



PERÚ

Ministerio  
de Educación



# RUTAS DEL APRENDIZAJE

Hacer uso de saberes matemáticos  
para afrontar desafíos diversos



Un aprendizaje fundamental  
en la escuela que queremos

HOY EL PERÚ TIENE UN COMPROMISO: MEJORAR LOS APRENDIZAJES  
**TODOS PODEMOS APRENDER, NADIE SE QUEDA ATRÁS**

MOVILIZACIÓN NACIONAL POR LA MEJORA DE LOS APRENDIZAJES

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN**

Av. De la Arqueología, cuadra 2- San Borja.

Lima, Perú

Teléfono: 6155800

www.minedu.gob.pe

Versión 1.0

Tiraje: 417,200 ejemplares

Emma Patricia Salas O'Brien

**Ministra de Educación**

José Marín Vegas Torres

**Vice Ministro de Gestión Pedagógica**

**Equipo Coordinador de las Rutas del Aprendizaje:**

Ana Patricia Andrade Pacora, Directora General de Educación Básica Regular

Neky Vanetty Molinero Nano, Directora de Educación Inicial

Flor Aidee Pablo Medina, Directora de Educación Primaria

Daño Abelardo Ugarte Pareja, Director de Educación Secundaria

**Asesor General de las Rutas del Aprendizaje:**

Luis Alfredo Guerrero Ortiz

**Equipo pedagógico:**

Holger Saavedra Salas (asesor)

Pedro David Collanqui Díaz

Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo

Luis Justo Morales Gil

Edith Consuelo Bustamante Ocampo

Giovanna Karito Piscocoya Rojas

Julio Nemesio Balmaceda Jiménez

Roger Justiniano Saavedra Salas

María Isabel Díaz Maguiña

**Diagramación:** Paola Sánchez Romero

**Ilustraciones:** Patricia Nishimata Oishi

**Equipo editor:** Juan Enrique Corvera Ormeño, Carmen Rosa León Ezcurra y Luis Fernando Ortiz Zevallos

**Impreso por:**

Corporación Gráfica Navarrete S.A.

Carretera Central 759 Km 2 Santa Anita – Lima 43

R.U.C.: 20347258611

**Distribuido gratuitamente por el Ministerio de Educación. Prohibida su venta.**

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: N° 2013-01802

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

# Índice

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	4
<b>I. Buscando las piezas de un deseado rompecabezas: aprender a aprender matemática</b> .....	6
1.1 Aprender a aprender matemática .....	7
1.2 Necesidad de plantearnos un modelo formativo .....	7
<b>II. Armandó las piezas del rompecabezas: enfoque del aprendizaje matemático</b> .....	8
2.1 La resolución de problemas como práctica pedagógica en la escuela .....	10
2.2 El enfoque centrado en la resolución de problemas .....	10
2.3 ¿Cómo enseñar matemática resolviendo situaciones problemáticas? .....	14
<b>III. Visualizando el rompecabezas: competencias, capacidades y dominios</b> .....	19
3.1 Competencia matemática .....	19
3.2 Formulación de la competencia matemática .....	20
3.3 Resolución de situaciones problemáticas como competencia matemática .....	21
3.4 Capacidades matemáticas .....	22
3.5 Dominios matemáticos .....	28
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	31

# 1. Introducción

El Proyecto Educativo Nacional establece, en su segundo objetivo estratégico, la necesidad de transformar las instituciones de educación básica de manera tal que aseguren una educación pertinente y de calidad, en la que todos los niños, niñas y adolescentes puedan realizar sus potencialidades como persona y aportar al desarrollo social del país. Es en este marco que el Ministerio de Educación tiene como una de sus políticas priorizadas el asegurar que: *Todos y todas logran aprendizajes de calidad con énfasis en comunicación, matemáticas, ciudadanía, ciencia, tecnología y productividad.*

Lograr este objetivo de política en el ámbito de matemática representa un gran desafío. De un lado, debido a los bajos resultados que se tienen y respecto de los cuales es muy poco lo que se ha podido avanzar; de otro lado, porque se trata de competencias y capacidades reconocidas mundialmente como cruciales para aprovechar las oportunidades del siglo XXI, de una sociedad de economías globales, con una acelerada producción de información de diversa complejidad y de significativos avances científicos y tecnológicos. En este contexto, necesitamos transitar hacia un mayor acceso, manejo y aplicación de conocimientos, en el que la educación matemática se convierte en un valioso motor de desarrollo económico, científico, tecnológico y social. Esto nos exige revisar, debatir, ampliar y enriquecer los enfoques con que hemos venido trabajando; y modificar la idea de la matemática como algo especializado sólo para estudiantes con mayor disposición para aprenderla. Necesitamos asumirla como algo fundamental para la vida, que tenga sentido y genere motivación para seguir aprendiendo.

Reconociendo este desafío se ha trabajado el presente fascículo en el cual se adopta un enfoque que conecte la matemática con la vida, con lo que ocurre en el entorno inmediato y personal de los estudiantes, así como en los diversos contextos sociales, económicos y políticos de este escenario mundial. Se trata de aprender a aplicar los conocimientos y contenidos matemáticos en el análisis, la comprensión y la resolución de problemas y situaciones de necesidad real. Ello implica desarrollar en las aulas, capacidades cognitivas y actitudes como la perseverancia, la confianza, la toma de decisiones, el trabajo colaborativo, el sentido de logro entre otros.

El fascículo se encuentra organizado en tres capítulos. En el primero se presenta algunas aproximaciones teóricas relacionadas con el aprendizaje y el aprender a aprender matemáticas. En el segundo capítulo, se desarrolla el enfoque de resolución de problemas, basado en el uso funcional de la matemática para el cumplimiento de su rol social y sentar las bases para que los estudiantes desplieguen plenamente sus capacidades y potencialidades. En el tercer y último capítulo se presentan las competencias y capacidades matemáticas que desarrollarán los estudiantes a lo largo de su educación básica. Las capacidades presentadas son seis y son trabajadas a partir de una situación problemática que las moviliza en forma simultánea, configurando el desarrollo de la competencia.

Esperamos que este fascículo pueda serte de utilidad en tu labor cotidiana. Estaremos muy atentos a tus aportes y sugerencias para ir mejorándolo en las próximas reediciones, de manera de hacerlo cada vez más pertinente y útil para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

## I. Buscando las piezas de un deseado rompecabezas: aprender a aprender matemática

La matemática siempre ha desempeñado un rol fundamental en el desarrollo de los conocimientos científicos y tecnológicos. En ese sentido, reconocemos su función instrumental y social que nos ha permitido interpretar, comprender y dar soluciones a los problemas de nuestro entorno.

En efecto, todos los seres humanos, desde que nacemos hasta que morimos, usamos algún tipo de aprendizaje matemático. Nacemos sin saber matemáticas, pero el mundo está lleno de experiencias que pueden convertirse en aprendizajes matemáticos utilizables en diversas circunstancias. Así, el niño que cuenta los dedos de su mano por primera vez sabrá que en cada mano tiene cinco. Esto no lo exime de cometer errores al contar una y otra vez sus dedos, sin embargo ayuda a aprender.

Además de las experiencias cotidianas que ayudan a aprender matemáticas, contamos con instituciones educativas en donde se accede a una educación matemática formal. Se aprende a comprender y producir textos matemáticos, a razonar matemáticamente, a resolver problemas matemáticos, etc.

En algunos casos al terminar la educación básica, se continúa con el aprendizaje de la matemática en la educación superior. El aprendizaje de la matemática es interminable, por lo que muchos eruditos, haciendo honor a la tradición socrática, declararon que mientras más se aprende matemáticas, más falta por aprender.

El problema es cuando la matemática que aprendemos resulta poco significativa, poco aplicable a la vida, o simplemente aburrida, tanto que al dejar el colegio olvidamos lo que aprendimos y no seguimos aprendiéndola por nuestra cuenta. Si bien hay quienes aprenden la matemática por sí mismos, la mayoría no lo hace. Necesitamos algún tipo de acompañamiento para aprender matemática y reflexionar sobre nuestro aprendizaje. Es en la educación matemática formal donde se puede ofrecer una intervención pedagógica que nos posibilite tal desarrollo.

Esta tarea requiere esfuerzos, de los maestros, estimulando a pensar a nuestros estudiantes, de autoridades educativas comprometidas con el mejoramiento continuo de la educación matemática, de instituciones educativas que provean ambientes, recursos y materiales de alta calidad para estimular el aprendizaje de la matemática, etc. También de una sociedad educadora comprometida, que nos rete a ser personas más propositivas y activas, no dependientes ni pasivas; que demande usar el propio razonamiento para resolver desde problemas cotidianos hasta problemas de gran trascendencia.

## 1.1 APRENDER A APRENDER MATEMÁTICAS

¿Cómo tener estudiantes motivados a aprender matemáticas y mucho más, a aprender a aprender matemáticas por sí mismos? Requerimos ambientes educativos que brinden confianza y tranquilidad, así como respeto mutuo, tolerancia y libertad, donde se puedan generar dinámicas de aprendizajes significativos y de reflexión crítica. La finalidad es propiciar el aprender y el aprender a aprender matemática de manera fácil y profunda utilizando los conocimientos matemáticos en diversas situaciones, no sólo en el ámbito escolar sino también fuera de él.

