

Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas

Salvador Llinares, Julia Valls y Ana-Isabel Roig

Resumen: Una tarea de los formadores de profesores es crear oportunidades de aprendizaje que ofrezcan las mejores condiciones para que los estudiantes para profesor desarrollen el conocimiento y destrezas necesarios para enseñar matemáticas. Una aproximación a esta tarea vincula la práctica de formar profesores y la investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes para profesores de matemáticas desde perspectivas socioculturales. En este trabajo se caracteriza esta aproximación, utilizando como ejemplo el ámbito específico del diseño de entornos virtuales de aprendizaje interactivos con videos. Esta reflexión está en línea con la necesidad de explicitar la transferencia de conocimiento mutuo entre la investigación sobre el aprendizaje del profesor y el desarrollo de materiales para los programas de formación.

Palabras clave: aprendizaje del profesor, diseño de materiales, transferencia de conocimiento, perspectiva sociocultural, video en formación de profesores, interacción.

Abstract: A task of teacher educators is to design learning opportunities in order to student teachers to construct the knowledge and skills needed to teach mathematics. An approach to this task links the practice of teacher educator to research on student teacher learning from sociocultural perspectives. In this paper we characterize this approach using as an example the design of interactive learning environments using video. This reflection is tuned with the necessity of designing educative curriculum materials to promote student teacher learning.

Keywords: teacher learning, design of educative curriculum materials, knowledge transfer, sociocultural perspective, video in teacher education, interaction.

Fecha de recepción: 22 de enero de 2008.

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS, PROFESORES Y FORMACIÓN DE PROFESORES

Los profesores de matemáticas son piezas clave para la mejora en la competencia matemática de los estudiantes, ya que la actividad matemática que se puede generar en el aula está vinculada al papel del profesor de matemáticas (Fennema y Romberg, 1999). La perspectiva que adopta el escrito presentado aquí consiste en que la mejora de la enseñanza de las matemáticas pasa por subrayar la importancia de tres aspectos:

- El potencial matemático de las tareas que los profesores proporcionan a sus estudiantes.
- Las características de la interacción en el aula.
- La manera en la que el profesor propicia el surgimiento de procesos relevantes de comunicación matemática en el aula.

Pero gestionar las situaciones de enseñanza de las matemáticas es un aspecto desafiante para el profesor y, por tanto, también genera desafíos a los formadores de profesores al pensar en cómo se deben formar los profesores para actuar en estos contextos. Una de las razones por la que esta situación es desafiante es que tanto la enseñanza de las matemáticas en la escuela como los procesos de formación de profesores se apoyan en contextos sociales influidos por las representaciones sociales (e.g. creencias y concepciones) de los profesores, formadores, estudiantes y gestores de la administración educativa, y algunas de estas representaciones sociales deben cambiar para que la enseñanza de las matemáticas y la formación de profesores puedan cambiar. Recientemente, se han empezado a estudiar los procesos de aprendizaje de los profesores desde perspectivas socio-culturales (Peressini *et al.*, 2004; Shulman y Shulman, 2004; Van Guisen, Van Oers y Wubbels, 2005; Venkat y Adler, 2008; Wilson y Berne, 1999), subrayando el papel del discurso y la interacción con otros en el proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar planteándose cuestiones sobre (Hill *et al.*, 2007; Putman y Borko, 2000):

- a) ¿Cuáles deben ser el conocimiento y las destrezas de los maestros y profesores de matemáticas para desenvolverse en las aulas?
- b) ¿Cómo adquieren este conocimiento y destrezas?
- c) ¿Qué características deben tener las oportunidades de aprendizaje diseñadas?

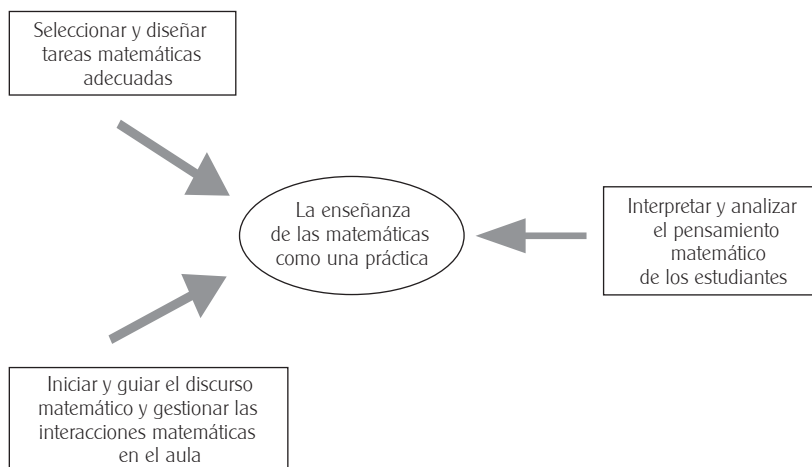
das para los estudiantes para profesores y las oportunidades de desarrollo profesional de los profesores en ejercicio?

La aproximación a estas cuestiones se ha realizado desde diferentes perspectivas del ámbito internacional (Llinares y Krainer, 2006) que subrayan la necesidad de fundamentar los programas de formación en un conjunto explícito de teorías del aprendizaje del profesor. Es decir, que los formadores de profesores, al diseñar las oportunidades de aprendizaje en los programas de formación, deben indicar qué están entendiendo por “aprendizaje” (Llinares, 2005; Eraut, 1994; Wilson y Berne, 1999). En las próximas secciones caracterizaremos una manera de entender el conocimiento y las destrezas necesarios para enseñar matemáticas y el proceso de aprendizaje del profesor. Esta caracterización es necesaria para la toma de decisiones en el diseño e implementación de materiales y entornos de aprendizaje específicos en la formación de profesores de matemáticas en los que se integran videos y debates *on-line*.

CONOCIMIENTO Y DESTREZAS NECESARIAS PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS

El profesor de matemáticas necesita un amplio conocimiento de matemáticas, poseer destrezas para gestionar la enseñanza y también creencias epistemológicas compatibles con la visión de la enseñanza de las matemáticas que se quiere desarrollar. En este sentido, el conocimiento necesario para enseñar matemáticas es un constructo multidimensional (Azcarate, 2000; Ponte y Chapman, 2006) que integra conocimiento sobre las matemáticas, los aprendices y la enseñanza en contextos institucionales que está vinculado al sistema de actividades que configura la práctica de enseñar matemáticas (figura 1). Este sistema de actividad nos permite organizar las reflexiones sobre los dominios de conocimiento del profesor considerando tres ámbitos: el conocimiento de y sobre las matemáticas, el conocimiento sobre el aprendizaje de las matemáticas y los aprendices, y el conocimiento sobre la enseñanza -interacción y gestión de la comunicación matemática en el aula-.

