



RUTAS DEL APRENDIZAJE

Versión 2015

¿Qué y cómo aprenden nuestros
estudiantes?



Área Curricular

Matemática

1.º y 2.º grados de Educación Secundaria



PERU

Ministerio
de Educación

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Av. De la Arqueología, cuadra 2 - San Borja
Lima, Perú
Teléfono 615-5800
www.minedu.gob.pe

Versión 1.0

Tiraje: 57.400 ejemplares

Elaboración:

Marisol Edith Zelarayan Aduato, Pedro David Collanqui Diaz, Maria Isabel Díaz Maguiña, Wendy Betzabel Monteza Ahumada, Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo, Giovanna Karito Piscocoya Rojas, Lorena Puente de la Vega, Olber Muñoz Soliz, SINEACE-Programa de Estándares de Aprendizaje: Gina Patricia Paz Huamán, Lilian Edelmira Isidro Cámac.

Colaboradores:

Carlos Ramiro Francisco Febres Tapia, Hugo Luis Támara Salazar, Marlene Valdez Damian, Daniel Marcos Chirinos Maldonado, Rosa Luz Jaruko Yamamoto, María Torres Veliz, Luis Hurtado Mondoñedo, Manuel Ángel Nuñez Chumpitazi, Fernando Escudero Ratto, Rodrigo Valera Lynch, Andrea Soto Torres.

Fotografía:

Victor Wilfredo Jacinto Ayala, Hayde Pumacayo Condori, Marisol Quispe Sánchez.

Ilustraciones:

Oscar Pablo Casquino Neyra, Hayde Pumacayo Condori.

Diseño y diagramación:

Hayde Pumacayo Condori.

Impreso por:

Quad/Graphics Perú S.A.
Av. Los Frutales 344 Ate – Lima
RUC: 20371828851

© Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: N° 2015-02681

Impreso en el Perú / Printed in Peru

En vista de que en nuestra opinión, el lenguaje escrito no ha encontrado aún una manera satisfactoria de nombrar a ambos géneros con una sola palabra, en este fascículo se ha optado por emplear términos en masculino para referirse a ambos géneros.

Índice

Presentación	Pág. 5
Introducción	Pág. 7
1. Fundamentos y definiciones	8
1.1 ¿Por qué aprender matemática?	8
1.2 ¿Para qué aprender matemática?	10
1.3 ¿Cómo aprender matemática?	12
2. Competencias y capacidades	16
2.1 Competencias matemáticas	19
2.1.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	19
2.1.2 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	21
2.1.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	23
2.1.4 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	26
2.2 Capacidades matemáticas	29
2.2.1 Matematiza situaciones	29
2.2.2 Comunica y representa ideas matemáticas	30
2.2.3 Elabora y usa estrategias	32
2.2.4 Razona y argumenta generando ideas matemáticas	33
2.3 ¿Cómo se desarrolla las competencias en el VI ciclo?	34
2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	34
2.3.2 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	40
2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	42
2.3.4 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	48
2.3.5 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	50
2.3.6 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	56

2.3.7 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	58
2.3.8 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	64
2.4 Campos temáticos.....	65
3. Orientaciones didácticas	66
3.1 Orientaciones para desarrollar la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	66
3.1.1 Situaciones didácticas de Brousseau.....	66
3.1.2 Prácticas en laboratorio de matemática	73
3.1.3 Planteamiento de talleres matemáticos.....	77
3.1.4 El juego como fuente de aprendizaje de la matemática	79
3.2 Orientaciones para desarrollar la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	85
3.2.1 Aprendizaje basado en problemas de modelación matemática.....	85
3.2.2 Empleo de la cruz demostrativa	91
3.3 Orientaciones para desarrollar la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.....	94
3.3.1 Modelo de Van Hiele para el aprendizaje de la geometría.....	94
3.3.2 El dibujo y la construcción	98
3.3.3 La Uve de Gowin	103
3.4 Orientaciones para desarrollar la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	105
3.4.1 La investigación escolar	105
Mapas de progreso	112
Referencias bibliográficas	116

Presentación

Las Rutas del Aprendizaje son orientaciones pedagógicas y didácticas para una enseñanza efectiva de las competencias de cada área curricular. Ponen en manos de nosotros, los docentes, pautas útiles para los tres niveles educativos de la Educación Básica Regular: Inicial, Primaria y Secundaria.

Presentan:

- Los enfoques y fundamentos que permiten entender el sentido y las finalidades de la enseñanza de las competencias, así como el marco teórico desde el cual se están entendiendo.
- Las competencias que deben ser trabajadas a lo largo de toda la escolaridad, y las capacidades en las que se desagregan. Se define qué implica cada una, así como la combinación que se requiere para su desarrollo.
- Los estándares de las competencias, que se han establecido en mapas de progreso.
- Posibles indicadores de desempeño para cada una de las capacidades, por grado o ciclos, de acuerdo con la naturaleza de cada competencia.
- Orientaciones didácticas que facilitan la enseñanza y el aprendizaje de las competencias.

Definiciones básicas que nos permiten entender y trabajar con las Rutas del Aprendizaje:

1. Competencia

Llamamos competencia a la facultad que tiene una persona para actuar conscientemente en la resolución de un problema o el cumplimiento de exigencias complejas, usando flexible y creativamente sus conocimientos y habilidades, información o herramientas, así como sus valores, emociones y actitudes.

La competencia es un aprendizaje complejo, pues implica la transferencia y combinación apropiada de capacidades muy diversas para modificar una circunstancia y lograr un determinado propósito. Es un saber actuar contextualizado y creativo, y su aprendizaje es de carácter longitudinal, dado que se reitera a lo largo de toda la escolaridad. Ello a fin de que pueda irse complejizando de manera progresiva y permita al estudiante alcanzar niveles cada vez más altos de desempeño.

2. Capacidad

Desde el enfoque de competencias, hablamos de «capacidad» en el sentido amplio de «capacidades humanas». Así, las capacidades que pueden integrar una competencia combinan saberes de un campo más delimitado, y su incremento genera nuestro desarrollo competente. Es fundamental ser conscientes de que si

bien las capacidades se pueden enseñar y desplegar de manera aislada, es su combinación (según lo que las circunstancias requieran) lo que permite su desarrollo. Desde esta perspectiva, importa el dominio específico de estas capacidades, pero es indispensable su combinación y utilización pertinente en contextos variados.

3. Estándar nacional

Los estándares nacionales de aprendizaje se establecen en los Mapas de progreso y se definen allí como «metas de aprendizaje» en progresión, para identificar qué se espera lograr respecto de cada competencia por ciclo de escolaridad. Estas descripciones aportan los referentes comunes para monitorear y evaluar aprendizajes a nivel de sistema (evaluaciones externas de carácter nacional) y de aula (evaluaciones formativas y certificadoras del aprendizaje). En un sentido amplio, se denomina estándar a la definición clara de un criterio para reconocer la calidad de aquello que es objeto de medición y pertenece a una misma categoría. En este caso, como señalan los mapas de progreso, se indica el grado de dominio (o nivel de desempeño) que deben exhibir todos los estudiantes peruanos al final de cada ciclo de la Educación Básica con relación a las competencias.

Los estándares de aprendizaje no son instrumentos para homogeneizar a los estudiantes, ya que las competencias a que hacen referencia se proponen como un piso, y no como un techo para la educación escolar en el país. Su única función es medir logros sobre los aprendizajes comunes en el país, que constituyen un derecho de todos.

4. Indicador de desempeño

Llamamos desempeño al grado de desenvolvimiento que un estudiante muestra en relación con un determinado fin. Es decir, tiene que ver con una actuación que logra un objetivo o cumple una tarea en la medida esperada. Un indicador de desempeño es el dato o información específica que sirve para planificar nuestras sesiones de aprendizaje y para valorar en esa actuación el grado de cumplimiento de una determinada expectativa. En el contexto del desarrollo curricular, los indicadores de desempeño son instrumentos de medición de los principales aspectos asociados al cumplimiento de una determinada capacidad. Así, una capacidad puede medirse a través de más de un indicador.

Estas Rutas del Aprendizaje se han ido publicando desde el 2012 y están en revisión y ajuste permanente, a partir de su constante evaluación. Es de esperar, por ello, que en los siguientes años se sigan ajustando en cada una de sus partes. Estaremos muy atentos a tus aportes y sugerencias para ir mejorándolas en las próximas reediciones, de manera que sean más pertinentes y útiles para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

Introducción

El presente fascículo te proporciona pautas para ¿qué enseñar y cómo enseñar? El qué enseñar relacionado con los contenidos y capacidades y el cómo enseñar relacionado con la variedad de estrategias y recursos que te permitirán generar aprendizajes significativos en tus estudiantes. La matemática cobra mayor significado y se aprende mejor cuando se desarrolla en situaciones de la vida real. Nuestros estudiantes desarrollarán aprendizajes significativos cuando vinculen sus experiencias y saberes con la realidad que lo circunda. Por ello, podríamos expresar una práctica matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de la vida y sus logros van hacia ella.

Asimismo, la sociedad actual requiere de ciudadanos críticos, creativos y emprendedores capaces de asumir responsabilidades en la conducción de la sociedad, en ese sentido la educación matemática debe ser un medio para tales propósitos. Por ello, es importante reconocer tu rol como agente mediador, orientador y provocador de formas de actuar y pensar durante las actividades matemáticas. Conscientes de la responsabilidad que tienes con tus estudiantes, te brindamos el presente fascículo como una herramienta pedagógica. Para tal efecto se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas, el cual orienta el sentido de desarrollar competencias y capacidades matemáticas.

En el presente fascículo encontrarás:

Capítulo I: La fundamentación, que está redactada en torno al por qué y para qué aprender matemática.

Capítulo II: La organización curricular por competencias, considerando en ella los estándares de aprendizaje, el cual expresa la metas de aprendizaje para el VII ciclo.

Capítulo III: Orientaciones didácticas que ofrecen propuestas para promover el logro de aprendizajes con la matemática.

La intención del presente fascículo es propiciar la reflexión de las prácticas educativas con tus estudiantes y esperamos que contribuya en tu labor profesional. Asimismo, estaremos atentos a tus aportes y sugerencias de la experiencia vivida con este material, lo que nos llevará a seguir mejorando de manera que sea lo más pertinente y útil para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

1. Fundamentos y definiciones

1.1 ¿Por qué aprender matemática?

Vivimos en un escenario de constante cambio e incertidumbres que requieren una cultura matemática

La matemática está presente en diversos espacios de la actividad humana, tales como actividades familiares, sociales, culturales o en la misma naturaleza. El uso de la matemática nos permite entender el mundo que nos rodea, ya sea natural o social.

En la anatomía del ser humano, por ejemplo, se observan formas, patrones, estructuras, redes, grafos, dibujos y otros, que debemos entender si pretendemos alcanzar un equilibrio con la naturaleza, y somos nosotros quienes desarrollamos estos saberes y conocimientos en base a la experiencia y la reflexión.

Por otro lado, resulta complicado asumir un rol participativo en diversos ámbitos del mundo moderno sin entender el papel que la matemática cumple en este aspecto, su forma de expresarse a través de un lenguaje propio y con características simbólicas particulares ha generado una nueva forma de concebir nuestro entorno y actuar sobre él.

La presencia de la matemática en nuestra vida diaria, en aspectos sociales, culturales y de la naturaleza es algo cotidiano, pues se usa desde situaciones tan simples y generales como cuantificar el número de integrantes de la familia, hacer un presupuesto familiar, desplazarnos de la casa a la escuela, o ir de vacaciones, hasta situaciones tan particulares como esperar la cosecha de este año sujeta al tiempo y los fenómenos de la naturaleza, hacer los balances contables de negocios estableciendo relaciones entre variables de manera cuantitativa, cualitativa y predictiva, o cuando practicamos juegos a través de cálculos probabilísticos de



sucesos, de tal manera que tener un entendimiento y un desenvolvimiento matemático adecuados nos permite participar del mundo que nos rodea en cualquiera de los aspectos mencionados.

La matemática se ha incorporado en las diversas actividades humanas, de tal manera que se ha convertido en clave esencial para poder comprender y transformar nuestra cultura. Es por ello que nuestra sociedad necesita de una cultura matemática para aproximarse, comprender y asumir un rol transformador en el entorno complejo y global de la realidad contemporánea, esto implica desarrollar en los ciudadanos habilidades básicas que permitan desenvolverse en la vida cotidiana, relacionarse con su entorno, con el mundo del trabajo, de la producción, el estudio y entre otros.

Es un eje fundamental en el desarrollo de las sociedades y la base para el progreso de la ciencia y la tecnología

En este siglo la matemática ha alcanzado un gran progreso, invade hoy más que nunca la práctica total de las creaciones del intelecto y ha penetrado en la mente humana más que ninguna ciencia en cualquiera de los periodos de la historia, de tal manera que la enseñanza de una matemática acabada, y pensada para un mundo ideal se ha ido sustituyendo por una matemática como producto de la construcción humana y con múltiples aplicaciones.

Hoy en día, las aplicaciones matemáticas ya no representan un patrimonio únicamente apreciable en la física, ingeniería o astronomía, sino que han desencadenado progresos espectaculares en otros campos científicos. Especialistas médicos leen obras sobre la teoría de la información, los psicólogos estudian tratados de teoría de la probabilidad, la sociología, la lingüística y otra gran parte de las humanidades usan la matemática, que camuflada con el nombre de cliometría, se ha infiltrado en el campo histórico. Existen tantas evidencias, que los más ilustres pensadores y científicos han aceptado sin reparos que en los últimos años se ha estado viviendo un acusado periodo de apreciación de la matemática.

Comenta Carl Sagan (1982) que hay un lenguaje común para todas las civilizaciones técnicas, por muy diferentes que sean, y este es el de la ciencia y la matemática. La razón está en que las leyes de la naturaleza son idénticas en todas partes. En este sistema comunicativo-representativo está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a ella ha habido un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano moderno.



Se requieren ciudadanos responsables y conscientes al tomar decisiones



El desarrollo de una sociedad democrática requiere de ciudadanos participativos capaces de tomar decisiones responsables. Esto implica superar problemas que no son exclusivamente los de orden político y económico. Un aspecto importante, que atraviesa cualquier proceso de democratización, es el de la distribución equitativa del poder. Ella implica mayores canales de participación de la población en la toma de decisiones en todos los niveles.

Por ello, una distribución desigual de los conocimientos matemáticos juega también un rol en la estructuración de la sociedad, en la construcción de una democracia real. Por una parte, existe una tendencia a fundar el poder en la matemática, en la demostración, en la invocación al razonamiento y hasta la intimidación por la actividad matemática. Por otro lado,

mientras más se complejiza nuestra sociedad, un número cada vez mayor de decisiones se toman en nombre de la "racionalidad, el uso óptimo y conveniente". Sin embargo, esta racionalidad parece ser propiedad de los expertos, en tanto la gran mayoría de la población permanece alejada de ella; mientras más científica es la política, entendida en términos amplios que incluyen, por ejemplo las decisiones económicas, menor es la posibilidad de regulación democrática de la sociedad, pues el individuo no tiene suficientemente asegurado el acceso al conocimiento, y así el ciudadano puede perder su derecho a la decisión.

Finalmente, es importante considerar que toda persona está dotada para desarrollar aprendizajes matemáticos de forma natural; y que sus competencias matemáticas se van desarrollando de manera progresiva en la educación formal y no formal. Asimismo, decimos que la persona redescubre y construye sus conocimientos científicos con la ayuda de la matemática en el sentido que las disciplinas científicas usan como lenguaje y representación de lo factual los códigos, procesos y conceptos de un cuerpo de conocimiento matemático.

1.2 ¿Para qué aprender matemática?

La finalidad de la matemática en el currículo es desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones que permitan al estudiante interpretar e intervenir en la realidad a partir de la intuición, planteando supuestos, haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones, demostraciones, formas de comunicar y otras habilidades, así como el desarrollo de métodos y actitudes útiles para ordenar, cuantificar, medir hechos y fenómenos de la realidad, e intervenir conscientemente sobre ella.

En ese sentido, la matemática escapa de ser ciencia de números y espacio para convertirse en una manera de pensar. Mejor que definirla como la ciencia de los números, es acercarse a ella en la visión de un pensamiento organizado, formalizado y abstracto, capaz de recoger elementos y relaciones de la realidad, discriminándolas de aquellas percepciones y creencias basadas en los sentidos y de las vicisitudes cotidianas.

El pensar matemáticamente implica reconocerlo como un proceso complejo y dinámico resultante de la interacción de varios factores (cognitivos, socioculturales, afectivos, entre otros), el cual promueve en los estudiantes formas de actuar y construir ideas matemáticas a partir de diversos contextos (Cantoral 2013). Por ello, en nuestra práctica, para pensar matemáticamente tenemos que ir más allá de los fundamentos de la matemática y la práctica exclusiva de los matemáticos y entender que se trata de aproximarnos a todas las formas posibles de razonar, formular hipótesis, demostrar, construir, organizar, comunicar, resolver problemas matemáticos que provienen de un contexto cotidiano, social, laboral o científico, entre otros. A partir de ello, se espera que los estudiantes aprendan matemática en diversos sentidos:

Funcional, ya que encontrará en la matemática herramientas básicas para su desempeño social y la toma de decisiones que orientan su proyecto de vida. Es de destacar aquí la contribución de la matemática a cuestiones tan relevantes como: los fenómenos políticos, económicos, ambientales, de infraestructuras, transportes, movimientos poblacionales; los problemas del tráfico en las ciudades; la necesidad y formación de profesionales cualificados; los suministros básicos; el diseño de parques y jardines; la provisión de alimentos; la economía familiar o la formación en cultura matemática de las nuevas generaciones.



Formativo, ya que le permitirá desarrollar estructuras conceptuales, procedimientos y estrategias cognitivas tanto particulares como generales, características de un pensamiento abierto, creativo, crítico, autónomo y divergente.

En este sentido, la matemática posee unos valores formativos innegables, tales como:

- La capacidad para desarrollar el pensamiento del estudiante con el fin de determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias, y, en definitiva, potenciar el razonamiento y la capacidad de acción simbólica, el espíritu crítico, la tendencia a la exhaustividad, el inconformismo, la curiosidad, la persistencia, la incredulidad, la autonomía, la rigurosidad, la imaginación, la creatividad, la sistematicidad, etc.

- La utilidad para promover la expresión, elaboración y apreciación de patrones y regularidades, que combinados generan resultados eficaces y bellos para muchos; la matemática ha de promover el uso de esquemas, representaciones gráficas, fomentar el diseño de formas artísticas, la apreciación y creación de belleza.
- La creatividad que fomenta, pues dentro de sus fronteras bien delimitadas se observa una libertad absoluta para crear y relacionar conceptos, incluso de manera artística.
- La potencialidad para desarrollar el trabajo científico y para la búsqueda, identificación y resolución de problemas.
- La honestidad, pues no se puede engañar a otros sin engañarse uno mismo. Eso en matemática no se puede, las falsedades no tienen lugar en un ambiente matemático.

Instrumental, de manera que la matemática sea reconocida como el idioma en el que está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a ella ha habido un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano moderno.

Por ejemplo, en el campo biológico, muchas de las características heredadas en el nacimiento no se pueden prever de antemano: sexo, color de pelo, peso al nacer, estatura, etc. La probabilidad permite describir estas características.

Todas las profesiones requieren una base de conocimientos matemáticos y, en algunas, como en la matemática pura, la física, la estadística o la ingeniería, la matemática es imprescindible.

En la práctica diaria de las ciencias se usa la matemática. Los conceptos con que se formulan las teorías científicas son esencialmente los conceptos matemáticos.

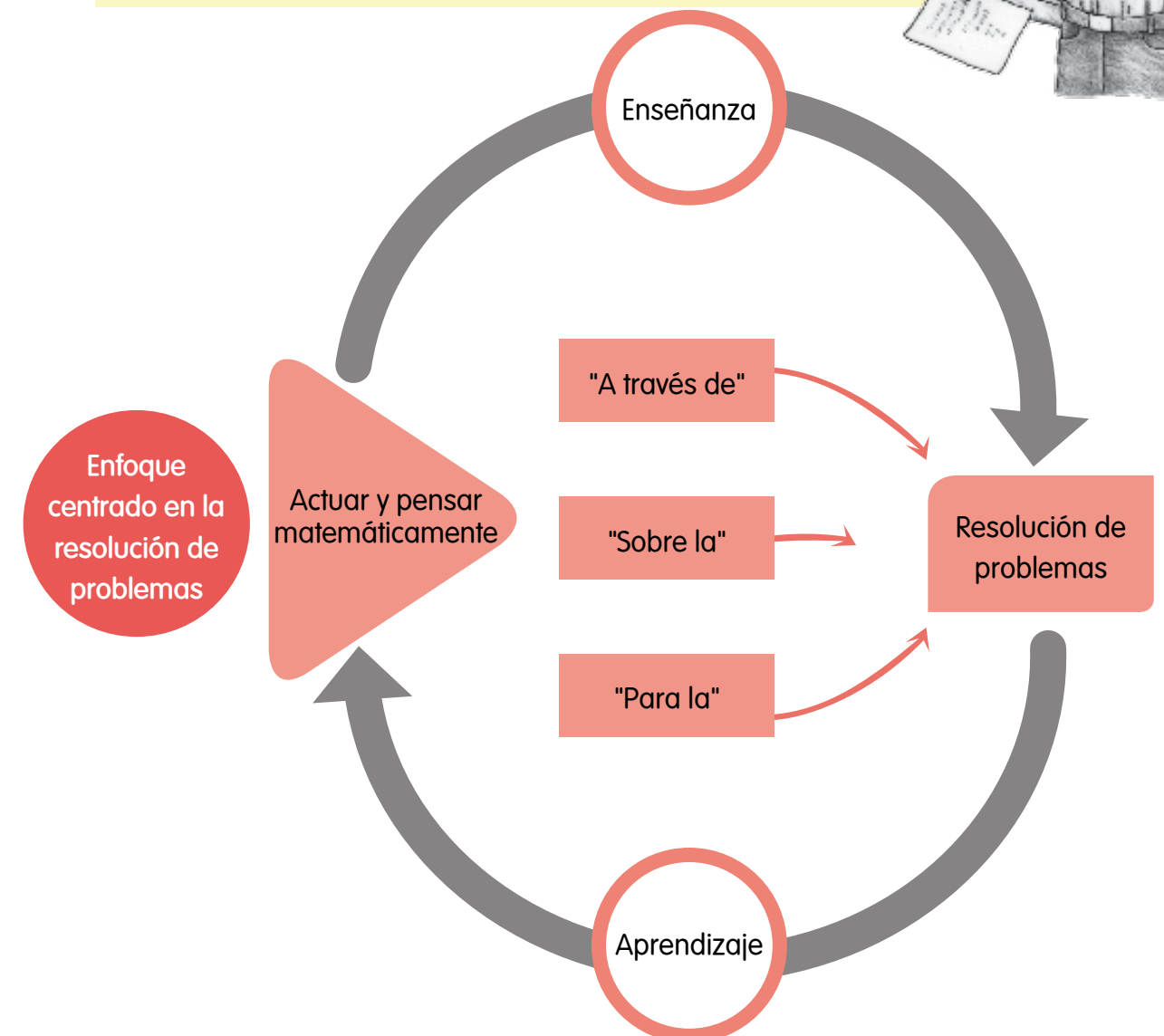
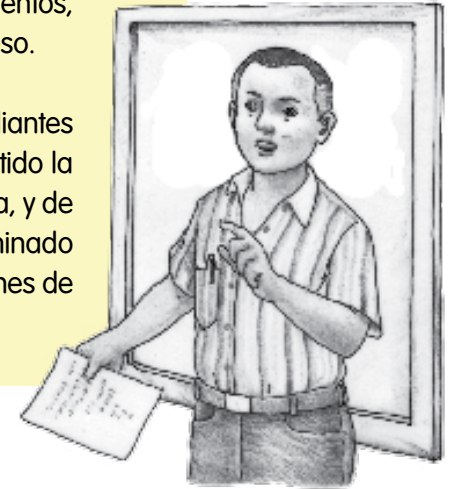
1.3 ¿Cómo aprender matemática?

Donovan y otros (2000), basado en trabajos de investigación en antropología, psicología social y cognitiva, afirman que los estudiantes alcanzan un aprendizaje con alto nivel de significatividad cuando se vinculan con sus prácticas culturales y sociales.

Por otro lado, como lo expresa Freudenthal (2000), esta visión de la práctica matemática escolar no está motivada solamente por la importancia de su utilidad, sino principalmente por reconocerla como una actividad humana; lo que implica que hacer matemática como proceso es más importante que la matemática como un producto terminado.

En este marco se asume un enfoque centrado en la resolución de problemas con la intención de promover formas de enseñanza y aprendizaje a partir del planteamiento de problemas en diversos contextos. Como lo expresa Gaulin (2001), este enfoque adquiere importancia debido a que promueve el desarrollo de aprendizajes a través de, sobre y para la resolución de problemas.

- A través de la resolución de problemas y del entorno del estudiante, porque esta permite construir significados, organizar objetos matemáticos y generar nuevos aprendizajes en un sentido constructivo y creador de la actividad humana.
- Sobre la resolución de problemas, porque explica la necesidad de reflexionar sobre los mismos procesos de la resolución de problemas como: la planeación, las estrategias heurísticas, los recursos, procedimientos, conocimientos y capacidades matemáticas movilizadas en el proceso.
- Para resolver problemas, porque involucran enfrentar a los estudiantes de forma constante a nuevas situaciones y problemas. En este sentido la resolución de problemas es el proceso central de hacer matemática, y de esta manera vive como un proceso más que como un producto terminado (Font 2003), asimismo es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad de la matemática en diversas situaciones.





La resolución de problemas como expresión adquiere diversas connotaciones, ya que puede ser entendida como una competencia que implica un proceso complejo; una capacidad, que involucra movilizar conocimientos y procesos de resolución para un fin de aprendizaje más superior; una estrategia en la característica que muestra fases y procesos que le dan identidad respecto a otras estrategias. Al respecto, a continuación expresaremos la resolución de problemas como un enfoque, que orienta y da sentido a la educación matemática, en el propósito que se persigue

de resolver problemas en el actuar y pensar matemáticamente para orientar el proceso de la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

En nuestro sistema educativo, este enfoque de resolución de problemas orienta la actividad matemática en la escuela, de tal manera que le permite al estudiante situarse en diversos contextos para crear, recrear, investigar y resolver problemas; involucrando la prueba de diversos caminos de resolución, el análisis de estrategias y formas de representación, la sistematización y comunicación de los nuevos conocimientos, entre otros.

Los rasgos más importantes de este enfoque son los siguientes:

- La resolución de problemas debe plantearse en situaciones de contextos diversos, pues ello moviliza el desarrollo del pensamiento matemático. Los estudiantes desarrollan competencias y se interesan en el conocimiento matemático, si le encuentran significado y lo valoran, y pueden establecer relaciones de funcionalidad matemática con situaciones de diversos contextos.
- La resolución de problemas sirve de escenario para desarrollar competencias y capacidades matemáticas. Es a través de la resolución de problemas, que los estudiantes desarrollan competencias y capacidades matemáticas.

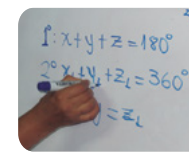
Una situación se describe como un acontecimiento significativo que le da marco al planteamiento de problemas con cantidad, regularidad, forma, etc. Por ello, permite dar sentido y funcionalidad a las experiencias y conocimientos matemáticos que desarrollan los estudiantes.

- La matemática se enseña y se aprende resolviendo problemas. La resolución de problemas sirve de contexto para que los estudiantes construyan nuevos conceptos matemáticos, descubran relaciones entre entidades matemáticas y elaboren procedimientos matemáticos, estableciendo relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.
- Los problemas deben responder a los intereses y necesidades de los estudiantes; es decir, deben ser interesantes y constituir desafíos genuinos para los estudiantes, que los involucren realmente en la búsqueda de soluciones.

Finalmente, desde la mirada de Lesh & Zawojewski (2007), la resolución de problemas implica la adquisición de niveles crecientes de capacidad en la solución de problemas por parte de los estudiantes, lo que les proporciona una base para el aprendizaje futuro, para la participación eficaz en sociedad y para conducir actividades personales. Los estudiantes necesitan aplicar lo que han aprendido en nuevas situaciones. El estudio centrado en la resolución de problemas por parte de los estudiantes proporciona una ventana en sus capacidades para emplear el pensamiento y otros acercamientos cognoscitivos generales, para enfrentar desafíos en la vida.

Un problema es un desafío, reto o dificultad a resolver y para lo cual no se conoce de antemano una solución.

Problemas en diversos contextos



MATEMÁTICO



CIENTÍFICO



SOCIAL



ECONÓMICO

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El enfoque es el punto de partida para enseñar y aprender matemática



Rasgos más importantes del enfoque

La resolución de problemas debe de plantearse en situaciones de contextos diversos lo que desarrolla el pensamiento matemático.

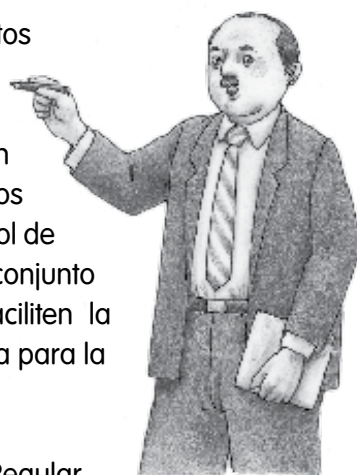
La resolución de problemas orienta al desarrollo de competencias y capacidades matemáticas.

Sirve de contexto para comprender y establecer relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.

Los problemas deben responder a las necesidades e intereses de los estudiantes.

2. Competencias y capacidades

Nuestros adolescentes necesitan enfrentarse a retos que demanda la sociedad, con la finalidad de que se encuentren preparados para superarlos, tanto en la actualidad como en el futuro. En este contexto, la educación y las actividades de aprendizaje deben orientarse a que los estudiantes sepan actuar con pertinencia y eficacia en su rol de ciudadanos, lo cual involucra el desarrollo pleno de un conjunto de competencias, capacidades y conocimientos que faciliten la comprensión, construcción y aplicación de una matemática para la vida y el trabajo.