El aprender a aprender matemáticas implica aprender a ser perseverante y autónomo en la organización de nuestros aprendizajes, reconociendo experiencias, conocimientos previos, valores e implicancias de diversa índole, haciendo que nuestros estudiantes sean eficaces en la construcción de sus conocimientos y la toma de decisiones.

En la escuela la promoción de la competencia matemática se da en torno a las capacidades de matematizar, elaborar y seleccionar estrategias, a representar matemáticamente situaciones reales, a usar expresiones simbólicas, a comunicar y argumentar, a explorar, probar y experimentar. Si los estudiantes adquieren estas capacidades y las usan en su vida, adquirirán mayor seguridad y darán mayor y mejor sentido a su aprendizaje matemático.

La matemática cobra mayor significado y se aprende mejor cuando se aplica directamente a situaciones de la vida real. Nuestros estudiantes sentirán mayor satisfacción cuando puedan relacionar cualquier aprendizaje matemático nuevo con algo que saben y con la realidad cotidiana. **Esa es una matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de la vida y sus logros van hacia ella.**

Desarrollar habilidades de independencia y control sobre el proceso de aprendizaje exige que los estudiantes reflexionen sobre su propio aprendizaje, sean conscientes sobre cómo aprenden, practiquen el autocuestionamiento y usen de forma abierta y flexible diversas estrategias para aplicar selectivamente en la ejecución de determinadas tareas y actividades matemáticas. Por ello, es importante el rol del docente como agente mediador, orientador y provocador de formas de pensar y reflexionar durante las actividades matemáticas.

## 1.2 NECESIDAD DE PLANTEARNOS UN MODELO FORMATIVO PEDAGÓGICO

Esta perspectiva de aprendizaje de la matemática obliga a repensar y resignificar la manera como miramos la educación matemática de tal forma que concuerde con las características del ciudadano que queremos y necesitamos formar; el énfasis no estará, entonces, en memorizar el conocimiento o en reproducirlo, por el contrario estará en desarrollar saberes significativos y con sentido para que el estudiante, en un ambiente de desarrollo de competencias, aprenda a usar la matemática en distintos ámbitos de su vida y a aprender durante toda la vida.

Mejorar la calidad de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática es una tarea que compromete a todos. Por ello, es fundamental introducir una nueva práctica pedagógica donde la matemática sea concebida como parte de la realidad y de la vida misma que permita el logro de aprendizajes fundamentales.

## II. Armando las piezas del rompecabezas: enfoque del aprendizaje matemático

**Historia de la mano y la cabeza<sup>1</sup>: resolución de problemas como práctica social.**

**D**urante mucho tiempo, nuestras manos fueron maestras de nuestra cabeza. Así, con el paso de los años, las manos fueron adiestrándose y la cabeza despejándose. La habilidad manual desarrollaba nuestra inteligencia, y mientras más se esclarecía nuestra cabeza, más frecuentemente dirigía el trabajo de nuestras manos. Las manos no podían levantar un pesado bloque de piedra. Nuestra cabeza aconseja, entonces, colocar una palanca. La palanca sólo nos puede ayudar a levantar la piedra un poco, mas ¿cómo subirla a lo alto? La cabeza interviene de nuevo: crea el plano inclinado. Nos recomienda entonces colocar troncos redondos bajo la piedra, pues ¡hacer rodar es más fácil que arrastrar!

Pero la construcción de un plano inclinado para elevar pesos es faena laboriosa y compleja, y nuestra cabeza encuentra otra vez una solución más simple: inventa la polea. Haciendo pasar la cuerda por la polea el peso sube mejor; y si, además el peso cuelga de una segunda polea móvil, nuestras dos manos podían levantar un objeto que cuatro manos movían con dificultad. Esto, sin embargo, nos pareció poco. Entre manos y el peso colocamos tres, cinco poleas, siete poleas, etc. Cuantas más son las poleas tanto más fuerte nos hacemos. Así, ahora levantamos, sin gran trabajo, pesos cuyo manejo era exclusividad de los gigantes.

**N**uestra cabeza ayuda a nuestras manos, pero éstas tampoco le dan reposo. Le plantean siempre nuevas tareas. Como no es fácil hacer subir el agua del río para que reguemos los campos, nuestra cabeza crea el pozo con la cigüeña, gracias a la cual podemos hacer subir el cubo desde el río. Pero un cubo es poco. Hace falta más agua. Nuestras manos ya no se dan abasto. Entonces, la cabeza crea el torno. Una manivela sujeta a un rodillo que nuestra mano hace girar, el rodillo da vueltas enroscando una cuerda, ésta arrastra un cubo. ¡Asombrosos descubrimientos! Durante miles de años ayudarían a nuestras manos en su trabajo.

Pero crece la demanda de agua y aumenta el trabajo. La necesidad es la mejor de las maestras. Nuestra cabeza piensa: “¿No se podría hacer eso mismo, pero sin las manos?” Recuerda a los cuadrúpedos servidores del hombre, habituados desde largo tiempo a trasportar cargas. Las manos enganchan un cuadrúpedo a un madero, el caballo da vueltas, haciendo girar una rueda dentada. Ésta sigue su rotación sobre una piedra circular fija. Nuestras manos se liberan así de un trabajo que puede realizar un animal. En cambio, les espera un problema más complicado: construir los dientes de la rueda. Nuestras manos van haciendo trabajos cada vez más delicados y complejos, pero también nuestra cabeza tiene que resolver tareas más arduas.

<sup>1</sup>Adaptación de *Kak mui poznaem bsë Kolmogorov, A.S. (1984)*



El hombre utiliza al caballo para sacar agua del río, pero comienza a pensar si no se puede prescindir de él. ¿Para qué emplear al caballo? ¿Que el propio río suba el cubo de agua y lo vierta en el surco! Nuestras manos reciben una tarea más complicada: construir y colocar en el río una rueda tal que saque ella misma el agua. El río corre por su lecho y tropieza con un obstáculo: las aletas de la rueda. El río las empuja, y eso es lo que busca el hombre. La rueda gira, carga el agua y la sube, vertiéndola por último en el canalón.

**E**l río riega los campos en los que crece el trigo. El otoño llega y la cosecha debe ser recogida y el grano de las espigas molido. Hubo tiempos en que se molía el grano en pequeños molinos de mano. Esto era suficiente para una familia campesina, pero cuando hubo que dar de comer a ejércitos enteros, cuando surgieron enormes ciudades que necesitaban inmensas cantidades de harina para las panaderías, fue necesario poner en marcha grandes molinos y muelas de piedra. Semejantes muelas no se podían mover a mano, y de nuevo nuestra cabeza buscó la forma de salir del problema. Los hombres vuelven a probar la manivela, recuerdan otra vez al caballo y a aquel trabajador más fuerte que el caballo: el agua. El hombre ya había dominado al río. Quita los cangilones de la rueda y deja las aletas. En su eterno andar, el río empuja las aletas, la rueda hace girar el rodillo - eje que mueve la rueda dentada; ésta se engancha en otra que pone en movimiento un nuevo eje, en el que se encuentra la muela. Al principio, todo esto debió parecer un cuento a los hombres, y los primeros molinos de agua significaron, probablemente, una gran fiesta: la blanca espuma del agua, al estrellarse contra la rueda, la nube blanca de harina flotando sobre la muela, y las mujeres alrededor, escuchando el zumbido del molino de agua, más agradable que el chirrido del manual.

Mas con todo su júbilo, no comprendían entonces la portentosa fuerza que habían descubierto. ¿Podían acaso suponer que el molino de agua sería el origen de centenares de máquinas que no sólo molerían el trigo, sino que forjarían el hierro, machacarían el mineral, tejerían? Estas máquinas trabajarían por el hombre y para el hombre, habrían de vestirlo y alimentarlo y, más tarde, incluso trasportarlo por el aire.

## Resolver problemas: una antigua costumbre de los pueblos

La historia del hombre es también la historia de la resolución de sus problemas y es precisamente a esto que se debe, como hemos visto, el avance de la ciencia y la tecnología en general, y de la matemática en particular.

La resolución de problemas es indesligable a nuestra existencia como seres sociales. Desde que aparece el hombre sobre la Tierra, nuestra propia vida nos impone encontrar soluciones a los diversos problemas que nos plantea nuestra supervivencia.

La adaptación al medio, tanto por las modificaciones que se producen en nuestro entorno (escasez de alimentos, condiciones climáticas adversas, etc.) como por la visión cada vez más amplia que vamos teniendo de la realidad, nos plantea a diario situaciones problemáticas. No siempre poseemos respuesta inmediata para todas ellas, o soluciones afines a nuestras creencias o los instrumentos (materiales o teóricos) con qué enfrentarlas. Así, a lo largo de nuestra milenaria existencia sobre el planeta, nuestra historia ha discurrido afrontando y resolviendo problemas cada vez más complejos, en un número de ámbitos cada vez mayor, tanto en nuestra vida social como en el medio que nos rodea.

