

Argumentación matemática en los libros de texto de la enseñanza media

Llanos Viviana Carolina^{1,2}; Otero, María Rita^{1,2}; Banks Leite Luci³

vcllanos@exa.unicen.edu.ar; rotero@exa.unicen.edu.ar

¹NYECYT, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs. As., Tandil, Argentina

²CONICET- Argentina

³Facultad de Educación- UNICAMP- Brasil

Resumen

Esta investigación estudia los problemas que surgen en torno a la argumentación matemática empleada por los libros de texto para la educación media. Se analizan (N = 137) textos escolares realizando una categorización inductiva que toma en cuenta diversos aspectos de la argumentación: tradiciones, inicio de la argumentación, grado de la argumentación, relación entre las imágenes externas y la argumentación.

Se analiza y discute la forma en que los textos han modificado la forma de argumentar en matemática a lo largo del tiempo con las consecuencias didácticas que esto supone. Además, se analiza como el nivel educativo al que están dirigidos, influye en el tipo de argumentación empleada y las propiedades matemáticas con que se realizan las argumentaciones. Se describen y discuten las categorías construidas y se presentan algunos resultados preliminares que podrían resultar de interés educativo.

Palabras clave: Argumentación matemática. Textos escolares. Epistemología.

Abstract

This investigation studies some problems arising around the mathematical argumentation used by text books in the secondary school. One hundred and thirty seven (N = 137) textbooks have been analyzed using an inductive categorization referring at diverse argumentation aspects like: traditions, argumentation beginnings, argumentation degrees, relationships between the external images and the argumentation. The changes of mathematical argumentation and its modifications in the texts during the time and their didactic implications are analyzed and are discussed. In addition, it is analyzing like the educative level of texts has influenced its argumentation style and how over certain mathematical properties the argumentations was made. The constructed categories are described and are discussed. Some first results that would be interesting for mathematical education are discussing here.

Key words: Mathematical argumentation. Scholastic text books. Epistemology.

1. INTRODUCCIÓN

Podría decirse que el problema de la Argumentación Matemática ha sido abordado desde referenciales didácticos, más específicamente dentro de la llamada visión epistemológica de la didáctica de la matemática (Arsac, Chapiro, Colonna, Germain, Guichard, Mante, 1992; Arsac 1987; Recio, 1997, 1999). También existen estudios realizados desde la socio epistemología en Educación Matemática (Crespo Crespo, 2005, 2006a, 2006b, Crespo Crespo, Farfán, 2005, 2006; D'Amore, 2005a, 2005b; Godino, Recio, 2001).

Esta investigación se interesa por cuestiones psicológicas, lingüísticas y argumentativas en la institución Escuela Media. Es decir, se trata de estudiar los procesos argumentativos escolares específicamente matemáticos, no sólo desde referenciales didácticos o epistémicos (que suelen descuidar aspectos lingüísticos propiamente dichos), sino desde los marcos lingüísticos y psicológicos que abordan la argumentación desde un punto de vista particular. En este caso se busca articularlos con la especificidad de la construcción de conocimientos en matemática.

En las últimas décadas, se ha notado un interés creciente por el estudio de las relaciones entre lenguaje/discurso,

conocimiento y argumentación, entendiendo a esta última como una actividad de naturaleza discursiva que se realiza por la justificación de puntos de vista y consideración de objeciones y puntos de vista alternativos, con el objeto último de alcanzar -o no- la aceptabilidad de puntos de vista en cuestión (Leitão, 2001, 2007; Bakhtin, 1998; Leitão y Banks-Leite, 2006; Banks-Leite, 1998, 2004, 2007; Goulart, 2004, 2007; Colinvaux, 2007; Santos, 2007; Candela, 1998).

Se toman en cuenta las ideas de Leitão (2001, 2007) acerca de los elementos que constituyen una unidad de análisis efectiva, para el estudio de la argumentación. Interesa el papel constitutivo de la argumentación en la construcción del conocimiento, dado que esta “despierta” en los individuos un proceso de revisión de sus perspectivas para la aceptabilidad de un nuevo punto de vista en cuestión, formulando así, “nuevos conocimientos”.

En este trabajo se estudia la argumentación matemática que proponen los libros de texto de la Enseñanza Media con el objeto de estudiar la relación entre discurso, argumentación y construcción de conocimiento matemático. Se discuten las características de los libros de texto, del tipo de argumentación que estos proponen y se analiza como los textos han modificado la forma de argumentar en matemática a lo largo del tiempo con las consecuencias didácticas que esto supone.

El proyecto, parece justificado por el papel imprescindible del proceso de argumentación en matemática y el humilde desempeño de los alumnos en la comprensión y elaboración continua de argumentaciones en el aula; dado que en las aulas de matemática de hoy, no se trabaja deliberadamente en la argumentación, más bien se opta por la repetición de ejercicios, reduciendo el trabajo del alumno a copiar y reproducir el conocimiento propuesto por el profesor.

Así propuesta, la matemática oculta el acceso a: el razonamiento, la prueba, la discusión, la posibilidad de compartir significados y la producción de un nuevo conocimiento. Una forma de favorecer los procesos de devolución a los alumnos de la responsabilidad matemática que les cabe, es mediante la interacción social, la producción de discursos. Teniendo en cuenta que en matemática, el contexto de producción de los argumentos, es diferente de los demás contextos de la actividad social, el tipo de comunicación entre los individuos que requiere la argumentación matemática parece revestir características propias. Entre otras, las diferencias estarían en la adopción de ciertas formas lógico-deductivas propias de la actividad matemática y bastante alejadas del sentido común.

Nuestro trabajo se restringe, al análisis de (N = 137) libros de texto de la Escuela Media, estudiando las características de las argumentaciones que involucran las propiedades de los triángulos y en aritmética con identidades y ecuaciones.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Naturaleza de la ciencia y características del Conocimiento Matemático

Es probable que la inquietud generada por probar la coherencia en matemática, se haya instalado como consecuencia de los problemas relacionados con la construcción del conocimiento matemático y la consistencia de la matemática.

Para comprender aún mejor dicha necesidad de fundamentar la matemática, es necesario hacer una irrupción en cuestiones inherentes a la naturaleza de la ciencia y en las características que ofrece el conocimiento matemático (Klimovsky, G; Boido, G; 2005). Se muestran los orígenes empíricos de la matemática, analizando las diferentes tendencias desde Ahmés a Platón y se menciona la concepción aristotélica, por su importancia en los criterios: explicativo y fundamentativo que propone y en el origen de la geometría de Euclides. Se responde con cada uno de estos a las preguntas¹ que se han planteado Klimovsky y Boido a lo largo del libro, y que son usadas como referencia para reflexionar acerca de la matemática. Las cuestiones a las que los autores hacen referencia a lo largo de sus trabajos son:

1. *¿De qué hablan las proposiciones de la matemática?*; remite a la cuestión de cuáles son los objetos que estudia la disciplina.
2. *¿Por qué creer en las proposiciones de la matemática?*; se vincula con el problema de cuál es la fuente de las verdades matemáticas.
3. *¿Cómo se investiga en matemática?*; es decir, sobre las estrategias que emplean los matemáticos para alcanzar nuevos conocimientos.
4. *¿Cuál es la relación entre la matemática y la realidad?*; atañe al problema de la vinculación de los conocimientos matemáticos con necesidades y objetivos de orden práctico.

(Klimovsky, G; Boido, G; 2005:29).

Si se tiene en cuenta la Historia de la Matemática, se puede advertir que *la actividad de quienes la cultivaron y cultivan, se desarrolla en tres direcciones diferentes, las cuales, aunque no son totalmente independientes, son en espíritu y aun en metodología diferentes*” (Klimovsky y Boido 2005: 181). Las denominan: tradición axiomática, tradición computacional y tradición estructural; y las definen como:

- ✓ *Tradición axiomática*: la idea central, es que se parte de principios simples y evidentes, los axiomas, y luego, utilizando las formas correctas de razonamiento que establece la lógica, se deducen a partir de ellos los teoremas. “*La actividad matemática se divide en dos etapas: (1) proponer principios; y luego (2) demostrar (incesantemente) teoremas*” (Klimovsky y Boido; 2005, 181)
- ✓ *Tradición computacional*: también llamada algorítmica, “*concede a la matemática como ocupándose de ciertos “objetos”, particularmente números, y de las operaciones y cálculos que se puedan realizar con ellos*”

¹ Estas preguntas, no se responden en este trabajo, pero son de interés para la investigación.

(Klimovsky y Boido; 2005, 182). Esta tradición tuvo sus orígenes en Pitágoras y es dominante en ramas de la matemática aplicada, como física, química, informática, entre otras.