Los estudiantes a lo largo de la Educación Básica Regular desarrollan competencias y capacidades, las cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, las habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tenga disponibles y considere pertinentes a la situación (Minedu 2014). Tomando como base esta concepción es que se promueve el desarrollo de aprendizajes en matemática explicitados en cuatro competencias. Estas, a su vez, se describen como el desarrollo de formas de actuar y de pensar matemáticamente en diversas situaciones.

Según Freudenthal (citado por Bressan 2004), el actuar matemáticamente consistiría en mostrar predilección por:



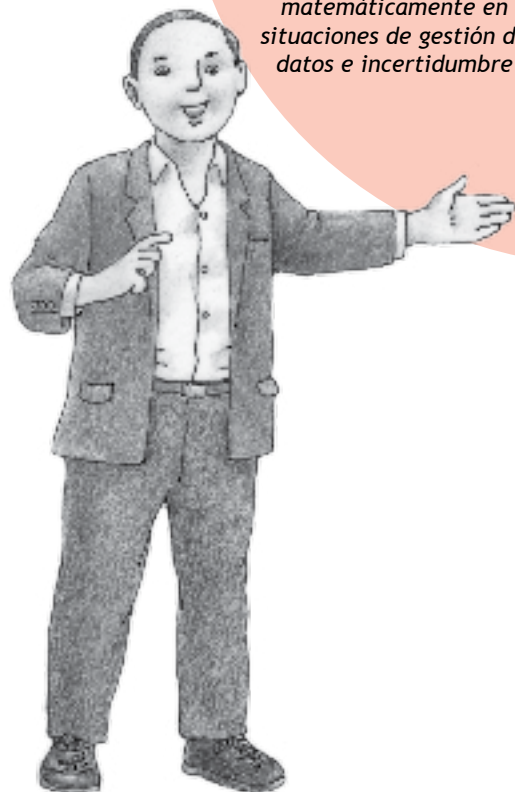
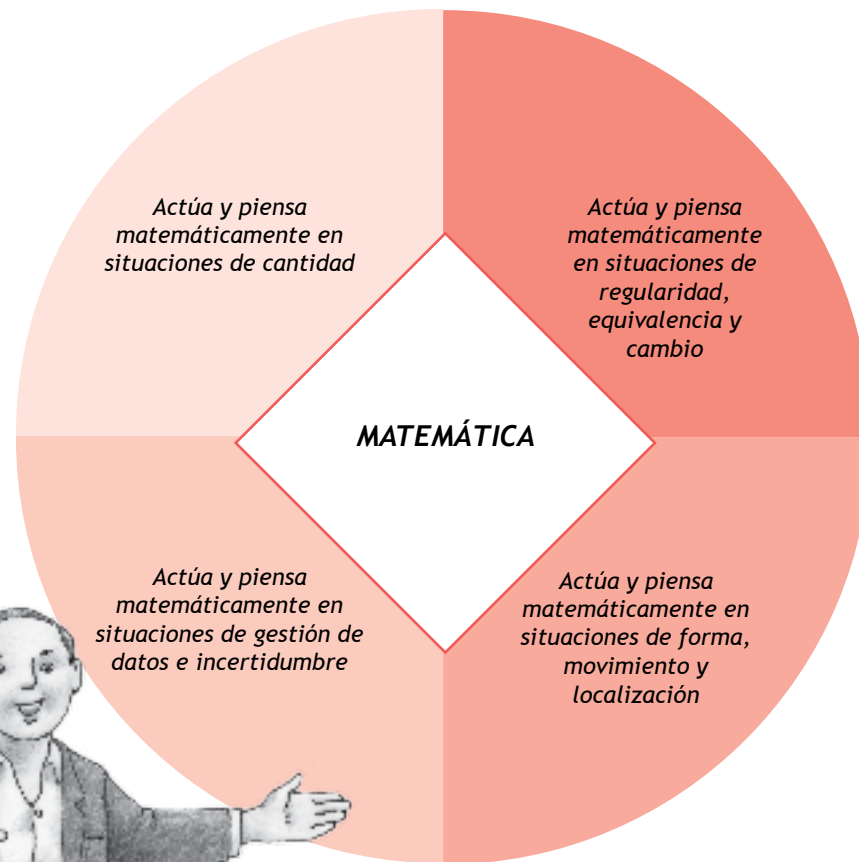
- Usar el lenguaje matemático para comunicar sus ideas o argumentar sus conclusiones; es decir, para describir elementos concretos, referidos a contextos específicos de la matemática, hasta el uso de variables convencionales y lenguaje funcional.
- Cambiar de perspectiva o punto de vista y reconocer cuándo una variación en este aspecto es incorrecta dentro de una situación o un problema dado.
- Captar cuál es el nivel de precisión adecuado para la resolución de un problema dado.
- Identificar estructuras matemáticas dentro de un contexto (si es que las hay) y abstenerse de usar la matemática cuando esta no es aplicable.
- Tratar la propia actividad como materia prima para la reflexión, con miras a alcanzar un nivel más alto de pensamiento.

De otro lado, pensar matemáticamente se define como el conjunto de actividades mentales u operaciones intelectuales que llevan al estudiante a entender y dotar de significado a lo que le rodea, resolver un problema sobre conceptos matemáticos, tomar una decisión o llegar a una conclusión, en los que están involucrados procesos como la abstracción, justificación, visualización, estimación, entre otros (Cantoral 2005; Molina 2006; Carretero y Ascencio 2008).

Las competencias propuestas en la Educación Básica Regular se organizan sobre la base de cuatro situaciones. La definición de estas cuatro situaciones se sostiene en la idea de que la matemática se ha desarrollado como un medio para describir, comprender e interpretar los fenómenos naturales y sociales que han motivado el desarrollo de determinados procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación (OECD 2012). En este sentido, la mayoría de países han adoptado una organización curricular basada en estos fenómenos, en la que subyacen numerosas clases de problemas, con procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación. Por ejemplo, fenómenos como la incertidumbre, que pueden descubrirse en muchas situaciones habituales, necesitan ser abordados con estrategias y herramientas matemáticas relacionadas con la probabilidad. Asimismo, fenómenos o situaciones de equivalencias o cambios necesitan ser abordados desde el álgebra; las situaciones de cantidades se analizan y modelan desde la aritmética o los números; las de formas, desde la geometría.

Por las razones descritas, las competencias se formulan como actuar y pensar matemáticamente a través de situaciones de cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización; gestión de datos e incertidumbre.

Por tanto, las cuatro competencias matemáticas atienden a estas situaciones y se describen como actuar y pensar matemáticamente, lo que debe entenderse como usar la matemática para describir, comprender y actuar en diversos contextos; una de las características en ellas el plantear y resolver problemas.



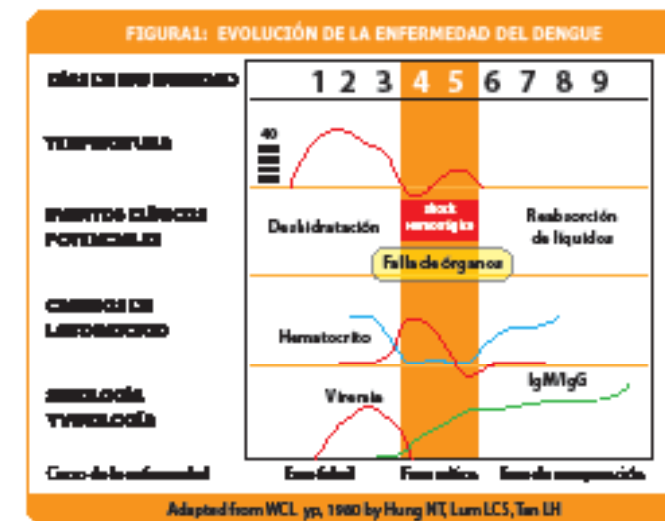
2.1 Competencias matemáticas

1 COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.

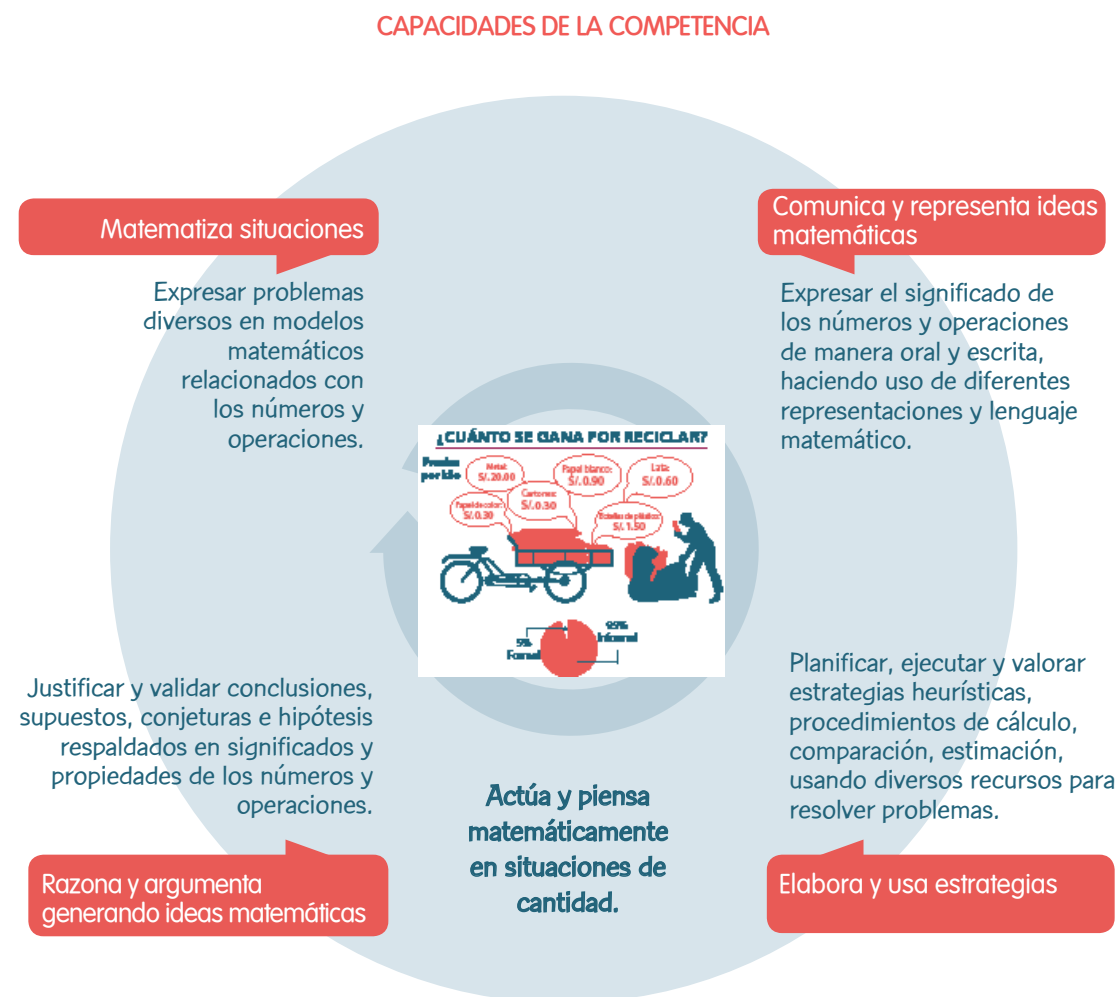
En nuestra sociedad actual, la utilidad que tienen los números y datos es prácticamente infinitas. Estamos bombardeados por titulares que utilizan medidas cuantitativas para reportar aumentos de precios, los riesgos de ser propensos a una enfermedad, y el número de personas afectadas por desastres naturales. Los anuncios publicitarios utilizan números para competir en ofertas de telefonía celular, para promocionar bajo interés en préstamos personales, de pequeña empresa, hipotecarios, etc. En el ámbito técnico profesional; los agricultores estudian mercados donde ofertar sus productos, analizan el suelo y controlan cantidades de semillas y nutrientes; las enfermeras utilizan conversiones de unidades para verificar la exactitud de la dosis del medicamento; los sociólogos sacan conclusiones a partir de datos para entender el comportamiento humano; los biólogos desarrollan algoritmos informáticos para mapear el genoma humano; los empresarios estudian los mercados y costos del proyecto utilizando las TIC.

La competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad implica desarrollar modelos de solución numérica, comprendiendo el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación al resolver un problema.



<https://coveclinica.wordpress.com/enfermedades-de-vigilancia-epidemiologica/eventos-de-notificacion-inmediata/dengue/>

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas las que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante. Esto involucra la comprensión del significado de los números y sus diferentes representaciones, propiedades y relaciones, así como el significado de las operaciones y cómo estas se relacionan al utilizarlas en contextos diversos.



La necesidad de cuantificar y organizar lo que se encuentra en nuestro entorno nos permite reconocer que los números poseen distinta utilidad en diversos contextos.

Treffers (citado por Jan de Lange) hace hincapié en la importancia de la capacidad de manejar números y datos, y de evaluar los problemas y situaciones que implican procesos mentales y de estimación en contextos del mundo real. Por su parte, The International Life Skills Survey (Policy Research Initiative Statistics Canada 2000) menciona que es necesario poseer "un conjunto de habilidades, conocimientos, creencias, disposiciones, hábitos de la mente, comunicaciones, capacidades y habilidades para resolver problemas que las personas necesitan para participar eficazmente en situaciones cuantitativas que surgen en la vida y el trabajo".

Lo dicho anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociados a la idea de cantidad, siendo algunas características las siguientes:

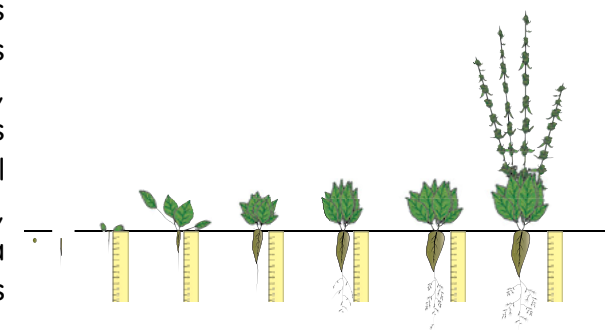
- Conocer los múltiples usos que les damos.
- Realizar procedimientos como conteo, cálculo y estimación de cantidades.
- Comprender y usar los números en sus variadas representaciones.
- Emplear relaciones y operaciones basadas en números.
- Comprender el sistema de numeración decimal.
- Reconocer patrones numéricos.
- Utilizar números para expresar atributos de medida reconocidas en el mundo real.
- Comprender el significado de las operaciones con cantidades y magnitudes.

2 COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

En nuestro alrededor se manifiestan diversos fenómenos que tienen características de cambio, pudiéndose reconocer, por ejemplo, cómo ciertos organismos van variando a medida que crecen, el movimiento de flujo y reflujo de las mareas, los ciclos de empleabilidad en un sistema económico, los cambios climáticos regidos por las estaciones, fluctuaciones bursátiles, el cambio de temperatura a lo largo del día, crecimiento de la población respecto al tiempo (años), tiempo de distribución de un producto, costo para inmunizar al "x" por ciento de una población contra una epidemia, velocidad de un móvil en movimientos, uniformemente acelerados o retardados, recibos de la luz, agua o teléfono en función del gasto, el movimiento de un cuerpo en el espacio, o cómo ha evolucionado en los últimos años la preferencia del público frente a un producto con determinada campaña publicitaria.

En este sentido, aprender progresiones, ecuaciones y funciones relacionadas a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

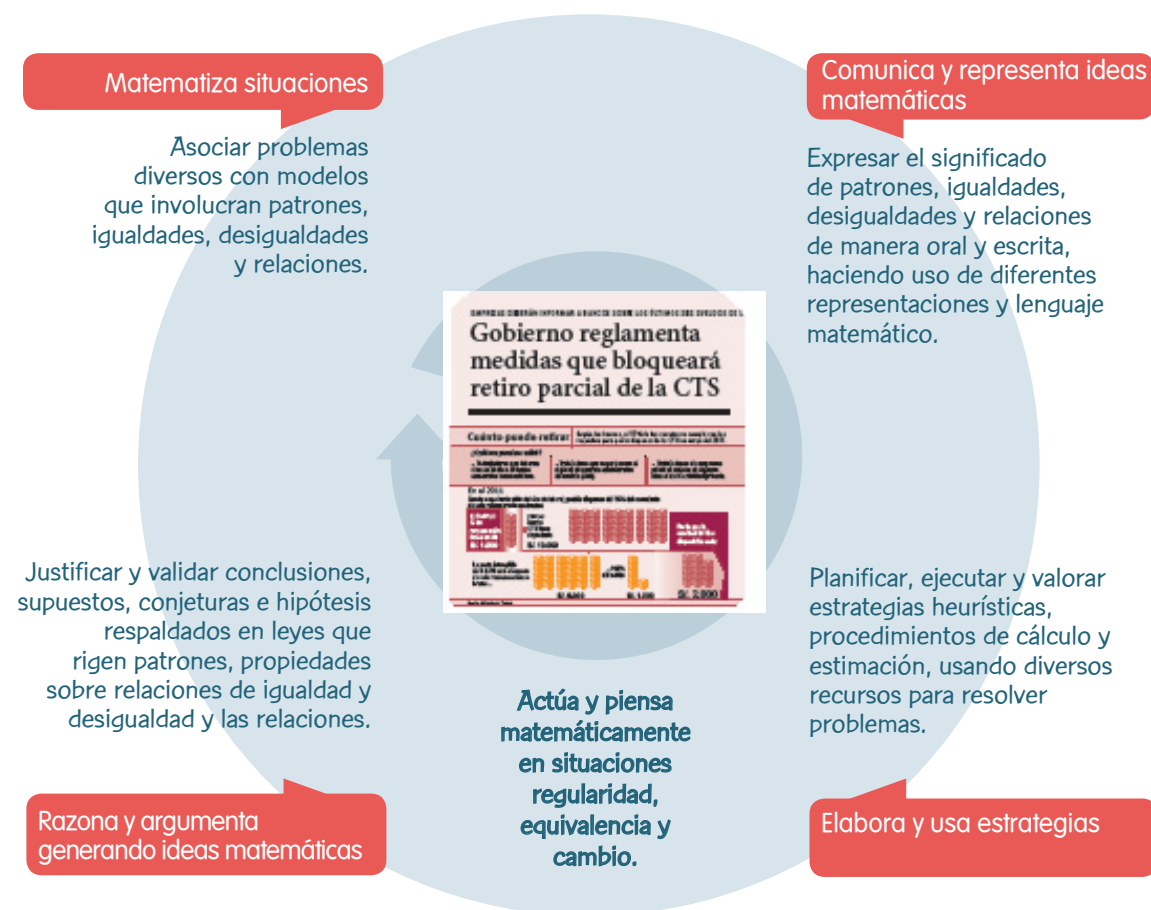


Adaptación: <https://coveclinica.wordpress.com/enfermedades-de-vigilancia-epidemiologica/eventos-de-notificacion-inmediata/dengue/>

La competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio implica desarrollar progresivamente la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión y el uso de relaciones y funciones. Toda esta comprensión se logra usando el lenguaje algebraico como una herramienta de modelación de distintas situaciones de la vida real.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje algebraico, emplear esquemas de representación para reconocer las relaciones entre datos, de tal forma que se reconozca un regla de formación, condiciones de equivalencia o relaciones de dependencia, emplear procedimientos algebraicos y estrategias heurísticas para resolver problemas, así como expresar formas de razonamientos que generalizan propiedades y expresiones algebraicas.

CAPACIDADES DE LA COMPETENCIA



Lo expuesto muestra la necesidad de reconocer la manifestación de cambio en fenómenos reales, en los que es posible identificar dos o más magnitudes y estudiar la forma como varían para tener una comprensión y control de ellos a partir de establecer relaciones permanentes o temporales entre dichos fenómenos.

De acuerdo con el Dr. Cantoral, este aprendizaje es parte del pensamiento matemático avanzado y comprende las relaciones entre la matemática de la variación y el cambio, por un lado, y los procesos del pensamiento, por el otro. Implica la integración de los dominios numéricos, desde los naturales hasta los complejos, conceptos de variable, función, derivada e integral; asimismo sus representaciones simbólicas, sus propiedades y el dominio de la modelación elemental de los fenómenos del cambio. (Dolores, Guerrero, Martínez y Medina 2002: 73).

Lo expuesto anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociados a la idea de patrones, equivalencia y cambio. Son algunas características:

- Comprender las regularidades que se reconocen en diversos contextos, incluidos los propiamente matemáticos.
- Expresar patrones y relaciones usando símbolos, lo que conduce a procesos de generalización.
- Comprender la igualdad o desigualdad en condiciones de una situación.
- Hallar valores desconocidos y establecer equivalencias entre expresiones algebraicas.
- Identificar e interpretar las relaciones entre dos magnitudes.
- Analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real, con la finalidad de resolver un problema o argumentar predicciones.

3 COMPETENCIA Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

A diario, en nuestro entorno cotidiano se nos presentan diversas oportunidades para enfrentarnos a problemas espaciales. A través de estas, vamos construyendo un conjunto de referencias que nos permiten ubicarnos y ubicar cuerpos. Así, por ejemplo, montar una bicicleta, ajustar una pieza de mobiliario, ordenar un equipo de música o poner un ventilador de techo involucra retos como reconocer instrucciones, palabras que expresan referentes de dirección de arriba y abajo, adelante y atrás, etc., objetos físicos entre otros.

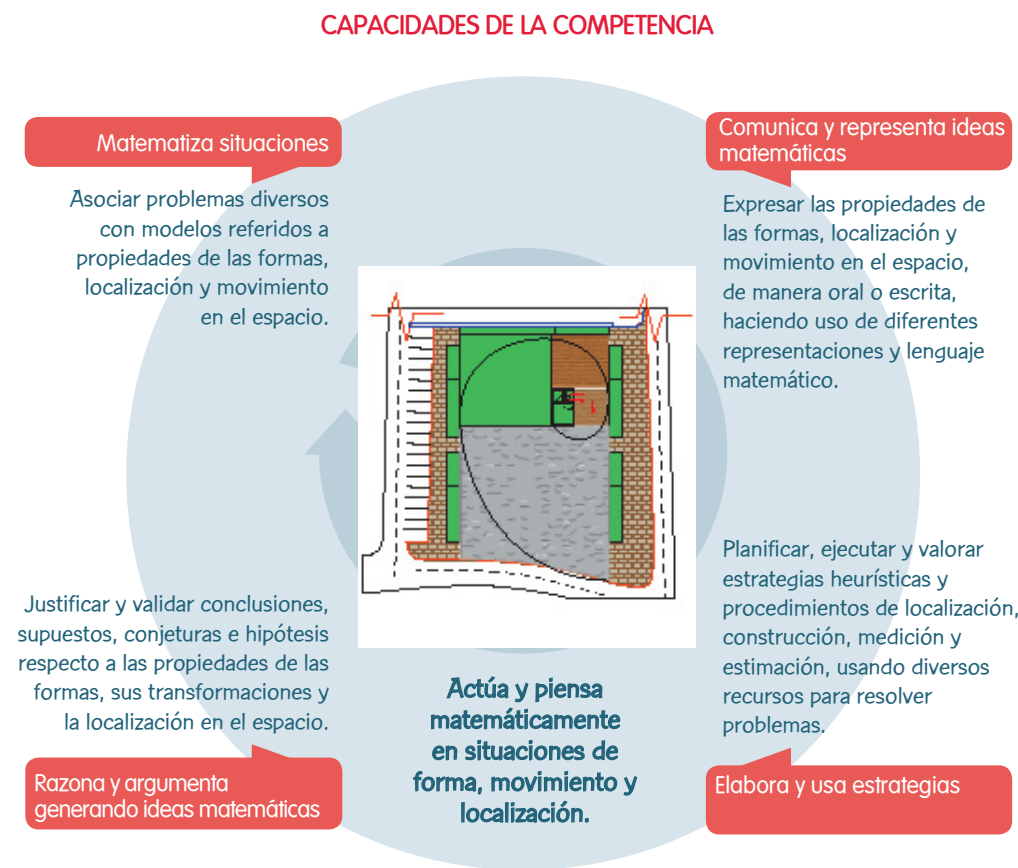
Asimismo, muchos descubrimientos clásicos y procedimientos cotidianos de la ciencia se basan en gran parte en el reconocimiento de formas y cuerpos geométricos, por ejemplo, uno de los grandes descubrimientos de la ciencia moderna, el modelo de la doble hélice de Watson de la estructura del ADN. Otro aspecto a considerar es que en las últimas décadas, se está experimentando una abundancia de información con el apoyo de tecnologías: sensores (como sismógrafos e hidrófonos de alta resolución), dispositivos

(como el mar profundo y las tecnologías de perforación de núcleos de hielo), satélites de muestreo (incluyendo imágenes multiespectrales y sistemas de posicionamiento global GPS), y plataformas (tales como el telescopio Hubble y el sumergible Alvin). Esto ha involucrado el desarrollo y la práctica de pensamiento espacial por ejemplo, mapas, técnicas de análisis (análisis de superficie de tendencia), y sistemas de representación (diagramas espectrales).

En este sentido, aprender geometría relacionada a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

La competencia actúa y piensa en situaciones de forma, movimiento y localización implica desarrollar progresivamente el sentido de la ubicación en el espacio, la interacción con los objetos, la comprensión de propiedades de las formas y cómo estas se interrelacionan, así como la aplicación de estos conocimientos al resolver diversas problemas.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje geométrico, emplear variadas representaciones que describan atributos de forma, medida y localización de figuras y cuerpos geométricos, emplear procedimientos de construcción y medida para resolver problemas, así como expresar formas y propiedades geométricas a partir de razonamientos.



Investigaciones en el campo de la didáctica de la geometría, Villiers (1999), Moreno (2002), Duval (1998), Herscovitz y Vinner (1987), han llevado a reconocer que el aprendizaje de la geometría es un proceso complejo que pone en tensión ciertos polos del desarrollo cognitivo:

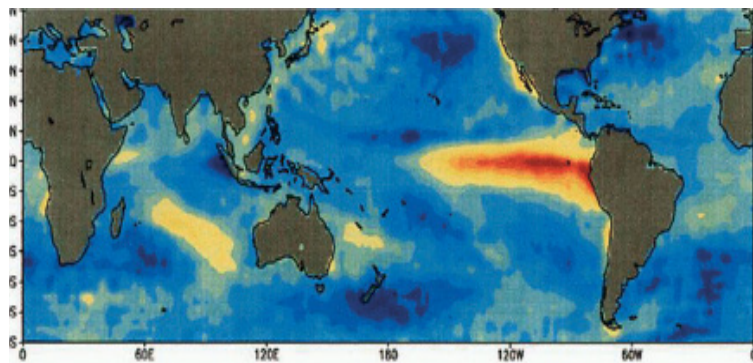
- Los procesos cognitivos de visualización, así Gutiérrez (1996) en relación a la enseñanza de la geometría define la visualización como la actividad de razonamiento basada en el uso de elementos visuales o espaciales.
- Los procesos de justificación de carácter informal o formal. "El estudio del razonamiento está constitutivamente ligado al estudio de la argumentación" (Godino y Recio, citados por Bressan 1998).
- Los procesos de dar significado a los objetos y propiedades geométricas.
- Los dominios empíricos y teóricos de la geometría, a través del desarrollo de habilidades de dibujo y construcción.

Lo expuesto anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociado a la idea de formas, posición y movimiento. Algunas características son:

- Usar relaciones espaciales al interpretar y describir en forma oral y gráfica trayectos y posiciones para distintas relaciones y referencias.
- Construir y copiar modelos hechos con formas bi y tridimensionales.
- Expresar propiedades de figuras y cuerpos según sus características para que los reconozcan o los dibujen.
- Explorar afirmaciones acerca de características de las figuras y argumentar sobre su validez.
- Estimar, medir efectivamente y calcular longitudes, capacidades y pesos usando unidades convencionales.

4 COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.



<http://focoblanco.com.uy/2014/05/aumentan-las-posibilidades-de-fenomeno-climatico-el-nino-para-america-del-sur/>

Nos encontramos en la actualidad en un contexto de una sociedad cambiante e impredecible, en la que estamos avanzando a pasos agigantados tanto en el desarrollo de la ciencia y la tecnología, por ello contamos con las TIC cada vez más potentes, reconocemos sistemas de transporte y procesos de comunicación altamente eficientes, lo que ha traído como consecuencia que estamos enfrentados a un mundo saturado de información y datos. Es en este contexto en que nos ha tocado vivir, que nos sentimos inseguros

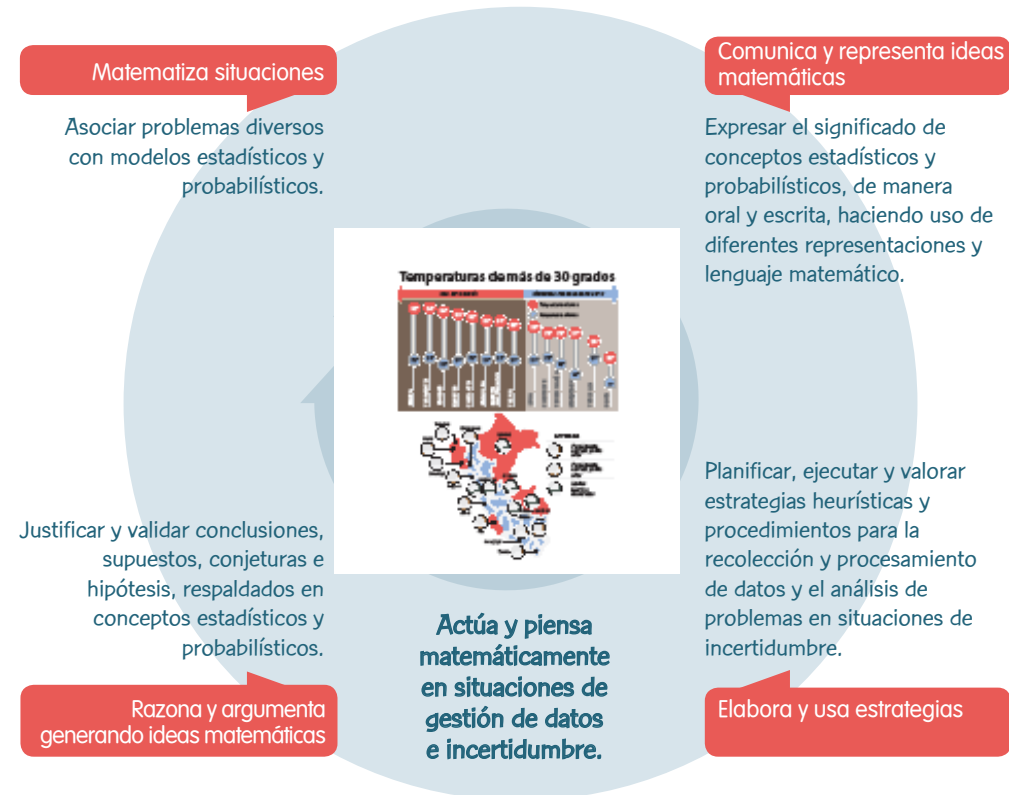
sobre cuál es la mejor forma para tomar decisiones; por ejemplo, nos enfrentamos a resultados electorales inciertos, ciertas edificaciones colapsan, se manifiestan caídas en los mercados de valores, tenemos condiciones meteorológicas cuyas previsiones no son fiables, predicciones de aumento o disminución del crecimiento de la población, los modelos económicos que no muestran una constante y, por tanto, no expresan una linealidad, y muchas otras manifestaciones de la incertidumbre de nuestro mundo.