Así, cabezas y manos siguen unidas como en el pasado, ayudándose mutuamente. Y el conocimiento que vamos ganando consolida y sintetiza la grandeza de la capacidad humana: resolver problemas.

## EL CAMBIO FUNDAMENTAL

Es pasar de un aprendizaje, en la mayoría de los casos memorístico de conocimientos matemáticos (como supuestos prerrequisitos para aprender a resolver problemas), a un aprendizaje enfocado en la construcción de conocimientos matemáticos a partir de la resolución de situaciones problemáticas.

## 2.1 La resolución de problemas como práctica pedagógica en la escuela

Asumimos el enfoque centrado en resolución de problemas o enfoque problémico<sup>2</sup> como marco pedagógico para el desarrollo de las competencias y capacidades matemáticas, por dos razones:

- La resolución de situaciones problemáticas es la actividad central de la matemática,
- Es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad matemática con la realidad cotidiana.

Este enfoque supone cambios pedagógicos y metodológicos muy significativos, pero sobre todo rompe con la tradicional manera de entender cómo es que se aprende la matemática. Este enfoque surge de constatar que todo lo que aprendemos no se integra del mismo modo en nuestro conocimiento matemático.

### EJEMPLO:

Una fórmula matemática o la enunciación de una propiedad matemática, pueden adquirirse de forma superficial mediante un proceso de memorización simple. Esto posibilitará su reproducción de forma más o menos literal, pero no su utilización para la resolución de situaciones problemáticas. Es posible disponer de muchos aprendizajes matemáticos que no sólo seamos capaces de reproducir, sino de utilizar para dar respuesta a situaciones problemáticas reales.

## 2.2 El enfoque centrado en la resolución de problemas

### ¿Cuál es la importancia del enfoque centrado en la resolución de problemas?

Este enfoque consiste en promover formas de enseñanza-aprendizaje que den respuesta a situaciones problemáticas cercanas a la vida real. Para eso recurre a tareas y actividades matemáticas de progresiva dificultad, que plantean demandas cognitivas crecientes a los estudiantes, con pertinencia a sus diferencias socio culturales. El enfoque pone énfasis en un saber actuar pertinente ante una situación problemática, presentada en un contexto particular preciso, que moviliza una serie de recursos o saberes, a través de actividades que satisfagan determinados criterios de calidad. Permite distinguir:

#### a) Las características superficiales y profundas de una situación problemática.

Está demostrado que el estudiante novato responde a las características superficiales del problema (como es el caso de las palabras clave dentro de su enunciado), mientras que el experto se guía por las características profundas del problema (fundamentalmente la estructura de sus elementos y relaciones, lo que implica la construcción de una representación interna, de interpretación, comprensión, matematización, correspondientes, etc.).

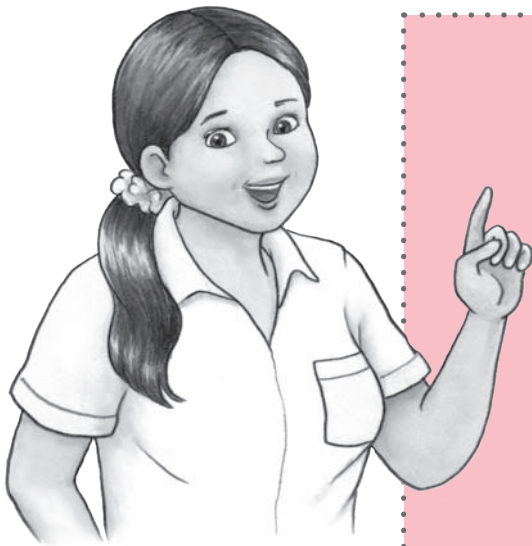
<sup>2</sup> Durch, B.J. (1995). *What is Problem-Based Learning? About Teaching* 47.

- b) **Relaciona la resolución de situaciones problemáticas con el desarrollo de capacidades matemáticas.** Aprender a resolver problemas no solo supone dominar una técnica matemática, sino también procedimientos estratégicos y de control poderosos para desarrollar capacidades, como: la matematización, representación, comunicación, elaboración de estrategias, utilización de expresiones simbólicas, argumentación, entre otras. La resolución de situaciones problemáticas implica entonces una acción que, para ser eficaz, moviliza una serie de recursos, diversos esquemas de actuación que integran al mismo tiempo conocimientos, procedimientos matemáticos y actitudes.
- c) **Busca que los estudiantes valoren y aprecien el conocimiento matemático.** Por eso propicia que descubran cuán significativo y funcional puede ser ante una situación problemática precisa de la realidad. Así pueden descubrir que la matemática es un instrumento necesario para la vida, que aporta herramientas para resolver problemas con mayor eficacia y que permite, por lo tanto, encontrar respuestas a sus preguntas, acceder al conocimiento científico, interpretar y transformar el entorno. También aporta al ejercicio de una ciudadanía plena, pues refuerza su capacidad de argumentar, deliberar y participar en la institución educativa y la comunidad.

## RASGOS PRINCIPALES DEL ENFOQUE CENTRADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Los rasgos más importantes de este enfoque son los siguientes:

1. **La resolución de problemas debe impregnar íntegramente el currículo de matemática**  
La resolución de problemas no es un tema específico, ni tampoco una parte diferenciada del currículo de matemática. La resolución de problemas es el eje vertebrador alrededor del cual se organiza la enseñanza, aprendizaje y evaluación de la matemática.
2. **La matemática se enseña y se aprende resolviendo problemas**  
La resolución de problemas sirve de contexto para que los estudiantes construyan nuevos conceptos matemáticos, descubran relaciones entre entidades matemáticas y elaboren procedimientos matemáticos.
3. **Las situaciones problemáticas deben plantearse en contextos de la vida real o en contextos científicos**  
Los estudiantes se interesan en el conocimiento matemático, le encuentran significado, lo valoran más y mejor, cuando pueden establecer relaciones de funcionalidad matemática con situaciones de la vida real o de un contexto científico. En el futuro ellos necesitarán aplicar cada vez más matemática durante el transcurso de su vida.
4. **Los problemas deben responder a los intereses y necesidades de los estudiantes**  
Los problemas deben ser interesantes para los estudiantes, planteándoles desafíos que impliquen el desarrollo de capacidades y que los involucren realmente en la búsqueda de soluciones.
5. **La resolución de problemas sirve de contexto para desarrollar capacidades matemáticas**  
Es a través de la resolución de problemas que los estudiantes desarrollan sus capacidades matemáticas tales como: la matematización, representación, comunicación, utilización de expresiones simbólicas, la argumentación, etc.



El enfoque centrado en la resolución de problemas surge como una alternativa de solución para enfrentar en nuestro quehacer docente:

- Las dificultades para el razonamiento matemático.
- Las dificultades para promover la significatividad y funcionalidad de los conocimientos matemáticos.
- El aburrimiento, desvaloración y falta de interés por la matemática.
- Las dificultades para el desarrollo del pensamiento crítico en el aprendizaje de la matemática.
- El desarrollo de un pensamiento matemático descontextualizado.

## Objetivos del enfoque centrado en la resolución de problemas

Lograr que el estudiante:

- Se involucre en un problema (tarea o actividad matemática) para resolverlo con iniciativa y entusiasmo.
- Comunique y explique el proceso de resolución del problema.
- Razone de manera efectiva, adecuada y creativa durante todo el proceso de resolución del problema, partiendo de un conocimiento integrado, flexible y utilizable.
- Busque información y utilice los recursos que promuevan un aprendizaje significativo.
- Sea capaz de evaluar su propia capacidad de resolver la situación problemática presentada.
- Reconozca sus fallas en el proceso de construcción de sus conocimientos matemáticos y resolución del problema.
- Colabore de manera efectiva como parte de un equipo que trabaja de manera conjunta para lograr una meta común.

## DESARROLLO DE ACTITUDES EN EL ENFOQUE CENTRADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



La importancia de este enfoque radica en que eleva el grado de la actividad mental, propicia el desarrollo del pensamiento creativo y contribuye al desarrollo de personalidad de los estudiantes

La actividad mental es aquella característica de la personalidad que representa el esfuerzo, perseverancia y constancia intelectual que el estudiante debe realizar conscientemente en la resolución de una situación problemática.

Con el incremento sistemático del nivel de la actividad mental durante las prácticas educativas, se fomenta el aprendizaje

consciente de la matemática y se desarrolla la autonomía de pensamiento y la confianza de los estudiantes. El uso continuo de este enfoque posibilita además la actividad creativa, capacidad con la que el alumno puede seguir aprendiendo, y que puede ir consolidando gradualmente.

Este enfoque aporta también al desarrollo de la personalidad. Esta forma de aprender matemática favorece tanto el razonamiento e importantes operaciones del pensamiento, como el afianzamiento del auto concepto, la autoestima y el desarrollo personal. Ambas cosas lo convierten en un motor del desarrollo de la personalidad del estudiante.