Figura 1 Sistemas de actividad que articulan la enseñanza de las matemáticas como una práctica



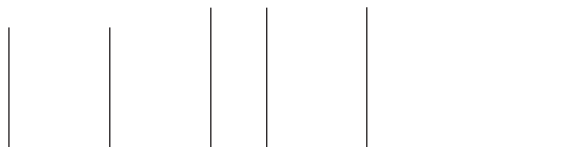
CONOCIMIENTO DE Y SOBRE LAS MATEMÁTICAS

La caracterización del conocimiento *de* y *sobre* las matemáticas de los maestros y profesores de matemáticas y lo que deben proporcionar los programas de formación, así como su evaluación, ha generado durante los últimos tiempos un debate amplio (Comiti y Ball, 1996). Algunos resultados de estos debates señalan que conocer las “matemáticas que se van a enseñar” supone mucho más que la idea de “conocer las matemáticas del currículo”. Supone llegar a conocer el contenido matemático desde la perspectiva de que dicho contenido debe ser aprendido por alguien. Esta condición se apoya en el reconocimiento de que llegar a “conocer las matemáticas que deben ser enseñadas para que alguien aprenda” supone un conocimiento de las matemáticas específico y vinculado a la tarea profesional de enseñar matemáticas (Ball y Cohen, 1999). Así, la manera como los estudiantes para profesores y los profesores de matemáticas necesitan conocer las matemáticas difiere de la manera en la que otros profesionales necesitan conocerlas. Como consecuencia, en un programa de formación de profesores el contenido matemático debe ser “diferente” de las matemáticas en otros diferentes perfiles profesionales (arquitectos, matemáticos profesionales, ingenieros, economistas, etcétera.).

La necesidad de que los estudiantes para profesor y los profesores investiguen el potencial de las “situaciones matemáticas”, viéndolas como instrumentos de aprendizaje matemático, implica considerar en qué medida estas situaciones pueden generar procesos matemáticos como construir, conjeturar/formular, probar, generalizar, proponer problemas, clasificar/definir y comunicar. Por ejemplo, cuando un grupo de estudiantes para profesor debe analizar un *videoclip* sobre un segmento de la enseñanza en la que una profesora está trabajando con sus estudiantes de 15-16 años el siguiente problema, una tarea previa que los estudiantes para profesor deben realizar es la resolución del problema y su análisis.

Hay dibujadas 3 vasijas de igual forma pero de diferente anchura.

Determinar la relación entre el volumen de líquido vertido y la altura que alcanza el líquido en la vasija.



Por ejemplo, los estudiantes para profesor pueden centrar su análisis en cuatro focos:

1. La forma de la gráfica que describe la relación entre la cantidad de líquido vertida (V) y la altura alcanzada en la vasija (H) (la linealidad de la relación).
2. Las variables representadas en los ejes y el significado de los puntos de la gráfica.
3. El significado de pendiente de la función lineal (la idea de razón: cada vaso siempre aumenta lo mismo) a través de dos aproximaciones.
 - el efecto de que los lados de la vasija sean rectos (el significado de $\frac{1}{2}$ en $y = \frac{1}{2}x$, en el primer caso específico “cada vaso sube medio centímetro”), y
 - con la idea de razón unitaria (cambiando la amplitud de las vasijas, cambiando la vasija). El significado de m en $y = mx$.
4. La traslación del modo gráfico al algebraico.

En una situación de análisis de la enseñanza, una tarea previa de los estudiantes para profesor es explorar las posibilidades matemáticas del problema, identificar posibles objetivos por conseguir con la resolución de esta tarea en un contexto de enseñanza e intentar prever posibles estrategias de los estudiantes.

Esta manera de actuar se apoya en la idea de que, para realizar un análisis de la situación de enseñanza, los estudiantes para profesor necesitan comprender la tarea y las matemáticas implicadas. Para ello, la resolución del problema por parte de los estudiantes para profesor y la discusión entre ellos y el formador de profesores sobre: los diferentes métodos de resolución, la relación entre los sistemas de representación y la comprensión de la idea de función lineal y de pendiente. Este tipo de situaciones permiten centrar la atención del estudiante para profesor y del profesor en la relación entre lo matemático y lo didáctico y ayudarlos a comprender y reflexionar sobre las “matemáticas escolares” (Cooney y Wiegel, 2003). El análisis de los problemas matemáticos desde la doble perspectiva de lo didáctico y de lo matemático es en sí misma una situación investigativa para el estudiante para profesor en su proceso de llegar a ser profesor. Estas situaciones no sólo implican resolver el problema diseñando estrategias, conjeturando relaciones que deben ser probadas o generalizando mediante la modificación de la presentación del problema, sino también pensar en el problema como un instrumento con el cual es posible generar aprendizaje matemático. De esta manera, la introducción de “lo didáctico” en el análisis de las tareas matemáticas, cuando se ven como instrumento de aprendizaje, se convierte en sí mismo en un objetivo didáctico para el formador de profesores. Este objetivo se complementa con lo relativo a la organización del conocimiento matemático para la enseñanza en diferentes niveles de concreción y los objetivos pretendidos (tarea, lección, planificación anual, currículo...).

CONOCIMIENTO SOBRE EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LOS ALUMNOS

Otro dominio de conocimiento del profesor relevante para la enseñanza tiene que ver con el conocimiento sobre el pensamiento matemático de los estudiantes. Es decir, la idea de que se debe comprender y reflexionar sobre las matemáticas escolares traslada el foco de atención a la consideración del contenido matemático en relación con el aprendiz. Desde este nuevo punto de vista, un objetivo de los programas de formación es desarrollar la comprensión de los estudiantes para profesor y profesores sobre cómo piensan los estudiantes las matemáticas. La definición de este objetivo en los programas de formación subraya la relevancia

que tiene la información que la investigación en didáctica de la matemática ha podido reunir sobre el pensamiento matemático de los estudiantes.