En este sentido, aprender estadística relacionada a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

La competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre implica desarrollar progresivamente formas cada vez más especializadas de recopilar, y el procesar datos, así como la interpretación y valoración de los datos, y el análisis de situaciones de incertidumbre.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje estadístico, emplear variadas representaciones que expresen la organización de datos, usan procedimientos con medidas de tendencia central, dispersión y posición, así como probabilidad en variadas condiciones; por otro lado, se promueven formas de razonamiento basados en la estadística y la probabilidad para la toma de decisiones.

CAPACIDADES DE LA COMPETENCIA



Investigaciones en el campo de la estadística, como Holmes (1980); destacan que la estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos, pues precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que aparecen con frecuencia en medios informativos. Para Watson (2002), el pensamiento estadístico es el proceso que debería tener lugar cuando la metodología estadística se encuentra con un problema real.

El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en "estadísticos aficionados"; puesto que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, ya que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística, "que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales".

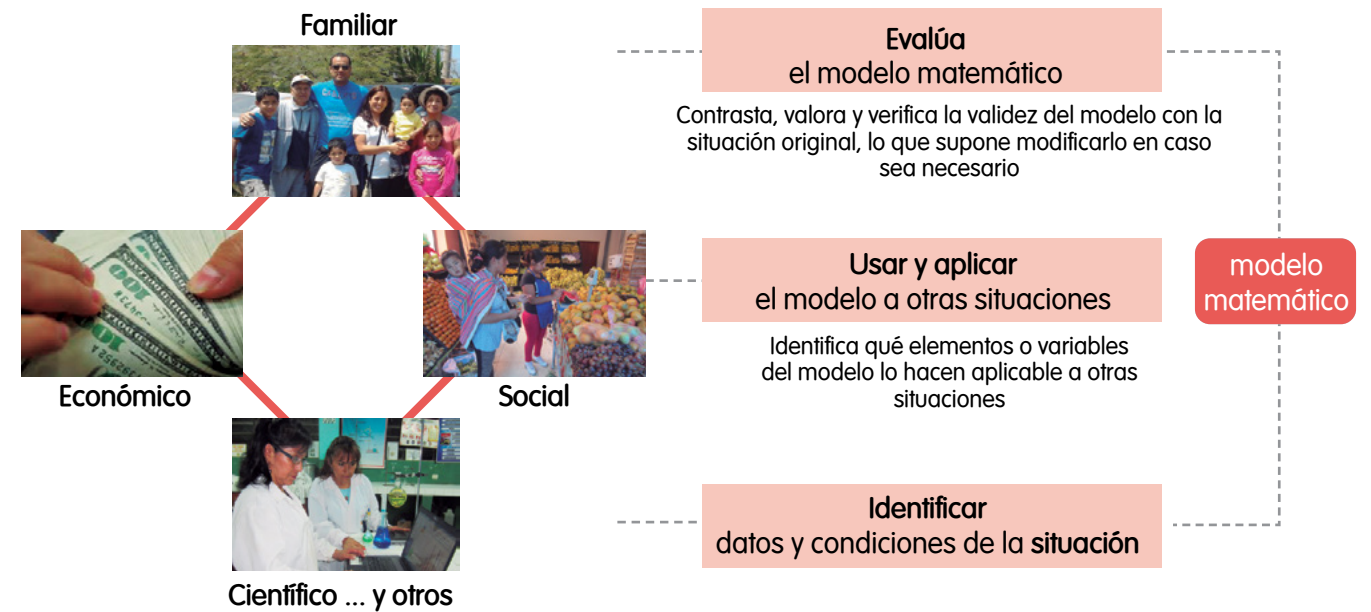
- Desarrollar una comprensión de los conceptos básicos de probabilidad y estadística, sus alcances y limitaciones, la confianza y la experiencia, escribir y hablar de ellos.
- Interpretar información estadística presentada en una variedad de formas y para comunicar su interpretación por informe escrito u oral.
- Aprender que los datos son adecuados para el análisis estadístico, se aplican técnicas pertinentes y ser capaz de hacer deducciones e inferencias sobre la base de ellos.
- Desarrollar la confianza y la capacidad para llevar a cabo una investigación práctica.
- Ser conscientes de la importancia de la información estadística en la sociedad.
- Adquirir una base de conocimientos, habilidades y comprensión adecuada a las aplicaciones de la probabilidad y la estadística todos los días.



2.2 Capacidades matemáticas

Capacidad 1 **Matematiza situaciones**

Es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo a la situación que le dio origen.



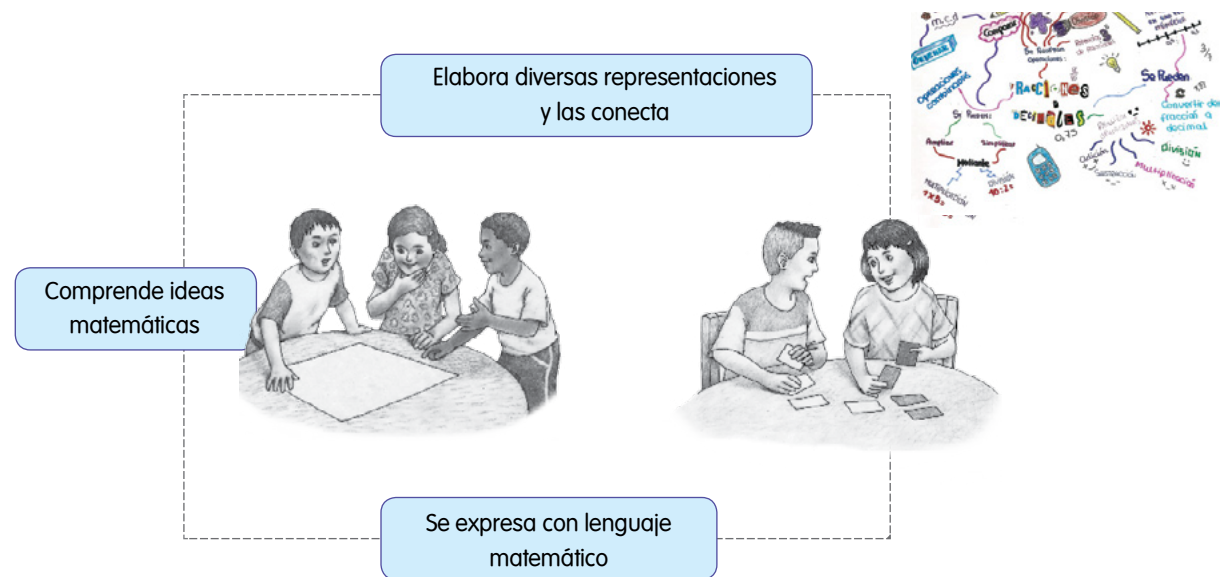
Por ello, esta capacidad implica:

- Reconocer características, datos, condiciones y variables de la situación que permitan construir un sistema de características matemáticas conocido como un modelo matemático, de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.
- Usar el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicable; ello permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas.
- Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado o seleccionado, en relación a una nueva situación o al problema original, reconociendo sus alcances y limitaciones.

La matematización destaca la relación entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático¹, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno. Este sistema está formado por elementos que se relacionan y de operaciones que describen como interactúan dichos elementos; haciendo más fácil la manipulación o tratamiento de la situación (Lesh y Doerr 2003).

Capacidad 2 Comunica y representa ideas matemáticas

Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra.



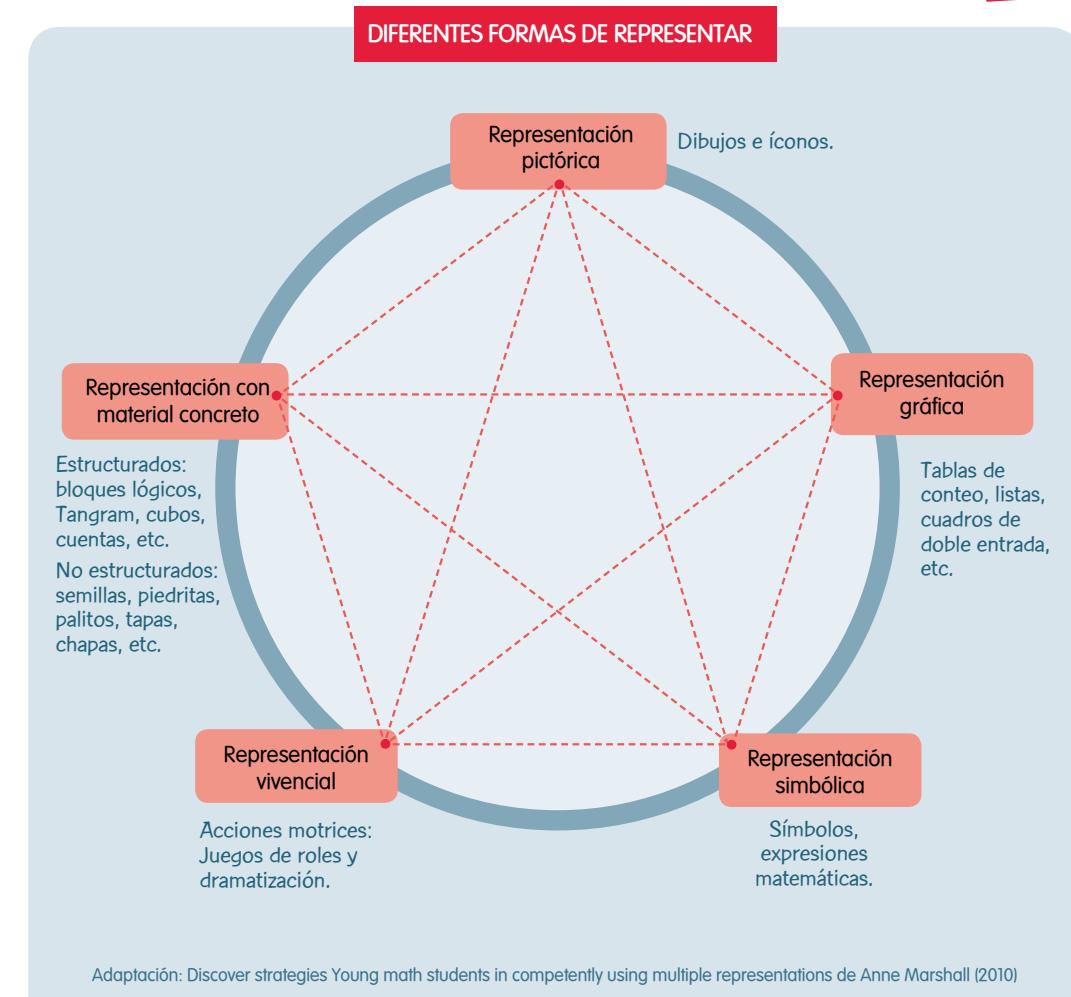
La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss 2002). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.

1. Es importante reconocer que no todos los sistemas matemáticos funcionan como modelo. Para que sea un modelo, el sistema debe imitar otro sistema, considerando las ideas de Lesh y Doerr 2003.

Por ejemplo, un estudiante puede representar en un diagrama sagital, en una tabla de doble entrada o en el plano cartesiano, la relación de la cantidad de objetos vendidos con el dinero recaudado, reconociendo que todas estas representaciones muestran la misma relación.

A continuación se presentan ejemplos de los diferentes tipos de representación.

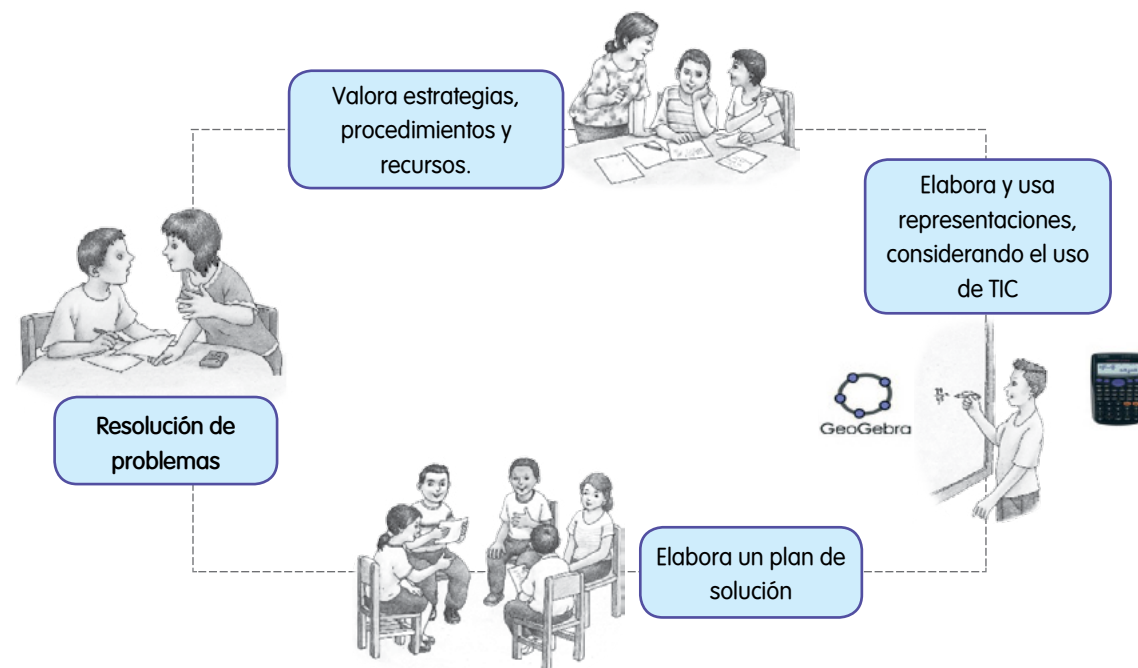
Para la construcción del significado de los conocimientos matemáticos es recomendable que los estudiantes realicen y transiten en diversas representaciones, partiendo de aquellas que son vivenciales hasta llegar a las gráficas o simbólicas.



El manejo y uso de las expresiones y símbolos matemáticos que constituyen el lenguaje matemático se van adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y relaciones, los va expresando de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemática, las que responden a una convención.

Capacidad 3 **Elabora y usa estrategias**

Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usados de manera apropiada y óptima.



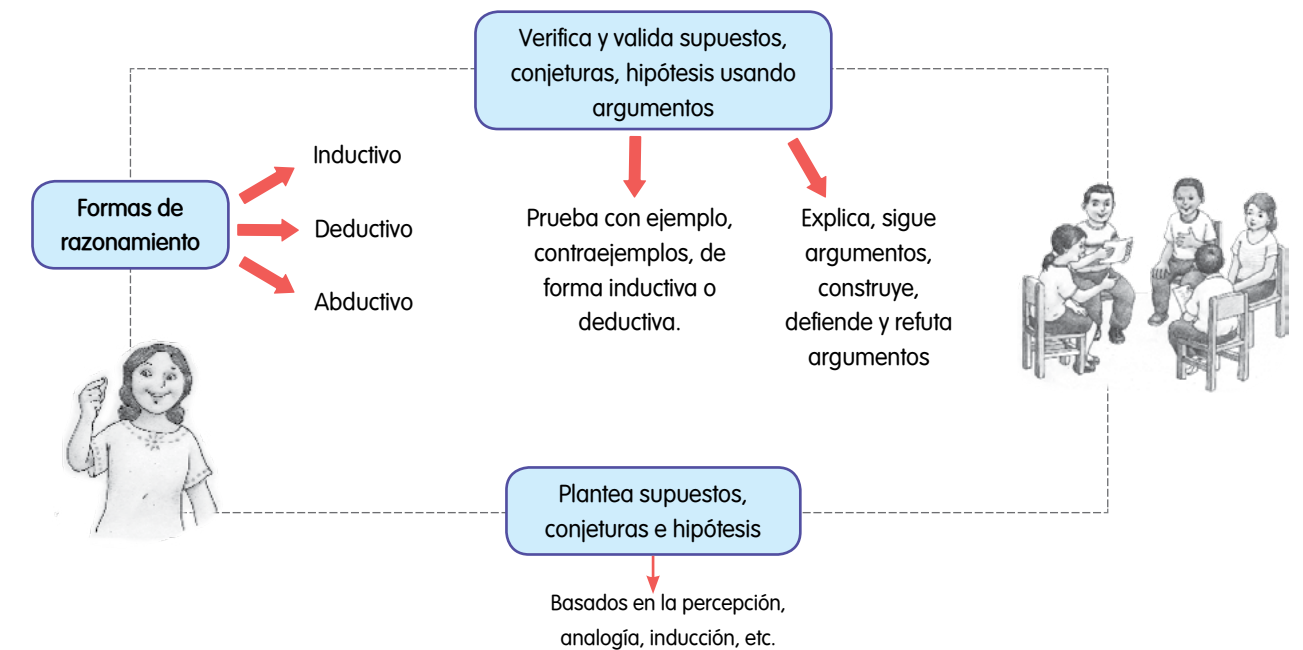
Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales, que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado.

Por ello, esta capacidad implica:

- Elaborar y diseñar un plan de solución.
- Seleccionar y aplicar procedimientos y estrategias de diverso tipo (heurísticas, de cálculo mental o escrito).
- Valorar las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados; es decir, reflexionar sobre su pertinencia y si le es útil.

Capacidad 4 **Razona y argumenta generando ideas matemáticas**

Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos. Esto implica partir de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer relaciones entre ideas, establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas.



Por ello, esta capacidad implica que el estudiante:

- Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- Defienda sus argumentos y refute otros en base a sus conclusiones.

2.3 ¿Cómo se desarrollan las competencias en el VI ciclo?

2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Desarrollar esta competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en el VI ciclo implica que los estudiantes practiquen matemática mediante acciones orientadas a resolver problemas como por ejemplo de aumentos y descuentos porcentuales, proporcionalidad directa e indirecta, usando referencias que implican el uso del signo, así como de potenciación en diferentes contextos.

Estas acciones contribuyen al proceso de aprendizaje de la matemática, cuando el estudiante puede expresarlas en modelos matemáticos que dan respuesta al problema. Asimismo, cuando muestra una predisposición a comunicar ideas matemáticas con respecto al significado del número entero, racional, el porcentaje y sus operaciones empleando términos particulares como por ejemplo: razón, porcentaje, fracción equivalente, mínimo común múltiplo; base, exponente, etc. Por otro lado, los estudiantes serán conscientes de gestionar eficazmente los recursos con los que cuenta para resolver el problema movilizando un plan coherente de trabajo para investigar sobre porcentajes, proporcionalidad en variados contextos, y en ella movilizando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación entre otros. También contribuye en la medida que se generan los espacios para que los estudiantes expresen formas de razonamiento basados en argumentar sobre experiencias con las variaciones porcentuales, los incrementos bajo condiciones de razón proporcional, regularidades relacionadas a exponentes positivos o negativos, así como las propiedades de las operaciones con números enteros y racionales.



Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos de que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar su desempeño integral. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (mapa del progreso)		VII CICLO
V CICLO	VI CICLO	
<p>Interpreta datos y relaciones no explícitas de situaciones diversas referidas a una o varias acciones de comparar e igualar dos cantidades con números naturales, expresiones decimales, fraccionarias o porcentajes, y los relaciona con modelos aditivos y multiplicativos¹. Determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe, utilizando el lenguaje matemático, su comprensión sobre el significado de la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes y la noción de potencia; compara y estima la masa de objetos en unidades convencionales, y la duración de eventos en minutos y segundos. Elabora y emplea diversos representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación con porcentajes usuales³ y números naturales, fracciones y decimales; estimar, medir directa o indirectamente la masa de objetos y la duración de eventos; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre procedimientos, propiedades de los números y las operaciones trabajadas, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>	<p>Discrimina información e identifica relaciones no explícitas en situaciones referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra y aumentos o descuentos sucesivos, y las expresa mediante modelos referidos a operaciones, múltiplos o divisores, aumentos y porcentajes. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas⁴, su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con números enteros y racionales, y variaciones porcentuales; medir la masa de objetos en toneladas y la duración de eventos en décadas y siglos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática usando tablas y símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas empleando estrategias heurísticas, procedimientos para calcular y estimar con porcentajes, números enteros, racionales y notación exponencial; estimar y medir la masa, el tiempo y la temperatura en unidades convencionales; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones numéricas o propiedades de operaciones observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.</p>	<p>Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre magnitudes, números grandes y pequeños, y los expresa en modelos referidos a operaciones con números racionales e irracionales, notación científica, tasas de interés simple y compuesto. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre las propiedades de los números irracionales, notación científica, tasa de interés. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática, usando símbolos y tablas. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para calcular y estimar tasas de interés, operar con números expresados en notación científica; determinar la diferencia entre una medición exacta o aproximada, con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones referidas a conceptos y propiedades de los números racionales, las justifica o refuta basándose en argumentos matemáticos.</p>

1. Problemas PAEV: Comparación e igualdad 5 y 6.

2. Problemas multiplicativos conocidos como de producto cartesiano.

3. (10%, 20%, 25%, 50%, 75%).

4. Convenciones matemáticas: p.ej: convenir que el cero es múltiplo de todos los números.

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<p>Interpreta relaciones aditivas y multiplicativas con datos no explícitos, en problemas de varias etapas, y los expresa en un modelo de solución que combinen las cuatro operaciones con números naturales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ordena datos en problemas recursivos y de productos de medidas y los expresa en modelos referidos al cuadrado y cubo de un número natural. • Aplica modelos referidos a la potenciación al plantear y resolver problemas relacionados con la potencia cuadrada y cúbica. • Plantea relaciones entre los datos en problemas y los expresa en un modelo relacionado a múltiplos y divisores de un número. • Aplica modelos referidos a los múltiplos y divisores comunes de un número. • Interpreta datos y relaciones no explícitas, en problemas de varias etapas, y los expresa en un modelo de solución aditivo que combinen las cuatro operaciones con decimales. • Identifica datos en situaciones, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo con decimales. • Plantea relaciones entre los datos en problemas expresándolos en un modelo de solución con fracciones como cociente. • Plantea relaciones entre los datos en problemas expresándolos en un modelo de solución con fracciones como operador. • Plantea relaciones entre los datos en problemas, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo entre fracciones. • Interpreta datos y relaciones aditivas en problemas que impliquen repartir, partir una longitud o superficie y los expresa en un modelo de solución de división entre una fracción y un entero. • Emplea un modelo de solución aditivo o multiplicativo con fracciones al plantear o resolver un problema. • Plantea relaciones entre cantidades o magnitudes en problemas, y los expresa en un modelo de proporcionalidad directa. • Plantea relaciones entre los datos en situaciones, expresándolos en un modelo de solución con porcentajes usuales. • Emplea un modelo de solución referido a porcentajes usuales al crear o resolver problemas. • Determina en qué otros problemas es aplicable el modelo 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce datos y relaciones no explícitas en situaciones duales y relativas⁵, al expresar un modelo usando números enteros y sus operaciones. • Selecciona un modelo relacionado a números enteros al plantear o resolver un problema en situaciones duales y relativas. • Ordena datos de cantidades y magnitudes en situaciones de regularidad y los expresa en modelos referidos a la potenciación con exponente positivo. • Usa modelos referidos a la potenciación al plantear y resolver problemas en situaciones de regularidad. • Reconoce datos y relaciones no explícitas, y los expresa en un modelo relacionado a múltiplos y divisores. • Emplea el modelo de solución más pertinente al resolver problemas relacionados a múltiplos y divisores. • Reconoce relaciones en problemas aditivos de comparación e igualdad con decimales y fracciones, y los expresa en un modelo. • Usa modelos aditivos con decimales al plantear y resolver problemas aditivos de comparación e igualdad. • Reconoce relaciones entre magnitudes en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo de solución. • Usa modelos referidos a la proporcionalidad directa al resolver problemas. • Relaciona cantidades y magnitudes en situaciones y los expresa en un modelo de aumentos y descuentos porcentuales. • Usa un modelo basado en aumentos y descuentos porcentuales al plantear y resolver problemas. • Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema. 	<ul style="list-style-type: none"> • Relaciona datos en situaciones de medidas y plantea modelos referidos a potencia-ción de base 10 con exponente positivo y negativo. • Reconoce la pertinencia de modelos referidos a la potenciación en determinados problemas. • Reconoce relaciones no explícitas en problemas aditivos de comparación e igualdad con decimales, fracciones y porcentajes, y los expresa en un modelo. • Usa modelos aditivos que expresan soluciones con decimales, fracciones y porcentajes al plantear y resolver problemas. • Reconoce relaciones no explícitas en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo basado en proporcionalidad directa e indirecta. • Diferencia y usa modelos basados en la proporcionalidad directa e indirecta al plantear y resolver problemas. • Relaciona cantidades y magnitudes en situaciones, y los expresa en un modelo de aumentos y descuentos porcentuales sucesivos. • Reconoce la restricción de un modelo de aumentos y descuentos porcentuales sucesivos de acuerdo a condiciones. • Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema. 	<ul style="list-style-type: none"> • Organiza, a partir de fuentes de información, magnitudes grandes y pequeñas al plantear modelos con notación exponencial, múltiplos y submúltiplos del S.I. • Reconoce la pertinencia de modelos que expresan relaciones entre magnitudes • Identifica dos o más relaciones entre magnitudes, en fuentes de información, y plantea un modelo de proporcionalidad compuesta. • Diferencia y usa modelos basados en la proporcionalidad compuesta al resolver y plantear problemas. • Selecciona información de fuentes, para obtener datos relevantes y los expresa en modelos referidos a tasas de interés simple. • Compara y contrasta modelos de tasas de interés simple al vincularlos a situaciones de decisión financiera. • Evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver el problema.


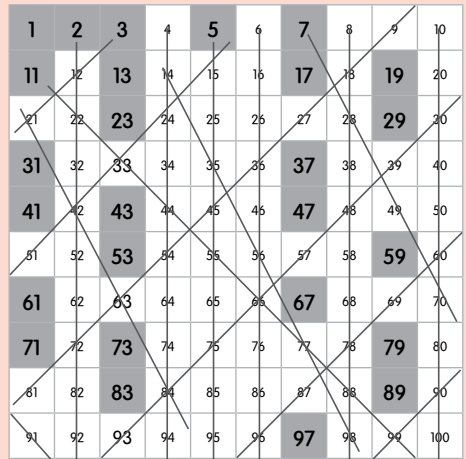
6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> • Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números mayores de seis cifras en diversos contextos de la vida diaria (distancias, presupuestos, precios de casas, premios de lotería, etc.). • Representa números mayores de seis cifras en forma simbólica. • Describe la comparación y el orden de números mayores de seis cifras. • Describe la duración, estimación y comparación de eventos empleando años, décadas y siglos. • Expresa la medida, estimación y la comparación del peso de objetos en unidades oficiales usando sus equivalencias y notaciones más usuales. • Representa en forma concreta, pictórica, gráfica y simbólica la potencia cuadrada y cúbica de un número natural. • Representa en forma concreta, gráfica y simbólica de los múltiplos y divisores de un número, mínimo común múltiplo y máximo común divisor. • Representa de diversas formas la fracción de un conjunto. • Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números decimales hasta el milésimo y fracción decimal en diversos contextos de la vida diaria (recetas, distancias, ofertas, etc.). • Expresa en forma concreta, gráfica y simbólica las relaciones de comparación y orden de números decimales y fracción decimal. • Representa en forma concreta, pictórica, gráfica y simbólica de números decimales hasta el milésimo y sus equivalencias. • Representa en forma concreta, gráfica y simbólica, los significados de la multiplicación y división con decimales. • Describe la comparación y orden de los decimales hasta el milésimo en la recta numérica, en el tablero posicional y según el valor posicional de sus cifras. • Representa en forma concreta, gráfica y simbólica los significados de las fracciones y sus operaciones (división con fracciones). • Expresa en forma oral o escrita, el uso de porcentajes más usuales en diversos contextos de la vida diaria (recetas, distancias, ofertas, etc.). • Representa en forma concreta, pictórica, gráfica y simbólica porcentajes más usuales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Expresa el significado del signo en el número entero en situaciones diversas. • Expresa en forma gráfica y simbólica las relaciones de orden entre números enteros empleando la recta numérica. • Expresa procedimientos de medida de peso y temperatura, entre otros, con expresiones decimales. • Describe las características de la potenciación considerando su base y exponente con números naturales. • Representa en forma gráfica y simbólica las potencias con exponentes positivos. • Expresa el significado de múltiplo, divisor, números primos, compuestos y divisibles. • Utiliza la criba de Eratóstenes para expresar los números primos y compuestos inferiores a un número natural cualquiera. • Representa el orden en la recta numérica de fracciones y decimales. • Expresa las características de las fracciones equivalentes, propias e impropias. • Expresa las medidas de peso y temperatura, entre otros, con expresiones decimales haciendo uso de la estimación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Representa un número decimal o fraccionario, en una potencia con exponente entero. • Expresa rangos numéricos a través de intervalos. • Expresa intervalos en su representación geométrica, simbólica y conjuntiva. • Expresa un decimal como notación exponencial, y asociada a múltiplos y submúltiplos. • Expresa el valor absoluto como medida de la distancia de un punto al origen de la recta numérica. • Expresa relaciones entre magnitudes proporcionales compuestas empleando ejemplos. • Emplea esquemas tabulares para organizar y reconocer dos o más relaciones directas e inversamente proporcionales entre magnitudes. • Expresa de forma gráfica y simbólica números racionales considerando los intervalos. • Emplea la recta numérica y el valor absoluto para explicar la distancia entre dos números racionales. • Describe que una cantidad es directamente proporcional a la otra. • Organiza datos en tablas para expresar relaciones de proporcionalidad directa e inversa entre magnitudes. • Expresa la duración de eventos, medidas de longitud, peso y temperatura considerando múltiplos y submúltiplos, °C, °F, K. • Representa aumentos o descuentos porcentuales empleando diagramas o gráficos. • Expresa en forma oral o escrita, el aumento o descuento porcentual, expresando el significado del porcentaje. 	<ul style="list-style-type: none"> • Elabora un organizador relacionado a la fracción, el decimal y el porcentaje. • Emplea expresiones como capital, monto, interés, y tiempo en modelos de interés simple. • Describe la variación porcentual en intervalos de tiempo haciendo uso de representaciones y recursos.