El enfoque de resolución de problemas constituye entonces una vía potente y eficaz para desarrollar actitudes positivas hacia las matemáticas. Permite que cada estudiante se sienta capaz de resolver situaciones problemáticas y de aprender matemáticas, considerándola útil y con sentido para la vida. La posibilidad que ofrecemos a los estudiantes para enfrentarse a situaciones problemáticas con diferentes niveles de exigencia matemática, junto al trabajo grupal, favorecerán el desarrollo de actitudes positivas hacia la matemática, una aspiración que la sociedad contemporánea le plantea a la escuela peruana.

## 2.3 ¿Cómo enseñar matemática resolviendo situaciones problemáticas?

Como hemos podido ver, el enfoque centrado en la resolución de problemas no sólo permite a los estudiantes adquirir habilidades duraderas de aprendizaje y meta-aprendizaje de la matemática, sino que modifica totalmente el papel del docente.

A los docentes nos toca ahora guiar, explorar y respaldar las iniciativas de sus estudiantes, sin dar la clase de manera frontal tipo conferencia. La resolución de situaciones problemáticas es un proceso que ayuda a generar e integrar actividades, tanto en la construcción de conceptos y procedimientos matemáticos como en la aplicación de estos a la vida real. Todo esto redundará, a su vez, en el desarrollo de capacidades y competencias matemáticas.

### a) ¿Qué es una situación problemática?

Una situación problemática es una situación de dificultad ante la cual hay que buscar y dar reflexivamente una respuesta coherente, encontrar una solución.

Estamos, por ejemplo, frente a una situación problemática cuando no disponemos de estrategias o medios conocidos de solución.

### b) ¿Qué es resolver una situación problemática?

Resolver una situación problemática<sup>3</sup> es:

- Encontrarle una solución a un problema determinado.
- Hallar la manera de superar un obstáculo.
- Encontrar una estrategia allí donde no se disponía de estrategia alguna.
- Idear la forma de salir de una dificultad.
- Lograr lo que uno se propone utilizando los medios adecuados.

## Teoría en la acción



El enfoque centrado en la resolución de problemas, se relaciona de dos maneras con los escenarios donde se puede aprender matemática: el aula, la institución educativa y la comunidad:

1. En tanto guía para nuestra acción educativa nos ofrece herramientas para actuar sobre la situación problemática; y nos permite distinguir aspectos de los procesos de aprendizaje que no siempre nos resultan visibles.
2. En tanto enfoque, posee una carga teórica que requiere delimitación conceptual y metodológica, para que en nuestro trabajo cotidiano podamos comprender y afrontar mejor todos los imprevistos que se escapan a cualquier predicción.

<sup>3</sup> Villavicencio Ubillús, Martha. Et. Al. (1995). *Guía Didáctica: Resolución de problemas matemáticos*.

c) ¿En qué consiste la metodología centrada en la resolución de problemas?

La metodología plantea que los estudiantes<sup>4</sup> :

1. **Conozcan una situación problemática.** Ellos en grupo organizan sus ideas, actualizan su conocimiento previo relacionado con la situación y problemática y tratan de definirla.
2. **Hagan preguntas.** Se dialoga sobre aspectos específicos de la situación problemática que no hayan comprendido. El grupo se encarga de anotar estas preguntas. Los estudiantes son animados por el profesor para que puedan reconocer lo que saben y lo que no saben.
3. **Seleccionen los temas a investigar.** Lo hacen en orden de prioridad e importancia, entre todos los temas que surgen por medio de las preguntas durante la situación didáctica. Ellos deciden qué preguntas serán contestadas por todo el grupo y cuáles serán investigadas por algunos miembros del grupo, para después socializarlas a los demás. Los estudiantes y el docente dialogan sobre cómo, dónde y con qué investigar las posibles respuestas a las preguntas.
4. **Trabajen en grupos.** Vuelven a juntarse en grupo y exploran las preguntas previamente establecidas integrando su nuevo conocimiento al contexto de la situación problemática. Deben resumir su conocimiento y conectar los nuevos conceptos y procedimientos a los previos. Deben seguir definiendo nuevos temas a investigar, mientras progresan en la búsqueda de solución a la situación problemática planteada. Observarán que el aprendizaje es un proceso en curso progresivo y que siempre existirán temas para investigar cuando se enfrentan a un problema cualquiera.

En las siguientes líneas, explicaremos en forma resumida cada una de las fases<sup>5</sup> de resolución de problemas.

- a) Familiarización y comprensión. En esta fase el estudiante debe identificar la incógnita, reconocer los datos, identificar las condiciones, si son suficientes, si son necesarios o si son complementarios.
- b) Búsqueda de estrategias y elaboración de un plan. En la segunda fase, el estudiante comienza a explorar la situación, experimenta, particulariza. El plan es un conjunto de estrategias heurísticas que se seleccionan con la esperanza de que el problema llegue a ser resuelto.
- c) Ejecución del plan y control. Cuando el estudiante decide qué estrategias utilizar, viene la fase de la ejecución del plan, que debe realizarse siempre en forma controlada, evaluando cada paso de su realización, a fin de saber si el plan lo está acercando a la respuesta o lo está conduciendo a una situación compleja.
- d) Visión retrospectiva y prospectiva. Cuando se ha obtenido una solución (no una respuesta, podrían haber varias o ninguna), se ingresa a la cuarta fase, donde se efectúa una reflexión acerca del proceso ejecutado.

<sup>4</sup> Durch, B.J. (1995). *What is Problem-Based Learning? About Teaching* 47.

<sup>5</sup> En el manual del docente del Módulo de Resolución de Problemas- Resolvamos 2, páginas 12-14, se explican en forma detallada cada una de las fases de resolución de problemas.

## EL JUEGO EN EL ENFOQUE CENTRADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Los juegos en general, y en particular los juegos de contenido matemático, se presentan como un excelente recurso didáctico para plantear situaciones problemáticas a los niños. Tales estrategias permiten articular por ejemplo la actividad matemática y la actividad lúdica en contextos de interacción grupal.

Las situaciones problemáticas lúdicas son recomendables para toda la educación básica regular, pero sobre todo para niños de los primeros ciclos. A esa edad es posible dirigir la atención y esfuerzo de los niños hacia metas de naturaleza matemática mediante el juego. En esta etapa, el juego constituye un valioso instrumento pedagógico para iniciarlos en la construcción de las nociones y procedimientos matemáticos básicos.

Propiciar en los niños la resolución de situaciones problemáticas en actividades cotidianas, actividades lúdicas y con la manipulación de material concreto permite desarrollar favorablemente su razonamiento lógico. El juego es un recurso de aprendizaje indispensable en la iniciación a la matemática, porque facilita los aprendizajes en los niños de una manera divertida despertando el placer por aprender y satisface su necesidad de jugar. Además, el juego:

1. Es la primera actividad natural que desarrollan los niños y niñas para aprender, desarrollando sus primeras actividades y destrezas.
2. Permite dinamizar los procesos de pensamiento, pues generan interrogantes y motivan la búsqueda de soluciones.
3. Presenta desafíos y estímulos que incitan la puesta en marcha de procesos intelectuales.
4. Estimula la competencia sana y actitudes de tolerancia y convivencia que crean un clima de aprendizaje favorable.
5. Favorece la comprensión.
6. Facilita la consolidación de contenidos matemáticos.
7. Posibilita el desarrollo de capacidades.
8. Se conecta con la vida y potencia el aprendizaje.

En esta dinámica los estudiantes tienen la oportunidad de escuchar a los otros, explicar y justificar sus propios descubrimientos, confrontar ideas y compartir emociones, corregir y ser corregidos por sus compañeros. Tales juegos tienen alicientes: la actividad lúdica en sí misma, la actividad matemática que la acompaña y el relacionarse con otros.



d) ¿Cuál es la importancia de los materiales concretos en el enfoque centrado en la resolución de problemas?

Los materiales manipulativos o concretos, especialmente, en los primeros ciclos, son un apoyo importante para el aprendizaje de la matemática.

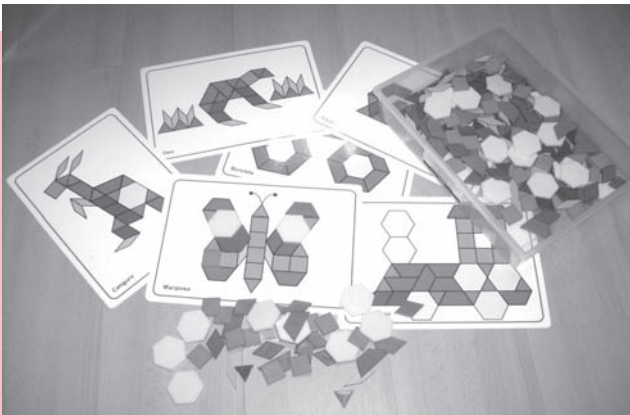
Dos principios didácticos a considerar:

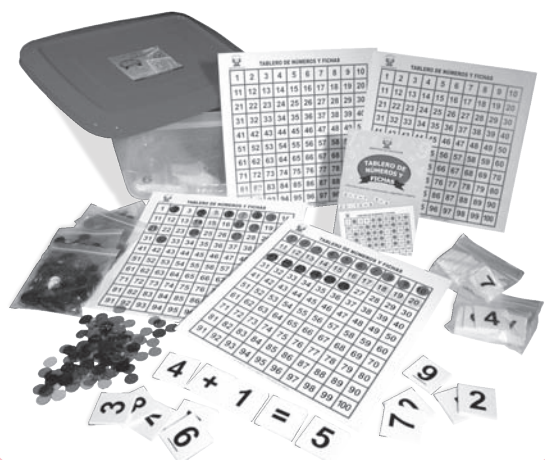
- El uso de materiales educativos no es el objetivo de la enseñanza-aprendizaje de la matemática, sino un medio para el logro de los aprendizajes.
- La mayoría de los conceptos matemáticos no tienen su origen en los objetos, sino en las relaciones que establecen los estudiantes entre ellos. El color "rojo" por ejemplo es una abstracción física que se origina en los objetos. El concepto "dos", sin embargo, no está presente en las fichas con que juegan los estudiantes, sino en la relación que establecen entre ellas. Eso ocurre al entender que una es la primera y la otra es la segunda, y que el "dos" al que llegamos en el conteo resume la cantidad de fichas disponible.