Algunas iniciativas en la formación de profesores han empezado a introducir información sobre el pensamiento matemático de los estudiantes, a fin de que los estudiantes para profesores lleguen a comprenderlo y usarlo en su toma de decisiones instruccionales (Llinares y Krainer, 2006). Esta perspectiva asume que, si los estudiantes para profesor y los profesores aprenden a interpretar los razonamientos matemáticos de los alumnos, estarán mejor capacitados para desarrollar una enseñanza más eficaz. Una manera de incorporar en el contenido de los programas de formación la información sobre el pensamiento matemático de los alumnos que se genera desde la investigación en didáctica de las matemáticas, es diseñando materiales específicos, como, por ejemplo, editando videos que muestran diferentes procesos de resolución que los estudiantes usan ante los diferentes problemas (Llinares y Sánchez, 1998). La hipótesis implícita en este planteamiento es que, cuando los estudiantes para profesor examinan los procedimientos usados por los alumnos y conjeturan sobre la comprensión matemática puesta de manifiesto, pueden identificar qué otras tareas necesitan ser presentadas y cuáles preguntas pueden formularse para maximizar la comprensión matemática de sus alumnos. Así, el proceso interpretativo que los estudiantes para profesor empiezan a desarrollar sobre el pensamiento matemático de los alumnos se apoya en la capacidad de vincular las estrategias y procedimientos usados por los alumnos con la información teórica.

Implicarse en la dinámica de analizar el pensamiento matemático de los alumnos permite que los estudiantes para profesor puedan ampliar su propia comprensión de las matemáticas escolares y del potencial de las diferentes tareas para el aprendizaje de las matemáticas. De esta manera, el estudiante para profesor puede generar planes de lecciones compatibles con un determinado modelo de aprendizaje. Este tipo de situaciones tiene como objetivo que los estudiantes para profesor lleguen a problematizar las situaciones de enseñanza-aprendizaje y la gestión que se hace de los contenidos matemáticos y de las interacciones entre el profesor y sus alumnos mediante investigaciones sobre *cómo aprenden los alumnos las matemáticas* (Llinares y Sánchez, 1998). La explicitación de lo matemático y lo didáctico en el análisis del aprendizaje permite a los estudiantes para profesor tener oportunidades para:

1. Empezar a caracterizar los conceptos y procesos matemáticos como objetos de enseñanza-aprendizaje (intentar verlos como nociones y procesos

- que han de ser aprendidos y no sólo como elementos componentes de un determinado dominio de conocimiento matemático).
2. Identificar sus propias concepciones sobre el aprendizaje matemático, la enseñanza, su papel como profesores y las situaciones matemáticas como instrumentos de aprendizaje.
 3. Expresar sus propias ideas didácticas y desarrollarlas cuando interpretan los procesos de aprendizaje matemático de los alumnos.

Por ejemplo, el análisis de las producciones de los alumnos permite a los estudiantes para profesor discutir, entre otras cosas, cómo se utilizan las nociones matemáticas para resolver situaciones concretas. En este contexto, las respuestas de los alumnos a problemas matemáticos se convierten en material de los programas de formación. Por ejemplo, las respuestas (figura 2) al problema siguiente:

En un periódico local han aparecido unas ofertas de empleo para repartir pizzas. La pizzería A paga a cada repartidor 0.6 € por pizza entregada y además una cantidad fija de 60 € al mes. La pizzería B paga 0.9 € por pizza entregada y 24 € fijos al mes. ¿Qué oferta te parece mejor?

Resuélvelo y explica por qué tu elección es la mejor.

pueden ser analizadas desde las siguientes cuestiones:

- ¿Cuáles son las principales ideas matemáticas que se movilizan para resolver el problema?
- ¿Qué evidencia existe en las respuestas proporcionadas de que los estudiantes estén aprendiendo estas ideas?

Así, el conocimiento sobre el pensamiento matemático de los estudiantes (dificultades, nivel de estrategias utilizadas, etc.) puede utilizarse para valorar y seleccionar las tareas apropiadas o los ejemplos y representaciones que pueden ser usadas. En este sentido, el conocimiento sobre el aprendizaje de las matemáticas se articula sobre la comprensión matemática de los estudiantes para profesor.

Figura 2 Respuesta de un estudiante de 14 años al problema “oferta de empleo”

Resuélvelo y Explica por qué tu elección es la mejor

	0	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45
A	60	60.6	63	66	69	72	75	78	81	84	87
B	29	24.9	20.5	33	37	42	46.5	51	55.5	60	64.5

50	55	60	65	70	80	100	105	115	120	
94	94	97	99	103	...	120	123	129	132	
69	73.5	78	82.5	87	...	114	115.5	127.5	132	

Yo personalmente elegiría la oferta A porque aunque gana más dinero el sueldo es muy raro que en un mes supere más de 120 perras. Para que sea más sencilla de calcular B. Por de más gana 60 más la prima que ~~se~~ reparte a 0.60. A partir de 120 perras se iguala el ~~pre~~ las perras.

**CONOCIMIENTO SOBRE LA ENSEÑANZA:
INTERACCIÓN Y GESTIÓN DE LA COMUNICACIÓN MATEMÁTICA**

Uno de los objetivos en la formación de profesores es desarrollar la capacidad de los estudiantes para profesor o de los profesores para interpretar las situaciones de enseñanza (Hiebert, Morris, Berk y Jansen, 2007; Hiebert, Gallimore y Stigler, 2002). El proceso de interpretación aquí hay que entenderlo como la capacidad de identificar determinados aspectos y conductas en el aula que influyen en el desarrollo de la competencia matemática de los alumnos y dotarlas de sentido desde alguna perspectiva teórica procedente de la didáctica de la matemática cuando se generan argumentos explicativos sobre lo que sucede. La idea de “desarrollar procesos interpretativos” debe entenderse en el sentido de poder explicar los sucesos y acciones observados, admitiendo que pueden ser entendidos de diferente modo (Van Es y Sherin, 2002).

En el desarrollo de estos procesos interpretativos, la relación entre lo que ocurre en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (evidencia empírica) y el conocimiento teórico desde la didáctica de la matemática permite a los estudiantes para profesor vincular lo particular con lo general y, por tanto, ser

el germen del desarrollo del conocimiento profesional (Llinares y Valls, 2007). Sin embargo, desarrollar una perspectiva interpretativa de la enseñanza de las matemáticas no es un proceso fácil y está vinculado a las características de los materiales en el programa de formación y de los entornos de aprendizaje implementados (Van Es y Sherin, 2002). Por ejemplo, en la situación que se ha considerado con anterioridad, cuando un grupo de estudiantes para profesor está viendo un segmento de video en el que un profesor está atendiendo las preguntas de un grupo de estudiantes de secundaria que resuelven el “problema de las vasijas” descrito antes, identificar y caracterizar las diferentes maneras en las que el profesor puede estar gestionando las preguntas de sus alumnos, como una manera de ayudarlos a dotar de significado a la idea de relación funcional o de pendiente de una función lineal, forma parte del proceso de aprender “sobre” la enseñanza de las matemáticas. Así, cuando en el video se muestra que la profesora se da cuenta de que los alumnos ya interpretan los puntos de la gráfica indicando la altura que alcanza el líquido en la vasija en relación con la cantidad de volumen de líquido vertido y traslada el foco de atención a través de una pregunta: “¿Por qué esta gráfica es una recta?, ¿Qué es lo que hace que sea una línea recta?”, también permite que los estudiantes para profesor trasladen su atención hacia la manera en la que el contenido matemático está presente en la interacción en el aula. Desarrollar procesos interpretativos significa mirar las situaciones de enseñanza con el propósito de comprender lo que sucede, lo que los alumnos parecen estar pensando sobre las matemáticas o cómo influyen las cuestiones planteadas por el profesor en el pensamiento matemático de los alumnos.