- ✓ **Tradición estructural:** Klimovsky y Boido consideran que la palabra “estructura” tiene dos significados principales: (1) una estructura es “un conjunto de elementos dentro del cual se toman en consideración ciertas relaciones y propiedades haciendo abstracción de las restantes” (Klimovsky y Boido; 2005, 183), y, por otro lado, (2) el tipo de estructura que es un “conjunto de estructuras que cumplen una misma serie de condiciones” (Klimovsky y Boido; 2005, Pág.183)

A través de la historia, han surgido polémicas entre matemáticos acerca de la aceptación o no de ciertas características del quehacer matemático, del papel de las demostraciones y de las definiciones, del nivel de rigor y de los distintos enfoques que pueden darse al conocimiento matemático. Este conocimiento, se sostiene principalmente en dos modos: la intuición y la lógica: el primero es subjetivo, mientras que el segundo es analítico y objetivo. Ambos se combinan en el proceso mediante el cual se describen los objetos matemáticos, sus relaciones y la manera en la que es posible operar o interactuar con ellos.

Para estudiar los significados de la demostración matemática, Recio vio la necesidad de analizar las diversas formas argumentativas, matemáticas, que aparecen en los diferentes contextos: vida cotidiana, ciencias experimentales, matemática profesional, lógica y fundamento de la matemática, y educación matemática. De estos contextos, se desarrollarán los que son de interés para este trabajo.

Entre las modalidades de demostración matemática, se desarrollan las teorías científicas como método de argumentación que es a la vez inductivo y deductivo. “Mediante argumentos inductivos se hacen generalizaciones, que se comprueban en casos particulares; y mediante argumentos deductivos se encadenan esas generalizaciones, que representan leyes científicas, para hacer surgir nuevas generalizaciones, nuevas leyes, que se pueden comprobar luego experimentalmente” (Martínez Recio, 1999).

Estos modos argumentativos, motivan la aparición de tres formas de argumentación matemática:

- La *prueba empírico-inductiva* que tiene por objetivo la comprobación de casos particulares como medio de validación de los teoremas. Por medio de esta prueba se concluye que lo que es verdadero de ciertos individuos de una clase es verdadero en toda la clase, o bien que lo que es verdadero algunas veces, lo será siempre en circunstancias similares, y
- La *prueba deductiva informal*, que es una argumentación de carácter deductivo, pero con fuerte base intuitiva.

- La demostración puramente matemática, la *demostración deductiva, de carácter axiomático, formal*. “Una formalización que en lógica y fundamentos de las matemáticas se lleva a niveles extremos, haciendo aparecer la demostración como mera derivación simbólica, sintáctica, realizada de acuerdo a reglas preestablecidas de transformación de expresiones, sin apelación alguna a la institución”. (Martínez Recio, 1999).

El argumento deductivo, es el principal objeto de la lógica formal, se realiza en el seno de un lenguaje simbólico que se construye a partir de una serie de símbolos elementales y de unas reglas de formación de fórmulas. Este lenguaje es la base de un sistema axiomático en el que las deducciones se llevan a cabo. La matemática es considerada como deductiva ya que en ella se pueden obtener unos resultados a partir de otros mediante la aplicación de leyes lógicas.

Si la validez de las afirmaciones matemáticas se sustenta básicamente en el carácter deductivo de la lógica. Entonces:

- ¿Cuál es la especificidad de la argumentación en los libros/aulas de matemática?
- ¿Cuál es el papel de la confrontación en la matemática? ¿Hay posibilidad de confronto?
- ¿Hay lugar para defender un punto de vista en este tipo de conocimiento?

En Educación Matemática, sabemos que la clase de matemática esta llena de modalidades de argumentación, matemática y no matemática, que los estudiantes encuentran y proponen en cada momento, situación y contexto. De acuerdo con lo anterior, se pueden considerar diversas formas de argumentar que emergen del sistema de prácticas, en diferentes contextos institucionales.

2.2 Argumentación y Construcción del Conocimiento Matemático

Leitão (2007) define a la argumentación como una actividad social de naturaleza discursiva que se realiza por la justificación de puntos de vista y consideración de ideas alternativas con el objetivo de aumentar o reducir la aceptabilidad de un punto de vista en cuestión.

Interesa, particularmente, comprender la existencia de argumentación en un espacio de negociación (en situaciones cara a cara; o en ausencia de un interlocutor), como recursos de mediación en procesos de construcción de conocimiento, como así también en la transformación de conocimiento, desencadenando en los individuos, un proceso de revisión de sus perspectivas.

La adopción de una epistemología dialógica como marco de referencia para el estudio de las relaciones entre argumentación y procesos de construcción de conocimiento implica no solo que la argumentación debe ser investigada como una actividad dialógica en el curso del cual la divergencia entre puntos de vista se examinan y negocian;

sino que también su estructura y funcionamiento estarán afectados por el entorno social en que se produce.

La argumentación sólo puede ser comprendida y adecuadamente investigada en relación a las particularidades del ambiente social en que es producida:

- Tipo de interlocutor
- Grado de polémica del tema
- Peculiaridades del dominio de conocimiento en que se desarrolla el tema
- Objetivos comunicativos de los estudiantes
- Restricciones ideológicas institucionales.

Se asume que la argumentación es por definición un fenómeno dialógico. Las voces que la constituyen tienen su origen no solo en interlocutores presentes en la situación inmediata en que la argumentación es producida; sino también en una multiplicidad de artefactos (libros, grabaciones), y más aún, en el discurso interior, en situaciones en que la argumentación se genera en ausencia de un interlocutor en el ambiente de su producción (escritura); o en situaciones donde un individuo se involucra en una argumentación consigo mismo: *Argumentación Autodirigida*.

La argumentación involucra un proceso de negociación entre diferentes instancias de enunciación (no necesariamente diferentes individuos) que asumen los papeles dialécticos de proponente y oponente, en relación con los puntos de vista discutidos.

- El papel del proponente es ofrecer elementos que den sustento al punto de vista y responder a las críticas y perspectivas alternativas propuestas por el oponente para la discusión.
- El oponente, trae a la discusión dudas, contra argumentos y perspectivas alternativas que ponen en duda las posiciones del oponente.

Interesan en este trabajo los procesos de construcción de conocimiento que son implementados cuando un sujeto se involucra en un proceso de negociación de divergencias consigo mismo, marcado por la justificación de posiciones y por el examen y respuesta a las perspectivas contrarias (oponente imaginario).

Leitão propone un procedimiento analítico diseñado para capturar procesos de revisión de perspectivas inherentes a la argumentación. Este proceso se basa en una unidad de análisis constituida por tres elementos: argumento, contra argumento y respuesta.

Argumento ← *Contra-argumento*
Respuesta ↗

(Leitão, noviembre 2007; comunicación personal)

Cada uno de ellos contribuye de forma específica en la implementación de la propia actividad argumentativa (función discursiva); la instalación de procesos de revisión (función psicológica) y la transformación de conocimiento (función epistémica).

La justificación de puntos de vista, la consideración de ideas alternativas, la oportunidad de compartir significados, la interacción social, crean en el discurso un espacio de negociación en el cual las concepciones de los individuos son reformuladas, transformadas. Por tal motivo, interesa el papel constitutivo de la argumentación en la construcción del conocimiento, dado que esta “despierta” en los individuos un proceso de revisión de sus perspectivas para la aceptabilidad de un nuevo punto de vista en cuestión, formulando así, “nuevos conocimientos”.

En este trabajo, se utiliza el marco teórico, para la definición de las categorías, que se muestran a continuación

3. PREGUNTAS DE LA INVESTIGACIÓN

- ¿Cómo se caracteriza la argumentación matemática escolar en los libros de texto de la escuela media?
- ¿Cuáles son las diferencias y similitudes, en torno a la argumentación matemática escolar entre los libros de textos anteriores y posteriores a la reforma educativa de 1994?
- ¿Es posible realizar una clasificación y encontrar semejanzas entre el conjunto de textos analizados, respecto de sus características distintivas?

4. METODOLOGÍA

Se analizan (N = 137) textos escolares para la educación media, con el objetivo de comprender las modificaciones producidas en la argumentación matemática en los libros de textos escolares anteriores y posteriores a la reforma educativa de 1994. Dicha reforma origina la reformulación de la mayoría de los libros de texto, no así de los contenidos, adecuándolos a las características del nuevo Sistema Educativo. Se analizan mayoritariamente los ejemplares editados luego de la reforma educativa, correspondientes a los años de escolaridad 1 y 2, definidos anteriormente. La elección de dichos ejemplares fue aleatoria.

Se realiza una categorización de tipo inductiva, es decir que las categorías fueron creadas e interpretadas de acuerdo a las características de los textos analizados, en función del marco teórico. Con el objetivo de describir e interpretar los aspectos distintivos de la argumentación matemática escolar que ofrecen los libros de texto de nivel medio se realiza un Análisis Factorial de Correspondencias Múltiples (Benzécri, 1980; Lebart, 1985) sobre las variables nominales con sus respectivas modalidades, detalladas en la Tabla I. Se clasifican los textos con el objetivo de encontrar una posible tipología entre el conjunto de libros didácticos analizados para determinar la formación de clases, e identificar las similitudes y diferencias en la argumentación entre el conjunto de libros analizados.