## LOS MATERIALES EN EDUCACIÓN BÁSICA

En el nivel de Educación Básica, el uso de material concreto es necesario porque:

1. El estudiante puede empezar a elaborar, por sí mismo, los conceptos a través de las experiencias provocadas.
2. Es motivador, sobre todo cuando las situaciones problemáticas creadas son interesantes para el estudiante e incitan su participación espontánea.





## LA INTERCULTURALIDAD Y EL ENFOQUE CENTRADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Nuestro país es pluricultural y multilingüe. En consecuencia la educación matemática para ser pertinente a esta realidad tiene que ser intercultural. La perspectiva del enfoque centrado en la resolución de problemas implica que:

- 1) Debemos plantear a nuestros estudiantes situaciones problemáticas en un contexto socio cultural concreto que refleje la realidad del estudiante.
- 2) Debemos generar espacios de aprendizaje y reflexión que propicien capacidades matemáticas, utilizando las formas de comunicación, expresión y conocimiento propias de nuestras culturas. Esto supone diálogo intercultural entre las maneras de aprender matemáticas.

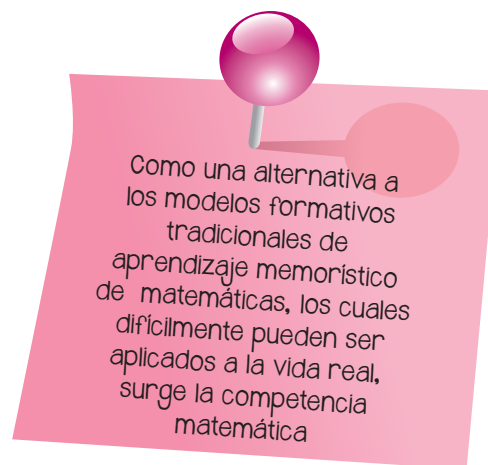
## III. Visualizando el rompecabezas: competencias, capacidades y dominios

### 3.1 COMPETENCIA MATEMÁTICA

La competencia matemática en la Educación Básica promueve el desarrollo de capacidades en los estudiantes, que se requieren para enfrentar una situación problemática en la vida cotidiana. Alude, sobre todo, a una actuación eficaz en diferentes contextos reales a través de una serie de herramientas y acciones. Es decir, a una actuación que moviliza e integra actitudes.

La competencia matemática es entonces un saber actuar en un contexto particular, que nos permite resolver situaciones problemáticas reales o de contexto matemático. Un actuar pertinente a las características de la situación y a la finalidad de nuestra acción, que selecciona y moviliza una diversidad de saberes propios o de recursos del entorno. Eso se da mediante determinados criterios básicos, como:

- a) **Saber actuar:** Alude a la intervención de una persona sobre una situación problemática determinada para resolverla, pudiendo tratarse de una acción que implique sólo actividad matemática.
- b) **Tener un contexto particular:** Alude a una situación problemática real o simulada, pero plausible, que establezca ciertas condiciones y parámetros a la acción humana y que deben tomarse en cuenta necesariamente.
- c) **Actuar pertinentemente:** Alude a la indispensable correspondencia de la acción con la naturaleza del contexto en el que se interviene para resolver la situación problemática. Una acción estereotipada que se reitera en toda situación problemática no es una acción pertinente.
- d) **Seleccionar y movilizar saberes:** Alude a una acción que echa mano de los conocimientos matemáticos, habilidades y de cualquier otra capacidad matemática que le sea más necesaria para realizar la acción y resolver la situación problemática que enfrenta.
- e) **Utilizar recursos del entorno:** Alude a una acción que puede hacer uso pertinente y hábil de toda clase de medios o herramientas externas, en la medida que el contexto y la finalidad de resolver la situación problemática lo justifiquen.
- f) **Utilizar procedimientos basados en criterios:** Alude a formas de proceder que necesitan exhibir determinadas características, no todas las deseables o posibles sino aquellas consideradas más esenciales o suficientes para que logren validez y efectividad.





### 3.2 FORMULACIÓN DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA

En la formulación de una competencia matemática necesita visibilizarse:

- La acción que el sujeto desempeñará
- Los atributos o criterios esenciales que debe exhibir la acción
- La situación, contexto o condiciones en que se desempeñará la acción

#### EJEMPLO:

En la competencia matemática «Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los números y sus operaciones empleando diversas estrategias de solución, justificando y valorando sus procedimientos y resultados», puede distinguirse:

Acción	Contexto/Condiciones	Atributos
Resuelve	situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los números y sus operaciones	empleando diversas estrategias de solución, justificando y valorando sus procedimientos y resultados

### 3.3 RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS COMO COMPETENCIA MATEMÁTICA

La resolución de situaciones problemáticas reales es la competencia matemática del Área de Matemática. El estudiante la desarrollará durante su experiencia escolarizada y no escolarizada a lo largo de toda su vida.

Se han definido cuatro competencias matemáticas en términos de resolución de problemas, que atraviesan toda la Educación Básica. Competencias que suponen un desempeño global y que corresponden a los cuatro dominios del Área de Matemática:

#### MATRIZ DE COMPETENCIAS Y CAPACIDADES

	COMPETENCIAS	CAPACIDADES
Números y Operaciones	Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los números y sus operaciones empleando diversas estrategias de solución, justificando y valorando sus procedimientos y resultados.	Matematizar
Cambio y Relaciones	Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los patrones, igualdades, desigualdades, relaciones y funciones, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados.	Representar Comunicar
Geometría	Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican el uso de propiedades y relaciones geométricas, su construcción y movimiento en el plano y el espacio, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados.	Elaborar estrategias Utilizar expresiones simbólicas
Estadística y Probabilidad	Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la recopilación, procesamiento y valoración de los datos y la exploración de situaciones de incertidumbre para elaborar conclusiones y tomar decisiones adecuadas.	Argumentar

### 3.4 CAPACIDADES MATEMÁTICAS

La resolución de situaciones problemáticas es entonces una competencia matemática importante que nos permite desarrollar capacidades matemáticas. Todas ellas existen de manera integrada y única en cada persona y se desarrollan en el aula, la escuela, la comunidad, en la medida que dispongamos de oportunidades y medios para hacerlo.

En otras palabras, las capacidades matemáticas se despliegan a partir de las experiencias y expectativas de nuestros estudiantes, en situaciones problemáticas reales. Si ellos encuentran útil en su vida diaria los aprendizajes logrados, sentirán que la matemática tiene sentido y pertinencia.

La propuesta pedagógica para el aprendizaje de la matemática toma en cuenta el desarrollo de seis capacidades matemáticas, consideradas esenciales para el uso de la matemática en la vida cotidiana. Éstas sustentan la competencia matemática de resolución de problemas y deben abordarse en todos los niveles y modalidades de la Educación Básica Regular. Estas seis capacidades son las siguientes:

- Matematizar
- Representar
- Comunicar
- Elaborar estrategias
- Utilizar expresiones simbólicas
- Argumentar

Todas ellas están implicadas en cualquier situación problemática real, o matemática. Pueden ser utilizadas por nuestros estudiantes cada vez que las enfrentan para resolverlas.



### a) Matematizar

Los sistemas de numeración tuvieron un origen anatómico. Nuestros antepasados valiéndose de los dedos de sus manos contaban hasta diez: (uno/huk/, dos/iskay/, tres/kimsa/, cuatro/tawa/, cinco/pichqa/, seis/suqta/, siete/qanchis/, ocho/pusaq/, nueve/isqun/ y diez/chunka).

Al llegar a diez /chunka/, es decir, después de consumir todas las posibilidades de su «aparato de cálculo» natural, los dedos de sus dos manos, les fue lógico considerar el número 10 como una unidad nueva, mayor (la unidad del orden siguiente) y prosiguieron el conteo en los términos siguientes: diez y uno/chunka hukniyuq/, diez y dos /chunka iskayniyuq/, diez y tres /chunka kimsayuyq/, diez y cuatro/chunka tawayuyq/, diez y cinco /chunka pichkayuyq/, diez y seis /chunka suqtayuyq/, diez y siete /chunka qanchikniyuq/, diez y ocho /chunka pusaqniyuq/, diez y nueve/chunka isqunniyuq/ y dos veces diez (veinte)/iskay chunka/.