EL APRENDIZAJE DEL PROFESOR

Desde perspectivas socioculturales sobre el aprendizaje, llegar a ser profesor de matemáticas significa llegar a comprender la enseñanza de las matemáticas y aprender a realizar las tareas, así como usar y justificar los instrumentos que la articulan en un contexto institucional (García, 2000; Llinares, 2004; Peressini *et al.*, 2004; Van Guisen, Van Oers y Wubbels, 2005; Shulman y Shulman, 2004), lo que supone:

1. Poseer los “instrumentos” considerados como elementos técnicos y conceptuales (información teórica) que permiten desarrollar la práctica de enseñar matemáticas.
2. Tener la capacidad de construir nuevo conocimiento desde la práctica.

Los instrumentos conceptuales y técnicos desempeñan diferentes papeles en la caracterización de las tareas que definen la práctica de enseñar matemáticas. Mientras los instrumentos conceptuales dotan a los estudiantes para profesor de unas referencias para interpretar las situaciones de la práctica, condicionando lo que se ve y cómo se ve, los instrumentos técnicos los dotan de medios para hacer “determinadas cosas”. El proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar –visto como el proceso por el cual los estudiantes para profesor dotan de sentido y usan las ideas procedentes de la didáctica de la matemática en las situaciones de enseñanza (como instrumentos conceptuales para interpretar y gestionar la enseñanza)– está vinculado a ser capaz de generar conocimiento desde la propia práctica (Alsina, 2007). Este vínculo plantea cuestiones sobre la relación teoría-práctica en la formación de profesores en el contexto de la instrumentalización de las ideas teóricas de la didáctica de la matemática. Una respuesta dada a esta situación ha sido la introducción de casos y viñetas procedentes de la enseñanza de las matemáticas (en formato de texto o video) en la formación inicial y permanente de profesores (Ball y Cohen, 1999; Contreras y Blanco, 2002; Gamoran, 2004) y el desarrollo de entornos de aprendizaje potenciando la interacción (Llinares, 2002).

Estas iniciativas, que subrayan la relación entre conocimiento teórico y práctico y la relación entre el uso del conocimiento y la generación de nuevo conocimiento, plantean la necesidad de articular medios –materiales y entornos de aprendizaje– para fomentar la capacidad de indagación sistemática de los estudiantes para profesor y de los profesores. Estos materiales y entornos de aprendizaje deben favorecer el desarrollo de la capacidad de los estudiantes para profesor y profesores para problematizar las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. El proceso de llegar a problematizar la enseñanza significa llegar a cuestionarse lo que inicialmente puede ser asumido como evidente o “lo que tiene que ser”, tanto en la resolución de problemas de matemáticas como en la resolución de problemas profesionales de la enseñanza de las matemáticas (Peñas y Flores, 2005). Una hipótesis implícita en la cuestión de “problematizar lo evidente” se apoya en el papel que pueden desempeñar los diferentes instrumentos conceptuales (la información teórica) usados para analizar la evidencia procedente de la actividad de enseñar matemáticas (Peressini *et al.*, 2004; Van Guisen, Van Oers y Wubbels, 2005). Entender el aprendizaje desde esta perspectiva de instrumentalización del conocimiento teórico procedente de la didáctica de las matemáticas plantea cuestiones sobre cómo deben ser los materiales –es decir, los elementos técnicos– usados en el programa de formación y qué y cómo se aprende con ellos (Valls, Llinares y Callejo, 2006).

INTERACCIÓN Y CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

El proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar desde la perspectiva de la instrumentalización del conocimiento teórico se articula a través de la interacción de:

- La experiencia previa de los estudiantes para profesor (conocimiento, creencias, actitudes...).
- La información teórica sobre didáctica de la matemática.
- La tarea-actividad en la que se utiliza.

Así, el proceso de construcción del conocimiento tiene que ver con la manera como los estudiantes para profesor se implican unos con otros para ampliar la comprensión de los diferentes aspectos de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Cos y Valls, 2006). El conocimiento construido en este proceso constituye el esquema interpretativo a través del cual es posible dotar de sentido a las situaciones de enseñanza (Llinares y Valls, 2007). Wenger (1998) señala que, para que este proceso de interacción sea productivo, es necesario que refleje al menos tres condiciones:

1. Un foco sobre intereses compartidos.
2. Una implicación mutua en la resolución de las tareas.
3. El desarrollo de un repertorio de recursos compartidos.

El proceso por el cual los estudiantes para profesor o los profesores crean puntos de atención, al analizar diferentes aspectos relevantes del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y sobre los que negocian los significados, constituye el medio a través del cual se pueden “reificar” (cosificar) las ideas que conforman su conocimiento personal (Llinares, 2002). Esta perspectiva subraya la importancia del “discurso” generado por los estudiantes para profesor y los profesores y cómo las formas de interaccionar (participar en contextos de interacción) median en la construcción del conocimiento (Llinares y Olivero, 2008).

Esta manera de entender el papel de la interacción y la construcción de conocimiento hace hincapié en la relación entre la dimensión social, cultural y la dimensión personal del estudiante para profesor. En estos momentos, como formadores de profesores, llegar a entender bien cómo se genera el aprendizaje

a través de estos procesos es una cuestión de investigación (García *et al.*, 2006, 2007). Describiremos esta conexión en la próxima sección a través de un ejemplo.

Por otra parte, las dos características del conocimiento necesario para enseñar son:

- poseer-usar-generar, y
- la relación teoría-práctica

Vistas desde la perspectiva del proceso de aprendizaje del profesor, imponen condiciones a los formadores de profesores cuando tienen que diseñar oportunidades –entornos de aprendizaje– a fin de que los estudiantes para profesor construyan dicho conocimiento y las capacidades para seguir aprendiendo desde la práctica. El diseño de estas “oportunidades”, vistas como entornos de aprendizaje, se apoya en el supuesto de que aprender a enseñar matemáticas o los procesos de desarrollo profesional de los profesores en ejercicio consisten en la generación y uso de una serie de instrumentos técnicos y conceptuales en la diferentes tareas profesionales vinculadas a la enseñanza de las matemáticas, concretándose en:

- Dotar de sentido a la información procedente de la didáctica de las matemáticas como dominio científico (instrumentos conceptuales y técnicos) relativos a las diferentes dimensiones de la práctica de enseñar matemáticas (figura 1).
- Desarrollar métodos de análisis e interpretación que permitan fundamentar iniciativas pedagógicas (razonamiento pedagógico).
- Adoptar posiciones críticas sobre la relación entre sus creencias y conocimiento y las perspectivas de acción y práctica generadas.