Se describen y discuten las categorías construidas con sus respectivas modalidades que se detallan a continuación:

TABLA I

CARACTERÍSTICAS DE LOS LIBROS DE TEXTO	
1. PERI (Período de edición)	1.1 PER1 (Entre 1940 y 1973)
	1.2 PER2 (Entre 1974 y 1994)
	1.3 PER3 (Entre 1995 y 2007)
2. ESCO (Año de escolaridad)	2.1 ESC1 (De 7 a 9)
	2.2 ESC2 (De 10 a 12)
	2.3 INGR (Ingreso)
3. TRAD (Tradiciones)	3.1 COMP (Tradición Computacional)
	3.2 AXIO (Tradición Axiomática)
	3.3 ESTR (Tradición Estructuralista)
CARACTERÍSTICAS DE LA ARGUMENTACIÓN	
4. INAR (Inicio de la argumentación)	4.1 PREG (Pregunta)
	4.2 DEFI (Definición)
	4.3 EJEM (Ejemplo)
5. TIAR (Tipo de argumentación)	5.1 DEFO (Deductiva Formal)
	5.2 DEIN (Deductiva Informal)
	5.3 EMIN (Empírico Inductiva)
6. GRAD (Grado de la argumentación)	6.1 ALTO
	6.2 MEDI (Medio)
	6.3 NULO
RELACIÓN ENTRE IMÁGENES EXTERNAS Y ARGUMENTACIÓN	
7. USOI (Uso de la imagen)	7.1 IMOR (Ornamental)
	7.2 IMAR (Argumentativa)
8. TIIM (Tipo de imagen)	8.1 MATE (Representaciones matemáticas)
	8.2 EXMA (Representaciones extra matemáticas)
9. ESTI (Estilo gramatical de la imagen)	9.1 CONC (Conceptual)
	9.2 NARR (Narrativa)
10. REEM (Relación con el mundo empírico)	10.3 NATU (Naturalista)
	10.4 ABST (Abstracta)

Características de los libros de texto:

1- Período de edición del libro (PERI): Hace referencia al año de la primera edición del libro, para hacer una clasificación del tipo:

1.1- Entre 1940 y 1973 (PER1): Libros de texto editados entre 1940 y 1973. Se analizaron 19 textos.

1.2- Entre 1974 y 1994 (PER2): Libros de texto editados entre 1974 y 1994, anteriores a la reforma educativa de 1994. Se analizaron 34 textos

1.3- Entre 1995 y 2007 (PER3): Libros de texto editados entre 1995 y 2007, correspondientes a la reforma educativa vigente desde 1995. Se analizaron 84 libros en esta modalidad.

2- Año de escolaridad (ESCO): Se refiere al “año de escolaridad” al que se dirigen los libros de texto. Las modalidades son:

2.1- De 7 a 9 (ESC1): Libros de texto dirigidos a la escolaridad 7, 8 y 9; correspondientes a los alumnos entre 12 y 14 años. Se analizaron 76 ejemplares.

2.2- De 10 a 12 (ESC2): Libros de texto dirigidos a la escolaridad 10, 11, 12 correspondientes a los alumnos entre 15 y 17 años. Se analizaron 49 ejemplares.

2.3- Ingreso (INGR): Libros de texto correspondientes a los cursos de ingreso a la universidad. Se analizaron 12 ejemplares.

3- Tradiciones (TRAD): En la historia de la matemática habrían existido tres grandes tradiciones, con metodologías distintas para cada una; denominadas: axiomática, computacional y estructural (Klimovsky y Boido, 2005 p. 181).

3.1- Tradición Computacional (COMP): Es asumida por los libros que muestran a la matemática como una disciplina ocupada en la resolución de problemas de cálculo, en los números, y en las operaciones que se puedan realizar con ellos. Se identificaron 62 libros.

3.2- Tradición Axiomática (AXIO): Es asumida por los libros que comienzan ofreciendo definiciones, proponen principios y utilizando las formas correctas de razonamiento, deducen a partir ellos los teoremas y presentan los pasos de las demostraciones respectivas. Se identificaron 25 libros.

3.3- Tradición Estructuralista (ESTR): Es asumida por los libros que muestran al trabajo matemático como búsqueda de regularidades y entendimiento de estructuras que cumplen una misma serie de condiciones. Se identificaron 50 libros.

Características de la Argumentación:

4- Inicio de la Argumentación (INAR): Hace referencia al modo en que se inicia cada capítulo:

4.1- Pregunta (PREG): Libros de texto que comienzan formulando una cuestión, mediante una situación problema o preguntas, que generalmente más tarde se responden. Se analizaron 53 ejemplares.

4.2- Definición (DEFI): Libros que comienzan empleando definiciones para introducir un nuevo conocimiento. Se identificaron 59 ejemplares.

4.3- Ejemplos (EJEM): Libros de texto que utilizan ejemplos para introducir un contenido, a partir de los cuales, el conocimiento puede ser generalizado. Se identificaron 25 ejemplares.

5- Tipo de Argumentación (TIAR): Se refiere a si los libros de texto adoptan argumentaciones de tipo deductivas: formales e informales; argumentaciones empírico-inductivas, o si por el contrario, solamente se presentan definiciones, actividades para resolver, ejemplos, etc.

5.1- Argumentación Deductiva Formal (DEFO): Se presenta en los textos que optan por una argumentación matemática deductiva, de carácter más o menos formal, pudiendo llegar hasta el método axiomático. Se identificaron 27 ejemplares.

5.2- Argumentación Deductiva Informal (DEIN): Se refiere a aquellos textos que emplean argumentaciones deductivas de tipo informal (en lenguaje natural). Se identificaron 35 ejemplares.

5.3- Argumentación Empírico Inductiva (EMIN): Libros que generalizan a partir del análisis de ejemplos (generalmente pocos) o mediante transformaciones sobre un ejemplo seleccionado, tomado como representante. Se identificaron 75 ejemplares.

6- Grado de la Argumentación (GRAD): Leitão (2001, 2007) define la argumentación como una actividad de naturaleza discursiva en la cual la diversidad de ideas y puntos de vista son negociados, con el objetivo de alcanzar la aceptabilidad de un punto de vista en cuestión. Se analizan situaciones donde la argumentación se genera en ausencia de un interlocutor, cuando un individuo se involucra en una argumentación consigo mismo, con el libro de texto (argumentación autodirigida). De esta manera, hablará de “grado de argumentación” según el libro posibilite la generación de un conflicto cognitivo, que puede ser resuelto mas adelante o quede a cargo del alumno lector, o por otro lado, si el discurso no busca sino informar.

6.1- ALTO: Libros cuyo discurso intenta generar explícitamente algún tipo de conflicto cognitivo, sin resolverlo en el texto. Se identificaron 5 ejemplares.

6.2- MEDIO: libros que intentan generar explícitamente algún tipo de conflicto cognitivo, que el texto resuelve mas adelante. Se identificaron 47 ejemplares.

6.3- NULO: (Leitão, noviembre 2007; comunicación personal) libros que informan. Se identifican 85 libros

Características de las Imágenes:

7. Uso de la Imagen (USO): Se hace referencia al uso que se hace de las imágenes, identificando por un lado, aquellas que son implementadas para facilitar la comprensión del texto, y por otro, aquellas que tienen un fin estético.

7.1- Ornamental (ORNA): Caracteriza a los libros en los que mayoritariamente se usan las imágenes con un fin decorativo, no estrictamente relacionadas al contenido. Se identifican 37 libros.

7.2- Argumentativa (ARGU): Identifica a los libros que prácticamente no utilizan las imágenes con un fin decorativo, sino que se emplean como fuente de información, a partir de la cual el conocimiento puede ser derivado. Se analizan 100 ejemplares en esta categoría.

8. Tipo de Imagen (TIPO): Los textos se caracterizan según el tipo de imagen que predomina en cada uno de ellos. Esta variable presenta dos modalidades:

8.1- Representaciones matemáticas (MATE): Imágenes que mayoritariamente aportan a la argumentación matemática. Se identifican 93 ejemplares.

8.2- Representaciones extra matemáticas (EXMA): Imágenes que no aportan a la argumentación matemática. Se analizan 44 libros en esta categoría.

9. Estilo gramatical de la Imagen (ESTI): El lenguaje visual puede ser considerado como una estructura con funciones análogas a las del lenguaje verbal. Usando esta idea, Kress & van Leeuwen (1996) proponen una gramática de la comunicación visual basada en considerar a las imágenes como “mensajes estructurados”. En su trabajo,

clasifican a las imágenes en dos grandes clases: Narrativas y Conceptuales.

9.1- Conceptual (CONC): Imágenes que representan relaciones y características fijas entre los elementos representados, es decir muestran cómo pueden ser categorizadas las cosas. Se identifican 101 ejemplares.

9.2- Narrativa (NARR): Imágenes que muestran acciones entre los objetos participantes, y es posible construir con ellas alguna narración – una dimensión temporal- que representa una relación transaccional entre los objetos que las componen. Dicha relación se representa por medio de un vector que los vincula. Se identifican 36 ejemplares.