Al llegar a veinte, formaban la segunda decena y proseguían el conteo hasta llegar a diez decenas /chunkachunka/ y así lograban formar la unidad del tercer orden, la centena /pachak/ y así sucesivamente.

Algo similar, sucedió probablemente con nuestros antepasados aimaras. Ellos, a diferencia de los quechuas, se valieron de los dedos sólo de una de sus manos, y contaban con facilidad hasta llegar a cinco (uno /maya/, dos/paya/, tres/kima/, cuatro/pusi/ y cinco/qallqu/). Al llegar a cinco, les fue lógico considerar el número 5 como una unidad nueva, mayor (la unidad del orden siguiente) y prosiguieron el conteo en los términos siguientes: uno y cinco /ma-qallqu/, dos y cinco /pa-qallqu/, tres y cinco /ki-qallqu/, cuatro y cinco/pu-qallqu/ y cinco y cinco/qallqu qallqu.

Al llegar a cinco y cinco, formaban la unidad del segundo orden, después de tercer orden y así sucesivamente. Así los aimaras dotaron de una estructura matemática quinaría a una de sus manos y nos legaron el sistema de numeración quinaría aimara. Así matematizaron nuestros antepasados porciones o partes de su anatomía.



El conteo a base de los dedos de las dos manos dio origen al sistema de numeración decimal quechua. Nuestros antepasados dotaron de una estructura matemática decimal a una parte de su anatomía (sus dos manos) y nos legaron el sistema de numeración decimal quechua.

Matematizar implica expresar una parcela de la realidad, un contexto concreto o una situación problemática, definida en el mundo real, en términos matemáticos.

La matematización es un proceso que dota de una estructura matemática a una parte de la realidad o a una situación problemática real. Este proceso es eficaz en tanto pueda establecer igualdad en términos de la estructura matemática y la realidad. Cuando esto ocurre las propiedades de la estructura matemática corresponden a la realidad y viceversa. Matematizar implica también interpretar una solución matemática o un modelo matemático a la luz del contexto de una situación problemática.

C	D	U
○ ○	○ ○	○ ○
○ ○ ○	○ ○ ○	● ● ●
○ ○ ○ ○	● ● ○ ○	● ● ● ●

### b) Representar

Existen diversas formas de representar las cosas y, por tanto, diversas maneras de organizar el aprendizaje de la matemática. El aprendizaje de la matemática es un proceso que va de lo concreto a lo abstracto. Entonces, las personas, los niños en particular, aprendemos matemática con más facilidad si construimos conceptos y descubrimos procedimientos matemáticos desde nuestra experiencia real y particular. Esto supone manipular materiales concretos (estructurados o no), para pasar luego a manipulaciones simbólicas. Este tránsito de la manipulación de objetos concretos a objetos abstractos está apoyado en nuestra capacidad de representar matemáticamente los objetos.

#### POR EJEMPLO:

Cuando enfrentamos una situación problemática real susceptible de matematización, la representamos matemáticamente. Para eso utilizamos distintas representaciones tales como: gráficos, tablas, diagramas, imágenes, etc. Así capturamos y describimos la estructura y las características matemáticas de una determinada situación. Cuando ya disponemos de resultados matemáticos, presentados en diversos formatos o representaciones matemáticas, los interpretamos. Para hacer esa interpretación nos referimos a la situación problemática y usamos las representaciones para resolverla. A veces es necesario crear nuevas representaciones.

### c) Comunicar

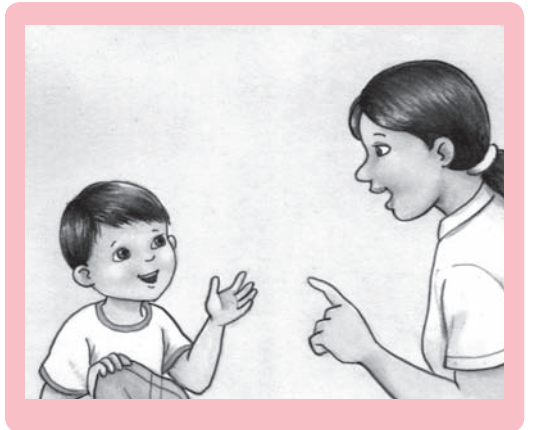
El lenguaje matemático es también una herramienta que nos permite comunicarnos con los demás. Incluye distintas formas de expresión y comunicación oral, escrita, simbólica, gráfica. Todas ellas existen de manera única en cada persona y se pueden desarrollar en las escuelas si éstas ofrecen oportunidades y medios para hacerlo.

La capacidad de representar es fundamental no solo para enfrentar situaciones problemáticas, sino para organizar el aprendizaje de la matemática y socializar los conocimientos matemáticos que los estudiantes vayan logrando.

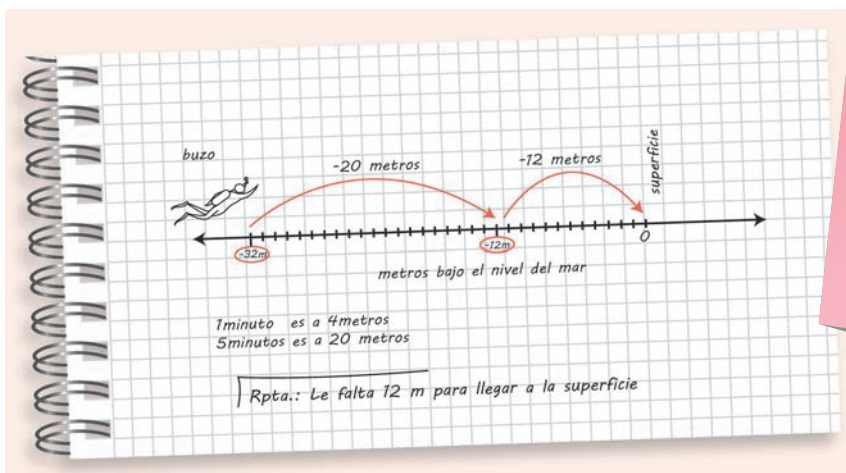


Buscamos desarrollar esta capacidad en los estudiantes para que logren comprender, desarrollar y expresar con precisión matemática las ideas, argumentos y procedimientos utilizados, así como sus conclusiones. Asimismo, para identificar, interpretar y analizar expresiones matemáticas escritas o verbales.

En matemáticas se busca desarrollar en los estudiantes esa capacidad para recibir, producir y organizar mensajes matemáticos orales en forma crítica y creativa. Esto les facilita tomar decisiones individuales y grupales. La institución educativa debe brindar situaciones reales de interacción oral para que los estudiantes tengan oportunidad de hablar, dialogar, opinar, informar, explicar, describir, argumentar, debatir, etc., en el marco de las actividades matemáticas programadas.



La lectura y el dar sentido a las afirmaciones, preguntas, tareas matemáticas permiten a los estudiantes crear modelos de situaciones problemáticas, lo cual es un paso importante para comprender, clarificar, plantear y resolverlas en términos matemáticos.



La gran cantidad de información matemática que se dispone requiere desarrollar en los estudiantes la capacidad de comunicación escrita. Eso les posibilita identificar, procesar, producir y administrar información matemática escrita.

#### d) Elaborar estrategias

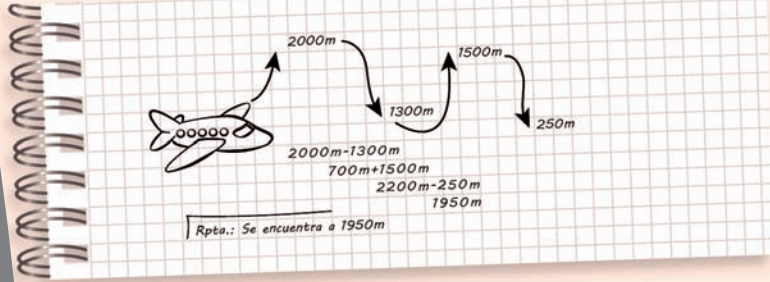
Al enfrentar una situación problemática de la vida real, lo primero que hacemos es dotarla de una estructura matemática. Luego, seleccionamos una alternativa de solución entre otras opciones. Si no disponemos de ninguna alternativa intentamos crearla. Entonces, cuando ya disponemos de una alternativa razonable de solución, elaboramos una estrategia. De esta manera, la resolución de una situación problemática supone la selección o elaboración de una estrategia para guiar el trabajo, interpretar, evaluar y validar su procedimiento y solución matemáticos. La construcción de conocimientos matemáticos requiere también seleccionar o crear y diseñar estrategias de construcción de conocimientos.