Los resultados de las investigaciones y las iniciativas de formación de profesores que se están realizando teniendo en consideración algunos de estos aspectos están aportando información en dos ámbitos. En primer lugar, en relación con los materiales y estructura metodológicos de los entornos de aprendizaje implementados en los programas de formación que ayudan a que los estudiantes para profesor y los profesores desarrollen el conocimiento y destrezas necesarios para enseñar (Contreras y Blanco, 2002). En segundo lugar, en relación con lo que parece limitar o potenciar los procesos de aprendizaje en estos entornos (Penalva, Escudero y Barba, 2006). Estos aportes de la investigación en la doble vertiente de conocimiento y de materiales para la práctica de la formación de

profesores permiten maximizar la transferencia del conocimiento entre la práctica de formar profesores y la investigación.

En la próxima sección, consideraremos las cuestiones que hemos tenido que afrontar como formadores al desarrollar e implementar un material específico usando videos y espacios de interacción social en la *web* (debates on-line), a fin de ayudar a los estudiantes para profesor a aprender a conceptualizar la enseñanza de las matemáticas. Describiremos algunos de los principios que han guiado nuestro trabajo y cómo hemos considerado la perspectiva sociocultural sobre el aprendizaje del profesor al tomar nuestras decisiones, indicando lo que hemos aprendido y dónde es necesario realizar más investigación.

VIDEOS Y ESPACIOS DE INTERACCIÓN PARA GENERAR PROCESOS INTERPRETATIVOS SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Durante los últimos años, hemos venido desarrollando un proyecto de investigación en la formación de profesores cuyo objetivo es caracterizar el proceso de aprendizaje de los estudiantes para profesor que se genera en entornos de aprendizaje basados en la *web* (figura 3) (Callejo, Llinares y Valls, 2007, 2008; Rey, Penalva y Llinares, 2007; Valls, Llinares y Callejo, 2006). Algunos de estos entornos utilizan video-clips con segmentos de enseñanza de las matemáticas y debates on-line como recursos para ayudar a los estudiantes para maestros y estudiantes para profesor de secundaria a generar una conceptualización de la enseñanza. Algunos de los principios alrededor de los cuales se desarrolla este proceso de conceptualización sobre la enseñanza son: la potenciación de la comunicación matemática en el aula y la comprensión a través de la reflexión y la comunicación, así como el papel del profesor para establecer un clima de aula propicio para que los alumnos trabajen la resolución de problemas individualmente y en grupo y puedan discutir y reflexionar sobre sus procedimientos y estrategias, etcétera.

Dos características son relevantes para describir este proyecto: *i*) la relación entre la actividad de formar profesores, y *ii*) la investigación sobre el aprendizaje del estudiante para profesor. Estas características determinan una manera de entender la transferencia del conocimiento desde la investigación sobre la formación de profesores a los programas de formación (relación teoría-práctica). Desde la perspectiva metodológica, estas características se apoyan en el desarrollo de experimentos de enseñanza.

Figura 3 Página de entrada al entorno web que configura uno de los entornos de aprendizaje diseñados

The screenshot shows a web browser window with the URL: https://ovi.cpd.us.es/WebOvi/Docencia/Sesiones/Visu_sesionAV.asp?plataforma=kap05sesion=57618pP=

S1: DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA Y CARACTERÍSTICAS DEL AULA (Tiempo estimado de realización: 150 min.)

Esta sesión es la primera de un grupo de dos que tienen como objetivo introducirnos en la "enseñanza de la Resolución de Problemas en Primaria como medio de aprendizaje. Selección y diseño".

En esta sesión podrás ver el video de un segmento de una clase de primaria en un colegio público, deberás leer algunos documentos, participar en debates y redactar un informe de síntesis.

OBJETIVOS SESIÓN UNO:

- Introducir el manejo de la herramienta "Sesiones Docentes".
- Relacionar la idea de competencia matemática y la resolución de problemas en Primaria.

METODOLOGÍA

1. VISIONAR EL VIDEO:

- 3ºPrimariaS1-Web: "Presentación del contexto y de la tarea. Formulación y Resolución de Problema en 3º de Primaria" (8.53 minutos)

2. LEER DOCUMENTOS DE APOYO.

- Transcripción del video 3ºPrimariaS1-Web: "Presentación del contexto y de la tarea. Formulación y Resolución de Problema en 3º de Primaria"
- Doc. 1. "Matemáticas escolares y llegar a ser matemáticamente competente". Resumen del apartado "Matemáticas escolares y llegar a ser matemáticamente competente" del documento Linares (2003) Matemáticas escolares y competencia matemática. (pp 13-15). En M.C. Chamorro (Coord.) Didáctica de las Matemáticas. Madrid: Pearson- Prentice hall.
- Doc2. "Características principales de las aulas que potencian el desarrollo de la Competencia Matemática" Traducción-resumen del documento "Introducing the critical features of classrooms" en Hiebert, J. et al. (1997) Making sense. Teaching and learning mathematics with understanding. Heinemann. Portsmouth, NH. (pp 7-11)

3. PARTICIPAR EN EL DEBATE QUE CORRESPONDA A TU APELLIDO SIGUIENDO LAS CUESTIONES PLANTEADAS EN LA PRESENTACIÓN DEL MISMO.

- Debes responder a la cuestión planteada al inicio del debate:

"¿Cómo la tarea y la gestión que realiza la profesora apoya el desarrollo de la competencia matemática?"

- Debes dar tu opinión sobre las aportaciones de tus compañeros usando los documentos de apoyo.
- Debes consensuar una opinión general con el resto de compañeros participantes en el debate.

El debate permanecerá activo desde el miércoles 4 de enero de 2006 hasta las 12 de la noche del viernes 13.

4. PRODUCIR UN INFORME-SÍNTESIS EN GRUPO RELATIVO A

- la relación existente entre la competencia matemática y la enseñanza de la resolución de problemas;
- lo que habéis aprendido en esta sesión y cómo esta herramienta ha favorecido este aprendizaje.

El espacio de trabajo creado para realizar el informe-síntesis permanecerá activo desde el miércoles 11 de enero 2006 hasta las 12 de la noche del viernes 13.