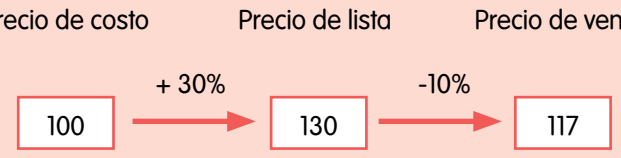
5. Por ejemplo: situaciones duales; ganancias-pérdidas, ingresos-reintegros; y situaciones relativas con: temperatura, número de índices, cronología.

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas. Empieza procedimientos de medida, estimación y conversión al resolver problemas que impliquen estimar, medir directa o indirectamente el tiempo y peso de los objetos. Empieza estrategias heurísticas y procedimientos al resolver problemas relacionados a potencias cuadradas y cúbicas. Empieza estrategias heurísticas, el MCD y el mcm para resolver problemas simples de múltiplos y divisores con números naturales. Empieza procedimientos o estrategias de cálculo para resolver problemas con fracciones. Empieza procedimientos para comparar, ordenar, redondear números decimales a los décimos, centésimos y ubicar números decimales entre dos números decimales dados. Empieza estrategias o recursos para establecer equivalencias y conversiones entre decimales, fracción decimal, fracción o porcentajes y entre diferentes unidades de masa o longitud. ($0,25 \text{ kg} = 20/100 + 5/100 = 25/100 = 1/4 \text{ kg} = 250 \text{ g}$) Empieza estrategias heurísticas y procedimientos o estrategias de cálculo para sumar, restar, multiplicar y dividir con decimales exactos. Empieza estrategias heurísticas y procedimientos de cálculo al resolver problemas de proporcionalidad simple. 	<ul style="list-style-type: none"> Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y recursos para realizar operaciones con números enteros. Empieza estrategias heurísticas para resolver problemas con números enteros. Empieza operaciones de multiplicación entre potencias de una misma base al resolver problemas. Empieza estrategias heurísticas y procedimientos al resolver problemas relacionados a potencias de base natural y exponente entero. Empieza el MCD y el mcm para resolver problemas de traducción simple y compleja con fracciones. Realiza procedimientos de descomposición polinómica con múltiplos de números naturales al resolver problemas. Empieza estrategias heurísticas y procedimientos al operar o simplificar fracciones y decimales. Empieza estrategias heurísticas para resolver problemas que combinen cuatro operaciones con decimales y fracciones. Empieza procedimientos de estimación con decimales al resolver problemas. Empieza procedimientos de simplificación de fracciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias heurísticas al resolver problemas con números racionales y base 10 con exponente positivo y negativo. Empieza procedimientos basados en teoría de exponentes (potencias de bases iguales, y de exponentes iguales) con exponentes enteros al resolver problemas. Empieza procedimientos para resolver problemas relacionados a fracciones mixtas, heterogéneas y decimales. Empieza procedimientos de simplificación de fracciones al resolver problemas. Empieza estrategias heurísticas para resolver problemas que combinen cuatro operaciones con decimales, fracciones y porcentajes. 	<ul style="list-style-type: none"> Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas. Realiza operaciones con intervalos al resolver problemas. Realiza cálculos de multiplicación y división considerando la notación exponencial y científica. Realiza operaciones con números racionales al resolver problemas. Empieza convenientemente el método de reducción a la unidad y la regla de tres simple, en problemas relacionados con proporcionalidad compuesta. Empieza estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas de proporcionalidad directa e inversa reconociendo cuando son valores exactos y aproximados.
<ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias heurísticas y procedimientos de cálculo simple. 	<ul style="list-style-type: none"> Empieza el factor de conversión, el método de reducción a la unidad y la regla de tres simple en problemas relacionados con proporcionalidad directa. Halla el término desconocido de una proporción apoyado en recursos gráficos y otros al resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Empieza convenientemente el método de reducción a la unidad y la regla de tres simple, en problemas de proporcionalidad. Empieza estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados a la proporcionalidad. 	<ul style="list-style-type: none"> Halla el valor de interés, capital, tasa y tiempo (en años y meses) al resolver problemas. Empieza estrategias heurísticas, recursos gráfico y otros para resolver problemas relacionados al interés simple.

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias heurísticas, procedimientos y estrategias de cálculo al resolver problemas con porcentajes más usuales. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre las relaciones de orden, comparación y equivalencia entre fracciones, fracción decimal y decimales hasta el milésimo. Establece conjeturas respecto a las propiedades y resultados de la potencia cuadrada y cúbica de un número natural. Establece conjeturas respecto a los múltiplos y divisores de un número. Justifica cuando un número es múltiplo o divisor del otro. Explica a través de ejemplos y contraejemplos las diferentes formas de representar un número decimal según su valor posicional. Establece relaciones entre las magnitudes en un problema de proporcionalidad directa. Explica el procedimiento realizado al resolver problemas con porcentajes. Justifica y defiende sus argumentos o conjeturas, usando ejemplos o contraejemplos. 	<ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias heurísticas para resolver problemas relacionados al aumento o descuento porcentual. Halla el valor de aumentos o descuentos porcentuales apoyado en recursos gráficos y otros al resolver problemas. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema. Propone conjeturas referidas a relaciones de orden y propiedades de números enteros. Justifica con ejemplos que las operaciones con números enteros se ve afectado por el signo. Propone conjeturas respecto al cambio del signo de la base y el exponente relacionada o la potenciación. Propone conjeturas referidas a las relaciones de orden entre potencias de base 10 con exponente entero. Propone conjeturas respecto a los números divisibles por 2, 3, 5, 7, 9, 11. Justifica cuando un número es divisible por otro a partir de criterios de divisibilidad. Justifica procedimientos de aproximación en números decimales por exceso, defecto o redondeo. Justifica que al multiplicar el numerador y denominador de una fracción por un número siempre se obtiene una fracción equivalente. Justifica a través de ejemplos que $a:b = a \times 1/b$; $a/b = n \times a/n \times b$ (siendo a y b números naturales, con $n \neq 0$). Plantea conjeturas respecto a la propiedad fundamental de las proporciones a partir de ejemplos. Justifica la diferencia entre el concepto de razón y proporcionalidad a partir de ejemplos. Argumenta los procedimientos de cálculo sobre aumentos y descuentos porcentuales. Justifica los procesos de variación porcentual para resolver problemas. Identifica diferencias y errores en una argumentación. 	<ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias heurísticas, recursos relacionados al aumento o descuento porcentual sucesivos. Halla el valor de aumentos o descuentos porcentuales sucesivos al resolver problemas. Propone conjeturas a partir de casos, para referidas a la relación entre la potenciación y radicación. Propone conjeturas para reconocer la teoría de exponentes con números fraccionarios. Comprueba a partir de ejemplos las operaciones con potencia de base entera, racional y exponente entero. Propone conjeturas referidas a la noción de densidad, propiedades y relaciones de orden en \mathbb{Q}. Justifica que dos números racionales son simétricos cuando tienen el mismo valor absoluto. Justifica cuando un número racional en su expresión fraccionaria es mayor que otro. Justifica cuando una relación es directa o inversamente proporcional. Diferencia la proporcionalidad directa de la inversa. Justifica los procedimientos empleados para obtener un aumento o descuento porcentual sucesivo. Explica el significado del IGV y de cómo se calcula. 	<ul style="list-style-type: none"> Propone conjeturas a partir de casos, para reconocer el valor absoluto con números racionales. Justifica las relaciones entre expresiones simbólicas, gráficas y numéricas de los intervalos. Justifica a través de intervalos que es posible la unión, intersección y la diferencia de los mismos. Justifica la densidad entre los números racionales en la recta numérica. Propone conjeturas respecto a que todo número racional es un decimal periódico infinito. Justifica la existencia de números irracionales algebraicos en la recta numérica. Justifica cuando una relación es directa o inversamente proporcional. Plantea conjeturas respecto al cambio porcentual constante en un intervalo de tiempo empleando procedimientos recursivos. Explica el significado del impuesto a las transacciones financieras (ITF) y cómo se calcula. Justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten el uso de sus conocimientos matemáticos.

2.3.2 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Capacidad	Descripción
<p>Capacidad Matemática situaciones:</p> <p>Reconoce datos y relaciones no explícitas en situaciones duales, al expresar un modelo usando números enteros y sus operaciones.</p>	<p>Una situación relativa es aquella que presenta un punto de referencia y respecto a el se determinan valores posicionales. Por ejemplo: El estado de temperatura en grados °C, el punto de referencia es el cero. El expresar sobre el nivel y bajo en nivel de mar, entre otros.</p> <p>Usa situación dual aquella que expresa valores o connotaciones opuestas. Si gano un partido, mi oponente lo perdió, si presto 100 nuevos soles, me falta ese monto. El cuadro muestra a Jamaica que perdió un partido, tiene un diferencia de goles, etc.</p>  <p>Adaptación, http://elblogdelmundial2010.blogspot.com/2013/03/eliminarias-mundial-brasil-2014_24.html</p>
<p>Capacidad Comunicativa matemáticas:</p> <p>Describe números primos y compuestos en la criba de Eratóstenes inferiores a un número natural cualquiera.</p>	<p>El 2 es un número primo, el siguiente el 3, el 4 sería un número compuesto, puesto que es divisible por 2; el 5 es primo... y, ¿hasta dónde podríamos continuar? Este proceso es infinito. El primer método conocido para reconocer los números primos es la Criba de Eratóstenes; este proceso permite conocer los números primos hasta un número dado. Consiste en elaborar una tabla en la que aparezcan todos los números y a partir de el se reconoce los primos.</p>  <p>http://matematica.laguia2000.com/general/numeros-primos</p>

<p>Capacidad Elabora y usa estrategias:</p> <p>Emplea estrategias heurísticas para resolver problemas de traducción simple y compuesta relacionado al aumento o descuento porcentual.</p>	<p>Una estrategia heurística se comporta como recurso organizativo del proceso de resolución, que contribuyen especialmente a determinar la vía de solución del problema abordado.</p> <p>En el ejemplo se reconoce una estrategia que es el razonamiento lógico. Isabel ayuda a su tía los fines de semana, en una feria de artesanías. El último sábado, Isabel observó que el precio de venta de un poncho es un 30 % más que su precio de costo. Sin embargo, al venderlo, ella tuvo que rebajar el precio de venta en un 10 %. ¿Qué porcentaje del costo se ganó?</p> 																		
<p>Capacidad Razona y argumenta generando ideas matemáticas:</p> <p>Propone conjeturas a la variación de la cantidad y el signo de la base y el exponente relacionado a la potenciación.</p>	<p>Por conjetura se entiende como una afirmación que se forma por la observación de casos, experimentar, y reconocer regularidades y características en sucesos. Para fines pedagógicos en la Educación Básica se orienta a que los estudiantes desarrollen ideas matemáticas ya conocidas. A continuación, explora las potencias enteras positivas de 2 y 4.</p> <table border="1" data-bbox="1907 1124 2777 1297"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2ⁿ</td> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4ⁿ</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> ● Enumera las primeras cinco potencias positivas de 8. ● Enumera tres números mayores que 16 que son potencias de 2, pero que no son potencias de 8. ● Enumera tres números mayores que 16 que sean potencias de 4. pero que no son potencias de 8. ● Describe las potencias de 2 que también son potencias de 8. ● ¿Para qué valores positivos de x, x⁻¹⁸ será mayor que x⁻²⁰? 	n	1	2	3	4	5	2 ⁿ	2					4 ⁿ	4				
n	1	2	3	4	5														
2 ⁿ	2																		
4 ⁿ	4																		

2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

Desarrollar esta competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en el VI ciclo implica explorar el entorno y reconocer en ellas problemas referidas a situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

Regularidades como en los frisos, expresiones artísticas, y de nuestras culturas. Equivalencia en situaciones del desarrollo de un balance nutricional, en la cotización con monedas extranjeras, en condiciones de distribución de masas, etc. Cambio en situaciones de variaciones de velocidad en razón al tiempo, aumento de masa corporal en relación a la alimentación, tendencia del incremento del costo en razón al tiempo transcurrido, etc.

Estas acciones contribuyen al proceso de aprendizaje de la matemática, cuando el estudiante puede expresarlas en modelos matemáticos relacionados a patrones geométricos, progresiones aritméticas y geométricas, ecuaciones e inecuaciones lineales, y funciones lineales. Así mismo, cuando muestra una predisposición a comunicar ideas matemáticas con respecto al significado de la ley de formación, condiciones de igualdad y desigualdad y relaciones de dependencia empleando términos particulares como por ejemplo: patrón, término inicial, razón aritmética o geométrica, igualdad, primer y segundo miembro, dominio y rango, relación de dependencia, etc. Por otro lado, los estudiantes serán conscientes de gestionar eficazmente los recursos con los que cuenta para resolver el problema movilizándolo un plan coherente de trabajo para investigar sobre razones de cambio, regularidades en diversos contextos, o explorar condiciones de igualdad y desigualdad, y en ella movilizándolo estrategias heurísticas y procedimientos algebraicos. También contribuye en la medida que se generan los espacios para que los estudiantes expresen formas de razonamiento basados en argumentar sobre experiencias para generalizar con expresiones basadas en la progresión aritmética y geométrica, la igualdad y desigualdad y las funciones.

Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o periodo determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos de que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar su desempeño integral. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (mapa del progreso)		VII CICLO
V CICLO	VI CICLO	VII CICLO
<p>Interpreta datos y relaciones no explícitas en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio entre dos magnitudes; y los expresa con modelos referidos a patrones geométricos, patrones crecientes y decrecientes, ecuaciones, desigualdades, y proporcionalidad directa y determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe utilizando lenguaje matemático acerca de su comprensión sobre: patrones, ecuaciones y desigualdades, y relaciones de proporcionalidad directa. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con tablas, gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para completar términos de una sucesión gráfica o numérica de acuerdo a su posición, simplificar expresiones o ecuaciones empleando propiedades aditivas y multiplicativas o establecer equivalencias entre unidades de una misma magnitud; con apoyo de recursos; y compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre regularidades, equivalencias y relaciones entre dos magnitudes, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>	<p>Discrimina información e identifica variables y relaciones no explícitas en situaciones diversas referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos¹, progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y relaciones de proporcionalidad inversa. Selección y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permite resolverla. Usa terminologías, reglas y convenciones al expresar su comprensión sobre propiedades y relaciones matemáticas referidas a: progresiones aritméticas, ecuaciones lineales, desigualdades, relaciones de proporcionalidad inversa, función lineal y afin. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática con tablas, gráficos, símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para determinar la regla general de una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas empleando propiedades de las operaciones; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre expresiones algebraicas, magnitudes, o regularidades observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.</p>	<p>Relaciona datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a diversas situaciones de regularidades, equivalencias y relaciones de variación; y las expresa en modelos de: sucesiones² con números racionales e irracionales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones lineales con una incógnita, funciones cuadráticas o trigonométricas³. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: sucesiones, ecuaciones, funciones cuadráticas o trigonométricas, inecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando símbolos, tablas y gráficos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para generalizar la regla de formación de progresiones aritméticas y geométricas; hallar la suma de sus términos; simplificar expresiones usando identidades algebraicas y establecer equivalencias entre magnitudes derivadas; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación del plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones y relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades de los sistemas de ecuaciones y funciones trabajadas.</p>

1. Que se generen al aplicar reflexiones o giros.
 2. Considerar progresión aritmética y geométrica.
 3. Función seno y coseno.

MATEMATIZA SITUACIONES

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Interpreta datos y relaciones no explícitas en problemas de regularidad, expresándolos en un patrón de repetición geométrico con traslaciones y giros de cuartos y medias vueltas. Propone situaciones de regularidad a partir de patrones de repetición geométricos con traslaciones y giros de cuartos y medias vueltas. Interpreta los datos en problemas de regularidad gráfica, expresándolos en un patrón aditivo o multiplicativo o con potencias, que depende de la posición del elemento. Crea una regularidad gráfica a partir de un patrón numérico. Interpreta los datos y variables en problemas de equivalencia y equilibrio, expresándolos en igualdades y ecuaciones. Modifica una ecuación al plantear o resolver otros problemas. Interpreta los datos y variables en una situación de desequilibrio o desigualdad y los expresa en modelos relacionados a una inecuación sencilla, por ejemplo de la forma: $a < x$ o $a + x > b$ Modifica una desigualdad al plantear o resolver otros problemas. Interpreta los datos en una situación de variación entre dos magnitudes, expresándolos en una relación de proporcionalidad directa. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce relaciones en situaciones de regularidad, expresándolos en un patrón que combina transformaciones geométricas. Plantea relaciones de posición empleando un patrón de repetición de variadas transformaciones geométricas. Reconoce relaciones no explícitas entre datos numéricos en situaciones de regularidad, que permitan expresar la regla de formación de una progresión aritmética. Asocia reglas de formación de una progresión aritmética con situaciones afines. Codifica condiciones de igualdad considerando expresiones algebraicas al expresar modelos relacionados a ecuaciones lineales⁴ con una incógnita. Usa modelos referidos a ecuaciones lineales al plantear o resolver problemas. Codifica condiciones de desigualdad considerando expresiones algebraicas al expresar modelos relacionados a inecuaciones lineales⁷ con una incógnita. Asocia modelos referidos a inecuaciones lineales con situaciones afines. Reconoce relaciones no explícitas en situaciones de variación al expresar modelos relacionados a proporcionalidad y funciones lineales⁹. Asocia modelos referidos a la proporcionalidad directa y las funciones lineales con situaciones afines. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica relaciones no explícitas entre términos y valores posicionales, y expresa la regla de formación de una progresión aritmética al plantear y resolver problemas. Identifica relaciones no explícitas en condiciones de igualdad al expresar modelos relacionados a ecuaciones lineales⁵ con una incógnita. Selecciona y usa modelos referidos a ecuaciones lineales al plantear y resolver problemas. Codifica condiciones de desigualdad considerando expresiones algebraicas al expresar modelos relacionados a inecuaciones lineales⁸ con una incógnita. Asocia modelos referidos a inecuaciones lineales con situaciones afines. Reconoce relaciones no explícitas entre datos de dos magnitudes en situaciones de variación, y expresa modelos referidos a proporcionalidad inversa, funciones lineales y lineales afines¹¹. Usa modelos de variación referidos a la función lineal al plantear y resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Organiza datos y expresiones a partir de uno a más condiciones de igualdad, al expresar un modelo referido a sistemas de ecuaciones lineales⁶. Organiza datos y expresiones a partir de la regla de formación de una progresión geométrica. Contrasta reglas de formación de una progresión geométrica con situaciones afines. Identifica relaciones no explícitas que se presentan en condiciones de desigualdad, y expresa modelos relacionados a inecuaciones lineales¹⁰ con una incógnita. Usa modelos referidos a inecuaciones lineales al plantear y resolver problemas. Selecciona información de fuentes, para organizar datos de situaciones de equivalencias, y expresa un modelo referido a ecuaciones cuadráticas de una incógnita. Organiza a partir de fuentes de información, relaciones de variación entre dos magnitudes al expresar modelos referidos a funciones cuadráticas. Compara y contrasta modelos relacionados a las funciones cuadráticas de acuerdo a situaciones afines. Evalúa si los datos y condiciones que establecieron ayudaron a resolver la situación.
<ul style="list-style-type: none"> Determina en que otros problemas es aplicable en modelo 	<ul style="list-style-type: none"> Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema. 		

4. Con coeficientes fraccionarios homogéneos, equivalentes y números enteros.

5. Con coeficientes decimales y enteros.

6. Con dos incógnitas.

7. Con coeficiente de números naturales y enteros.

8. Con coeficiente de fracciones y decimales.

9. Con coeficientes racionales

10. Con coeficientes enteros.

11. Con coeficientes enteros y decimales.

COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Utiliza lenguaje matemático para expresar los criterios geométricos (con traslaciones y giros) que intervienen en la formación del patrón y la regla de formación creciente del patrón numérico. Representa el valor desconocido de una ecuación con letras. Representa una desigualdad con material concreto, gráfico y simbólico. Utiliza tablas o gráficos en el plano cartesiano, para expresar la proporcionalidad directa entre dos magnitudes. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe patrones usando términos de transformaciones geométricas. Explica el desarrollo de una progresión aritmética empleando el término n-ésimo, índice del término, razón o regla de formación. Empieza diagramas y esquemas tabulares para reconocer una razón constante. Expresa condiciones de equilibrio y desequilibrio a partir de interpretar datos y gráficas de situaciones que implican ecuaciones de primer grado. Establece conexiones entre las representaciones gráficas, tablas y símbolos a la solución única de una ecuación lineal dada. Representa las soluciones de inecuaciones lineales de la forma: $x > a$ o $x < a$, $ax > b$ o $ax < b$. Empieza la representación gráfica de una inecuación lineal para obtener su conjunto solución. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe el desarrollo de una progresión aritmética empleando el término n-ésimo, índice del término, razón o regla de formación. Empieza tablas y diagramas para reconocer relaciones entre términos y valores posicionales. Describe una ecuación lineal reconociendo y relacionando los miembros, términos, incógnitas, y su solución. Representa operaciones de polinomios de primer grado con material concreto. Empieza gráficas, tablas que expresan ecuaciones lineales de una incógnita para llegar a conclusiones. Representa las soluciones de inecuaciones lineales de la forma: $x > a$ o $x < a$, $ax > b$ o $ax < b$. Empieza la representación gráfica de una inecuación lineal para obtener su conjunto solución. 	<ul style="list-style-type: none"> Organiza conceptos, características y condiciones empleando términos relacionados a la progresión geométrica. Vincula representaciones de tablas y gráficas para expresar relaciones entre términos y valores posicionales de una progresión geométrica. Empieza expresiones y conceptos respecto a los diferentes elementos que componen el sistema de ecuaciones lineales en sus diferentes representaciones. Representa gráficamente un sistema de ecuaciones lineales para clasificar e interpretar las soluciones. Describe la resolución de una inecuación lineal relacionando miembros, términos, incógnitas, y el conjunto solución. Empieza la representación gráfica de una inecuación lineal para obtener su conjunto solución. Representa la obtención de polinomios de hasta segundo grado con material concreto. Expresa de forma gráfica el conjunto solución de una ecuación cuadrática. Describe la variación de los valores de a, b, c afecta la gráfica de las funciones $f(x) = ax^2$, $f(x) = ax^2 + c$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ Elabora representaciones gráficas de $f(x) = ax^2$, $f(x) = ax^2 + c$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ Reconoce las funciones cuadráticas a partir de sus descripciones verbales, sus tablas, sus gráficas o sus representaciones simbólicas.

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas. Empieza estrategias heurísticas para ampliar o crear patrones de repetición geométricos, usando material concreto. Empieza procedimientos por tanteo, sustitución o agregando, quitando o repartiendo para encontrar el valor o los valores de una igualdad o ecuación, o de una desigualdad o inecuación. Simplifica términos en una igualdad que incluyen la variable, usando las propiedades de la igualdad. Empieza estrategias de ensayo y error, experimentación, recojo de datos u operaciones para resolver problemas de relaciones de cambio o de proporcionalidad. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Empieza la calculadora para resolver problemas y verificar sus resultados. 	<ul style="list-style-type: none"> Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas. Realiza transformaciones geométricas para hallar la posición y la expresión geométrica en problemas. Realiza procedimientos para hallar el término n-ésimo, índice del término, razón o regla de formación con números naturales de una progresión aritmética. Empieza estrategias heurísticas al resolver problemas de progresión aritmética. Realiza transformaciones de equivalencias¹² para obtener la solución de ecuaciones lineales. Empieza recursos gráficos para resolver problemas de ecuaciones lineales. Realiza transformaciones de equivalencias para obtener la solución en problemas de inecuaciones lineales. Empieza estrategias para resolver problemas de proporcionalidad, y función lineal con coeficientes enteros. Explora mediante el ensayo y error el conjunto de valores que puede tomar una función lineal al resolver un problema. Empieza métodos gráficos para resolver problemas de funciones lineales. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Halla el n-ésimo término de una progresión aritmética con números naturales. Empieza estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros al resolver problema de progresión aritmética Calcula la suma de "n" términos de una progresión aritmética. Empieza operaciones con polinomios y transformaciones de equivalencia¹³ al resolver problemas de ecuaciones lineales. Empieza estrategias heurísticas al resolver problemas de ecuaciones lineales expresadas con decimales o enteros. Empieza estrategias heurísticas al resolver problemas de inecuaciones lineales. Empieza estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín considerando ciertos valores, su regla de la función, o a partir de su representación. Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas. Empieza procedimientos para hallar el n-ésimo término de una progresión geométrica. Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para solucionar problemas referidos a progresión geométrica. Empieza propiedades e identidades algebraicas para resolver problemas de sistema de ecuaciones lineales. Ejecuta transformaciones de equivalencias en problemas de sistema de ecuaciones lineales¹⁴. Empieza transformaciones de equivalencias en problemas de inecuaciones $ax \pm b \geq c$, $ax \pm b \leq c$, $a \neq 0$ Empieza procedimientos, estrategias, recursos gráficos y otros, para solucionar problemas referidos a ecuaciones cuadráticas. Empieza operaciones algebraicas para resolver problemas de ecuaciones cuadráticas con una incógnita. Determina el eje de simetría, los interceptos, el vértice y orientación de una parábola, en problemas de función cuadrática. Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros para resolver un problema de función cuadrática. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan al resolver el problema.

ELABORA Y USA ESTRATEGIAS

12. Reducción de miembros, transposición de términos.

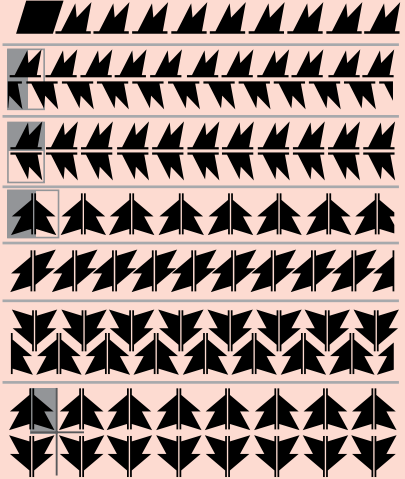
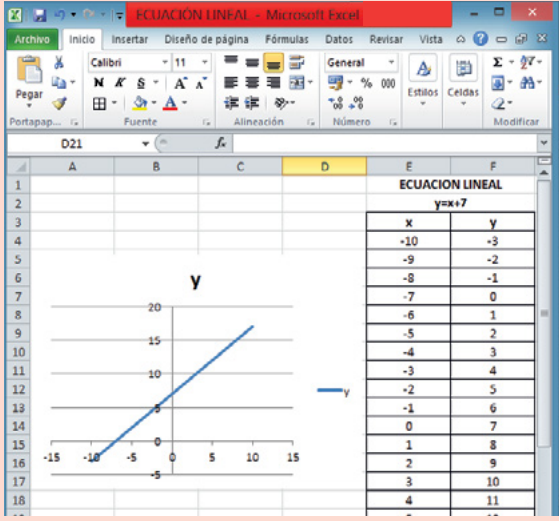
13. Eliminación de paréntesis y denominadores, reducción de miembros de una ecuación por un número distinto de términos.

14. Transposición de términos, multiplicar los dos miembros de una ecuación por un número distinto de cero, sumar o restar a una ecuación otra multiplicada previamente por un número.

RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Justifica sus conjeturas sobre la predicción de algunos términos no conocidos de un patrón geométrico (con traslación y giros). Justifica sus conjeturas sobre los términos no conocidos en patrones numéricos-gráficos. Justifica y defiende argumentaciones propias y de otros, usando ejemplos, sobre el procedimiento utilizado para resolver problemas de igualdades o desigualdades. Justifica y defiende argumentaciones propias y de otros, usando ejemplos, para afirmar que dos magnitudes son directamente proporcionales. Justifica sus conjeturas usando ejemplos y contraejemplos 	<ul style="list-style-type: none"> Plantea conjeturas respecto a posiciones, de un patrón geométrico. Prueba que algunos patrones geométricos se comportan como patrones cíclicos. Plantea conjeturas respecto a posiciones, de una progresión aritmética. Justifica las relaciones de dependencia entre el n-ésimo término y el valor posicional de una progresión aritmética. Justifica cuando una ecuación es posible e imposible a partir del conjunto solución. Justifica cuando dos ecuaciones son "equivalentes" considerando el conjunto solución. Plantea conjetura a partir de casos referidos a los criterios de equivalencia. Justifica si un número es solución de una inecuación dada. Prueba si una función es lineal por los valores de su dominio. Justifica el dominio apropiado de una función lineal (si pertenece al campo natural, entero o racional) de acuerdo a una situación de dependencia. Identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros. 	<ul style="list-style-type: none"> Plantea conjeturas respecto a la obtención de la suma de términos de una progresión aritmética. Justifica el vínculo entre una sucesión y una progresión aritmética. Prueba la progresión aritmética a partir de su regla de formación (expresado de manera verbal o simbólica). Plantea conjeturas a partir de reconocer pares ordenados que sean solución de ecuaciones lineales de dos incógnitas. Prueba las propiedades aditivas y multiplicativas subyacentes en las transformaciones de equivalencia. Justifica la obtención del conjunto solución de una inecuación lineal. Plantea conjeturas sobre el comportamiento de la función lineal y lineal afín al variar la pendiente Prueba que las funciones lineales, afines y la proporcionalidad inversa crecen o decrecen por igualdad de diferencias en intervalos iguales. Justifica a partir de ejemplos, reconociendo la pendiente y la ordenada al origen el comportamiento de funciones lineales y lineales afín. 	<ul style="list-style-type: none"> Justifica la generalización de la regla de formación de una progresión geométrica. Prueba que los puntos de intersección de dos líneas en el plano cartesiano satisfacen dos ecuaciones simultáneamente. Justifica si dos o más sistemas son equivalentes a partir de las soluciones. Justifica los procedimientos de resolución de una inecuación lineal con una incógnita empleando transformaciones de equivalencia. Justifica los procedimientos de resolución de una ecuación cuadrática completa haciendo uso de propiedades. Plantea conjeturas a partir de reconocer el valor que cumplen los componentes y signos de una función cuadrática. Explica los procesos de reflexión de una función cuadrática respecto al eje X. Justifica el valor que tiene el intercepto, intervalo de crecimiento o decrecimiento, etc. de una función cuadrática. Justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades matemáticas.

2.3.4 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

Capacidad	Descripción
<p>Capacidad Matemática situaciones:</p> <p>Plantea relaciones de posición empleando un patrón de repetición de variadas transformaciones geométricas</p>	<p>La situación mostrada expresa la posición de figuras, entre ellas, se reconocen relaciones respecto a reflexiones y traslaciones. Para los variados diseños se hacen hasta dos transformaciones.</p>  <p>http://carlosreynoso.com.ar/analisis-de-simtrias/</p>
<p>Capacidad Comunicativa y representativa ideas matemáticas:</p> <p>Establece conexiones entre las representaciones gráficas, tablas y símbolos a la solución única de una ecuación lineal dada.</p>	<p>A partir del VI ciclo, en el proceso de describir la resolución del problema con ecuaciones, el estudiante deberá vincular la representación gráfica, de tablas y simbólica para reconocer la comprensión de la "ecuación".</p> 

Capacidad Elabora y usa estrategias:

Realiza procedimientos de transformación de equivalencias para obtener la solución de ecuaciones lineales.

Cuando no se puede reconocer a primera vista el conjunto solución de una ecuación, entonces se transforma la ecuación paso a paso mediante transformaciones equivalentes obteniendo una ecuación más simple.

A David no le gusta que descubran cuántos años tiene. Como es profesor de matemática, cuando alguien le pregunta acerca de su edad, él responde muy suelto de huesos con un acertijo. Por ejemplo, ayer, cuando Anabel le preguntó su edad, David contestó: "Mi edad es el doble de la tuya; pero, hace 15 años, era el triple". ¿Con estos datos, será posible que Anabel pueda calcular la edad de David? Si es así, ¿cómo lo hará?

1. Completa la tabla que representa esta situación. ¿Qué significa la x mostrada?

	Hace 15 años	Hoy
David	$2x - 15$	$2x$
Anabel	$x - 15$	x

2. ¿Qué relación hay entre las edades de David y Anabel hace 15 años?

Hace 15 años, la edad de David era el triple que la de Anabel.

3. Escribe una ecuación que represente esta relación.

$$2x - 15 = 3(x - 15); x = 30$$

4. Resuelve la ecuación y vuelve a completar la tabla.

	Hace 15 años	Hoy
David	45	60
Anabel	25	30

5. ¿Cuántos años tiene David? David tiene 60 años.

$$2x - 15 = 3(x - 15)$$

$$2x - 15 = 3x - 45$$

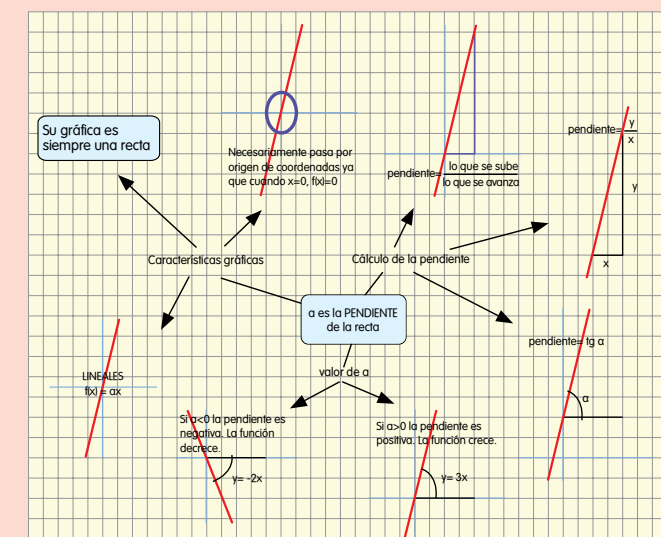
$$45 - 15 = 3x - 2x \text{ (transposición de términos)}$$

$$30 = x \text{ (reducción de miembros)}$$

Capacidad Razona y argumenta generando ideas matemáticas:

Plantea conjeturas sobre el comportamiento de la función lineal al variar la pendiente.

La función lineal puede expresar diversos comportamientos, y estos se reconocen graficando la línea que la caracteriza para mostrar la orientación de la pendiente.



<http://www.extremate.es/Definitivo%20Funciones/flash/Funciones%20CMAP/Funciones%20Lineales.html>

2.3.5 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Desarrollar esta competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización en el VI ciclo implica que los estudiantes practiquen matemática mediante acciones orientadas a resolver problemas referidos a prismas, cuerpos de revolución, polígonos, triángulos, así como la ubicación y medida de cuerpos en el plano.

Estas acciones contribuyen al proceso de aprendizaje de la matemática, cuando el estudiante puede expresarlas en modelos matemáticos de tal forma que caracteriza los atributos de forma, localización y medida de formas bi y tridimensionales. Asimismo, cuando muestra una predisposición a comunicar ideas matemáticas con respecto las características y propiedades de las formas geométricas empleando términos particulares como por ejemplo: ángulo, vértice, punto, recta, escala, punto de referencia, rotación, reflexión, etc. Por otro lado, los estudiantes serán conscientes de gestionar eficazmente los recursos con los que cuenta para resolver el problema movilizándolo un plan coherente de trabajo para investigar sobre características de formas geométricas compuestas en nuestro medio, el desarrollo de cuerpos geométricos conocidos, el empleo de mapas a escala, etc. Y en ella movilizándolo estrategias heurísticas y procedimientos geométricos con recursos como la regla y el compás. También contribuye en la medida que se generan los espacios para que los estudiantes expresen formas de razonamiento basados en argumentar sobre propiedades y características geométricas, esto involucra establecer relaciones lógicas y de jerarquía entre formas geométricas estudiadas.



Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos de que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar su desempeño integral. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso). Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (mapa del progreso)		
V CICLO	VI CICLO	VII CICLO
<p>Interpreta datos y relaciones no explícitas de localización y movimiento de los objetos, con las formas geométricas bi y tridimensionales, su rotación, ampliación o reducción y determina en qué otras situaciones es aplicable. Expresa su comprensión utilizando lenguaje matemático sobre las propiedades de las formas bidimensionales o tridimensionales; ángulos, superficies, volumen y capacidad; ampliaciones, reducciones, giros y la posición de un objeto en el plano cartesiano. Elabora diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos, relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar y medir ángulos, calcular perímetro, superficie, capacidad y volumen seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinente; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Elabora conjeturas sobre relaciones entre propiedades de las formas geométricas trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>	<p>Discrimina información e identifica relaciones no explícitas de situaciones referidas a atributos, localización y transformación de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas bidimensionales compuestas, relaciones de paralelismo y perpendicularidad, posiciones y vistas de cuerpos geométricos. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales; ángulos, superficies y volúmenes, transformaciones geométricas; elaborando diversas representaciones de una misma idea matemática usando gráficos y símbolos; y las relaciona entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos y distancias en mapas, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; rotar, ampliar, reducir formas o teselar un plano, con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas trabajadas; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.</p>	<p>Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas poligonales, cuerpos geométricos compuestos o de revolución, relaciones métricas, de semejanza y congruencia, y razones trigonométricas. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: relaciones entre las propiedades de figuras semejantes y congruentes, superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución, razones trigonométricas. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando mapas, planos, gráficos, recursos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; establecer relaciones de inclusión entre clases para clasificar formas geométricas; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre posibles generalizaciones estableciendo relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos y propiedades matemáticas.</p>

1. Triángulos, cuadriláteros, ángulos, círculos, circunferencias, prismas y pirámides.
2. Prisma, pirámide, círculo, cilindro
3. Polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.

MATEMATIZA SITUACIONES

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones respecto a los elementos y propiedades de las cajas o cubos y los relaciona con los prismas y pirámides. Relaciona una forma tridimensional con sus diferentes vistas. Selecciona el desarrollo o las plantillas de las formas tridimensionales para resolver un problema de construcción de prismas y pirámides. Identifica características y propiedades geométricas en objetos y superficies de su entorno, expresándolas en figuras geométricas bidimensionales (círculo, circunferencia, polígonos regulares hasta 10 lados). Aplica las propiedades de las figuras bidimensionales al plantear o resolver un problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce relaciones no explícitas entre figuras, las expresa en un modelo basado en prismas regulares, irregulares y cilindros. Usa modelos referidos a cubos, prismas y cilindros al plantear y resolver problemas de proyección o construcción de cuerpos. Organiza medidas, características y propiedades geométricas de figuras y superficies, y las expresa en un modelo referido a figuras poligonales⁵. Empieza el modelo más pertinente relacionado a figuras poligonales y sus propiedades al plantear y resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce relaciones no explícitas entre figuras y las expresa en un modelo basado en prismas o pirámides. Selecciona un modelo relacionado a prismas o pirámides al plantear y resolver problemas. Organiza características y propiedades geométricas en figuras y superficies, y las expresa en un modelo referido a figuras poligonales regulares, compuestas⁶, triángulos y el círculo. Usa modelos, relacionados a figuras poligonales regulares, compuestas⁷, triángulos y el círculo para plantear y resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Relaciona elementos y propiedades de cuerpos a partir de fuente de información, y los expresa en modelos basados en prismas y cuerpos de revolución⁸. Contrasta modelos basados en prismas y cuerpos de revolución al vincularlos a situaciones afines. Relaciona información y condiciones, referidas a la semejanza y relaciones de medida entre triángulos⁶ y las expresa en un modelo. Diferencia y usa modelos basados en semejanza, congruencia y relaciones de medida entre ángulos. Contrasta modelos basados en relaciones métricas, razones trigonométricas, el teorema de Pitágoras y ángulos de elevación y depresión al vincularlos a situaciones.
<ul style="list-style-type: none"> Interpreta datos y relaciones no explícitas respecto a la localización de lugares o desplazamiento de objetos en la localidad expresándolos en un croquis en el primer cuadrante del plano cartesiano. Empieza el plano cartesiano al resolver problemas localización. Interpreta datos y relaciones no explícitas en objetos del entorno, al elaborar un modelo basado en la rotación (en un cuarto de vuelta y media vuelta) de figuras en un plano cuadrículado. Aplica las transformaciones geométricas de simetría, traslación, ampliación y reducción a otras situaciones similares. Determina en que otros problemas es aplicable el modelo 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce relaciones no explícitas, en situaciones de recubrimiento de superficies, al elaborar un modelo basado en transformaciones al plantear o resolver un problema. Reconoce relaciones no explícitas basadas en medidas de formas, desplazamiento y ubicación de cuerpos, para expresar mapas o planos a escala. Usa mapas o planos a escala al plantear y resolver un problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa diseños de planos y mapas a escala con regiones y formas. Diferencia y usa planos o mapas a escala al plantear o resolver un problema. Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan transformaciones⁷. Reconoce la restricción de un modelo relacionado a transformaciones y lo adecuado respecto a un problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Organiza datos de medidas en situaciones y los expresa por medio de un plano o mapa a escala. Reconoce la pertinencia de los planos o mapas a escala que expresan las relaciones de medidas y posición al resolver problemas. Selecciona información para organizar elementos y propiedades geométricas en situaciones al expresar modelos que combinan transformaciones geométricas⁸. Compara y contrasta modelos que combinan transformaciones isométricas y la homotecia.
<ul style="list-style-type: none"> Comproueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Comproueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Comproueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver el problema.

4. Cilindro y cono.

5. Considerar cuadriláteros: trapecio, rombo, paralelogramo, etc.

6. Considerar isóceles y equilátero.

7. De rotación, ampliación y reducción.

8. Considerando la homotecia.

COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Expresa la medida del área lateral y total del prisma y la pirámide en unidades convencionales a partir de sus plantillas o redes. Expresa la medida del volumen de cubos y prismas en unidades patrón (cubitos de 1 cm^3, estructuras de 1 m^3). Representa la medida del volumen del cubo y del prisma recto rectangular, con material concreto (material Base Diez) y gráfico. Construye prismas y pirámides con material concreto (origami modular, plantillas), gráfico (papel isométrico) usando instrumentos de dibujo; a partir de indicaciones sobre su medida o su forma. Explica lo que comprende sobre la relación entre el volumen y la medida de capacidad de los objetos. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe prismas regulares en función del número y forma de las caras, el número de vértices y el número de aristas. Describe el desarrollo de prismas triangulares y rectangulares, cubos y cilindros. Grafica el desarrollo de prismas, cubos y cilindros, vistas de diferentes posiciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe prismas y pirámides en relación al número de sus lados, caras, aristas y vértices. Describe el desarrollo de prismas, pirámides y conos considerando sus elementos. Describe prismas y pirámides indicando la posición desde la cual se ha efectuado la observación. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe y relaciona variados desarrollos de un mismo prisma o cuerpo de revolución. Expresa de forma gráfica y simbólica cuerpos basados en prismas y cuerpos de revolución. Expresa enunciados generales relacionados a propiedades en prismas y cuerpos de revolución.
<ul style="list-style-type: none"> Describe las propiedades y relaciones del círculo y la circunferencia y de los polígonos regulares según sus lados y sus ángulos. Construye la circunferencia usando instrumentos de dibujo. Construye polígonos regulares en forma concreta (origami, tiras de mecano, etc.) y en forma gráfica. Representa gráficamente formas bidimensionales en el plano cartesiano, así como sus ampliaciones y reducciones. Expresa la medida de superficie usando unidades convencionales (km^2, m^2). Expresa la medida de distancias muy largas usando unidades convencionales (km) 	<ul style="list-style-type: none"> Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en formas bidimensionales (triángulo, rectángulo, cuadrado y rombo) y sus propiedades usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas. Expresa las relaciones y diferencias entre área y perímetro de polígonos regulares. Representa polígonos regulares siguiendo instrucciones y usando la regla y el compás. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en polígonos regulares y compuestas⁷, y sus propiedades usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas. Representa figuras poligonales, trazos de rectas paralelas, perpendiculares y relacionadas a la circunferencia siguiendo instrucciones y usando la regla y el compás. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa relaciones y propiedades de los triángulos relacionados a su congruencia, semejanza y relaciones de medidas. Expresa líneas y puntos notables del triángulo usando terminologías matemáticas. Representa triángulos a partir de reconocer sus lados, ángulos, altura, bisectriz y otros. Expresa las propiedades de un triángulo de 30°, 60° y 45° usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas.
<ul style="list-style-type: none"> Describe rutas de desplazamiento en guías, planos de ciudades utilizando referentes espaciales y otras referencias. Grafica en el plano cartesiano la posición de un lugar usando puntos cardinales. Describe la rotación de una figura en el plano cuadrículado o en el plano cartesiano. Representa en forma concreta (geoplano), gráfica y simbólica (pares ordenados) traslaciones, reflexiones y giros (cuartos y medias vueltas) de formas bidimensionales; y relaciona los tres tipos de representación. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa las distancias y medidas de planos o mapas usando escalas. 	<ul style="list-style-type: none"> Representa cuerpos en mapas o planos a escala, considerando información que muestra posiciones en perspectiva o que contiene la ubicación y distancias entre objetos. 	<ul style="list-style-type: none"> Representa en mapas o planos a escala el desplazamiento y la ubicación de cuerpos, reconociendo información que expresa propiedades y características de triángulos.
<ul style="list-style-type: none"> Describe la rotación de sistemas alámbricos y creación de mosaicos con figuras poligonales que aplican transformaciones geométricas. Grafica la composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe las características de transformación de rotación, ampliación y reducción de figuras geométricas planas. Grafica la rotación, ampliación y reducción de figuras poligonales regulares para recubrir una superficie plana. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe las características de la composición de transformaciones geométricas⁸ de figuras. Grafica la composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe características de sistemas alámbricos y creación de mosaicos con figuras poligonales que aplican transformaciones geométricas. Grafica la composición de transformaciones de figuras geométricas planas que combinen transformaciones isométricas y la homotecia en un plano cartesiano.

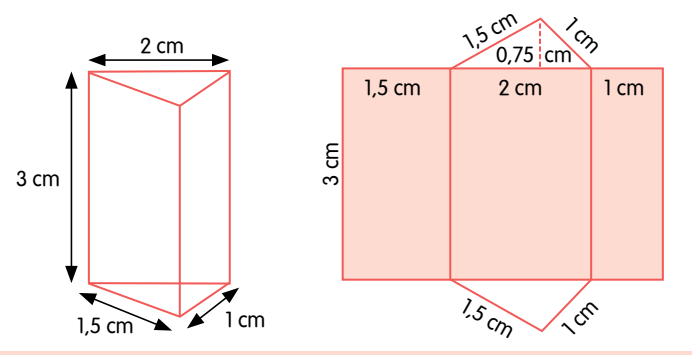
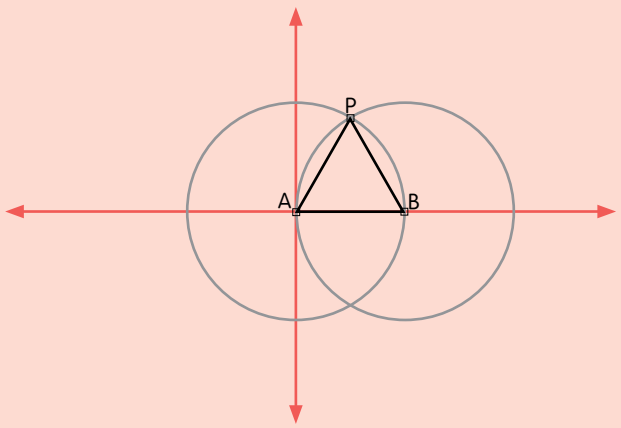
ELABORA Y USA ESTRATEGIAS

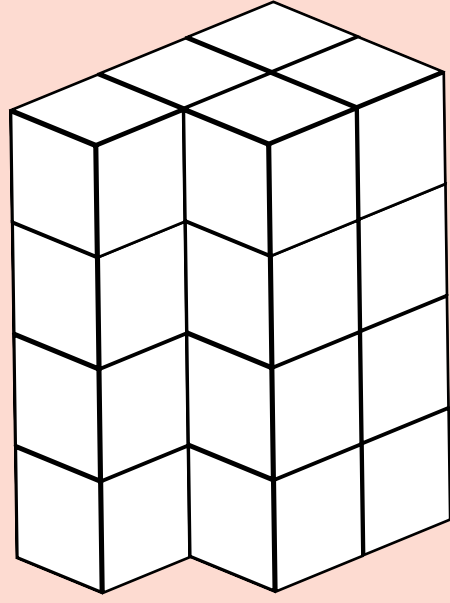
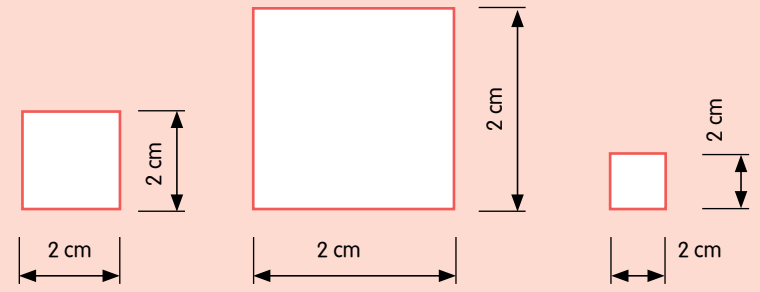
6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Elabora o ejecuta un plan orientado a experimentar o a resolver problemas Empieza procedimientos de cálculo para encontrar el área de una superficie del prisma y el volumen de un prisma cuadrangular o rectangular en unidades arbitrarias. Usa estrategias para estimar y medir el volumen en unidades arbitrarias y la capacidad de objetos y recipientes en litros y mililitros. Usa estrategias para construir y dibujar figuras según sus vistas y la rotación, usando diversos materiales, instrumentos de dibujo y uso de las TIC. Usa recursos, instrumentos de medición (cinta métrica) y unidades convencionales para medir y comparar longitudes y distancias muy grandes. Empieza estrategias que implican cortar la figura en papel y reacomodar las piezas, dividir en cuadrillos de 1 cm^2 y el uso de operaciones para determinar el área y el perímetro de figuras bidimensionales. 	<ul style="list-style-type: none"> Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas. Empieza características, propiedades y perspectivas de cuerpos geométricos, para construir y reconocer prismas regulares, irregulares y cilindros. Halla el perímetro, área y el volumen de prismas regulares e irregulares con perspectiva, usando unidades de referencia (basada en cubos) y convencionales. Usa estrategias para construir polígonos según sus características y propiedades, usando instrumentos de dibujo. Empieza estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para resolver problemas de perímetro y área del triángulo, rectángulo, cuadrado, rombo. Empieza estrategias heurísticas y procedimientos para hallar el área, perímetro y ubicar cuerpos en mapas o planos a escala, con recursos gráficos y otros. Realiza transformaciones de rotar, ampliar y reducir, con figuras en una cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros. 	<ul style="list-style-type: none"> Empieza características y propiedades de polígonos para construir y reconocer prismas y pirámides. Halla el área, perímetro y volumen de prismas y pirámides empleando unidades de referencia (basadas en cubos), convencionales o descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros. Empieza procedimientos con dos rectas paralelas y secantes para reconocer características de ángulos en ellas. Calcula el perímetro y área de figuras poligonales regulares y compuestas, triángulos, círculos componiendo y descomponiendo en otras figuras cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros. Empieza las propiedades de los lados y ángulos de polígonos regulares al resolver problemas. Empieza propiedades de los ángulos y líneas notables de un triángulo al resolver un problema. Usa estrategias y procedimientos relacionados a la proporcionalidad entre las medidas de lados de figuras semejantes al resolver problemas con mapas o planos a escala, con recursos gráficos y otros. Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros. 	<ul style="list-style-type: none"> Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas. Halla el área y volumen de prismas y cuerpos de revolución empleando unidades convencionales o descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros. Usa estrategias para ampliar, reducir triángulos empleando sus propiedades, semejanza y congruencia, usando instrumentos de dibujo. Halla valores de ángulos, lados y proyecciones en razón a características, clases, líneas y puntos notables de triángulos, al resolver problemas. Aplica el teorema de Pitágoras para determinar longitudes de los lados desconocidos en triángulos rectángulos. Empieza relaciones métricas para resolver problemas. Empieza razones trigonométricas para resolver problemas. Calcula el perímetro y área de figuras poligonales descomponiendo triángulos conocidos. Adapta y combina estrategias heurísticas relacionadas a ángulos, razones trigonométricas y proporcionalidad al resolver problemas con mapas o planos a escala, con recursos gráficos y otros. Realiza proyecciones y composición de transformaciones geométricas⁸, con polígonos en un plano cartesiano al resolver problemas, con recursos gráficos y otros. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan al resolver el problema.
<ul style="list-style-type: none"> Usa estrategias para rotar figuras a partir de sus vértices, incluyendo el uso de instrumentos como compás, transportador. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema. 		

RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Establece conjeturas sobre la relación entre el área lateral y el área total de los prismas. Establece semejanzas y diferencias entre los prismas y las pirámides. Elabora conjeturas sobre la relación entre el volumen y la capacidad. Elabora conjeturas sobre la relación entre el perímetro y área de formas bidimensionales, entre áreas de cuadriláteros y triángulos. Establece conjeturas y las verifica sobre la relación entre el radio y el diámetro de la circunferencia. Establece características semejantes en los polígonos regulares. 	<ul style="list-style-type: none"> Propone conjeturas referidas a las propiedades de prismas regulares y el cilindro. Justifica la relación entre áreas de sus bases y superficies laterales del cubo, prismas y cilindro. Explica como varía las relaciones entre los elementos de prismas y cilindros, al obtener desarrollo de estos cuerpos. Plantea conjeturas para determinar perímetro y área de figuras poligonales (triángulo, rectángulo, cuadrado y rombo) Justifica sus generalizaciones sobre el número de diagonales trazadas desde un vértice, número de triángulos en que se descompone un polígono regular, suma de ángulos internos y externos. Justifica la pertenencia o no de una figura geométrica dada a una clase determinada de cuadrilátero. Justifica las variaciones en el perímetro, área y volumen debido a un cambio en la escala en mapas y planos. Explica que medidas y situaciones son y no son afectadas por el cambio de escala. Plantea conjeturas acerca de la semejanza de dos figuras al realizar sobre estas rotaciones, ampliaciones y reducciones en el plano. Explica como algunas transformaciones pueden completar partes ausentes en figuras geométricas. Identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros. 	<ul style="list-style-type: none"> Propone conjeturas respecto a las relaciones de volumen entre un prisma y la pirámide. Justifica las propiedades de prismas y pirámides. Justifica la pertenencia o no de un cuerpo geométrico dado a una clase determinada de prisma según sus características de forma (regulares, irregulares, rectos, etc). Plantea conjeturas para reconocer las propiedades de los lados y ángulos de polígonos regulares. Justifica la pertenencia o no de una figura geométrica dada a una clase determinada de paralelogramos y triángulos. Justifica enunciados relacionados a ángulos formados por líneas perpendiculares y oblicuas a rectas paralelas. Plantea conjeturas para reconocer las líneas notables, propiedades de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo. Justifica condiciones de proporcionalidad en el perímetro, área y volumen entre el objeto real y el de escala, en mapas y planos. Justifica la localización de cuerpos a partir de sus coordenadas (con signo positivo y negativo) y ángulos conocidos. Plantea conjeturas respecto a las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación. Explica las transformaciones respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos. 	<ul style="list-style-type: none"> Plantea conjeturas respecto a la variación del área y volumen en prismas y cuerpos de revolución. Justifica las propiedades de prismas y pirámides. Justifica la clasificación de prismas (regulares, irregulares, rectos, oblicuos, paralelepípedos, ortopedros) según sus atributos de forma. Plantea conjeturas sobre las propiedades de ángulos determinados por bisectrices. Explica la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes a triángulos semejantes. Justifica la clasificación de polígonos. Explica deductivamente la congruencia, semejanza y la relación pitagórica empleando relaciones geométricas. Juzga las relaciones y estructuras dentro del sistema de escala, con mapas y planos. Justifica la combinación de proyecciones y composiciones de transformaciones geométricas⁸ con polígonos en el plano cartesiano. Justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades matemáticas.
<ul style="list-style-type: none"> Explica el procedimiento usado para construir figuras y rotarlas. Justifica conjeturas usando ejemplos y contraejemplos. 			

2.3.6 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Capacidad	Descripción
<p>Capacidad Matemática situaciones. Reconocer relaciones no explícitas entre figuras y las expresa en un modelo basado en prismas o pirámides.</p>	<p>Este indicador está orientado a identificar relaciones que no se expresan propiamente en la información mostrada, por ejemplo, a continuación se trata de reconocer 5 formas geométricas, las relaciones entre tres de ellas y como se relacionan en ángulos de 90°. El lado de un rectángulo es la mitad con respecto a su otro lado, asimismo la relación entre los lados entre un rectángulo y otro están en 3 a 2.</p>  <p>http://blog.educastur.es/navegamos/files/2008/05/polied20.gif</p> <p>El estudio de los cuerpos sólidos pretende una familiarización con la forma general tridimensional, sus nombres y los elementos que los definen. Esto implica trabajar con material concreto que permita explorar e identificar las características y relaciones en cada cuerpo.</p>
<p>Capacidad Comunicativa ideas matemáticas. Representa figuras poligonales, trazos de rectas paralelas, perpendiculares relacionadas a la circunferencia siguiendo instrucciones y usando la regla y el compás.</p>	<p>Trazamos una circunferencia con centro en A y radio AB y otra con centro en B y mismo radio. Esas dos circunferencias se cortan en dos puntos. Tomamos uno de ellos, digamos P. Trazando los segmentos AP y PB obtenemos el triángulo equilátero APB.</p>  <p>http://gaussianos.com/construcciones-con-regla-y-compas-iii-los-poligonos-regulares/</p> <p>Con este indicador se deben aprovechar para emplear el concepto de ángulo, radio, etc.</p>

<p>Capacidad Elabora y usa estrategias:</p> <p>Halla el volumen de un prisma usando unidades de referencia (basada en cubos).</p>	<p>A partir de situaciones como estas el estudiante emplea procedimientos de cálculo a partir de una unidad referencial. El objetivo es que comprenda el significado del volumen, antes de aplicar la fórmula.</p> <p>Hallar el volumen del siguiente cuerpo sabiendo que un cubo tiene un volumen de $2 u^3$.</p> 
<p>Capacidad Razona y argumenta generando ideas matemáticas:</p> <p>Explica que medidas y situaciones son y no son afectadas por el cambio de escala.</p>	<p>A partir de situaciones como esta, el estudiante reconocerá los atributos que varían o se mantienen constantes en el desarrollo de la escala.</p>  <p>escala: 1/1 escala: 2/1 escala: 1/2</p>

2.3.7 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

Desarrollar esta competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre” en el VI ciclo implica que los estudiantes practiquen matemática mediante acciones orientadas a investigar en su entorno, planteándose previamente interrogantes a resolver.