**POR EJEMPLO:**

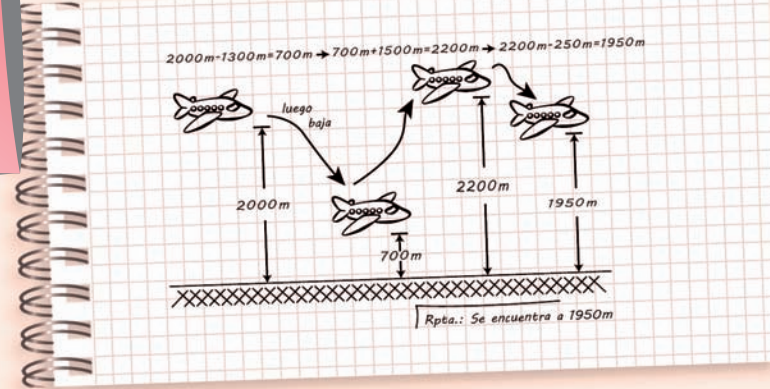
Un avión sube a una altura de 2000 metros, después baja 1300 metros, vuelve a subir 1500 metros y baja de nuevo 250 metros. ¿A qué altura se encuentra en este momento?

La capacidad de elaborar estrategias es fundamental para construir conocimientos matemáticos, y también para resolver situaciones problemáticas.

**Primera forma:**



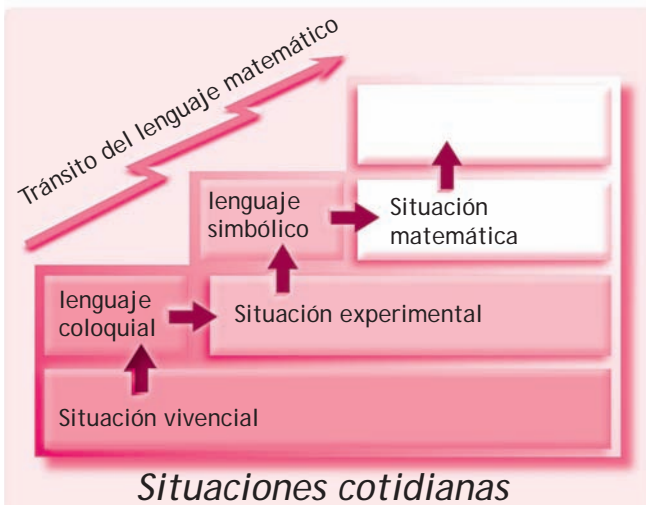
**Segunda forma:**



**e) Utilizar expresiones simbólicas**

Hay diferentes formas de simbolizar. Éstas han ido construyendo sistemas simbólicos con características sintácticas, semánticas y funcionales peculiares.

El uso de las expresiones y símbolos matemáticos ayudan a la comprensión de las ideas matemáticas, sin embargo éstas no son fáciles de generar debido a la complejidad de los procesos de simbolización.



En el desarrollo de los aprendizajes matemáticos, los estudiantes a partir de sus experiencias vivenciales e inductivas emplean diferentes niveles del lenguaje. Inicialmente usan un lenguaje de rasgos coloquiales, paulatinamente van empleando el lenguaje simbólico hasta llegar a un lenguaje técnico y formal como resultado de un proceso de convención y acuerdo en el grupo de trabajo.

El dar una estructura matemática a una situación problemática, requiere del uso de variables, símbolos y expresiones simbólicas apropiadas. Para lograr esto es importante:

- Entender la relación entre el lenguaje del problema y el lenguaje simbólico necesario para representarlo matemáticamente.
- Comprender, manipular y hacer uso de expresiones simbólicas—aritméticas y algebraicas—regidas por reglas y convenciones matemáticas, es decir, por una gramática específica de lenguaje matemático.

#### f) Argumentar

Esta capacidad es fundamental no solo para el desarrollo del pensamiento matemático, sino para organizar y plantear secuencias, formular conjeturas y corroborarlas, así como establecer conceptos, juicios y razonamientos que den sustento lógico y coherente al procedimiento o solución encontrada.

Así, se dice que la argumentación puede tener tres diferentes usos:

1. Explicar procesos de resolución de situaciones problemáticas
2. Justificar, es decir, hacer una exposición de las conclusiones o resultados a los que se haya llegado
3. Verificar conjeturas, tomando como base elementos del pensamiento matemático.

La capacidad de argumentar se aplica para justificar la validez de los resultados obtenidos. El diálogo colectivo basado en afirmaciones u opiniones argumentadas, así como el análisis de la validez de los procesos de resolución de situaciones problemáticas favorecen el aprendizaje matemático. En la Educación Básica, se procura que los estudiantes:

- Hagan progresivamente inferencias que les permita deducir conocimientos a partir de otros, hacer predicciones eficaces en variadas situaciones concretas, formular conjeturas e hipótesis.
- Aprendan paulatinamente a utilizar procesos de pensamiento lógico que den sentido y validez a sus afirmaciones, y a seleccionar conceptos, hechos, estrategias y procedimientos coherentes.
- Desarrollen la capacidad para detectar afirmaciones y justificaciones erróneas.



La capacidad de usar símbolos y expresiones simbólicas es indispensable para construir conocimientos y resolver problemas matemáticos. Pero también para comunicar, explicar y entender resultados matemáticos.

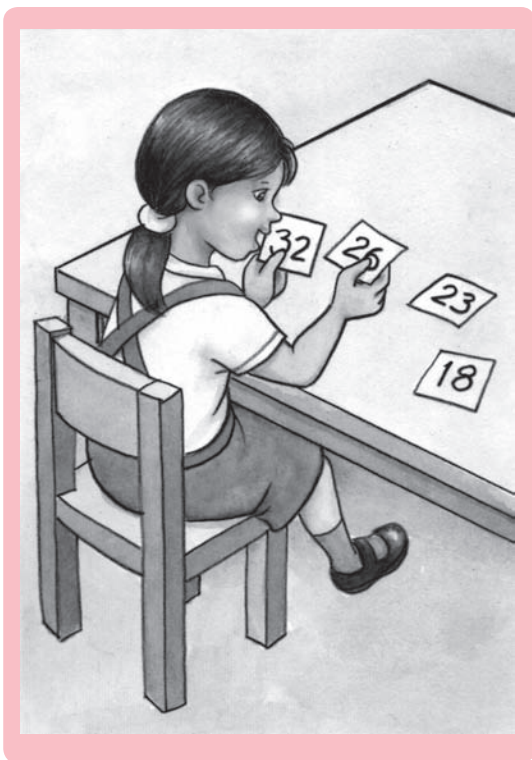
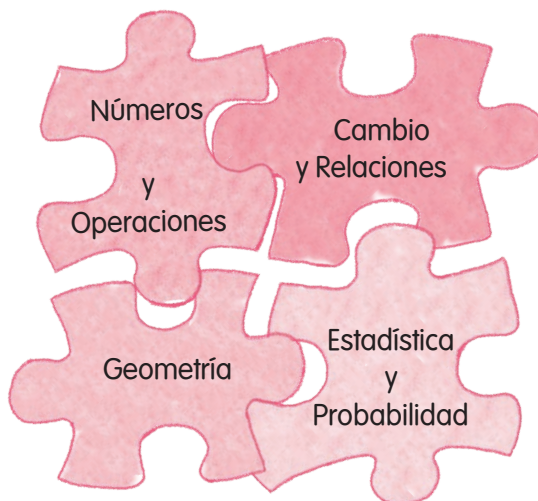


Razonar implica reflexionar sobre los mecanismos lógicos e intuitivos que hacen posible conectar diferentes partes de la información. Esto permite llegar a una solución plausible, analizar e integrar la información, para construir o sostener argumentos, justificar y validar la toma de decisiones, para hacer generalizaciones y combinar múltiples elementos de información.

El razonamiento y la demostración son partes integrantes de la argumentación. Entran en juego al reflexionar sobre las soluciones matemáticas y permiten crear explicaciones que apoyen o refuten soluciones matemáticas a situaciones problemáticas contextualizadas.

### 3.5 DOMINIOS MATEMÁTICOS

Los dominios son los organizadores del Área de Matemática, que se trabajan a lo largo de la Educación Básica. En algunos momentos puede haber un mayor énfasis en un dominio que en otro. Estos dominios son:



#### a) Números y Operaciones

- Se refiere al conocimiento de números, operaciones y sus propiedades.
- Este dominio dota de sentido matemático a la resolución de situaciones problemáticas en términos de números y operaciones.
- La situación sirve de contexto para desarrollar capacidades matemáticas mediante la construcción del significado y uso de los números y las operaciones en cada conjunto numérico, y en diversas formas a fin de realizar juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles en diversas situaciones.

#### b) Cambio y Relaciones

- Se refiere a conocimientos algebraicos tales como ecuaciones, inecuaciones, relaciones, funciones, sus propiedades, entre otros.
- Este dominio dota de sentido matemático a la resolución de situaciones problemáticas en términos de patrones, equivalencias y cambio, las mismas que sirven de contexto para desarrollar las capacidades matemáticas.

El mundo que nos rodea presenta una multiplicidad de relaciones temporales o permanentes, que se manifiestan por ejemplo en los diversos fenómenos naturales, económicos, demográficos, entre otros. Ellos influyen en la vida de todo ciudadano, exigiéndole capacidades que le permitan comprenderlos, describirlos, analizarlos, modelarlos y realizar predicciones para enfrentarse a los cambios. Así se aligeran o reducen sus consecuencias (OCDE, 2006).