MATERIALES

- caracteristicas_principales_del_aula.pdf (141,70 Kbytes)
- Competencia_Matematica.pdf (173,27 Kbytes)
- Transcripcion_video3PrimariaS1-web.pdf.zip (121,88 Kbytes)
- 3primariaS1-web.doc (0,19 Kbytes)

DEBATES

- Debate S1.Intervalo A-G (NO activo)
- Debate S1. Intervalo I-R (NO activo)
- Debate S1.Intervalo S-V (NO activo)
- Espacio de TrabajoS1. Intervalo A-G (NO activo)
- Espacio de TrabajoS1. Intervalo I-R (NO activo)
- Espacio de TrabajoS1. Intervalo S-V (NO activo)

CONTROLES

- practica sesion 0

En primer lugar, la hipótesis sobre la que se apoya este proyecto es la necesidad de potenciar el vínculo entre la actividad de formar profesores y la investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes para profesor. Esta característica de la actividad del formador en la que se vincula la práctica y la investigación es común en muchas partes del mundo (Linares y Krainer, 2006). Un aspecto relevante de esta manera de proceder es que la transferencia del conocimiento producido por la investigación hacia la mejora de la práctica de formar profesores

res se realiza de manera directa, ya que el contexto de la investigación son los programas de formación y el investigador desempeña el papel de formador de profesores.

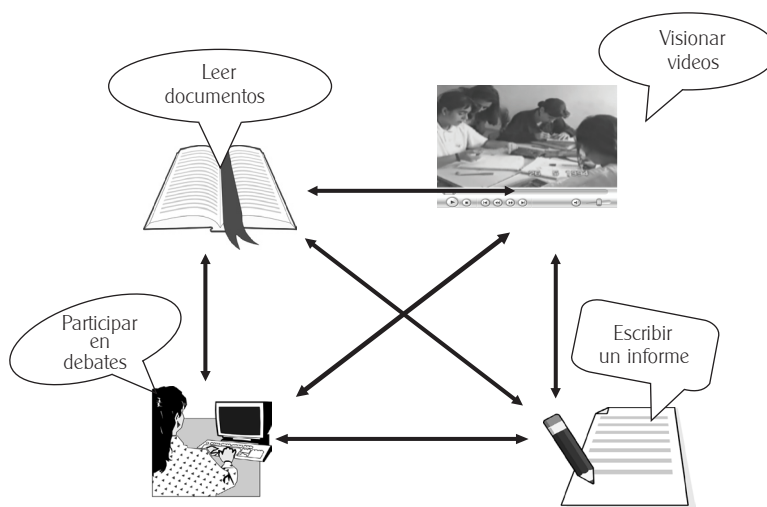
En segundo lugar, una aproximación metodológica denominada “experimentos de enseñanza” (*Design-Based Research, Design Experiences*, Coob *et al.*, 2003) que se apoya en el desarrollo de ciclos de diseño-experimentación-análisis-introducción de modificaciones (Callejo, Valls y Llinares, 2007). Un contexto en el que se desarrollaron algunos de estos experimentos de enseñanza fue la formación de maestros a fin de desarrollar unos entornos de aprendizaje coherentes con la manera en la que asumíamos que se da su aprendizaje (Callejo *et al.*, 2007; Llinares y Valls, 2007; Hiebert *et al.*, 1996; Van Guizen, Van Oers y Wubbels, 2005).

En este contexto, el entorno de aprendizaje se concibe como una “conjunción de las tareas y la concepción de una determinada manera de usarlas, incluido el papel del formador de profesores y los documentos adicionales” (García, 2000) que ayuden a los estudiantes para maestro a construir conocimiento y desarrollar, al mismo tiempo, formas de generarlo. Los entornos de aprendizaje así concebidos se articulan a través de la resolución de tareas en las que los estudiantes para profesor pueden negociar y discutir los significados generados. En estos momentos, una manera de potenciar los espacios de interacción entre los estudiantes para profesor es utilizando las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) (Rey, Penalva y Llinares, 2007). Una hipótesis que justifica esta manera de actuar es que los “espacios de interacción” que se generan en los programas de formación ayudan a potenciar la construcción del conocimiento necesario para enseñar. El contexto en el que se constituye este proceso de aprendizaje para los estudiantes para profesor es el análisis e interpretación de situaciones de enseñanza-aprendizaje de tópicos matemáticos concretos.

Los entornos de aprendizaje construidos en una plataforma web integran cuatro actividades: ver videos, leer documentos, participar en debates virtuales y escribir informes (figura 4). Este diseño intenta reflejar la dualidad entre la participación y la reificación que Wenger (1999) asocia a los procesos de negociación de los significados cuando los individuos producen focos de atención sobre aspectos específicos. Wenger (1999) mantiene que, a través de este proceso de negociación de los significados, es como las personas ganan experiencia sobre el mundo.

En el caso particular que estamos describiendo, se contrasta la experiencia previa de los estudiantes para profesores como aprendices de matemáticas al ver segmentos de enseñanza de las matemáticas (video-clips), lo que les permite

Figura 4 Estructura metodológica del entorno de aprendizaje diseñado en el experimento de enseñanza



empezar a explicitar las referencias cognitivas a través de las cuales dotan de sentido a lo que sucede en las clases de matemáticas. En este proceso de explicitar las referencias cognitivas, la información teórica proporciona a los estudiantes para profesor un esquema de referencia y un “lenguaje” para identificar diferentes aspectos de la lección de matemáticas (Llinares y Valls, 2007).

Finalmente, en este tipo de diseño de entornos de aprendizaje, los debates virtuales generan espacios de interacción para la discusión pública en los que el discurso progresivo se conduce a través del texto escrito en el que pueden cuestionarse las interpretaciones personales de los estudiantes para profesor y clarificarse en el intento de construir un “conocimiento común”. El texto escrito, producido al participar en los debates virtuales en el contexto de resolver las tareas profesionales planteadas, ayuda a llegar a conocer y comprender el tópico sobre el que se escribe, viéndolo como un proceso dialógico. Escribir una aportación en el debate on-line puede clarificar y consolidar la comprensión de uno mismo en el intento de ayudar a que otros comprendan. Este proceso, junto con el de sintetizar la información generada durante el debate escribiendo ensayos, apoya la idea de que los estudiantes para profesor puedan llegar a determinar la validez y la pertinencia de la información teórica presentada para el análisis de

la enseñanza y, por tanto, empiecen la construcción de su conocimiento profesional (Linares y Valls, 2007).

