds.), *A Resource Guide of Classroom Exercises*, Rector, Virginia.
- (2000), *Principles and Standards for the School Mathematics*, Reston, Virginia.
- OCDE (2006), *PISA 2006 Marco de Evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*, España, OCDE, <http://www.oei.es/noticias/spip.php?article1189>.
- Pellegrino, J., N. Chudowsky y R. Glaser (editors.) (2001/2004), *Knowing What Students Know: the Science and Design of Educational Assessment*, Academia Nacional de Ciencias de Estados Unidos.

DATOS DE LOS AUTORES

Ángel Homero Flores Samaniego

Colegio de Ciencias y Humanidades-Plantel Sur, UNAM, México
ahfs@servidor.unam.mx

Adriana Gómez Reyes

Colegio de Ciencias y Humanidades-Plantel Sur, UNAM
y CECYT 13 Ricardo Flores Magón, IPN, México
orodelsilencio@yahoo.com.mx