10. Relación con el mundo empírico (REEM): Según se refieran o no, a aspectos del mundo empírico, las imágenes pueden ser Naturalistas o Abstractas.

10.1- Naturalista (NATU): imágenes que hacen referencia a aspectos del mundo empírico. Son imágenes detalladas y complejas. Se analizan 44 libros en esta categoría.

10.2- Abstracta (ABST): imágenes que no hacen referencia a aspectos del mundo empírico. Estas imágenes son más simples y categóricas. Se identifican 93 libros.

5. RESULTADOS

Análisis de datos

Se realiza un estudio cuantitativo en el cual se utilizarán técnicas provenientes del Análisis Multivariado de Datos que permite clasificar los libros de texto analizados, considerando un conjunto importante de variables. El análisis de los datos se realizó con el paquete estadístico SPAD 3.5. La técnica de reducción factorial proporciona una simplificación y síntesis de la información que permite analizar las principales conjunciones-oposiciones entre las variables en planos factoriales y proporciona una visión directa y global de los datos. El análisis factorial es un requisito previo para el análisis de clúster que permite encontrar tipologías y detectar asociaciones de variables, o características relacionadas con el conjunto de libros analizados.

Para realizar el Análisis Factorial, se determinan las variables activas y nominales y se introducen al análisis la totalidad de las mismas. Los tres primeros factores, determinan el 60,5% de la varianza explicada. Las variables que más contribuyen a la conformación del primer factor son: Tradiciones, Inicio de la Argumentación y Tipo de Argumentación. Lo que esto explica es que las grandes diferencias relativas a la argumentación en el conjunto de libros analizados se da en la forma en que se inicia la argumentación, en el tipo de argumentación que emplean y en el lineamiento histórico en que se puede encuadrar cada ejemplar.

Las modalidades del factor 1 pueden separarse en: el extremo izquierdo, aquellos ejemplares editados antes de la Reforma Educativa de 1994 (PER1 y PER2), mientras que

en el extremo derecho aquellos de edición posterior a dicha reforma (PER3). Las modalidades Ingreso (INGR) y el Año -de 10 a 12- (ESC2), que hacen referencia a la variable Año de Escolaridad, se ubican en el extremo izquierdo; mientras que el Año de Escolaridad -de 7 a 9- (ESC1), se ubica en el extremo derecho. También en el extremo derecho la modalidad de las variables que hacen referencia a los libros de texto que se encuadran dentro de la tradición Computacional (COMP) versus los que se encuadran en las tradiciones Axiomática (AXIO) y Estructuralista (ESTR), ubicados en la zona izquierda. En la zona derecha del factor 1 se encuentra la modalidad Empírico Inductiva (EMIN), que hace referencia al Tipo de Argumentación empleado, mientras que en la zona izquierda, las modalidades Deductivo Formal (DEFO) y Deductivo Informal (DEIN). La modalidad Definición (DEFI) de la variable Inicio de la Argumentación también se ubica en el extremo izquierdo, oponiéndose a las modalidades Ejemplo (EJEM) y Pregunta (PREG), en el lado derecho. La modalidad Argumentativo (ARGU) de la variable Uso de la Imagen, también está ubicada en la zona izquierda, en oposición a la modalidad Ornamental (ORNA) ubicada en el extremo derecho.

El primer eje factorial podría describirse por las variables: Año de Edición, Tradiciones y Tipo de Argumentación. En el extremo derecho del primer eje se ubican las modalidades que identifican a los libros editados luego de la Reforma Educativa de 1994 (PER3), encuadrados dentro de la Tradición Computacional (COMP), las argumentaciones son de tipo Empírico-Inductiva (EMIN), están destinados a alumnos de escolaridad entre 7 y 9 (ESC1), donde predominan las preguntas (PREG) y los ejemplos (EJEM) para iniciar los capítulos. El uso que se hace de las imágenes en dichos ejemplares es de tipo ornamental (ORNA). En el extremo contrario se ubican los ejemplares editados antes de la Reforma Educativa (PER1) y (PER2), encuadrados dentro de las tradiciones Axiomática (AXIO) o Estructuralista (ESTR), adoptando argumentaciones de tipo deductivas y destinados a alumnos de escolaridad entre 10 y 12 (ESC2) o que ingresan a la universidad (INGR). El uso que se hace de las imágenes es Argumentativo.

El factor 2, podría describirse principalmente por las variables: Tradiciones y Tipo de Argumentación. En el extremo superior, se presentan las modalidades Estructuralista (ESTR), de la variable Tradición y la Deductiva Informal (DEIN) de la variable Tipo de Argumentación. En el extremo inferior se encuentran las modalidades de la variable Tradición: Axiomática (AXIO) y Computacional (COMP) y Deductiva Formal (DEFO) y Empírico Inductiva (EMIN) de la variable Tipo de Argumentación. No se identifican relaciones significativas entre las modalidades: Argumentativo (ARGU) ubicado en el extremo superior, y (ORNA) ubicado en el extremo inferior, que hacen referencia a la variable Uso de la Imagen. Tampoco hay relaciones significativas entre las modalidades Definición (DEFI) y Pregunta (PREG) ubicadas en el plano superior, de la variable Inicio de la Argumentación, y la modalidad Ejemplo (EJEM), ubicada en la parte inferior.

Si se analizan conjuntamente los dos ejes, se interpreta de la siguiente manera:

- En el semiplano inferior derecho, se encuentran las modalidades que identifican los libros de texto de edición posterior a la reforma educativa de 1994 (PER3); destinados a alumnos de escolaridad de 7 a 9 (ESC1); dichos ejemplares encuadrados dentro de la tradición Computacional (COMP), donde el tipo de argumentación que predomina es Empírico-Inductiva (EMIN), el inicio de Argumentación en cada capítulo se hace mayoritariamente con Preguntas (PREG) y Ejemplos (EJEM) y el uso de las imágenes es mayoritariamente de tipo Ornamental (ORNA).
- El semiplano superior izquierdo esta caracterizado por aquellas modalidades que identifican los libros de texto editados antes de la reforma educativa de 1994, correspondientes al período 2 -entre 1974 y 1994- (PER2), destinados a alumnos de escolaridad de 10 a 12 (ESC2); libros encuadrados dentro de la Tradición Estructuralista (ESTR), donde en tipo de Argumentación que predomina es Deductiva Informal (DEIN). En menor medida se identifica por aquellos ejemplares que hacen un Uso de la Imagen Argumentativo y el inicio de la Argumentación del capítulo se da mediante una Definición.
- El semiplano izquierdo inferior se caracteriza por las modalidades que hacen referencia a los libros editados también antes de la reforma educativa, pero en el período 1 -entre 1940 y 1973- (PER1), destinados a alumnos que ingresan a la universidad (INGR), libros encuadrados dentro de la Tradición Axiomática (AXIO). El tipo de

argumentación que predomina es Deductiva Formal (DEFO).

5.2 Clasificación

Luego del análisis factorial, se realizó una clasificación para encontrar una posible tipología entre el conjunto de libros de texto analizados. La clasificación es inductiva y se basa en la búsqueda de regularidades / semejanzas entre los (N=137) libros. Se parte de los individuos (en nuestro caso los libros de texto) y se procede por agrupamientos sucesivos, tratando de descubrir las grandes líneas que describen al conjunto. Este método de clasificación ascendente origina clases politéticas (Benzécri, 1980). Es decir, las clases no se forman por la estricta conjunción lógica de propiedades correspondientes a todos los sujetos que las componen (clase monotética), sino por aquellos con un alto grado de semejanza (clase politética). Se busca una partición del conjunto de libros analizados, en partes bien separadas y que a su vez reúna a los más próximos entre sí, a partir de sus distancias en una representación espacial.

La metodología para construir una tipología no consiste en la aplicación mecánica de los procedimientos apropiados, es un trabajo recursivo, que requiere de la consideración de varias alternativas hasta lograr una, que resulte satisfactoria por su coherencia lógica. En este caso se seleccionó una partición en tres clases y nuestro análisis fue realizado con relación a esta partición óptima. Las clases tienen asociadas ciertas características que se detallan a continuación y se pueden observar en el gráfico 1.