Estas acciones contribuyen al desarrollo del aprendizaje de la matemática, cuando el estudiante puede expresarlas en gráficos estadísticos y medidas de tendencia central y de probabilidad. Asimismo, cuando muestra una predisposición a comunicar ideas matemáticas relacionadas por ejemplo a la población, media, mediana y moda, frecuencia relativa, probabilidad de sucesos, etc. Por otro lado, los estudiantes serán conscientes de gestionar eficazmente los recursos con los que cuenta para realizar sus investigaciones movilizando un plan coherente de trabajo para organizar fichas de registro, procesar datos, analizarlos y obtener conclusiones de ellos. También contribuye en la medida que se generan los espacios para que los estudiantes manifiesten la toma de decisiones respecto a la media, mediana y moda, características de datos discretos y continuos, esto involucra vincular los procedimientos estadísticos con la práctica real.

A continuación se muestra el estándar de aprendizaje (mapa de progreso) para la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre referido al VI ciclo. Así mismo, los indicadores de desempeño para el desarrollo de la competencia y sus capacidades, las que están organizadas en una matriz. En ese sentido, la organización por ciclos en el mapa de progreso expresa las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes peruanos, para este fascículo la referida al VI ciclo. Por ello, será un referente para la planificación y la evaluación en los grados del primero y segundo grado de la secundaria.



Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos de que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar su desempeño integral. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso). Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (mapa del progreso)		VII CICLO
V CICLO	VI CICLO	VII CICLO
<p>Interpreta los datos en diversas situaciones, los organiza en tablas de frecuencia y los expresa mediante, variables cualitativas o cuantitativas discretas, la media aritmética o la probabilidad de un suceso. Determina en que otras situaciones son aplicables. Describe utilizando lenguaje matemático su comprensión sobre las preguntas y posibles respuestas para una encuesta, la información contenida en tablas y gráficos, el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos, los resultados de una situación aleatoria y la probabilidad de un evento. Elabora y emplea diversas representaciones de datos mediante gráficos de líneas o de puntos y la probabilidad como fracción o cociente; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a recopilar datos a través de una encuesta, organizarlos y presentarlos; determinar la media; determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; calcular la probabilidad de un evento como una fracción; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>	<p>Discrimina y organiza datos de diversas situaciones y los expresa mediante modelos que involucran variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas, medidas de tendencia central y la probabilidad. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre datos contenidos en tablas y gráficos estadísticos, la pertinencia de un gráfico a un tipo de variable y las propiedades básicas de probabilidades. Elabora y emplea diversas representaciones usando tablas y gráficos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos para recopilar y organizar datos cuantitativos discretos y continuos, calcular medidas de tendencia central, la dispersión de datos mediante el rango, determinar por extensión y comprensión sucesos simples y compuestos, y calcular la probabilidad mediante frecuencias relativas; con apoyo de material concreto y recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre los datos o variables contenidas en fuentes de información, observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.</p>	<p>Interpreta y plantea relaciones entre datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a situaciones que demandan caracterizar un conjunto de datos, y los expresa mediante variables cualitativas o cuantitativas, desviación estándar, medidas de localización y la probabilidad de eventos. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre población y muestra, un dato y el sesgo que produce en una distribución de datos, y espacio muestral y suceso, así como el significado de la desviación estándar y medidas de localización. Realiza y relaciona diversas representaciones de un mismo conjunto de datos seleccionando la más pertinente. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas para investigar o resolver problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos de recopilar y organizar datos, extraer una muestra representativa de la población, calcular medidas de tendencia central y la desviación estándar y determinar las condiciones y restricciones de una situación aleatoria y su espacio muestral; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre posibles generalizaciones en situaciones experimentales estableciendo relaciones matemáticas; las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten sus puntos de vista e incluyan conceptos y propiedades de los estadísticos.</p>

1. Tener en cuenta que el razonamiento probabilístico y estadístico no es exacto como en matemática. Por lo tanto, en general las conjeturas que se puedan establecer no serán demostradas con rigor, serán afirmaciones con un grado de validez, porque se trata de elegir representantes de un sistema de datos (media, mediana, moda), o cuantificar la posibilidad (probabilidad teórica, empírica, etc.) pero que detrás de ello está la noción de incertidumbre.

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Interpreta los datos y relaciones no explícitas en diversas situaciones y los expresa en una tabla de doble entrada, diagramas de árbol o gráficos lineales. Selecciona el modelo gráfico estadístico más adecuado al plantear y resolver situaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Organiza datos en variables cualitativas en situaciones que expresan cualidades o características y plantea un modelo de gráfico de barras y circulares. Selecciona el modelo gráfico estadístico al plantear y resolver situaciones que expresan características o cualidades. Organiza datos en variables cuantitativas en situaciones de frecuencia de eventos de su comunidad y plantea un modelo basado en histogramas de frecuencia relativa. 	<ul style="list-style-type: none"> Organiza datos en variables cualitativas (ordinal y nominal) y cuantitativas provenientes de variadas fuentes de información en un modelo basado en gráficos estadísticos. Selecciona el modelo gráfico estadístico al plantear y resolver situaciones que expresan características o cualidades de una población. 	<ul style="list-style-type: none"> Organiza datos en variables cualitativa (ordinal y nominal) y cuantitativas provenientes de variadas fuentes de información en un modelo basado en gráficos estadísticos. Diferencia y usa modelos basados en gráficos estadísticos al plantear y resolver problemas que expresan características o cualidades de una muestra representativa.
<ul style="list-style-type: none"> Identifica todos los posibles resultados de una situación aleatoria y los resultados favorables de un evento, expresando su probabilidad como cociente. 	<ul style="list-style-type: none"> Ordena datos al realizar experimentos aleatorios simples o de eventos que expresan un modelo que caracterizan la probabilidad de eventos y el espacio muestral. Plantea y resuelve situaciones referidas a eventos aleatorios a partir de conocer un modelo referido a la probabilidad. 	<ul style="list-style-type: none"> Ordena datos al reconocer eventos independientes provenientes de variadas fuentes de información, de característica aleatoria al expresar un modelo referido a probabilidad de sucesos equiprobables. Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad. 	<ul style="list-style-type: none"> Organiza datos relativos a frecuencia de un sucesos provenientes de variadas fuentes de información, considerando el contexto, las condiciones y restricciones para la determinación de su espacio muestral y plantea un modelo probabilístico. Diferencia y usa modelos probabilísticos al plantear y resolver situaciones referidas a frecuencia de sucesos.
<ul style="list-style-type: none"> Determina en que otros problemas es aplicable el modelo 	<ul style="list-style-type: none"> Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema. 		<ul style="list-style-type: none"> Evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver el problema.

MATEMATIZA SITUACIONES

COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas relevantes para un tema de estudio y sus posibles opciones de respuesta a través de encuestas. Determina la tendencia de un conjunto de datos a partir de su gráfico. Representa de diferentes formas un conjunto de datos, empleando gráficos estadísticos. Expresa lo que comprende sobre el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos con ejemplos y apoyo gráfico. Describe el comportamiento de un grupo de datos, usando como referencia la media aritmética y la moda del conjunto de datos. 	<ul style="list-style-type: none"> Sugiere preguntas para el cuestionario de una encuesta acorde al propósito planteado. Expresa información presentada en cuadros, tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados y agrupados. Expresa información y el propósito de cada una de las medidas de tendencia central para datos no agrupados aportando a las expresiones de los demás. Empieza diferentes gráficos estadísticos para mostrar datos no agrupados y agrupados de variables estadísticas y sus relaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Sugiere preguntas para el cuestionario de una encuesta presentada acorde al propósito planteado. Expresa información presentada en tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados y agrupados. Expresa información y el propósito de cada una de las medidas de tendencia central, y el rango con la media, para datos no agrupados aportando a las expresiones de los demás. Usa cuadros, tablas y gráficos estadísticos para mostrar datos no agrupados y datos agrupados, y sus relaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Redacta preguntas cerradas respecto de la variable estadística de estudio para los ítems de la encuesta. Formula una pregunta de interés y define las variables claves que pueden atenderse a través de una encuesta. Expresa información presentada en tablas y gráficos pertinentes al tipo de variables estadísticas. Expresa relaciones entre las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión (rango, varianza, desviación típica), con datos agrupados y no agrupados. Representa las medidas de tendencia central y de dispersión para datos no y agrupados en tablas y gráficos.
<ul style="list-style-type: none"> Registra en una tabla o diagrama de árbol, los resultados de un experimento aleatorio. Expresa lo que comprende sobre la probabilidad de un evento o suceso con apoyo de ejemplos y usando lenguaje matemático. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa conceptos y relaciones entre experimento determinístico y aleatorio, espacio muestral y sucesos, probabilidad, usando terminologías y notaciones aportando a las expresiones de los demás. Representa con diagrama del árbol una serie de sucesos y halla el espacio muestral de un experimento aleatorio para expresarlo por extensión o por comprensión. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa el concepto de la probabilidad de eventos equiprobables usando terminologías y fórmulas. Representa con diagramas de árbol, por extensión o por comprensión, sucesos simples o compuestos relacionados a una situación aleatoria propuesta. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa conceptos de probabilidad de frecuencias usando terminologías y fórmulas. Representa en fracciones, decimales, porcentajes la probabilidad de que ocurra un evento, la cantidad de casos y de frecuencia para organizar los resultados de las pruebas o experimentos.

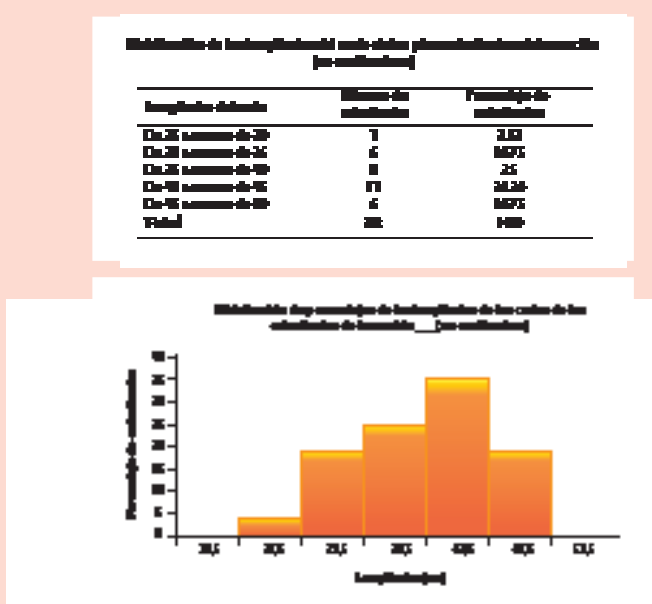
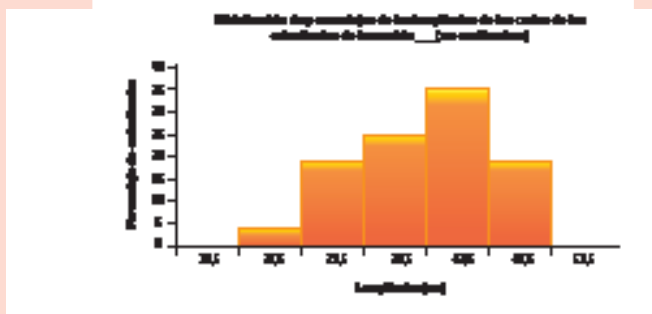
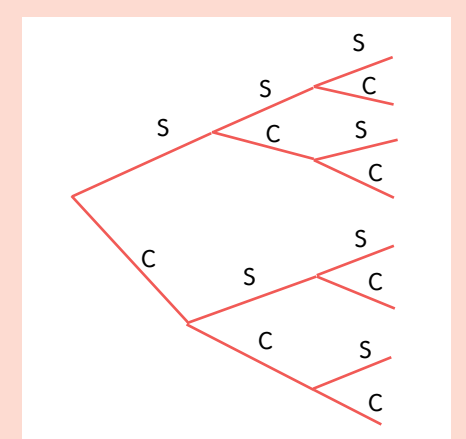
6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> • Plantea una secuencia ordenada de acciones que demandan recoger y organizar datos cuantitativos o cualitativos. • Emplea procedimientos de recolección de datos como fuentes de información indirectas (recortes de periódico, encartes de supermercado, revistas, lecturas, etc.) • Determina la media de un grupo de datos discretos usando operaciones de igualación de valores o el algoritmo de la media. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recolecta datos cuantitativos discretos y continuos o cualitativos ordinales y nominales de su aula por medio de la experimentación o interrogación o encuestas. • Organiza datos en gráficos de barras y circulares al resolver problemas. • Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recopila datos cuantitativos discretos y continuos o cualitativos ordinales y nominales provenientes de su comunidad usando una encuesta de preguntas cerradas y abiertas. • Organizan datos en histogramas y polígonos de frecuencias al resolver problemas. • Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas. • Determina el rango o recorrido de una variable y la usa como una medida de dispersión. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recopila datos provenientes de su comunidad referidos a variables cualitativas o cuantitativas usando una encuesta de preguntas cerradas y abiertas. • Determina la muestra representativa de un conjunto de datos; usando criterios aleatorios y pertinentes a la población al resolver problemas. • Reconoce la pertinencia de un gráfico para representar variables cualitativas al resolver problemas. • Compara los valores de las medidas de tendencia central de dos poblaciones para señalar diferencias entre ellas. • Determina la media, mediana y moda al resolver problemas.
<ul style="list-style-type: none"> • Calcula la probabilidad de un evento por medio de la regla de Laplace (cociente entre caso favorables y el total de casos). 	<ul style="list-style-type: none"> • Determina por extensión y comprensión el espacio muestral al resolver problemas. • Reconoce sucesos simples relacionados a una situación aleatoria. • Calcula la probabilidad por la regla de Laplace. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce sucesos equiprobables en experimentos aleatorios. • Usa las propiedades de la probabilidad en el modelo de Laplace al resolver problemas. • Reconoce que si el valor numérico de la probabilidad de un suceso, se acerca a 1 es más probable que suceda y, por el contrario si va hacia 0 es menos probable. 	<ul style="list-style-type: none"> • Formula una situación aleatoria considerando sus condiciones y restricciones. • Determina el espacio muestral de un suceso estudiado.
<ul style="list-style-type: none"> • Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema. 		<ul style="list-style-type: none"> • Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan al resolver el problema.

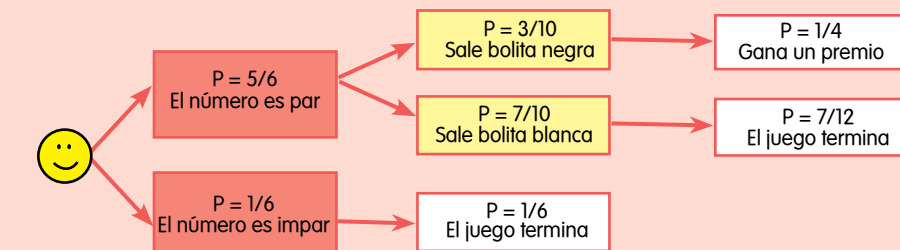
ELABORA Y USA ESTRATEGIAS

RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS

6.º grado prim.	1.º grado sec.	2.º grado sec.	3.º grado sec.
<ul style="list-style-type: none"> • Toma decisiones o elabora recomendaciones sobre el tema en estudio y las justifica. • Justifica sus predicciones sobre la tendencia del comportamiento de los datos, a partir de un gráfico. 	<ul style="list-style-type: none"> • Justifica los procedimientos del trabajo estadístico realizado y la determinación de la decisión(es) para datos no agrupados y agrupados. • Argumenta procedimientos para hallar la media, mediana y moda de datos no agrupados, la medida más representativa de un conjunto de datos y su importancia en la toma de decisiones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Justifica los procedimientos del trabajo estadístico realizado y la determinación de la (s) decisión(es) para datos no agrupados y agrupados. • Argumenta procedimientos para hallar la media, mediana y moda de datos agrupados; determina la medida más representativa de un conjunto de datos y su importancia en la toma de decisiones. • Justifica el proceso de obtención de frecuencias de datos generados a partir de un proceso probabilístico no uniforme. 	<ul style="list-style-type: none"> • Justifica que variables intervienen en una investigación de acuerdo a la naturaleza de la variable. • Argumenta procedimientos para hallar las medidas de tendencia central y de dispersión, y la importancia de su estudio.
<ul style="list-style-type: none"> • Elabora conjeturas sobre el resultado de un experimento aleatorio, basándose en experiencias concretas. • Compara probabilidades de distintos eventos, sin calcularlas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Propone conjeturas acerca del resultado de un experimento aleatorio compuesto por sucesos simples o compuestos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Propone conjeturas sobre la probabilidad a partir de la frecuencia de un suceso en una situación aleatoria. 	<ul style="list-style-type: none"> • Plantea conjeturas relacionadas con los resultados de la probabilidad entendida como una frecuencia relativa. • Justifica a través de ejemplos eventos independientes y condicionales.
<ul style="list-style-type: none"> • Justifica conjeturas usando ejemplos y contraejemplos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica diferencias y errores en una argumentación. 		<ul style="list-style-type: none"> • Justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos y propiedades de los estadísticos.

2.3.8 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

Capacidad	Descripción																					
<p>Capacidad Matemática situaciones:</p> <p>Organiza datos en variables cuantitativas en situaciones de frecuencia de eventos de su comunidad y plantea un modelo basado en histogramas de frecuencia relativa.</p>	<p>¿Existe una diferencia entre hombres y mujeres respecto a la longitud del codo y la mano?</p> <p>Este tipo de interrogantes orienta sobre la necesidad de agrupar los datos en clases, pues las mediciones que se pudieran generar presentan mucha variabilidad, por lo que no es viable resumir estos datos empleando cuadros o gráficos de frecuencia simple.</p>  <p>Tabla: Medición de longitud del codo y de la mano en hombres y mujeres</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Longitud de codo</th> <th>Número de individuos</th> <th>Frecuencia de individuos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Clase 100-110</td> <td>1</td> <td>1/12</td> </tr> <tr> <td>Clase 110-120</td> <td>4</td> <td>4/12</td> </tr> <tr> <td>Clase 120-130</td> <td>8</td> <td>2/3</td> </tr> <tr> <td>Clase 130-140</td> <td>11</td> <td>11/12</td> </tr> <tr> <td>Clase 140-150</td> <td>4</td> <td>4/12</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>28</td> <td>100%</td> </tr> </tbody> </table> <p>Histograma: Distribución de la longitud del codo de los individuos de la comunidad</p> 	Longitud de codo	Número de individuos	Frecuencia de individuos	Clase 100-110	1	1/12	Clase 110-120	4	4/12	Clase 120-130	8	2/3	Clase 130-140	11	11/12	Clase 140-150	4	4/12	Total	28	100%
Longitud de codo	Número de individuos	Frecuencia de individuos																				
Clase 100-110	1	1/12																				
Clase 110-120	4	4/12																				
Clase 120-130	8	2/3																				
Clase 130-140	11	11/12																				
Clase 140-150	4	4/12																				
Total	28	100%																				
<p>Capacidad Comunica y representa ideas matemáticas:</p> <p>Representa con el diagrama del árbol una serie de sucesos y halla el espacio muestral de un experimento aleatorio para expresarlo por extensión o por comprensión.</p>	<p>Propon</p> <p>Considere un juego en el que se lanza una moneda tres veces. Determine todos los posibles resultados del experimento. Para identificar cada resultado puede emplear terna de datos, por ejemplo, SCC significa que se obtuvo sello en el primer lanzamiento y cara en los otros dos.</p>  <p>{SSS, SSC, SCS, SCC, CSS, CSC, CCS, CCC}</p>																					

<p>Capacidad Elabora y usa estrategias:</p> <p>Calcula la probabilidad por la regla de Laplace.</p>	<p>Proponer a los estudiantes problemas como el siguiente:</p> <p>Para realizar un experimento de sucesos probables, podemos emplear dos dados. El resultado se obtiene cuando los dados se arrojan y se suman los valores que indican en sus caras superiores. Si se arrojan dos dados, ¿cuál es la probabilidad de que la suma sea igual a 4?</p> <p>Contiene analizar primero el espacio muestral, es decir, el conjunto de resultados posibles. Por cada valor que aparezca en uno de los dados, en el otro pueden aparecer seis. Completen la lista:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>(1,1)</td> <td>(1,2)</td> <td>(1,3)</td> <td>(1,4)</td> <td>(1,5)</td> <td>(1,6)</td> </tr> <tr> <td>(2,1)</td> <td>(2,2)</td> <td>(2,3)</td> <td>(2,4)</td> <td>(2,5)</td> <td>(2,6)</td> </tr> <tr> <td>(3,1)</td> <td>(3,2)</td> <td>(3,3)</td> <td>(3,4)</td> <td>(3,5)</td> <td>(3,6)</td> </tr> <tr> <td>(4,1)</td> <td>(4,2)</td> <td>(4,3)</td> <td>(4,4)</td> <td>(4,5)</td> <td>(4,6)</td> </tr> <tr> <td>(5,1)</td> <td>(5,2)</td> <td>(5,3)</td> <td>(5,4)</td> <td>(5,5)</td> <td>(5,6)</td> </tr> <tr> <td>(6,1)</td> <td>(6,2)</td> <td>(6,3)</td> <td>(6,4)</td> <td>(6,5)</td> <td>(6,6)</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿En cuántos de los resultados la suma es 4? La suma es 4 en (1,3), (2,2) y (3,1), es decir, en 3 resultados.</p> <p>Aplicando: $P = \frac{\# \text{ casos favorables}}{\# \text{ total de casos}}$</p> <p>$P = 3/36 = 1/12$</p>	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)
(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)																																
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)																																
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)																																
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)																																
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)																																
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)																																
<p>Capacidad Razona y argumenta generando ideas matemáticas:</p> <p>Propone conjeturas acerca del resultado de un experimento aleatorio basado en sucesos simples o compuestos.</p>	<p>En una tómbola de barrio, se presentó el rulebol, un juego en dos etapas. Primero, se hace girar una ruleta; luego, si se detiene en un número par, se le permite al jugador sacar al azar una bolita de la bolsa. Cuando la que se toma es una bolita negra, se gana un premio. Olivia juega una vez. ¿Qué probabilidad tiene ella de ganar un premio?</p>  <p>A partir de la situación y de la experiencia realizada el estudiante podrá expresar "es más probable que en la ruleta salga un número par".</p>																																				

2.4 Campos temáticos

Ciclo	Relacionado a situaciones de cantidad	Relacionado a situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Relacionado a situaciones de forma, movimiento y localización	Relacionado a situaciones de gestión de datos e incertidumbre.
VI	<ul style="list-style-type: none"> Números naturales, enteros y racionales, propiedades y operaciones. Problemas multiplicativos de proporcionalidad (directa e indirecta). Porcentajes (aumentos y descuentos porcentuales) Potenciación con exponentes positivos y negativos. 	<ul style="list-style-type: none"> Patrones geométricos. Progresión aritmética (P.A.). Ecuaciones lineales. Operaciones algebraicas. Inecuaciones lineales. Relaciones de proporcionalidad directa e inversa. Funciones lineal y lineal afín. 	<ul style="list-style-type: none"> Figuras poligonales regulares, compuestas, triángulos y el círculo, propiedades, perímetro y área. Prismas, pirámides, cubos, cilindros, conos. Características, propiedades, área y volumen. Transformaciones geométricas. Mapa y planos a escalas. 	<ul style="list-style-type: none"> Variables estadísticas. Población. Gráficos estadísticos. Medidas de tendencia central. Experimento determinístico y aleatorio, espacio muestral y sucesos. Probabilidad.

3. Orientaciones didácticas

3.1 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

3.1.1 Situaciones didácticas de Brousseau¹

Una situación es didáctica cuando el docente, tiene la intención de enseñar, un saber matemático dado explícitamente y debe darse en un medio.



Fases:



a. Fase de acción


Esta fase involucra tanto aspectos cognitivos como cuestiones de índole práctica, ambos dirigidos a la solución de problemas que es preciso resolver en condiciones específicas.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"> • Expone la situación y las consignas, y se asegura de que han sido bien comprendidas: si es necesario, parte de los conocimientos anteriores u "organizadores previos" mediante actividades especiales para este fin. • Adopta el rol de un "coordinador descentrado" que interviene solamente como mediador de la búsqueda, pero se abstiene de brindar informaciones que condicionen la acción de los estudiantes. • Aclara consignas, promueve la aparición de muchas ideas y señala contradicciones en los procedimientos, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes dan lectura al problema y se analizan los factores que la definen como tal, se identifican los datos, el propósito, la factibilidad de su resolución(es) y solución. • Se imaginan la situación apelando a sus saberes previos. • En esta fase los estudiantes movilizan aspectos cognitivos así como cuestiones de índole práctica, ambos dirigidos a la solución de problemas.

Ejemplo

Repartiendo galletas

El alcalde del distrito, por motivo del Día de la Primavera, ha donado 45 kilos de galletas para ser repartidas en las secciones del 1.º A (44 estudiantes) y 1.º B (45 estudiantes) de la I. E. N° 787 "Almirante Miguel Grau". La maestra Mery pregunta a sus estudiantes: ¿cuántas galletas le corresponde a cada uno? ¿cómo podríamos determinarlo?



1. MINEDU (2007)

b. Fase de formulación

Se busca la adquisición de destrezas para la utilización de decodificación de los lenguajes más apropiados, y se mejora progresivamente la claridad, el orden y la precisión de los mensajes.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"> Organizar a los estudiantes de modo que puedan dividirse tareas, diseñar y materializar la solución, seleccionar los materiales, las herramientas, etc. Indicar las pautas para que los estudiantes utilicen los medios de representación apropiados. Sondear el "estado del saber previos" y los aspectos afectivos y actitudinales. Detectar procedimientos inadecuados, prejuicios, obstáculos y dificultades, para trabajarlos con los estudiantes, según convenga a su estrategia. 	<ul style="list-style-type: none"> Obtiene el plan ordenando, procedimientos, estrategias, recursos y el producto que resuelve los problemas. Explicita los conocimientos en un lenguaje que los demás puedan entender. Para ello, utilizan medios convencionales de representaciones que permiten la comunicación. Pone énfasis en el manejo de lenguajes muy variados, ya sea de tipo verbal, escrito, gráfico, plástico, informático o matemático.

Ejemplo

Repartiendo galletas

Los estudiantes discuten sus ideas. Así para este caso una estudiante planteó: "cuántos estudiantes le corresponden a cada kilo de galletas"² y no "cuántos kilos de galletas le corresponde a cada estudiante".

El docente debe anotar este error que deviene de un modelo intuitivo como: "Para dividir A/B siempre se debe dividir el número mayor entre el número menor", esto produce un modelo no deseado que ya no es válido para dividir tal como se solicita para el caso.

1. D'AMORE y otros (2010). La didáctica y la dificultad en matemáticas. Bogotá: Editorial Magisterio.

c. Fase de validación

Es una fase de balance y representación de resultados, y de confrontación de procedimientos.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"> El docente estimula y coordina las pruebas, los ensayos, las exposiciones, los debates y las justificaciones. Absuelve las dudas y las contradicciones que aparezcan, señala procedimientos diferentes, lenguajes inapropiados, y busca que el consenso valide los saberes utilizados. En este momento crece el valor de las intervenciones del docente, que debe recurrir a las explicaciones teóricas y metodológicas necesarias de acuerdo con las dificultades surgidas. Esta es una buena oportunidad para tomar datos evaluativos y para introducir nuevas variantes de problematización. Coordina y resume las conclusiones que son clave para la sistematización de la próxima fase. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes verifican sus productos, representaciones y resultados como parte de las situaciones mismas sin tener que recurrir al dictamen del docente. Las producciones de las situaciones son sometidas a ensayos y pruebas por sus pares en un proceso meta cognitivo que se completa en la fase siguiente. Confrontan sus procedimientos.

(Se presenta un extracto de lo que ocurre en esta fase)

Estudiante 1 (Hilmer): (sale a la pizarra y escribe)

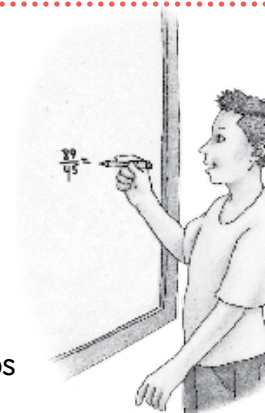
$$44 + 45 = 89$$

$$89 / 45 = 1,977...$$

Maestra: ¿Qué significa esta respuesta?

Estudiante 1 (Hilmer): Significa que a cada uno nos corresponde un kilo con 980 gramos de galletas.

Maestra: ¿Por qué afirmas esto? A ver explícanos. El equipo puede ayudar a dar esta explicación.



Equipo 1: Somos 89 en total y luego lo dividimos entre los 45 kilos de galletas.

Estudiante 2 (Caroline): Como no nos podemos repartir 1,977... kg, lo redondeo a 2. Verificamos, 89 por 2 nos sale 178, y nosotros somos 89.

Maestra: ¿Qué otra alternativa habrá para hacer esta división y por qué?

Estudiante 2 (Caroline): Dividir 45 entre 89.

Maestra: ¿Por qué debemos hacer esto?

Estudiante 2 (Caroline): Porque, como ya dije profesora, dividiendo como ha hecho mi compañera no sale.

Maestra: ¿Qué significa esto? A ver contrastemos las dos opciones y veamos lo que significa cada caso. Para ello observemos las dos opciones y respondamos primero entre ustedes y luego lo comparten con su equipo:

¿En qué se parecen?

¿En qué se diferencian?

¿Cuáles son las similitudes y diferencias importantes?

¿Qué conclusión saco según similitudes y diferencias encontradas?