En este contexto resulta importante el aporte de la matemática a través de la matematización. Ella permite analizar las soluciones de un problema, generalizarlas y justificar su alcance. A medida que se desarrolla esta capacidad se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo matemático, necesarios para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico por medio de ecuaciones, variables y funciones.

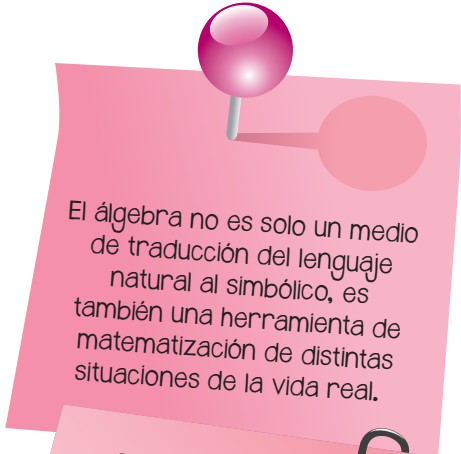
La resolución de situaciones problemáticas sobre cambio y relaciones, permite desarrollar la capacidad para identificar patrones, describir y caracterizar generalidades, modelar fenómenos reales referidos a las relaciones cambiantes entre dos o más magnitudes. Para eso se puede utilizar desde gráficos intuitivos hasta expresiones simbólicas como las igualdades, desigualdades, equivalencias y funciones.

### c) Geometría

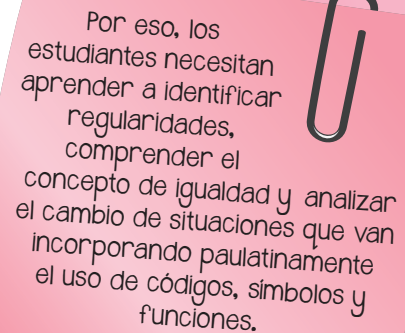
Se refiere a conocimientos de la geometría y a sus propiedades. Este dominio dota de sentido geométrico a la resolución de situaciones problemáticas, las mismas que sirven de contexto para desarrollar capacidades matemáticas.

En efecto, vivimos en un mundo que está lleno de formas y cuerpos geométricos. A nuestro alrededor podemos encontrar evidencias geométricas en la pintura, la escultura, las construcciones, los juegos, las plantas, los animales y en diversidad de fenómenos naturales.

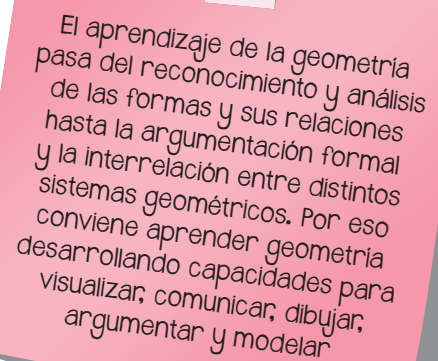
Estas situaciones del mundo real demandan de la persona, poner en práctica capacidades con relación a la geometría, como obtener información a partir de la observación; interpretar, representar y describir relaciones entre formas, desplazarse en el espacio, entre otras. Aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender su entorno. La geometría es considerada como una herramienta para el entendimiento y es la parte de la matemática más intuitiva, concreta y ligada a la realidad (Cabellos Santos, 2006).



El álgebra no es solo un medio de traducción del lenguaje natural al simbólico, es también una herramienta de matematización de distintas situaciones de la vida real.



Por eso, los estudiantes necesitan aprender a identificar regularidades, comprender el concepto de igualdad y analizar el cambio de situaciones que van incorporando paulatinamente el uso de códigos, símbolos y funciones.



El aprendizaje de la geometría pasa del reconocimiento y análisis de las formas y sus relaciones hasta la argumentación formal y la interrelación entre distintos sistemas geométricos. Por eso conviene aprender geometría desarrollando capacidades para visualizar, comunicar, dibujar, argumentar y modelar.

La resolución de situaciones problemáticas sobre geometría permite desarrollar progresivamente la capacidad para:

- Describir objetos, sus atributos medibles y su posición en el espacio utilizando un lenguaje geométrico
- Comparar y clasificar formas y magnitudes
- Graficar el desplazamiento de un objeto en sistemas de referencia
- Componer y descomponer formas
- Estimar medidas, utilizar instrumentos de medición
- Usar diversas estrategias de solución de problemas

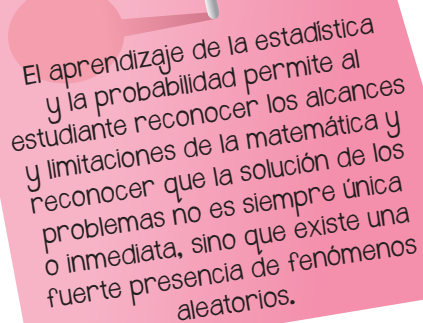
#### d) Estadística y Probabilidad<sup>6</sup>

Se refiere a conocimientos de estadística, probabilidad y a sus respectivas propiedades. Este dominio dota de sentido matemático a la resolución de situaciones problemáticas en términos estadísticos y probabilísticos, la misma que sirve de contexto para desarrollar capacidades matemáticas.

La incertidumbre está presente en nuestra vida cotidiana, somos testigos que raras veces las cosas ocurren según las predicciones realizadas.

#### POR EJEMPLO:

Los pronósticos del tiempo o el resultado de las elecciones a veces nos traen sorpresas. La ciencia y la tecnología rara vez se ocupan de las certidumbres, pues el conocimiento científico casi nunca es absoluto e incluso puede ser erróneo en algunas ocasiones. Los aprendizajes que se logran a partir de la estadística y el cálculo de probabilidades adquieren hoy mayor importancia de la que tenían en el pasado<sup>7</sup>, pues son herramientas que ayudan al estudiante a organizar y profundizar su conocimiento sobre la realidad, permitiéndole tomar decisiones en escenarios de cambio y de abundante información.



El aprendizaje de la estadística y la probabilidad permite al estudiante reconocer los alcances y limitaciones de la matemática y reconocer que la solución de los problemas no es siempre única o inmediata, sino que existe una fuerte presencia de fenómenos aleatorios.

La resolución de situaciones problemáticas sobre estadística y probabilidad permite desarrollar progresivamente capacidades para procesar e interpretar diversidad de datos, transformándolos en información. También ayuda a analizar situaciones de incertidumbre para estimar predicciones, que permitan tomar decisiones adecuadas.

<sup>6</sup> Para las descripciones de los aprendizajes del presente dominio se han considerado los trabajos realizados por Juan Godino y Carmen Batanero, quienes lideran grupos de investigación en Didáctica de la Estadística y probabilidad.

<sup>7</sup> Comisión para la Investigación de la Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela, 1982; LOGSE, 1990; MSEB, 1990; NCTM, 1989; NCTM, 2000.

# BIBLIOGRAFÍA

- Aitkenhead, A.M. y J.M. Slak (1985). Issues in cognitive modelling. New Jersey:Lawrence Erlbaum Associates Ltd, Publishers Hillsdale.
- Chifflet, María Ofelia (1999). El paradigma de las competencias. Ginebra: Unión Internacional de Comunicaciones –UIT.
- Costa, Arthur (1991). Developing Minds. Alexandria (Virginia): ASCD.
- Dante, Luiz. (1991). Didáctica de resoluçao de problemas de Matemática. Sao Paulo: Editora Atica.
- De Sánchez, Margarita A. (1994). Desarrollo de habilidades del pensamiento: Procesos básicos del pensamiento. México: Ed. Trillas.
- Durch, B.J. (1995).What is Problem-Based Learning? About Teaching 47.
- Gardner, Howard (2000). Una introducción formal a la enseñanza para la comprensión.En: H. Gardner. La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas. Barcelona: Paidós, págs. 136 -157.
- Kolmogorov, A.S. (1984). Kak mui poznaem bsë. Kiev: Izdatelstvo Nauka.
- Le Boterf, Guy (2000). Ingeniería de las competencias. Barcelona: Ediciones Gestión.
- Lévy-Leboyer, Claude (2003). Gestión de las competencias: Cómo analizarlas, cómo evaluarlas, cómo desarrollarlas. Barcelona: Ediciones Gestión 2000.
- OCDE (2006). La definición y selección de competencias clave. Proyecto de Definición y Selección de Competencias (DeSeCo) de OECD.Recuperado el 07 de diciembre del 2012 [www.OECD.org/edu/statistics/desecco](http://www.OECD.org/edu/statistics/desecco)
- Pimm, D. (1990): El lenguaje matemático en el aula. Madrid. Morata.
- Schleicher, Andreas (2009). Lo que el Perú puede aprender de los resultados comparados de las pruebas Pisa. En: Boletín CNE N° 21, junio 2009.
- Tobón, Sergio (2007). El enfoque complejo de las competencias y el diseño curricular por ciclos propedéuticos. En: Acción Pedagógica, N° 16 / Enero-diciembre, 2007, pp.14-28.
- Villavicencio Ubillús, Martha. Et. Al. (1995). Guía Didáctica: Resolución de problemas matemáticos. La Paz: Ministerio de Desarrollo Humano.
- Zabala, Antonio y Arnau, Laia. (2007). 11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias. Barcelona: Editorial GRAÓ.