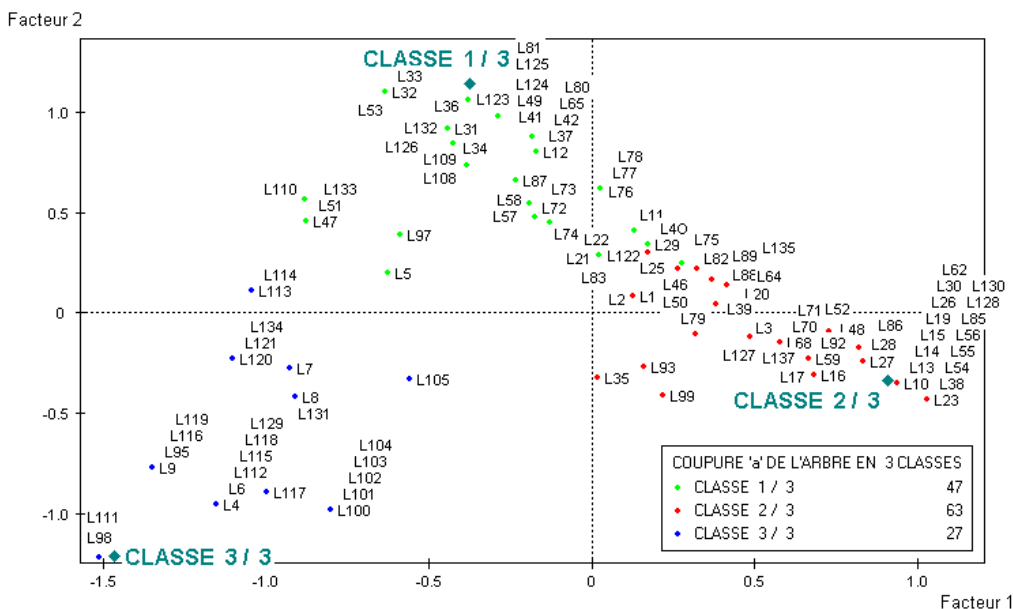


Gráfico 1: Representación de los individuos en cada clase y de los parangones

La CLASE 1/3 “ESTRUCTURALISTA” reúne 47 libros. Se caracterizan por estar dentro de la tradición Estructuralista y el tipo de argumentación que privilegia es de tipo Deductiva Informal. Se caracterizan, además por hacer un uso de las imágenes de tipo Argumentativo. Principalmente se trata de textos destinados a la escolaridad de 10 a 12, editados entre 1974 y 2007, solo dos de los libros se editaron entre 1940 y 1973.

La tradición estructuralista identifica un gran número de ejemplares dentro de esta clase (N=45), con lo que podría decirse que dicha clase se identifica con los ejemplares que muestran el trabajo matemático como búsqueda de regularidades y entendimiento de estructuras que cumplen una misma serie de condiciones. Los textos de esta clase se caracterizan además, por realizar argumentaciones de tipo deductiva informal, iniciar las argumentaciones con preguntas o ejemplos.

La CLASE 2/3 “COMPUTACIONAL” reúne 63 ejemplares. Estos ejemplares se caracterizan por estar, en su mayoría, dentro de la tradición Computacional y el tipo de argumentación que predomina es Empírico-Inductiva. Son (N=55), los ejemplares editados luego de la reforma educativa que se encuentran en dicha clase, destinados principalmente a alumnos de escolaridad entre 7 y 9. Se caracterizan además por hacer un uso de la imagen Ornamental, con un fin decorativo.

La CLASE 3/3 “AXIOMÁTICA” agrupa sólo 27 ejemplares que corresponden en su mayoría al primer período de edición considerado (entre 1940 y 1973). El tipo de Argumentación que predomina en casi la totalidad de los ejemplares de la clase es Deductiva Formal. La argumentación se inicia mediante una definición y el tipo de imágenes que emplean son representaciones matemáticas, de tipo argumentativas.

Las modalidades de la variable Grado de Argumentación no caracterizan a ninguna de las clases anteriores, lo que permite inferir que la tipología es independiente del grado ALTO-MEDIO-NULO de Argumentación definido anteriormente.

Por otro lado y con el objetivo de analizar algunas de las relaciones existentes entre las variables y sus modalidades, se presentan los siguientes gráficos obtenidos a partir de la tabla de contingencia de Burt de perfiles horizontales. Dichas tablas permiten analizar como se construyen las modalidades de una variable en términos de las modalidades de cada una de las variables restantes. Los gráficos que se presentan a continuación describen la relación entre el período de edición de los ejemplares / año de escolaridad y las variables que describen las modificaciones acaecidas en la argumentación matemática.

El gráfico 2 muestra que entre los 19 textos analizados correspondientes al Período 1, 13 se caracterizan dentro de la Tradición Axiomática, 5 dentro de la Estructuralista y sólo uno con la computacional. Mientras que en el Período 2, de 34 libros, sólo 5 corresponden a la Tradición Axiomática, 22 a la Estructuralista y 7 a la Computacional.

De los de edición posterior a la reforma educativa de 1994 (84 libros), 25 se caracterizan con la Tradición Axiomática, 50 con la Estructuralista y 62 con la Computacional.

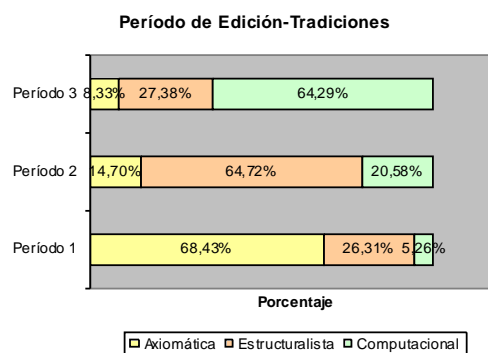


Gráfico 2: Relación entre Período de Edición y Tradiciones de la Matemática.

El Gráfico 3 muestra que entre los libros correspondientes al primer período de Edición, el inicio de la Argumentación se da mediante una definición en 17 libros, y solo en 2, mediante un ejemplo. Los libros editados en el último período considerado, anterior a la reforma educativa, inician la argumentación en 7 libros mediante una pregunta en 7 libros, 21 mediante definición y 6 con ejemplos.

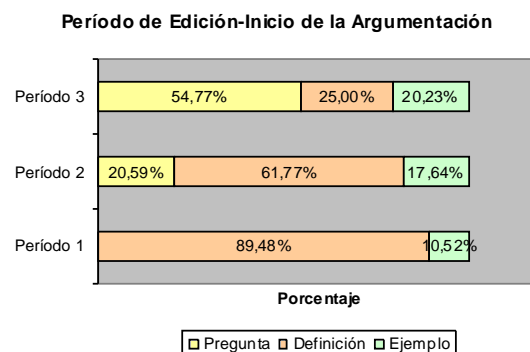


Gráfico 3: Relación entre Período de Edición y el Inicio de la Argumentación.

El gráfico 4 que en el primer período de edición predomina la argumentación deductiva formal -14 libros-, luego la deductiva informal caracterizando 3 ejemplares y sólo 2, con la empírico inductiva. En el segundo período se caracterizan 8 con la deductiva formal, 12 con la deductiva informal y 14 con la empírico inductiva; de un total de 34 libros. En el último período: sólo 5 se caracterizan por una argumentación deductiva formal, 20 libros con la deductiva informal y 59 con la empírico inductiva.

Período de Edición-Tipo de Argumentación

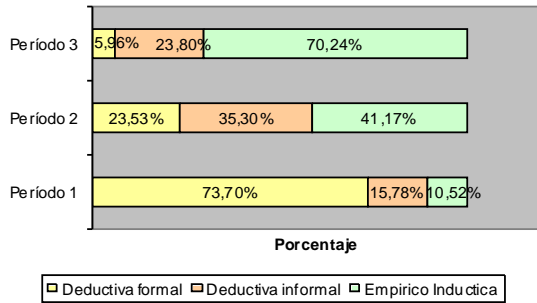


Gráfico 4: Relación entre Período de Edición y el Tipo de Argumentación.

El gráfico 5 muestra la relación entre el período de edición y el grado de la Argumentación definido en las categorías. Se analizan, sobre un total de 19 libros en el primer período, 18 con grado de argumentación bajo, y uno con grado de argumentación medio; en el segundo período; sólo 4 presentan grado de argumentación alto, 5 medio y 25 bajo, y en el período 3, sólo 1 presenta grado alto de argumentación, 41 medio y 42 bajo.

Período de Edición-Grado de Argumentación

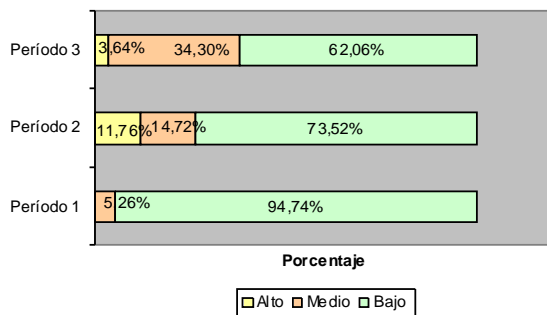


Gráfico 5: Relación entre Período de Edición y Grado de Argumentación.

El gráfico 6 muestra la relación entre el período de edición y el uso que se hace de las imágenes externas en los libros analizados. En los correspondientes al período 1, las imágenes son 100% Argumentativas. En el período 2, predomina fuertemente también un uso de la imagen de tipo Argumentativo, en 30 de los 34 libros correspondientes al período, mientras que en los de edición posterior a la reforma educativa -de 84 libros- 33 libros hacen un uso Ornamental de las imágenes, mientras que en 51 libros se usan con fin Argumentativo.