Estudiante 3 (Delia): Ah, ya lo tenemos profesora. En el primer caso mi compañero Félix ha dividido 89 estudiantes entre 45 kilos de galletas, pero queremos dividir las galletas no a nosotros; por eso, debemos dividir los 45 kilos de galletas entre 89 que somos en total nosotros y nos saaaaleeee... Ummm... 0,5056. Significa que a cada uno nos toca un poquito más de medio kilo.

Estudiante 1 (Hilmer): Pero tenemos que contar a la profesora. Con ella somos 90, entonces 45 kilos de galletas entre 90, y nos sale 0,5, un poco más exacto.

Maestra: ¿Qué significa esto?

Equipo 4: Significa que a cada uno nos toca medio kilo de galletas, y ya verificamos el procedimiento y el resultado, es así:

0,5 por 90 igual 45, exacto.



d. Fase de Institucionalización

En esta fase se generaliza y se abstraen los conocimientos en base a los procedimientos realizados y resultados obtenidos.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"> El docente cumple un rol como mediador de códigos de comunicación. Explica, sintetiza, resume y rescata los conocimientos puestos en juego para resolver la situación planteada. Destaca la funcionalidad. Rescata el valor de las nociones y los métodos utilizados. Señala su alcance, su generalidad y su importancia. Formaliza conceptos y procedimientos matemáticos, contribuyendo a resignificar el aprendizaje en el contexto global del estudiante. 	<ul style="list-style-type: none"> El estudiante descontextualiza y despersonaliza el saber para ganar el estatus cultural y social de objeto tecnológico autónomo, capaz de hacerlo funcionar como herramienta eficaz en otras situaciones. Avanza en los niveles de abstracción correspondientes, formalizando conceptos y procedimientos matemáticos, contribuyendo a re significar el aprendizaje en el contexto global, explicando y redondeando el lenguaje matemático apropiado. El estudiante traduce la situación, interpreta, realiza representaciones simbólicas, discute sus supuestos en su equipo, se comunica, socializa sus resultados, encuentra el error en el compañero, refuta y generaliza superando los errores y el modelo intuitivo instalado.

Ejemplo

Maestra: ¿Qué conclusiones podemos sacar de esto? Organicemos nuestras ideas (luego de las conclusiones dadas por los estudiantes en el pleno, la docente institucionaliza, con la participación de ellos, la división de los números racionales).

e. Fase de evaluación

- Se plantea el escenario de una nueva secuencia articulada con los temas aquí tratados para no aislar la secuencia didáctica de la unidad y planificación anual.
- En esta fase se realiza la autoevaluación del estudiante y la coevaluación entre pares, como instancias de aprendizaje: aprendizaje y evaluación como proceso recursivo.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"> ● El docente realiza el seguimiento desde la aparición de los primeros borradores y bocetos hasta el producto final como forma de evaluar el desempeño del estudiante. ● Puede solicitar algunos trabajos adicionales con el propósito de obtener más datos evaluativos y permitir la transferencia y la nivelación. ● Anticipa una nueva secuencia articulada con los temas y/o contenidos tratados. 	<ul style="list-style-type: none"> ● El estudiante realiza la autoevaluación y la coevaluación entre pares como instancias de aprendizaje: Aprendizaje y evaluación como proceso recursivo.

- Estas fases pueden ser usadas en el desarrollo de las otras competencias matemáticas. Observamos que el estudiante traduce la situación, interpreta, realiza representaciones simbólicas, discute sus supuestos en su equipo, se comunica, socializa sus resultados, encuentra el error en el compañero, refuta y generaliza superando los errores y el modelo intuitivo instalado para dar lugar a un modelo mental vía el conflicto cognitivo, porque hay discrepancia entre la imagen mental³ formada anteriormente y la solicitada, luego nuestros estudiantes tienen que poner en movimiento sus habilidades para construir el modelo del concepto división de números decimales y acomodarlo a la nueva situación.

3. D'AMORE (1999). Didáctica de la matemática. Bogotá: Editorial Magisterio. "La imagen mental es el resultado figural, proposicional o mixto producido por un estímulo (interno o externo)... Esta se halla condicionada por la experiencia personal, por las influencias culturales, por los estilos personales. (...) Se trata de un producto típico del individuo, pero con constantes y connotaciones comunes entre individuos diferentes (...), es interna (...), y en primera instancia involuntaria. (...) Con respecto a un cierto concepto, el estudiante se hace imágenes mentales cada vez más generales, percibiendo cada vez más detalles, más informaciones, propiedades más extensas, por lo que tenemos un proceso dinámico que consta de una sucesión de imágenes mentales; el modelo mental (cognoscitivo) sería el límite de esta sucesión de imágenes, por lo que el modelo mental sería el resultado final del proceso de las imágenes mentales, cuando una de estas se convierte en estable", pp. 164-165.

3.1.2 Prácticas en laboratorio de matemática

Las "prácticas" de laboratorio de matemática, son entendidas como actividades que pueden realizar los estudiantes en la educación secundaria con materiales manipulables.

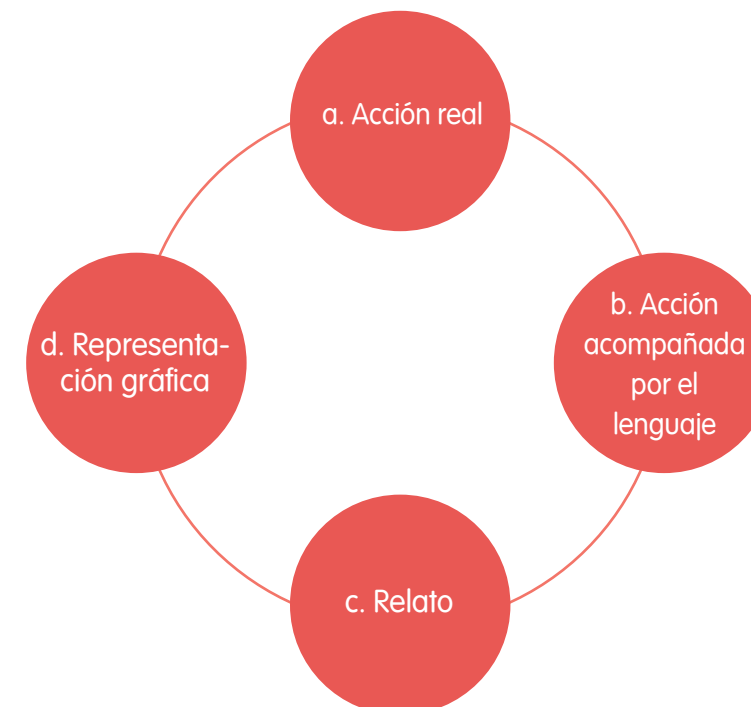
Para ello los estudiantes pueden contar con dos clases de materiales manipulables, que se clasifican en físicos y virtuales. Físicos como el ábaco, regletas, tangram, bloques lógicos, geoplanos, multicubos, cuerpos geométricos, pentaminós, triángulos de Pascal, entre otros, y virtuales en computadores y software educativo.

Las actividades pueden abordar diferentes aspectos relacionados a los conocimientos de matemática, como pueden ser los siguientes:

- Introducir nuevos conceptos.
- Corregir errores.
- Descubrir y/o comprobar propiedades.

Gaston Mirialet, presenta una serie de fases para el logro de aprendizajes de la matemática relacionada con la acción, el relato y el símbolo.

Fases:



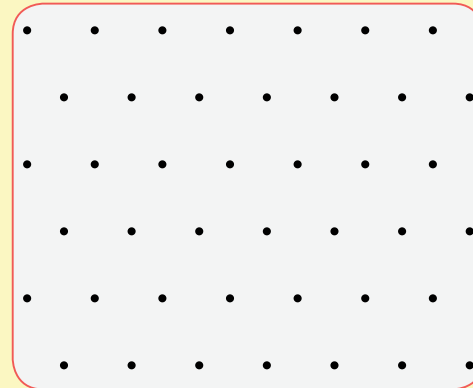
a. La acción real ejercida por el estudiante

No refiere a la acción imaginada por el estudiante o narrada por el docente; se requiere la manipulación de material concreto, donde se representen las operaciones y se logre su comprensión.

Ejemplo

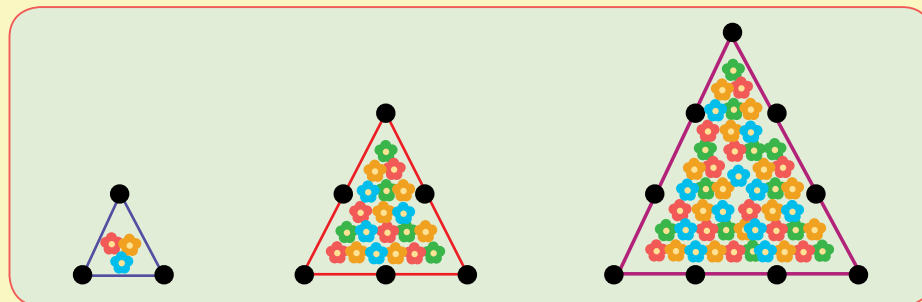
A continuación se muestra una actividad con materiales concretos:

- Geoplano triangular (se puede presentar en una hoja el geoplano triangular, como se muestra en la figura)
- Ligas de colores (en caso de presentar el geoplano triangular), lápices de colores para realizar trazos (en caso de presentar el geoplano en una hoja).



Problema

La institución educativa dispone de un terreno destinado para jardín, los estudiantes del club de matemática elaboraron un diseño muy curioso para adornar el terreno.

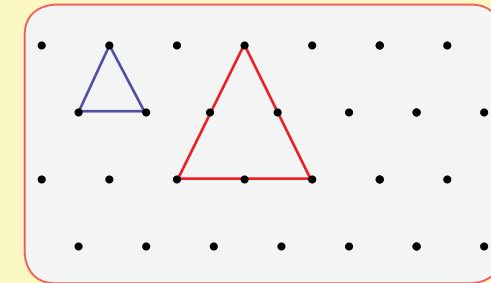


Dichos cercos triangulares están unidos por cintas de colores, los lados del cerco y los vértices están formados por estacas que se distribuyen a una distancia de unidad lineal (1 m), dentro de esa superficie triangular se observa que se plantará flores diversas.

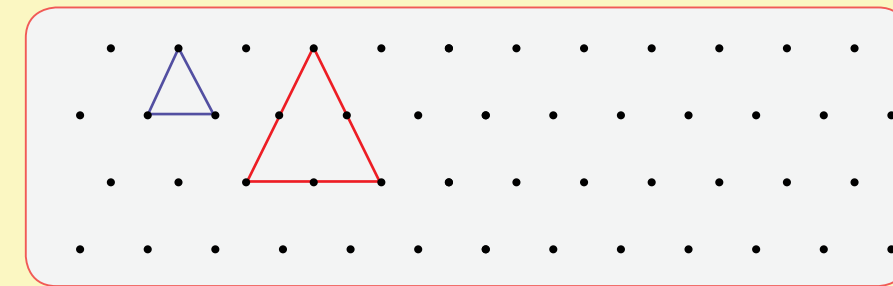
Los estudiantes del club de matemática desean saber, ¿Cómo se debe expresar el tamaño del cerco triangular si la sucesión continúa "n veces"?

Ejemplo

El gráfico muestra la construcción de los cercos perimétricos que tienen forma de triángulos equiláteros unidos por estacas separadas por distancias de una y dos unidades lineales de lado haciendo uso del geoplano triangular.



- En el siguiente geoplano triangular, dibuja dos de los posibles cercos triangulares que continúan en la sucesión:



b. La acción acompañada del lenguaje

Cuando el estudiante está realizando acciones, aprenden palabras y expresiones relacionadas con las matemáticas, necesarias para decir lo que hace.

Ejemplo:

Relaciones que encuentra en la sucesión:

- ¿Qué característica tiene cada cerco triangular?
- ¿Hay algo que podamos afirmar que es constante en los cercos triangulares?
- ¿Podríamos saber cuántos puntos tendría cada perímetro del cerco triangular que se requiera?



c. Relato

El estudiante llega a ser capaz de decir lo que hace. Así se inicia en el trabajo en un nivel abstracto.

Ejemplo:

Con la sucesión de figuras el estudiante:

- Describe el patrón que se presenta en el perímetro de los cercos triangulares mediante lenguaje matemático.
- ¿Qué ocurrirá con las estacas que se encuentran en los cercos triangulares si la sucesión continúa?
- ¿Cómo se puede expresar la cantidad de estacas que se encuentra en el perímetro del cerco triangular si la sucesión continúa "n veces"?

d. Representación gráfica

Aquí las representaciones gráficas pueden, ante todo, ser muy concretas y luego irse alejando poco a poco de la realidad hasta llegar a convertirse en expresiones simbólicas.

A partir de lo expuesto, deduce la expresión matemática para calcular el término n-ésimo de la siguiente sucesión:

Unidades lineales de lado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de puntos por los que pasa		6								



Si el perímetro del cerco triangular tuviera diez unidades de lado, ¿por cuántas estacas pasaría?, ¿y si tuviera veinte unidades de lado, por cuántas estacas pasaría?

3.1.3 Planteamiento de talleres matemáticos

El taller de matemática adquiere una función especial y no pretende ser una sesión de aprendizaje. El taller tiene la función de desplegar las competencias y capacidades ya desarrolladas por los estudiantes en los grados respectivos, en ese sentido la relación entre el estudiante y el docente tendrá una excepcional característica.

Fases del taller matemático	Características
Familiarización	<ul style="list-style-type: none"> • Se desarrolla en un clima de motivación y confianza en los estudiantes. • Se presentan problemas con un nivel de desarrollo elemental, la intención es que los estudiantes reconozcan el desarrollo de competencias y capacidades.
Problema de traducción simple	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes son expuestos a un problema no típico y se asegura que lo entiendan. • Los estudiantes son expuestos a interrogantes que requieren emplear operaciones y conceptos básicos desarrollados previamente. • El docente adopta un rol de coordinador, solo interviene como mediador. • Los estudiantes desarrollan sus propios procesos. • Coordinan y resumen sus conclusiones.
Problema de traducción compleja	<ul style="list-style-type: none"> • A partir de plantear otro problema no típico. • Los estudiantes se enfrentan a problemas que implican más de dos etapas y que movilizan estrategias heurísticas. • Los estudiantes explican y sintetizan los planteamientos elaborados. • Valoran las competencias y capacidades desarrolladas.
Problemas de interpretación, aplicación y valoración	<ul style="list-style-type: none"> • Se presentan problemas con características de ser complejos y abiertos. • Se propicia el intercambio entre los estudiantes. • Los estudiantes explican y sintetizan los planteamientos elaborados. • Valoran las competencias y capacidades desarrolladas.

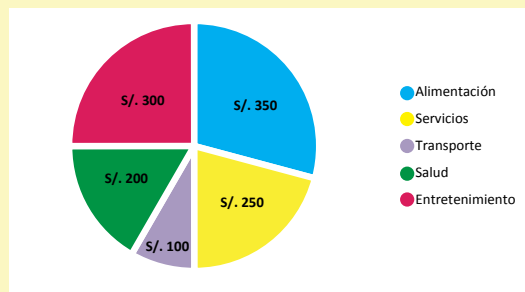


Esta propuesta debe ir de acuerdo a las características de los estudiantes. El docente puede considerar conveniente trabajar de forma progresiva en el año escolar.

Ejemplo de problema de traducción simple

Fernando lleva las cuentas de manera muy organizada, por ello gusta de usar tablas y gráficos matemáticos para poder tomar decisiones claras y con fundamento. Él ha dividido su sueldo en 5 rubros y ha elaborado el diagrama circular que se muestra a continuación:

- ¿Cuánto gasta en entretenimiento?
- ¿Cuánto gasta en alimentación?
- ¿Cuánto gasta en total?



Problema de traducción compleja

El Sr. Arturo Cárdenas trabaja para una empresa agrícola. Después de cobrar su sueldo mensual, fue a su casa y le dio $\frac{2}{5}$ de su sueldo a su esposa; luego salió en la tarde y gastó la mitad del resto en ocho libros de relatos para sus hijos. Ahora le quedan S/. 300.

¿Cuánto es el sueldo mensual del Sr. Arturo Cárdenas?

Cuatro amigos trabajaron durante las vacaciones del verano pasado: por las mañanas, vendiendo raspadillas de cuatro sabores, y por las tardes, empanadas de cinco sabores. Antes de empezar el verano, se pusieron de acuerdo para repartirse las ganancias en partes iguales. Así, designaron a Julia como contadora del grupo y convinieron en que ella debía llenar el formato que se muestra. Al final de cada semana, juntaban las ganancias de los cuatro y las repartían equitativamente. Con los datos que aparecen en el cuadro siguiente,

¿puedes decir si el reparto fue justo para cada uno de ellos?

Problemas de interpretación, aplicación y valoración

Venta de rapadillas y empanadas										
Amigo	Primera semana		Segunda semana		Tercera semana		Cuarta semana		Total	
	Ganancia producida (S/.)	Le tocó	Ganancia producida (S/.)	Le tocó	Ganancia producida (S/.)	Le tocó	Ganancia producida (S/.)	Le tocó	Ganancia producida (S/.)	Le tocó
Carlos2	73		02		52		21		04	
Julia	18		28		16		18		80	
Diego	20		17		25		15		77	
Rosa2	52		41		52		08		4	
TOTAL			99		81		75		345	
Reparto	90/4									

Sumando las ganancias y los repartos de las cuatro semanas, ¿quiénes recibieron más de lo que ganaron? ¿Quiénes recibieron menos?

3.1.4 El juego como fuente de aprendizaje de la matemática

Cuando se utilizan los juegos en las clases de matemática, se consideran las siguientes ventajas:

- Rompen la rutina, nos dan espacio al aprendizaje tradicional.
- Desarrollan las capacidades particulares de los estudiantes hacia la matemática, ya que mediante ellos se aumenta la disposición al aprendizaje.
- Fortalecen la socialización entre estudiantes, así como con sus docentes.
- Fortalecen la creatividad de los estudiantes.
- Desarrollan el espíritu crítico y autocrítico, la disciplina, el respeto, la perseverancia, la cooperación, el compañerismo, la lealtad, la seguridad, la audacia, la puntualidad, entre otros valores y actitudes.
- Propician el compañerismo, el gusto por la actividad y la solidaridad.

A partir de un medio natural, como es el juego, se pretende llegar a la abstracción de cuestiones matemáticas, mediados en primera instancia por la sensación, percepción e intuición; para luego, con la lógica del pensamiento, llegar a comprender ideas matemáticas. Este proceso tan delicado, mediado por el docente, es el que se consigna en las siguientes etapas, según Zoltan Dienes, esta estrategia también es aplicable para otras competencias.

Fases:



a. Adaptación

- A esta etapa corresponden los juegos libres o preliminares, como actividades, sin un propósito aparente, lo que permite que el estudiante interactúe libremente con objetos concretos, los explore y encuentre satisfacción en la actividad misma, de donde surge la adaptación o propedéutica para las etapas posteriores.

Ejemplo:

"La Carrera a 20"⁴

- Exploran el juego y observan que se trata de quién llega primero a 20. Proponen sus propias reglas y experimentan lo que sucede.



b. Estructuración

- La actividad conduce al mayor número de experiencias para comprender las reglas de juego (restricciones). Sin embargo, su característica es aún la ausencia de claridad en lo que se busca.
- Incluye la percepción de enunciados, se dan las reglas de juego (restricciones) que conllevarán a lo que se pretende lograr.

4. Adaptación de Chevallard y otros (1997). Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y aprendizaje Cuadernos de Educación n.º 22. Barcelona: Editorial Horsori.

Ejemplo:

Recogiendo la propuesta de los estudiantes, el docente explica las reglas del juego:

- Llegar primero a decir 20, agregando 1 o 2 al número dicho por el otro.
- El que comienza, dice 1 o 2. Supongamos que dice 1, el otro continúa y puede agregar 1 o 2. Supongamos que agrega 2, entonces dice 3; a su turno el primer jugador agrega 1 o 2. Supongamos que agrega 1, entonces dice 4, etc. El primero que llega a 20 gana el juego.



- Algunos se darán cuenta de que responder al azar no es una buena estrategia. Ellos encuentran restricciones del juego en el nivel de la acción y de sus propias decisiones; se dan una serie de ejemplos, algunos descubren que el que dice 17 tiene una ventaja.
- Juega 1 contra 1: los estudiantes juegan, en grupos de 2, varias partidas. Ellos marcan en columnas los números dichos por cada jugador. Esta fase debe comprender 5 partidas, y durar a lo más 10 minutos. En esta fase los estudiantes solo aplican la regla.
- Juega un equipo contra otro (6 u 8 partidas) de 15 a 20 minutos. Los estudiantes se distribuyen en equipos; en cada equipo se nombra un representante y se les da un distintivo (nombre o gorro). Cualquier estudiante puede ser llamado para defender a su equipo (con el distintivo) en una partida en el pizarrón, ante todo el salón. Si gana, obtendrá un punto para su equipo. Los estudiantes se dan cuenta rápidamente de la necesidad de concentrarse, y de discutir al interior de cada equipo para prepararse y comunicarse estrategias. Desde la primera partida, aparece como estrategia: "Hay que decir 17".

c. Abstracción

Los estudiantes obtienen la estructura común de los juegos y se deshacen de los aspectos carentes de interés. Aquí se interioriza la operación, en tanto relaciona aspectos de naturaleza abstracta.

Comprende las conexiones con otros juegos o resultados parecidos, básicamente para establecer la estrategia que conducirá todo el juego; para tal propósito algunas interrogantes que ayudarán en esta sección son:

- ¿Puedes usar ahora la misma estrategia del juego para realizar el nuevo juego planteado?
- ¿Puedes resolver al menos parte del juego? ¿Lo puedes hacer en circunstancias especiales, suponiendo, por ejemplo, que hubieras conseguido superar una etapa inicial? Supón que se te pide un poco menos, ¿puedes entonces?
- ¿Puedes tratar de recorrerlo hacia atrás? ¿Puedes pensar desde aquí en alguna pista?



Ejemplo:

Introduce tú mismo modificaciones en las reglas, en las condiciones, tratando de sacar alguna luz de estas modificaciones.

Los estudiantes enuncian proposiciones. Estos son los descubrimientos que ellos han hecho y que les han permitido ganar.

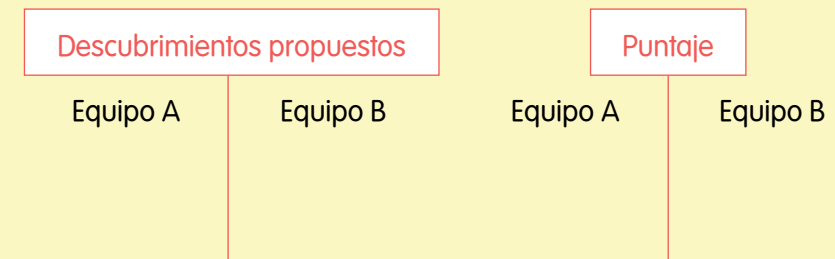
d. Representación gráfica o esquemática

Se representa la estructura común o regular reconocida en el juego, de manera gráfica o esquemática como forma de visualización o manifestación. Reconocida la estrategia que le permitió desarrollar el juego con facilidad, esta debe ser puesta en práctica.

Comprobaremos si la intuición se refleja en la formalidad. Pondremos en práctica la estrategia, respetando las reglas del juego. Ensayaremos la estrategia de diversas formas, con la finalidad de hacerla vigente.

Ejemplo:

Estos descubrimientos enunciados alternativamente por el equipo A y luego el B, las escribe en el pizarrón o papelote.



e. Descripción de las representaciones

Estudiamos las propiedades de la representación con el lenguaje técnico del procedimiento u operación, introduciendo el lenguaje simbólico de la matemática.

- Trata de localizar la razón profunda del éxito de tu estrategia.
- Trata de entender, a la luz de tu solución, qué lugar ocupan las condiciones y reglas del juego.
- Se recomienda plantear interrogantes que impliquen conflictos y desafíos a los estudiantes.

Importante:

Para ampliar esta estrategia se recomienda visitar:

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los sistemas de números naturales, enteros, racionales y reales en secundaria

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f1.pdf

Ejemplo:

Un estudiante afirma que gana el juego siempre que avanza de uno en uno.

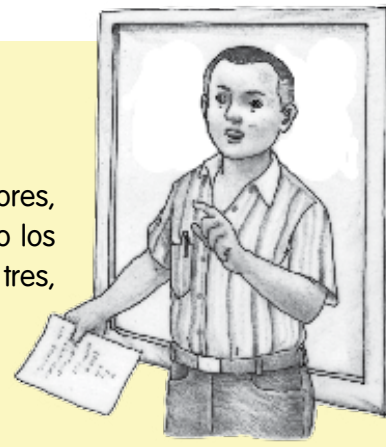
- Inmediatamente el equipo contrario verifica los descubrimientos propuestos.
- Las proposiciones aceptadas se conservan en el pizarrón o papelote.
- Para cada proposición enunciada, el estudiante deberá venir a probar a un adversario que ella es verdadera o falsa, ya sea jugando o bien por prueba intelectual (argumentaciones).
- Modificación de esta etapa del juego: para dar más interés al juego, se puede adoptar la regla siguiente:
- Toda proposición enunciada que es aceptada por el aula vale un punto.
- Toda proposición falsa le da tres puntos al equipo que lo probó.
- Si el juego de descubrimiento se estanca (o los estudiantes no encuentran más proposiciones que enunciar) se agrega "¿quién dirá 20?".

f. Formalización o demostración

Se describen las propiedades y también se puede inventar un procedimiento para deducir las demás. Los estudiantes exponen lo aprendido de manera segura y de forma convencional, al mismo tiempo que tienen la facultad de devolverse, explicando cada uno de los procesos anteriores.

Ejemplo:

Dependiendo del desarrollo de las etapas anteriores, el docente podrá institucionalizar saberes como los de número par, número impar, múltiplos de tres, sucesión, secuencia, serie y otros.



Ejemplo:

Variables didácticas para "la carrera a 20"

Variables didácticas o variantes: son las diferentes propuestas que permiten variar el juego:

Variable numérica final: "llegar primero a decir 20" puede ser "llegar primero a decir 21", "llegar primero a decir 25", "llegar primero a decir 30",...

Variable cualitativa, gana o pierde: el que dice (20, 21, 25, 30, etc.) gana el juego. El que dice (20, 21, 25, 30, etc.) pierde el juego.

Variable numérica de inicio: "el que empieza dice 1, 2 o 3", "el que empieza dice 1, 2, 3 o 4". Análogamente: un jugador dice un número del 1 al 10, el otro jugador le suma un número del 1 al 10 al número que dijo el primer estudiante y así, sucesivamente, el que dice 100 gana.

Variable de material concreto: en una mesa hay 20 chapitas (palitos, bolitas, papeles, cartas, etc.), un jugador saca una o dos chapitas, el siguiente extrae también una o dos chapitas y así, sucesivamente, gana (pierde) el que saca la última chapita (palito, bolita, papel, carta, etc.).

Los estudiantes que se apropien de la estrategia ganadora estarán en mejores condiciones de apropiarse de la estrategia ganadora de otro juego en el que se aplique cualquiera de las variables didácticas.

3.2 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

3.2.1 Aprendizaje basado en problemas de modelación matemática

El docente tiene la responsabilidad de elegir la variable didáctica adecuada correspondiente al grado y la edad del estudiante.

En los últimos años, "las investigaciones en didáctica de la matemática dan cuenta de que uno de los temas que ha concitado la atención es el diseño de actividades matemáticas basado en la modelización de situaciones reales y de las ciencias, transformándose

en una vía prometedora tanto para enfrentar las dificultades y deficiencias como para elevar la calidad de los aprendizajes matemáticos” (Aravena 2002: 66).

En diferentes países y condiciones, su inclusión en el currículo ha permitido desarrollar capacidades de tipo cognitivas, metacognitivas y de formación transversal que ayudan a comprender el rol de la matemática en una sociedad moderna (Niss 1993; Keitel 1993; Abrantes 1994; William & Ahmed 1997; Alsina 1998; Blomhoj 2000; Aravena 2001; Gómez 2002).

Esta estrategia consiste en entregar a los estudiantes un problema vinculado a un situación en contextos diversos, y a partir de ello desarrollar un modelo matemático. Esto permite debatir entre los estudiantes sobre puntos de vista matemático respecto de la situación, llegar a un planteamiento de equipo, estar seguros y tener un sentido funcional de los conocimientos matemáticos al resolver el problema.

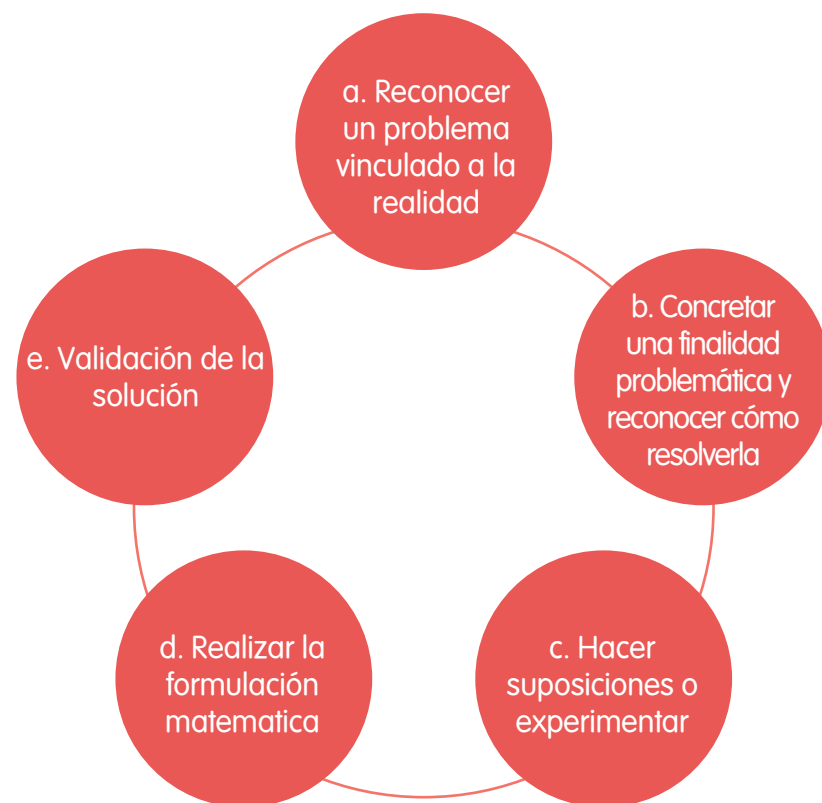
Por otro lado, los prepara para afrontar retos en diversos espacios, esto debido a que comúnmente nos enfrentamos a problemas cuya solución no se da espontáneamente, sino que es el resultado de reconocer relaciones, regularidades y propiedades matemáticas asociadas a la realidad.