El diseño de estos entornos de aprendizaje usando el análisis de lecciones de matemáticas se apoya en tres ideas:

1. La necesidad de que los estudiantes para profesor lleguen a conceptualizar la enseñanza de las matemáticas.
2. La creación de espacios de interacción social entre los estudiantes para profesor como un medio para apoyar la construcción social del conocimiento. De esta manera, la integración de debates virtuales permite a los estudiantes para profesor interactuar con los compañeros y el material sin necesidad de tener que coincidir en un lugar dado o en un momento determinado.
3. La naturaleza evolutiva del proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar. Esta idea implica desarrollar “trayectorias de aprendizaje” que favorezcan el que los estudiantes para profesor expliquen sus creencias, negocien nuevos significados y la posibilidad de una integración del uso de la información teórica procedente de la didáctica de la matemática (instrumentos conceptuales) en el análisis de la enseñanza de las matemáticas.

Estas características se reflejan en el hecho de que los entornos de aprendizaje se estructuran entre sí para intentar favorecer la evolución de las concepciones previas de los estudiantes para profesor hacia el desarrollo de las diferentes componentes del conocimiento profesional. En este sentido, el uso de fragmentos de clase grabados en video puede permitir a los estudiantes para profesor un uso progresivo de los instrumentos conceptuales que les permita ir más allá de la identificación de características superficiales de la enseñanza.

El análisis de la enseñanza de las matemáticas en los programas de formación es importante desde el reconocimiento de la necesidad de llegar a comprender la práctica de enseñar matemáticas como un aspecto ineludible del proceso de llegar a ser profesor. Desde estas referencias, el uso de registros de video de las clases de matemáticas, como material didáctico para la formación, es una alternativa que se ha mostrado pertinente, ya que los videos en los programas de formación han demostrado su potencial como un medio que permite que los estudiantes para profesor tengan acceso a situaciones reales de clase, haciendo más fácil el análisis de la enseñanza de las matemáticas.

LO QUE APORTA LA INVESTIGACIÓN SOBRE LA FORMACIÓN DE PROFESORES A LA PRÁCTICA DE FORMAR PROFESORES

En este artículo, se ha intentado describir las implicaciones que tiene una determinada manera de contemplar la práctica de enseñar matemáticas y el proceso de aprendizaje del estudiante para profesor sobre la formación de profesores (en el caso del diseño de entornos de aprendizaje). Aprender a enseñar matemáticas (proceso de desarrollo profesional) está relacionado con la manera en la que los estudiantes para profesor (profesores en ejercicio) se apropian de “instrumentos” para pensar y actuar como profesores de matemáticas como un proceso de instrumentalización. Dos ideas son importantes en este punto de vista. La primera, que el “conocimiento” se ve como el uso de instrumentos tanto físicos como conceptuales. La segunda, que aprender se ve como la transformación de la persona mediante la participación creciente en “prácticas sociales”, en función de la naturaleza de las tareas y actividades que resuelven. Una implicación de esta manera de entender el aprendizaje (y el desarrollo profesional) es el papel desempeñado por lo social en la construcción del conocimiento. Esta perspectiva del aprendizaje, como hemos intentando describir, tiene implicaciones sobre el diseño de:

- los *materiales* curriculares del programa de formación, y
- los *espacios* de interacción, cuyo objetivo es que los estudiantes para profesor construyan conocimiento necesario para enseñar matemáticas.

Sin embargo, existen todavía muchas interrogantes en la tarea de diseñar entornos de aprendizaje y materiales docentes a fin de que los estudiantes para profesor conceptualicen la práctica de enseñar matemáticas. Pero, al ser la actividad de formar profesores una actividad institucionalizada, no es fácil tomar decisiones únicamente considerando lo que los análisis teóricos nos dicen. Muchas veces, las limitaciones de los contextos en los que los formadores de profesores deben desarrollar su actividad hacen difícil implementar algunas de las iniciativas. De todas maneras, en estos momentos los adelantos tecnológicos permiten ir incorporando a la formación de profesores medios materiales que son pertinentes desde puntos de vista teóricos.

Por ejemplo, la posibilidad de obtener registros de la práctica mediante grabaciones de video o el uso de sus transcripciones como material de formación permiten utilizarlos en entornos de aprendizaje diseñados en programas de

formación de manera coherente con las reflexiones teóricas sobre el aprender a enseñar (desarrollo profesional). Por otra parte, ver el aprendizaje como un proceso por el cual las personas se apropian en un contexto social de instrumentos para “pensar” y “actuar” genera implicaciones sobre las características de los espacios de interacción que favorecen esta construcción social del conocimiento. En estos momentos, el uso de entornos interactivos apoyados en la web permite suponer que pueden tenerse en cuenta ciertos aspectos de lo que significa la construcción social del conocimiento necesario para enseñar.

De todas maneras, lo que parece que es relevante en estos momentos es la necesidad de definir la formación de profesores de matemáticas, haciendo explícitos los principios teóricos sobre el aprendizaje del profesor y tomando como referente ineludible el hecho de que es la “práctica de enseñar matemáticas” la que debe ser aprendida y comprendida. Ideas, como articular la enseñanza a través de la resolución de problemas, potenciar los procesos de comunicación matemática en el aula, utilizar el pensamiento matemático de los estudiantes como referencia en la toma de decisiones, etc., no pueden darse en las aulas si los profesores no comparten dichos principios, para lo cual deben poseer una “comprensión de la enseñanza”, recursos –conceptuales y técnicos– y sistemas de creencias que les permitan actuar de esa manera.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha recibido el apoyo del Ministerio de Educación y Ciencia, Dirección General de Investigación, España, a través del proyecto I+D+i, núm. SEJ2004-05479, y de la Generalitat Valenciana a través del proyecto GVPRE/2008/364.

Agradecemos a los evaluadores anónimos de la revista las revisiones y comentarios, realizados a las versiones previas de este artículo, que nos han ayudado a clarificar las ideas que intentábamos transmitir.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alsina, A. (2007), “El aprendizaje reflexivo en la formación permanente del profesorado: un análisis desde la didáctica de la matemática”, *Educación Matemática*, vol. 19, núm. 1, pp. 99-126.