Período de Edición- Uso de la Imagen

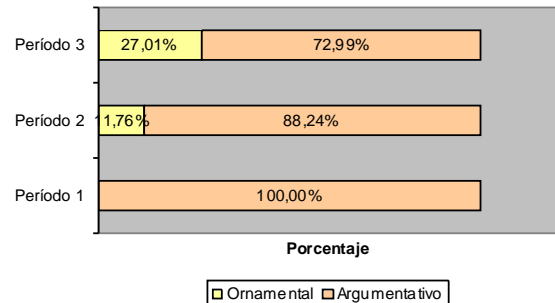


Gráfico 6: Relación entre Período de Edición y el uso de las imágenes.

En el gráfico 7, se muestra la relación entre el año de escolaridad al que se dirigen dichos ejemplares y las tradiciones de la matemática. Aquellos ejemplares destinados a alumnos de escolaridad de 7 a 9, se caracterizan mayoritariamente con la tradición computacional con (N=45) libros, luego la estructuralista con 23 libros y por último, sólo 9 con la axiomática. Para los alumnos de escolaridad entre 10 y 12, la mayoría (N=24) de los ejemplares corresponden a la tradición estructuralista, 16 a la computacional, 8 a la Axiomática; mientras que, en los libros de cursos de ingreso a la universidad, sólo 1 se caracteriza con la tradición computacional, 8 con la Axiomática y sólo 3 con la estructuralista.

Año de escolaridad - Tradiciones

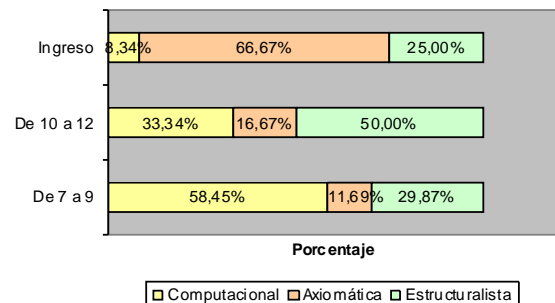


Gráfico 7: Relación entre el Año de Escolaridad y las Tradiciones.

El gráfico 8 muestra que en aquellos libros destinados a alumnos de escolaridad entre 7 y 9, predomina la argumentación empírico inductiva, en 54 libros, se codifican 14 con la argumentación deductiva informal y 9 con la deducido formal. En el segundo período de escolaridad -entre 10 y 12- se codifican 20 libros con la argumentación empírico inductiva, 17 con la deductivo informal y 11 con la deductivo formal. Y en los libros correspondientes al ingreso a la universidad, solo 1 emplea argumentación empírico inductiva, 4 deductivo informal y 7 libros emplean argumentaciones deductivo formal.

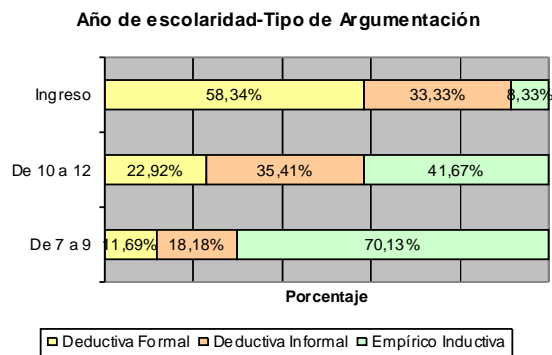


Gráfico 8: Relación entre el Año de Escolaridad y el Tipo de Argumentación.

CONCLUSIONES

Entre los objetivos planteados en este trabajo se propone comprender las modificaciones producidas en la argumentación matemática en los libros de textos escolares anteriores y posteriores a la reforma educativa de 1994, como también describir y analizar los aspectos que caracterizan la argumentación matemática escolar que ofrecen los libros de texto del nivel medio.

Los estudios realizados permiten afirmar que se establece una fuerte relación entre el período de edición de los ejemplares, el año de escolaridad al que están dirigidos y las características de la argumentación, no así con el uso que se hace de las imágenes y el grado de argumentación antes definido.

Podría explicarse que la asociación entre el Año de Escolaridad al que se dirigen los libros y el tipo de Argumentaciones que emplean es adecuada si se tiene en cuenta que los alumnos recién alcanzan una madurez para realizar argumentaciones más rigurosas y formales en los últimos años de la escuela. Esto es coherente con la propuesta de los libros de matemática, dado que en los ejemplares destinados a alumnos entre 12 y 14 años (ESC1), predominan las argumentaciones de tipo empírico-inductivas, en los destinados a alumnos entre 15 y 17 años (ESC2), predominan las argumentaciones empírico inductivas y deductivas informales, y en aquellos libros de ingreso a la universidad, predominan las argumentaciones deductivas formales.

Que el período de edición esté asociado a las Tradiciones de la matemática, puede explicarse teniendo en cuenta que las ideas relacionadas con la argumentación en matemática no se han mantenido estáticas, sino que han cambiado notablemente reflejando las distintas necesidades, momentos y escenarios sociales, en que se desarrollan. Se observa un cambio en las Tradiciones que caracterizan los ejemplares en cada período, pasando desde los libros identificados con la Tradición Axiomática, a los identificados con la estructuralista, hasta llegar a la Computacional en el último período. Esto muestra que en un principio los libros priorizaban el uso de definiciones y formas correctas de razonamientos, con el objetivo de

deducir teoremas, luego se procuró mostrar el trabajo matemático como búsqueda de regularidades y por último, los libros editados luego de la reforma tratan a la matemática como una disciplina ocupada de los números y las operaciones.

La ausencia de argumentación que se hace evidente, luego del análisis realizado permite inferir que no existe relación significativa entre el grado de argumentación y el período de edición de los libros de texto, con lo que permite concluir que la textualización instalada por la reforma educativa vigente no produce modificaciones en la argumentación. Tampoco es posible establecer una relación significativa entre el período de edición y el uso que se hace de las imágenes, dado que a pesar de que se hayan caracterizado algunos libros posteriores a la reforma educativa con el uso de la imagen ornamental, los resultados no son significativos.

Se advierte en el conjunto de libros de texto considerados, una ausencia de argumentación en todos los niveles. Esta ausencia de argumentación instala una petición de obediencia acerca del saber, y hace desaparecer las preguntas, reduciendo de esta manera toda posibilidad de confronto.

Entre las razones de esta imposición de resultados acabados se pueden considerar aquellas relacionadas con las cuestiones discursivas, que han cambiado, proponiendo una sustitución de la pregunta por la respuesta y “aceptando” resultados acabados y principalmente numéricos. Esta petición de obediencia se realiza tanto respecto del alumno como del docente.

La respuesta a las tres preguntas antes formuladas podrían responderse considerando:

- Respecto de las características de la argumentación, se hace evidente una ausencia de argumentación, adoptando diferentes tipos de argumentaciones (deductiva formal o informal o empírico inductiva); dependiendo del año de escolaridad a que se destina cada ejemplar.
- La textualización instalada por la reforma educativa no produce modificaciones en la argumentación. Si, en el tipo de argumentación, en el modo en que se inicia cada capítulo (inicio de la argumentación) y en las tradiciones en que se encuadran los ejemplares.
- La clasificación y semejanza entre el conjunto de libros analizados, respecto de sus características distintivas, se refleja en la partición de las tres clases, caracterizadas por las Tradiciones de la Matemática: Estructuralista, Computacional y Axiomática.

REFERENCIAS

ARSAC, G.; CHAPIRON, G.; COLONNA, A.; GERMAIN, G.; GUICHARD, Y.; MANTE, M. (1992). *“Initiation au Raisonnement Dédectif au collège”* Achevé d'imprimer sur les presses linhart & C^{ie} A. N°5497. Imprimé en France.

- ARSAC, G. (1987). "El origen de la demostración: Ensayo de epistemología didáctica". *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol 8, nº3, pp. 267-312.
- BAKHTIN, M. (1998) "Questões de literatura e de estética. A teoria do romance". São Paulo: Hucitec: UNESP.
- BANKS LEITE, L. (1998) "O estudo da argumentação infantil na perspectiva da ADL", *Signo & Seña*, 9, 319-345.
- BANKS LEITE, L. (2004) "O discurso argumentativo-explicativo em História" Realizado durante estágio pos-doutoral na Universidade de Paris XIII-França (CAPES/MEC-BEX 2696/03-7)
- BANKS Leite, L. (2007) "Argumentative discourse in a history class: topoi, stereotypes and knowledgebuilding". *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Cconhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54) p. 109/128.
- CANDELA, A. (1998) "A construção discursiva de contextos argumentativos no ensino de ciencias". In: COLL, Cesar; EDWARDS, D. (). *Ensino, aprendizagem e discurso em sala de aula*. Porto Alegre: Artes Médicas, p. 143-169.
- COLINVAUX, D. (2007) "Aprendizagem e construção/constituição de conhecimento: reflexões teórico-metodológicas". *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Cconhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54) p. 29/51
- CRESPO CRESPO, C. (2005). "El papel de las argumentaciones matemáticas en el discurso escolar. La estrategia de deducción por reducción al absurdo". Tesis de Maestría sin publicar. CICATA del IPN, México.
- CRESPO CRESPO, C. (2006a). "El reconocimiento de argumentaciones por reducción al absurdo en escenarios académicos y no académicos". Presentado en Relme 20. Camagüey (Cuba).
- CRESPO CRESPO, C. (2006b). "La identificación de argumentaciones por reducción al absurdo en escenarios académicos de la matemática desde la óptica de los estudiantes". Presentado en VI Congreso Virtual de Enseñanza de las Matemáticas. Guadalajara (México).
- CRESPO CRESPO, C., FARFÁN, R. (2005). "Una visión de las argumentaciones por reducción al absurdo como construcción sociocultural". *Relime* Vol. 8 (3), pp.287-317.
- CRESPO CRESPO, C., FARFÁN MÁRQUEZ, R. (2006). "Las argumentaciones por reducción al absurdo como construcción sociocultural". En Martínez, G. (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (Volumen 19, pp.766-781). Clame, México.
- D'AMORE, B. (2005a). "La argumentación matemática de jóvenes alumnos y la lógica hindú" (nyaya). En UNO. 38, 83-99.
- D'AMORE, B. (2005b). "Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática". Barcelona: Editorial Reverté.
- DUVAL, R. (1999) "Algunas cuestiones relativas a la argumentación". *Internacional Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Prof.* ISSN 1292-8763.
- GODINO, J.; RECIO, A. M. (2001) "Significados Institucionales de la Demostración. Implicaciones para la educación matemática". *Enseñanza de las Ciencias*, 19(3), 405-414.
- GOULART, C. M. A. (2004) "Argumentação a partir dos estudos de Bakhtin: em busca de evidências teóricas e balizadores para a análise de interações discursivas em sala de aula". Trabalho apresentado no GT Argumentação e Explicação, *Simpósio Nacional da ANPEPP*. Vitória, ES.
- GOULART, C. M. A (2007) "Enunciar é argumentar: analisando um episódio de uma aula de História com base em Bakhtin". *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Cconhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54) p. 93/108.
- KLIMOVSKY, G.; BOIDO, G. (2005). "Las desventuras del conocimiento matemático: Filosofía de la matemática una introducción". A-Z editora. Buenos Aires, Argentina.
- LEITÃO, S.; BANKS-LEITE, L. (2006) "Argumentação na linguagem infantil: algumas abordagens". In DEL RÉ, Adriana (org) *Aquisição da Linguagem: uma abordagem psicolinguística*. São Paulo: Contexto.
- LEITÃO, S. (2001) "Argumentação como processo de construção do conhecimento". II Encontro Internacional: Lenguaje, Cultura y Cognición. Faculdade de Educação da UFMG.
- LEITÃO, S. (2001) "Processos de construção do conhecimento: a Argumentação em foco". *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Cconhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54) p. 75/92.
- LLANOS, V.; OTERO, M. R. (2007) "Argumentación matemática en los libros de texto de la enseñanza media", *Acta I Encuentro Nacional sobre Enseñanza de la Matemática*. pp. 212-223. ISBN 978-950-658-183-1.
- RECIO, A., M. (1997). "Significado de la demostración en educación matemática". *Revista Interuniversitaria de Formación del profesorado*.
- RECIO, A., M. (1999). "Una aproximación epistemológica a la enseñanza y el aprendizaje de la demostración matemática". Resumen de la tesis doctoral presentada en el III SIIDM y defendida en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Director: Juan Díaz Godino.
- SANTOS, C. M. M. (2007). "Inferences in argumentation and knowledge building: exploring classroom situations". *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação-Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Cconhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54) p. 53/74

TABLA II

	Libro	NOMBRE	AUTOR	EDITORIAL
L1	PO04	Carpeta de Matemática 2, cuadernillo n° 3	Abdala, Garaventa, Real.	Tinta Fresca
L2	PO03	Carpeta de Matemática I. Cuad N° 6	Abdala, Real, Turano	Aique
L3	PO03	Carpeta de Matemática I. Cuad N° 3	Abdala, Real, Turano	Aique
L4	ES54	Geometría I	Alcantara, Lo mazzi, Mina	Estrada
L5	PO55	Aritmética y Álgebra III	Alcantara, Lo mazzi, Mina	Estrada
L6	ES55	Geometría II	Alcantara, Lo mazzi, Mina	Estrada
L7	ES66	Aritmética II	Alcantara, Lo mazzi, Mina	Estrada
L8	ES85	Aritmética I	Alcantara, Lo mazzi, Mina	Estrada
L9	PO85	Matemática IV	Alcantara, Lo mazzi, Mina	Estrada
L10	ES97	Matemática 7. E.G.B	Alonso, Carranza, Almazán	Santillana
L11	PO02	Funciones 1	Altman, Comparatore. Kurzrok	Longseller
L12	PO02	Matemática. Funciones 2	Altman, Comparatore. Kurzrok.	Longseller
L13	ES01	Más Mate 7	Altman, Comparatore, Firbank	Colihue
L14	ES01	Más Mate 8	Altman, Comparatore, Firbank	Colihue
L15	ES01	Más Mate 9	Altman, Comparatore, Firbank	Colihue
L16	ES96	Matemática 1	Amenedo, Carranza, Diñeiro, Grau, Latorre	Santillana
L17	ES96	Matemática 2	Amenedo, Carranza, Diñeiro, Grau, Latorre	Santillana
L18	ES01	Matemática 9	Andrés, Kaczor, Latorre, Piñeiro, Serrano	Santillana
L19	ES00	Matemática 7	Andrés, Latorre, Machiunas	Santillana
L20	ES05	Matemática 9	Aurucis, Carione, Días, Schaposchnik.	Tinta Fresca
L21	ES05	Matemática 8	Aurucis, Carione, Schaposchnik.	Tinta Fresca
L22	ES04	Matemática 7	Aurucis, Días, Majic	Tinta Fresca
L23	ES96	Mi mundo matemático 7	Marthi	El Ateneo
L24	PO94	Matemática 4	Barallobres, Sassano	Aique
L25	PO94	Matemática 5.	Barallobres	Aique
L26	ES97	Matemática 7. E.G.B	Barallobres	Aique
L27	PO01	Matemática 2 Activa	Berio, Colombo, D´Albano, Sardella.	Puerto de Palos
L28	PO01	Matemática 1 Activa	Berio, Colombo, D´Albano, Sardella, Zapico.	Puerto de Palos
L29	ES93	Matemática 1	Bindstein, Hanfling	Aique
L30	ES98	Matemática 8° E.G.B.	Bindstein, Hanfling	Aique
L31	ES92	Matemática 1	Bogani, Estéves, Oráis	Plus Ultra
L32	ES92	Matemática 2	Bogani, Estéves, Oráis	Plus Ultra
L33	PO92	Matemática 3	Bogani, Estéves, Oharriz	Plus Ultra
L34	PO00	Matemática II	Buschiazzo, Fongi, González, Lagreca.	Santillana
L35	PO79	3150 ejercicios de matemática	Cabreba, Medici	Artes Gráficas
L36	PO94	Matemática 3	Camus, Massara	Aique
L37	PO00	Matemática I	Camuyrano, Net, Aragón	Estrada
L38	ES98	El libro de la Matemática 7	Canteros, Felissia, Fregona	Estrada
L39	PO93	Matemática 3	Carione, Carranza, Diñeiro, Latorre, Trama	Santillana
L40	ES94	Matemáticas. Bachillerato 1	Colera, de Guzmán	Anaya
L41	ES94	Matemáticas. Bachillerato 2	Colera, de Guzmán	Anaya
L42	ES95	Matemáticas. Bachillerato 3	Colera, de Guzmán	Anaya
L43	PO88	Matemática 3	D. de Cortes	A-Z Editora
L44	ES90	Matemática 1. Aula Taller	D. de Cortes	Stella
L45	ES91	Matemática 2. Aula Taller	D. de Cortes	Stella
L46	PO92	Matemática 3. Aula Taller	D. de Cortes	Stella
L47	PO89	Matemáticas I C.O.U.	de Guzmán, Colera	Anaya
L48	ES87	Matemáticas. Bachillerato 1	de Guzmán, Colera, Salvador	Anaya