- Azcarate, P. (2000), "El conocimiento profesional, naturaleza, fuentes, organización y desarrollo", *Cuadrante*, vol. 8, núm. 12, pp. 111-138.
- Ball, D.L. y D.K. Cohen (1999), "Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education", en G. Sykes y L. Darling-Hammond (eds.), *Teaching as the Learning Profession: Handbook of Policy and Practice*, San Francisco, Jossey Bass, pp. 3-32.
- Callejo, M.L., J. Valls y S. Llinares (2007), "Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional", *Investigación en la Escuela*, núm. 61, pp. 5-21.
- Callejo, M.L., S. Llinares y J. Valls (2007), "El uso de *video-clips* para una práctica reflexiva", comunicación presentada en las XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas-IAEM, Granada, julio, <http://hdl.handle.net/10045/852>.
- (2008), "Using video-case and on-line discussion to learn to 'notice' mathematics teaching", en O. Figueras y A. Sepúlveda (eds.) *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the XX North American Chapter*, Morelia, Michoacán, México, PME, vol. 2, pp. 233-240.
- Cobb, P., J. Conferi, A. diSessa, R. Lehrer y L. Schauble (2003), "Design experiments in education research", *Educational Researcher*, vol. 32, núm. 1, pp. 9-13.
- Comiti, Cl. y D.L. Ball (1996), "Preparing teachers to teach mathematics: A comparative perspective", en A. Bishop, K. Clements, Ch. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 1123-1154.
- Cos, A. y J. Valls (2006), "Debates virtuales y concepciones de estudiantes para maestro sobre resolución de problemas", *Zetetike*, vol. 14, pp. 7-28.
- Contreras, L.C. y L. Blanco (coords.) (2002), *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas. Una mirada a la práctica docente*, Cáceres, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.
- Eraut, M. (1994), *Developing Professional Knowledge and Competence*, Londres, The Falmer Press.
- Fennema, E. y Th. Romberg (1999), *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*, Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum.
- Gamoran, M. (2004), "New perspectives on the role of video in teacher education", en J. Brophy (ed.), *Using Video in Teacher Education. Advances in Research on Teaching*, vol. 10, Londres, Elsevier, pp. 1-27.

- García, M. (2000), "El aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición. Implicaciones para la formación inicial de maestros", en C. Corral y E. Zurbano (eds.), *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores desde el área de Didáctica de la Matemática*, Oviedo, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Oviedo, pp. 55-79.
- García, M., V. Sánchez, I. Escudero y S. Llinares (2006), "The dialectic relationship between theory and practice in Mathematics Teacher Education", *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 9, núm. 2, pp. 109-128.
- Hiebert, J., A.K. Morris, D. Berk y A. Jansen (2007), "Preparing teachers to learn from teaching", *Journal of Teacher Education*, vol. 58, pp. 47-61.
- Hiebert, J., R. Gallimore y J. Stigler (2002), "A knowledge base for the teaching profession. What would like and how can we get one?", *Educational Researcher*, vol. 31, núm 5, pp. 3-15.
- Llinares, S. (2002), "Participation and reification in learning to teach: The role of knowledge and beliefs", en G. Leder, E. Pehkonen y G. Törner (eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 195-209.
- (2004), "La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en educación primaria", *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, vol. 36, pp. 93-115.
- (2005), "Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas y diseño de entornos de aprendizaje", conferencia invitada en el V Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM), celebrado en Oporto, Portugal, julio, <http://hdl.handle.net/10045/854>.
- Llinares, S. y K. Krainer (2006), "Mathematics (student) teachers and teachers educators as learners", en A. Gutierrez y P. Boero (eds.), *Handbook of Research on the psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, Rotterdam/Taipe, Sense Publishers, pp. 429-459.
- Llinares, S. y F. Olivero (2008), "Virtual communities and networks of prospective mathematics teachers. Technologies, interactions and new forms of discourse", en K. Krainer y T. Wood (eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Vol. 3. Participants in Mathematics Teacher Education: Individuals, Teams, Communities and Networks*, Rotterdam, Sense Publishers, pp. 155-180.
- Llinares, S. y V. Sánchez (1998), "Aprender a enseñar matemáticas: los videos como instrumento metodológico en la formación inicial de profesores", *Revista de Enseñanza Universitaria*, núm. 13, pp. 29-44.

- Llinares, S. y J. Valls (2007), "The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: Interaction and online video cases studies", *Instructional Science*, DOI: 10.1007/s11251-007-9043-4.
- Penalva, M.C., I. Escudero y D. Barba (eds.) (2006), *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de matemáticas*, Granada, Grupo Proyecto Sur.
- Peñas, M. y P. Flores (2005), "Procesos de reflexión en estudiantes para profesor de matemáticas", *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 23, núm 1, pp. 5-16.
- Peressini, D., H. Borko, L. Romagnano, E. Knuth y Ch. Willis (2004), "A conceptual framework for learning to teach secondary mathematics: a situative perspective", *Educational Studies in Mathematics*, núm. 56, pp. 67-96.
- Ponte, J.P. y O. Chapman (2006), "Mathematics teachers' knowledge and practices", en A. Gutierrez y P. Boero (eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, Rotterdam/Taipe, Sense Publishers, pp. 461-494.
- Putman, R.T. y H. Borko (2000), "What new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning?", *Educational Researcher*, vol. 29, núm. 1, pp. 4-15.
- Rey, C., C. Penalva y S. Llinares (2007), "Aprendizaje colaborativo y formación de asesores en matemáticas: análisis de un caso", *Cuadrante*, vol. XV, pp. 95-120.
- Shulman, L. y J. Shulman (2004), "How and what teachers learn: A shifting perspective", *Journal of Curriculum Studies*, vol. 36, núm. 2, pp. 257-271.
- Valls, J., S. Llinares y M.L. Callejo (2006), "Video-clips y análisis de la enseñanza. Construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas", en M. C. Penalva, I. Escudero y D. Barba (eds.) (2006), *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de matemáticas*, Granada, Grupo Proyecto Sur, pp. 25-48.
- Van Es, E. y M.G. Sherin (2002), "Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions", *Journal of Technology and Teacher Education*, vol. 10, núm. 4, pp. 571-596.
- Van Guizen, P., B. van Oers y Th. Wubbels (2005), "A Vygostskian perspective on teacher education", *Journal of Curriculum Studies*, vol. 27, núm. 3, pp. 267-290.
- Venkat, H. y J. Adler (2008), "Expanding the foci of activity theory: Accessing the broader contexts and experiences of mathematics education reform", *Educational Review*, vol. 60, núm. 2, pp. 127-140.

Wenger, E. (1998), *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*, Nueva York, Cambridge University Press.

Wilson, S.M. y J. Berne (1999), "Teacher learning and the acquisition of professional knowledge: An examination of research on contemporary professional development", en A. Iran-Nejad y P.D. Pearson (eds.), *Review of Research in Education*, Washington, American Educational Research Association, núm. 24, pp. 173-210.

DATOS DE LOS AUTORES

Salvador Llinares

Departamento de Innovación y Formación Didáctica,
Universidad de Alicante, España
sllinares@ua.es

Julia Valls

Departamento de Innovación y Formación Didáctica,
Universidad de Alicante, España
julia.valls@ua.es

Ana-Isabel Roig

Departamento de Innovación y Formación Didáctica,
Universidad de Alicante, España
a.roig@ua.es