L49	ES91	Matemáticas. Bachillerato 2	de Guzmán, Colera, Salvador	Anaya
L50	PO94	Matemáticas. Bachillerato 3	de Guzmán, Colera, Salvador	Anaya
L51	PO89	Matemáticas II C.O.U.	de Guzmán, Colera	Anaya
L52	ES87	Matemática 7	De la Rosa, Micheli, Martino, Gonzales, Legris.	Kapelus
L53	PO92	Matemática 4	Turner, De Simone	AZ Editora
L54	ES06	Matemática 7. Cuaderno de Trabajo n° 1	Gobierno de la provincia	Direc. Gral. de Cult. y Educ
L55	ES06	Matemática 8. Cuaderno de Trabajo n° 1	Gobierno de la provincia	Direc. Gral. de Cult. y Educ
L56	ES06	Matemática 9. Cuaderno de Trabajo n° 1	Gobierno de la provincia	Direc. Gral. de Cult. y Educ
L57	ES87	Matemática 1	Englebert, Mascanfroni, Pedemonti, Semino.	A-Z Editora
L58	ES88	Matemática 2	Englebert, Mascanfroni, Pedemonti, Semino.	A-Z Editora
L59	ES95	Matemática AZ 2	Englebert, Pedemonti, Semino	A-Z Editora
L60	PO89	Matemática 3	Englebert, Pedemonti, Semino.	A-Z Editora
L61	PO99	Matemática 1	Etchegoyen, Rodríguez, Fagale, Kalan, Alonso	Kapelusz
L62	ES99	Racionalmente	Ferragina, Fisichella, Rey Lorenzo	Un Problema Resuelto
L63	ES00	Cartesianamente	Ferragina, Fisichella, Rey Lorenzo	Un Problema Resuelto
L64	PO02	Funciones . mod	Ferragina, Rey Lorenzo	Un Problema Resuelto
L65	PO99	Matemática 2	Fones	Kapelusz
L66	ES05	Carpeta de Matemática 7. Cuadernillo n° 2	Garaventa, Legorburu, Rodas	Aique
L67	ES05	Carpeta de Matemática 7. Cuadernillo n° 1	Garaventa, Legorburu, Rodas	Aique
L68	ES05	Carpeta de Matemática 8. Cuadernillo n° 4	Garaventa, Legorburu, Rodas, Turano.	Aique
L69	ES05	Carpeta de Matemática 8. Cuadernillo n° 1	Garaventa, Legorburu, Rodas, Turano.	Aique
L70	ES05	Carpeta de Matemática 9. Cuadernillo n° 2	Garaventa, Legorburu, Rodas, Turano.	Aique
L71	ES05	Carpeta de Matemática 9. Cuadernillo n° 3	Garaventa, Legorburu, Rodas, Turano.	Aique
L72	PO99	Matemática: Una mirada numérica	Gysin, Fernandez	A-Z Editora
L73	PO99	Matemática: Una mirada funcional	Gysin, Fernandez	A-Z Editora
L74	PO97	Geometrías, su enseñanza	Guasco, Crespo Crespo y otros	Min.de Cult.y Educ.de la Nación
L75	ES98	El libro de la matemática 8	Guelman, Itzcovich, Pavesi, Rudy	Estrada
L76	ES06	M7 Matemática	Itzcovich, Novembre	Tinta Fresca
L77	ES06	M8 Matemática	Itzcovich, Novembre	Tinta Fresca
L78	ES06	M9 Matemática	Itzcovich, Novembre	Tinta Fresca
L79	PO06	M2 Matemática	Itzcovich, Novembre, Camelli, Lameda	Tinta Fresca
L80	PO06	M3 Matemática	Itzcovich, Novembre, Camelli, Lameda	Tinta Fresca
L81	PO06	M1 Matemática	Itzcovich, Novembre, Camelli, Lameda, Lindenbaum	Tinta Fresca
L82	ES98	El libro de la Matemática 9	Itzcovich, Rudy	Estrada
L83	ES00	Matemática 9	Jesé	Nuevas Propuestas
L84	ES02	Matemática 8 (hoy)	Kaczor, Machiunas	Santillana
L85	ES01	Matemática 8	Kaczor, Piñero, Serrano	Santillana
L86	PO99	Matemática I	Kaczor, Schaposchnik, Franco, Cicala, Díaz	Santillana
L87	ES97	Matemática 8	Larotonda, Wykowski, Ferrari	Kapelusz
L88	ES96	Matemática 7	Larotonda, Wykowski, Ferrari	Kapelusz
L89	ES99	Matemática 9	Latorre, Spivak, Kaczor, Elizondo.	Santillana
L90	ES01	Matemática 7. Est. y Prob.	Laurito, Stisin, Trama, Ziger	Puerto de Palos
L91	ES01	Matemática 8. Est. Y Prob.	Laurito, Stisin, Trama, Ziger	Puerto de Palos
L92	ES01	Matemática 9. Est. Y Prob.	Laurito, B de Stisin, Trama, Ziger,	Puerto de Palos

			Sidelsky.	
L93	ES00	Matemática en red 8	López, Pellet	A-Z Editora
L94	ES01	Matemática en red 9	López, Pellet	A-Z Editora
L95	PO70	Matemática Moderna	López	Stella
L96	ES00	Matemática en red 7	López, Pellet	A-Z Editora
L97	IN02	Curso introductoría a la vida universitaria.	Marzoratti, Velásquez, Auzmendi	U.N.C.P.B.A. Cs. Económicas
L98	IN61	Elementos de trigonometría.	Medici, Cabrera	Librería del Colegio S.A.
L99	IN98	Curso de Nivelación 1998	Otero, Papini, Elichiribehety.	U.N.C.P.B.A.
L100	IN04	Tendiendo puentes e/ la Escuela y la Universidad Tomo1	Otero, Fanaro, Corica	U.N.C.P.B.A.
L101	IN04	Tendiendo puentes e/ la Escuela y la Universidad Tomo2	Otero, Fanaro, Corica	U.N.C.P.B.A.
L102	IN00	Nociones Básicas de Matemática, para el Ingreso a la Universidad TOMO1	Otero, Fernandez, Fanaro	U.N.C.P.B.A.
L103	IN00	Nociones Básicas de Matemática, para el Ingreso a la Universidad TOMO2	Otero, Fernandez, Fanaro	U.N.C.P.B.A.
L104	IN98	Repasando matemática. Tomo I	Otero, Papini	U.N.C.P.B.A.
L105	IN98	Repasando matemática. Tomo II	Otero, Papini	U.N.C.P.B.A.
L106	ES02	Matemática 9 (hoy)	Kaczor, Machiunas	Santillana
L107	ES02	Matemática 7	Quintian	Aique
L108	PO95	Matemáticas 1	Rapún, Martínez-Mediano, Ontalba	Mc Graw Hill
L109	PO95	Matemáticas 2	Rapún, Martínez-Mediano, Ontalba	Mc Graw Hill
L110	PO40	Aritmética y Álgebra 3	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L111	PO41	Geometría del espacio	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L112	ES66	Geometría I	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L113	IN67	Álgebra y Geometría I	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L114	IN67	Álgebra y Geometría II	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L115	ES67	Geometría II	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L116	PO68	Geometría III	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L117	PO40	Aritmética 2	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L118	ES69	Aritmética II	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L119	PO68	Aritmética y Álgebra	Repetto, Linskens, Fesquet	Kaplelusz
L120	PO76	Matemática 3. Manual	Rodríguez	Educación Creativa
L121	PO76	Matemática 5. Manual	Rodríguez	Educación Creativa
L122	ES98	Matemática 8	Rodríguez, Martínez	Mc Graw Hill
L123	PO77	Matemática 4	Rojo, Sanchez, Greco	El Ateneo
L124	ES89	Matemática 2	Sadovsky, Kass, Panizza, Reyna	Santillana
L125	ES88	Matemática 1	Sadovsky, Melguizo, Rubinstein	Santillana
L126	ES93	Matemática 1	Santoló	Kaplelusz
L127	ES97	Matemática 7	Semino, Englebert, Pedemonti	A-Z Editora
L128	ES97	Matemática 8	Semino, Englebert, Pedemont	A-Z Editora
L129	ES48	Aritmética y Álgebra	Tajani, Vallejo	Cesarini Hnos.
L130	ES03	Matemática. Car. de actividades 7	Aragón, Laurito, Net, Trama	Estrada
L131	ES74	Matemática 1	Vázquez, A. Tapia, C. A. Tapia	Estrada
L132	ES75	Matemática 2	Vázquez, A. Tapia, C. A. Tapia	Estrada
L133	PO79	Matemática 3	Vázquez, A. Tapia, C. A. Tapia	Estrada
L134	PO88	Matemática 4	Vázquez, A. Tapia, C. A. Tapia	Estrada
L135	PO90	Matemáticas. Algoritmo 3	Vizmanos, Anzola	BUP 3
L136	ES98	Matemática 7	Wall, Wainmaier, Vera, González Baró	Editorial e.d.b.
L137	ES98	Matemática 8	Wall, Wainmaier, Vera, González Baró	Editorial e.d.b.

Prof. Viviana Carolina Llanos

Profesora de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires-UNCPBA. 2006.

Alumna regular de la Licenciatura en Educación Matemática. Facultad. Ciencias Exactas. Departamento de Formación Docente. UNICEN.

Becaria CONICET- Directora: Dra. Maria Rita Otero, Co -Directora: Dra. Luci Banks Leite.

Becaria del Sistema de Apoyo a la Investigación (SAI). Facultad de Ciencias Exactas – UNICEN. 2007.

Integrante de la planta estable del Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECYT). Departamento de Formación Docente. Facultad de Ciencias Exactas-UNCPBA.

Ayudante Graduado del Departamento de Formación Docente en la Carrera Profesorado en Matemática. Facultad de Ciencias Exactas-UNCPBA.

Temas de Interés: Educación Matemática- Didáctica de la Matemática- Educación Media y Superior