Fases:

a. Reconocer un problema muy vinculado a la realidad

Esto implica reconocer un problema planteado por el docente o por un equipo de estudiantes; este debe de ser muy general y libre de tantos datos como sea posible, ya que en las etapas posteriores el estudiante examinará y recogerá lo que se necesita.

Considerar esta estrategia para el desarrollo de aprendizajes matemáticos en contextos reales, la oportunidad de relacionarlos e integrarlos con otros aprendizajes, como ciencias, comunicación y otros.



De preferencia este tipo de problemas deben ir asociados a imágenes o a material referencial concreto que los lleve a vincularlos con contextos de su entorno.



Se recomienda plantear los siguientes tipos de problemas:

- Situación de problemas realistas.
- Situaciones problemáticas.
- Problemas de traducción compleja de varias etapas.

Ejemplo:

Tarjetas que crecen

Para las fiestas navideñas los estudiantes del primer grado de secundaria van a adornar diferentes tamaños de tarjetas navideñas cuadradas, con la técnica del puntillado aplicado en los bordes; de tal modo que para la tarjeta 1 tenga dos puntos en cada borde, la segunda tarjeta tres puntos en cada borde, la tercera tarjeta cuatro puntos en cada borde y así sucesivamente hasta la tarjeta nueve.

¿Cómo podremos saber cuántos puntos tendrá la tarjeta nueve en cada borde?
¿Cuántos puntos en total tendrá dicha tarjeta? Explique.

b. Concretar una finalidad problemática y reconocer cómo resolverla

Es recomendable que los estudiantes identifiquen los datos y relaciones que están presentes en la situación planteada.

Por tratarse de un problema real, muchas veces vamos a encontrar términos que deben ser relacionados a expresiones y conceptos matemáticos.

Es recomendable:

- Desarrollar una lluvia de ideas, en este caso, anotamos en la pizarra los datos y sus variaciones o en tarjetas para ser distribuidas a los grupos de trabajo. En ellos se van generando preguntas que permitan incluir datos relevantes que no hayan sido considerados.
- Organizarse en grupos de trabajo, de tal forma que se permita discutir al elaborar la lista de términos, expresiones, datos, etc.

- Considerar o eliminar la información de la lista desarrollada.
- Establecer relaciones entre la información, a fin de reconocer la resolución del problema.

Ejemplo:

Observamos las siguientes características en:

- Hacer dibujos o gráficos de cada tarjeta con sus respectivos puntos en los bordes, como se indica en la situación.
- Anotar, debajo de cada figura, el número de puntos de cada una de ellas.
- Hacer una tabla para predecir el número de puntos de las tarjetas.

Número de la figura	Número de puntos de la figura
1	
2	
3	
4	
5	
8	
9	

- Seleccionar y relacionar entre los términos, expresiones o datos que consideres para solución al problema planteado.

c. Hacer suposiciones o experimentar

Es la parte más valiosa, no debe hacerse apresuradamente. Consiste en plantear cómo varían los datos respecto a las condiciones que intervienen y luego tratar de simplificar o modificar la lista.

En esta etapa se hace evidente que existe una necesidad de obtener cierta información que constituirán las condiciones esenciales del problema. Esta información se puede obtener también a partir de actividades de simulación y experimentación en las que se procesa información para obtener datos y relaciones entre ellas.

Ejemplo:

Relacionan los datos de la tabla y suponen la cantidad de puntos para la tarjeta 5, la tarjeta 9. Para una tarjeta ganadora de Récord Guinness (la más grande posible). ¿Cuántos puntos en los bordes se deberá considerar?

d. Realizar la formulación matemática

A partir de los supuestos planteados por los estudiantes, ellos expresan relaciones matemáticas constituidas en modelos.

Si en la clase se decide por un modelo que no coincide con el previsto por el docente, este tiene la opción de intervenir y orientar el proceso. O esperar hasta que finalice el proceso para compararlo con el realizado por los estudiantes.

Ejemplo:

- Encuentran las reglas que son equivalentes, al comparar sus tablas.
- Describen la regla de crecimiento de los puntos de manera verbal y escrita.
- Algunas formulaciones podrían ser: "la secuencia aumenta de 4 en 4", "los múltiplos de 4", "la tabla del 4", "voy sumando 4", "sumo 4 al término anterior", "resto uno al número de puntos por lado", etc.

e. Validación de la solución

En este momento, los modelos, junto con los supuestos que se asignan a ellos, deben ser confrontados con los datos. Los grupos de trabajo comparan sus soluciones o previsiones. Es un espacio para aceptar o no los modelos propuestos.

Después de la obtención de sus soluciones, los estudiantes se dirigen de nuevo al problema. Ellos deben comprobar para asegurarse de que han contestado el problema dentro de los supuestos que han hecho.

Este es un paso importante para ayudar a los estudiantes a que se den cuenta de que las soluciones a los problemas se ven limitadas por el contexto.

Algunos factores relacionados con el problema original pueden causar rechazo o aceptación de modelos. Ante la negativa, la solución es volver a los datos iniciales y reanudar el proceso.

Importante:

Se recomienda visitar:

Uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de la matemática

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s1_f6.pdf

Importante:

Las calculadoras estimulan la actividad matemática. Mediante el empleo de esta herramienta, los estudiantes tienen mayores posibilidades para tomar decisiones, discutir con mayor libertad, etc. Incluso, aumenta la motivación de los niños por la matemática (Fielker 1986). Se descarta así la creencia de que la calculadora reduzca la comprensión matemática por parte de la persona que la emplea. (Cockcroft 1982).

Ejemplo:

- Se invita a los equipos a socializar sus acuerdos en el pleno.
- Se pide opinión a los equipos, sobre cuál regla considera correcta, cuáles no y por qué. No es necesario que lleguen a un acuerdo en este momento.
- En esta actividad se presentan dos tipos de reglas: una regla recursiva y una regla expresada como una fórmula. En las reglas recursivas, el valor de cada término depende de algunos de los términos anteriores de la sucesión; en este caso, depende únicamente del valor del término anterior. Esta es la característica de la primera regla ("El número de puntos de la figura anterior más 4 puntos"); los estudiantes que la utilicen tendrán que calcular el número de puntos para las tarjetas 6, 7 y 8 para obtener el número de puntos de la tarjeta 9 que se les pide en la tabla.
- En las reglas expresadas como una fórmula, el valor de cada término depende únicamente del mismo término; es el caso de la tercera regla ("multiplicar por 4 el número de la figura"): no se requiere conocer el número de puntos de la figura anterior y se obtiene, de manera inmediata, el número de puntos de cualquier figura.
- Es conveniente que los estudiantes vayan identificando algunas ventajas y desventajas de cada una de las reglas; esto no quiere decir que usted deba enseñarles los términos "regla recursiva" o "regla expresada como una fórmula", sino únicamente que los estudiantes identifiquen las diferencias y ventajas de cada una de las reglas trabajadas.
- Los estudiantes que hayan utilizado una regla recursiva (por ejemplo, "sumarle 4 al término anterior") tendrían que completar toda la sucesión calculando incluso términos que no son solicitados en la tabla (por ejemplo, para obtener los términos de los lugares 30, 40 y 50 tienen que obtener todos los términos que están entre esos lugares, o para una tarjeta ganadora de récord Guinness con los puntos en los bordes que ellos consideren necesarios). Si observamos que hay estudiantes que recurren a ese procedimiento, permita que lo lleven a cabo, pues si bien les demanda más tiempo y más cálculos, es posible que en este momento requieran hacer todo ese proceso para comprender el paso de un término a otro. Posteriormente, al comparar su procedimiento con otros, podrán ver que hay otras formas más económicas de resolver, por ejemplo, multiplicar por 4 al lugar del término.

3.2.2 Empleo de la cruz demostrativa

Los organizadores visuales, en este caso la cruz demostrativa, son recursos que posibilitan la estructuración de conocimientos, procedimientos para una exposición o discusión, para determinar la validez o no de una situación matemática.

Esta estrategia tiene como finalidad que los estudiantes al analizar la información identifiquen el carácter de verdad de una proposición; es decir, la validez o no de las relaciones de la situación matemática analizada, y a través de razonamientos inductivos y deductivos logren dar razones suficientes que justifican, y luego expresan en una conclusión mediante el lenguaje verbal y lenguaje matemático.

En este proceso se van a relacionar datos, siguiendo las reglas del pensamiento crítico, para obtener información nueva.

Fases:

- a. Presentación de la situación: en este paso se dará lectura a la información explícita e implícita en un texto continuo o discontinuo.
- b. Análisis de la información: los estudiantes en este paso elaboran conjeturas y respuestas a las preguntas del problema o situación es decir exploran la situación y extraen nuevos conocimientos y relaciones.
- c. Demostración de la validez: los estudiantes responden a las preguntas:
En este paso se aborda la identificación de elementos de la situación matemática presentada para establecer relaciones. Se anticipa una respuesta, se genera una secuencia de procesos y se contrasta con las respuestas a las siguientes preguntas.
¿Qué estoy tratando de probar? ¿Qué haría primero para demostrar...?
- d. Conclusiones: los estudiantes aquí expresan sus respuestas, sus transformaciones de una representación a otra tratando de probar el carácter de verdad de una proposición y da justificaciones respondiendo a la pregunta central.

Importante:

Para ampliar estudios respecto a las funciones se recomienda visitar:

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de funciones en secundaria.
http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f3.pdf

Aspectos metodológicos en el aprendizaje del álgebra en secundaria.
http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f2.pdf

Resolución de ecuaciones en secundaria.
http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f4.pdf



Ejemplo:

Presentación de la situación
¿La expresión algebraica $f(x) = 2x-3$ corresponde a la gráfica?

Análisis de la información
¿Por qué creo que sí?
¿Por qué creo que no?

Argumentando

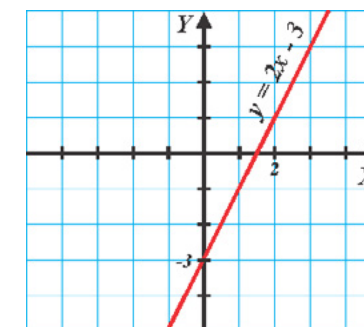
Demostración de la validez o de la falsedad
¿Qué estoy tratando de probar?
¿Qué haría primero para demostrar que la expresión algebraica $f(x) = 2x-3$ corresponde a la gráfica?

¿Cuál es mi conclusión?

a. Presentación de la situación:

Determinar lo que se va a probar o demostrar.

- ¿Qué estoy tratando de probar?
- ¿La expresión algebraica $f(x) = 2x-3$ corresponde a la gráfica?



b. Análisis de la información.

- ¿Por qué sí?
 - ¿Por qué no?
- ¿Qué harías primero para demostrar que la expresión algebraica $f(x) = 2x-3$ corresponde a la gráfica?

El recurso visual, la gráfica, permite en este caso identificar y producir ideas. Si se continúa este proceso, es posible transitar desde algo particular hasta generar nuevas relaciones e ir convirtiendo la representación gráfica en su representación algebraica.

c. Demostración de la validez o de la falsedad

- ¿Cuáles son las coordenadas en que la gráfica corta a los ejes coordenados? ¿Cómo encontraste dichas coordenadas?
- ¿Es correcto anotar las expresiones $x=1,5$ e $y = -3$ como dominio y el rango de la función? ¿Por qué?
- ¿Cómo podemos saber los demás puntos de la gráfica?
- ¿Te ayudaría el siguiente esquema?

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y = f(x) = 2x-3$							

d. Conclusiones

Ejemplo:

Haciendo una tabulación se puede comprobar que la expresión corresponde a la gráfica.

El estudio del álgebra necesita no limitarse sólo a las situaciones en la que la manipulación simbólica es relativamente directa simbólica. Utilizando la tecnología, los estudiantes pueden razonar sobre cuestiones más generales, como cambios en los parámetros por ejemplo y pueden modelizar y resolver problemas hasta ahora inasequibles para ellos. (NCTM 2003: 28)

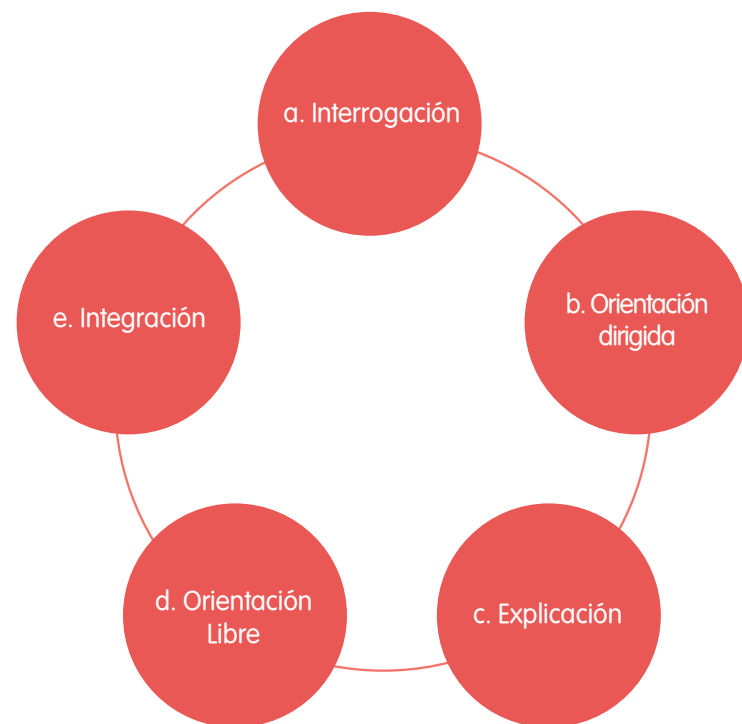
Entre los principios importantes que Shoenfeld menciona en el aprendizaje de la matemática, incluye que el estudiante reconozca que: encontrar la solución de un problema matemático no es el final de la empresa matemática, sino el punto inicial para encontrar otras soluciones, extensiones y generalizaciones del problema. Además, en el desarrollo de la matemática el proceso de formular, rediseñar problemas se identifica como un componente esencial en el quehacer matemático. Aprender matemática es un proceso activo que requiere de discusiones sobre conjeturas y pruebas. Este proceso puede guiar a los estudiantes al desarrollo de nuevas ideas matemáticas. Es decir, el planteamiento de preguntas, la búsqueda de respuestas y de justificaciones son actividades que se pueden practicar desde la enseñanza elemental y su práctica cotidiana pueden producir resultados matemáticos nuevos (Santos 1996: 79).

3.3 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

3.3.1 Modelo de Van Hiele para el aprendizaje de la geometría

El modelo de enseñanza de Van Hiele marca la pauta que se debe seguir en el aprendizaje de la geometría. El modelo explica, al mismo tiempo, cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y cómo es posible ayudarlos a mejorar la calidad de su razonamiento. El modelo consta de una serie de fases de razonamiento que permiten analizar el aprendizaje de la geometría. Así como de niveles de razonamiento (los que están graduados curricularmente en los indicadores de los grados).

Fases:



a. Interrogación

En esta fase se expone la situación o problema, se asegura su comprensión y se activan sus saberes previos. Es importante estimular la creatividad, la inventiva y la intuición. Mediante preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los estudiantes y el camino a seguir en las actividades siguientes. Se hacen observaciones y se introduce un vocabulario específico de la geometría para el grado.

Ejemplo:

Observen los diferentes objetos traídos por ellos mismos. El docente hace las siguientes preguntas:

- ¿Cómo clasificarían los objetos?
- ¿Qué característica consideraste para esa clasificación?

b. Orientación dirigida

Los estudiantes exploran el tema de estudio con materiales que el docente ha seleccionado cuidadosamente en una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los estudiantes descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc., las ideas, conceptos, propiedades o relaciones que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

Se organizan en equipos de trabajo con la intención de que cualquier estudiante que no sepa abordar la situación planteada pueda ser ayudado directamente por algún miembro del equipo y se aplican las estrategias que crean convenientes.

Ejemplo:

El docente propone que se agrupen los objetos considerando ciertas características, pues los estudiantes plantean clasificaciones en torno a aspectos generales.

- a. Por sus curvas y las que no tienen curvas.
- b. Por sus puntas y las que no tienen puntas.

c. Explicación

Los estudiantes expresan e intercambian sus visiones sobre las estructuras que han sido observadas, y construyen sobre sus experiencias previas. La interacción entre estudiantes es importante, ya que los obliga a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás. Cada grupo expondrá al resto de la clase los logros alcanzados. Lo hará mediante un portavoz elegido libremente. Cada vez que el equipo sea interpelado, intervendrá un portavoz diferente. El rol del docente se orienta a asistir a los estudiantes en el uso cuidadoso y apropiado del lenguaje y a la participación de todos los estudiantes. El docente orienta, estimula y coordina los procedimientos que siguen, resuelve las dudas y contradicciones que aparezcan. Es esta la oportunidad para que el docente incorpore nuevas variantes de problematización y, a su vez, resuma las conclusiones.

Ejemplo:

El docente absuelve las dudas y contradicciones que aparezcan, planteando una variante a los estudiantes.

- ¿Crees que lo propuesto anteriormente sea una característica geométrica?
- ¿Qué opinas del tamaño? ¿De la forma?

Resumiendo en una tabla de doble entrada los nombres de los objetos y sus dibujos respectivos.

Sólidos que tienen alguna cara curva	Sólidos que tienen solamente caras planas
CUERPOS DE REVOLUCIÓN	POLIEDROS
DIBUJOS	DIBUJOS

A partir de la síntesis mostrada en la tabla, los estudiantes explican en forma discursiva y con sus propias palabras el nuevo conocimiento construido.

d. Orientación libre

Es el momento de la investigación en la clase (introducción de problemas), de la diferenciación y actividades de apoyo (ejercicios de consolidación y de recuperación). Los estudiantes enfrentan retos más complejos. Desafíos con muchos pasos que pueden ser resueltos de varias formas.

Por ello, estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas; lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser varias las respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea los obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas y a utilizar un razonamiento y lenguaje cada vez más potentes.

En esta fase el docente sintetiza, explica y rescata los conocimientos puestos en el juego para resolver la situación planteada. Además propicia la actividad de reflexión.

Es importante que el docente rescate el valor de las nociones, procedimientos utilizados; asimismo, señale su alcance, su generalidad y su importancia.

Ejemplo:

En esta fase el docente, usando las características trabajadas en la actividad anterior, plantea una actividad que rescata lo aprendido.

Elabora una tabla de doble entrada, considerando las diferencias y semejanzas de los tres cilindros.

- Escribe las semejanzas que encuentras en los prismas.
- Escribe la diferencia entre una pirámide y un cono.
- Escribe las diferencias entre prisma y pirámide.
- Asimismo, se plantea preguntas de reflexión.
- Reflexiona acerca del significado de truncado, en el cono y la pirámide.

e. Integración

La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos sino que solo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la ya existente. Los estudiantes revisan y resumen lo que han aprendido sobre los objetos y sus relaciones, con el objetivo de tener una vista panorámica. El docente puede apoyar esta síntesis exponiendo visiones globales, recopilando el trabajo de los estudiantes; ordenará los resultados a partir de las situaciones vividas en clase y su conocimiento como matemático experto.

El docente debe presentar una síntesis de lo que los estudiantes han trabajado y aprendido para revisar, integrar y diferenciar los conceptos, propiedades, procedimientos, etc. Es importante que las actividades que se propongan no impliquen nuevos conocimientos, sino solo la organización de los ya adquiridos, además de incluir actividades de transferencia.

Ejemplo:

El docente propone el uso de organizadores visuales como una estrategia no solo para organizar la información y relacionarla, sino también para la resolución de problemas en otros contextos.

Es muy frecuente que esta estrategia se pueda utilizar para abordar situaciones más complejas; por ejemplo, diseños, desarrollo de los sólidos en el plano, buscando modelos diferentes a los convencionales; asimismo, para estimar sus medidas.

Importante:

Para ampliar estudios se recomienda visitar:

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la geometría.

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f4.pdf

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los poliedros.

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f7.pdf

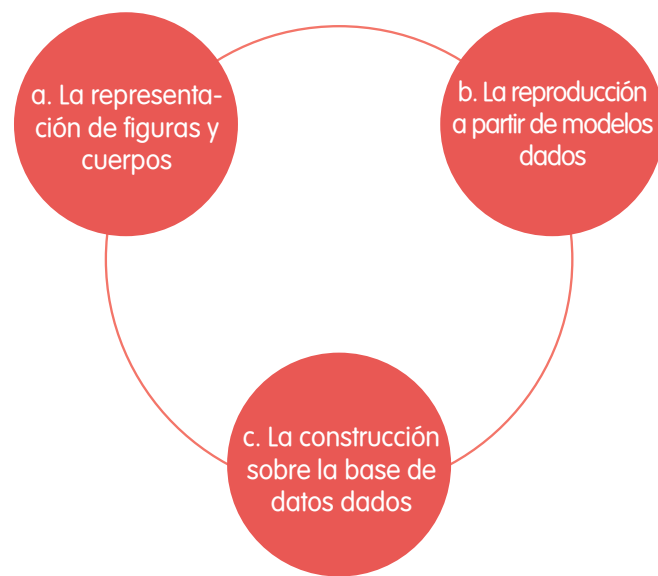
Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la geometría con corte y doblado de papel.

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s2_f1.pdf

3.3.2 El dibujo y la construcción⁵

Para la actividad cognitiva del pensamiento el uso de las representaciones o modelos geométricos externos juegan un papel importante, estos son: una escritura, un símbolo, un trazo, un dibujo, una construcción, los mismos que sirven para evidenciar conceptos e imágenes visuales internas, así como propiedades geométricas que sirven de base a la intuición, la inducción y deducción.

De acuerdo a Ana María Bressan (2006), en el aprendizaje de la geometría los estudiantes deben desarrollar el dibujo y la construcción pasando por las siguientes fases:



a. La representación de figuras y cuerpos

En función al problema a resolver, los estudiantes representarán las figuras y cuerpos siguiendo diversos procedimientos y desde diferentes puntos de vista o perspectiva.

Ejemplo:

Los estudiantes de segundo grado de secundaria encuentran que la relación de una hoja A6 con una hoja A5, es como 1 a 2 y de una hoja A5 con una hoja A4 también es como 1 a 2, ellos se disponen a construir triángulos equiláteros a partir de dobleces, haciendo uso de estas tres hojas. ¿Las áreas de los triángulos contruidos guardarán la misma relación con las áreas de las hojas A6, A5 y A4 respectivamente?.

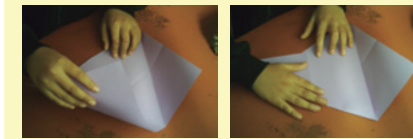
- Construcción del triángulo equilátero por dobleces.

Procedimientos	Imágenes
Empezamos con una hoja A4. Doblamos por la mitad (por el lado más largo) como se muestra en la segunda fotografía y marcamos bien el doblez y al abrir queda como la tercera fotografía	

Llevar uno de los vértices hacia la mitad, buscando que el otro extremo termine en punta (ver primera fotografía). Al marcar bien el doblez, quedaría como en la segunda fotografía. Al abrir tenemos esta figura, ver que la marca dejada es una línea que va desde uno de los vértices (ver tercera fotografía).



Doblamos hacia esa marca el otro extremo y fijamos bien el paso como en la segunda fotografía.



Ahora doblamos el extremo derecho sobre el otro y fijando bien el doblez quedaría como en la segunda fotografía.



El sobrante que queda al lado lo llevamos hacia atrás, para formar nuestro triángulo equilátero, fijamos bien el doblez. Nuestro triángulo equilátero con una hoja A4 quedaría como la muestra de la segunda fotografía.



Fuente: <http://sbpmatematica.blogspot.com/2009/09/triangulo-equilatero-y-origami.html>

b. La reproducción a partir de modelos dados

Los estudiantes deben hacer copias de igual o en distinto tamaño. El uso de la escala permite la reproducción de dichos modelos.

Ejemplo:

Los estudiantes elaboran triángulos equiláteros a partir de las hojas mencionadas en el cuadro y establecen comparaciones:

Tamaño de hojas	Áreas de las hojas	Área del triángulo formado por dobleces
A4		
A5		
A6		

- ¿Qué relación observas entre las áreas de las hojas?, descríbelo.
- ¿Qué relación observas entre las áreas de los triángulos obtenidos?, descríbelo.
- ¿Puedes decir que existe la misma relación en ambos casos?. Fundamenta tu respuesta.

c. La construcción sobre la base de datos dados

Esta construcción se hace en forma oral, escrita o gráfica. Permite hacer uso de propiedades y características para construir nuevas propiedades y conceptos.

Ejemplo:

Construye dos triángulos equiláteros donde el área del primero sea cuatro veces el área del segundo.

- ¿Cómo lo hiciste?, explica tu procedimiento.
- ¿Habrá otras formas de realizar dicha construcción?, fundamenta tu respuesta.

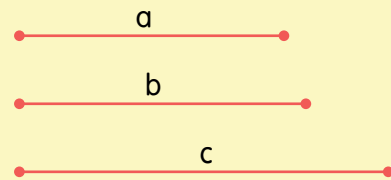
5. Ana María Bressan y otros. (2006). Razones para enseñar geometría en la educación básica. Argentina. Ediciones novedades educativas.

Ejemplo 1: Construcción con regla y compás

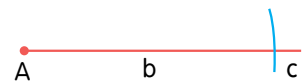
Construcción de triángulos



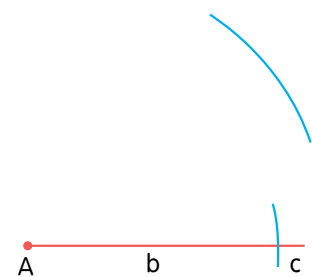
Construye un triángulo cuyas longitudes de los tres lados sean a , b y c dadas a continuación:



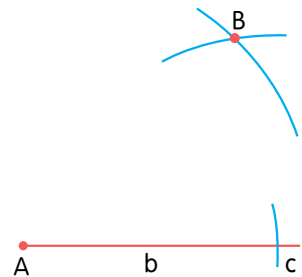
1ero: trazamos una línea, fijamos el punto A y copiamos el lado b , marcando además el vértice C.



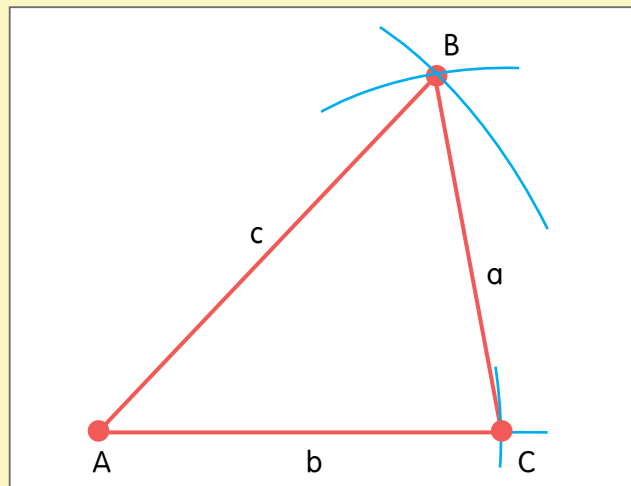
2do: con centro en A y radio c , trazamos un arco.



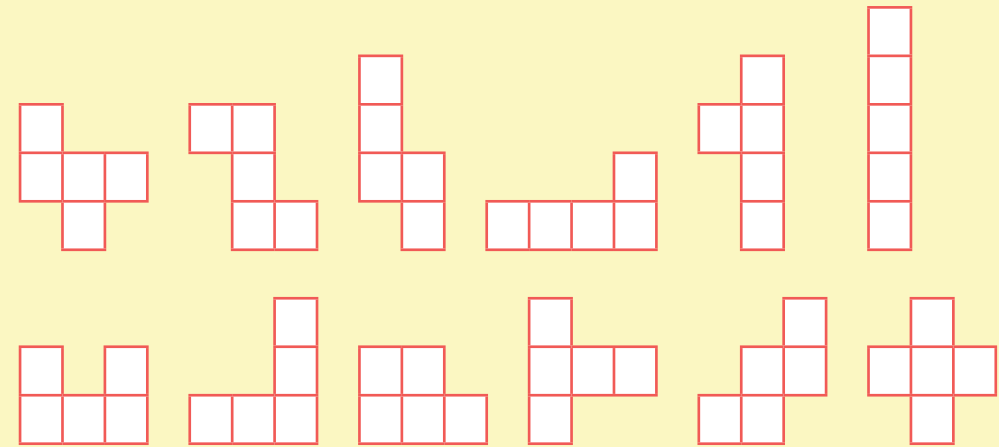
3ro: con centro en C y radio a , trazamos otro arco, obteniendo el punto B.



Finalmente, trazamos los segmentos AB y BC, formando el triángulo ABC pedido.



Ejemplo 2: Pentominós



Importante:

Actividades para desarrollar con los pentominós

Actividad 1

Cálculo del área y del perímetro de las piezas del pentominós. Los estudiantes realizan el cálculo del área y del perímetro de todos los pentominós. En este caso, los estudiantes reflexionan sobre los conceptos de área y perímetro.

Actividad 2

Construcción de figuras geométricas. Los estudiantes construirán figuras geométricas con diferentes cantidades de piezas (desde un mínimo de 3 hasta el máximo de los 12 pentominós).

Actividad 3

Construcción de una figura creativa utilizando las piezas del pentominós. Tras un cierto tiempo, se les proporcionan figuras que se pueden construir con los pentominós y se les pide que las construyan.

Fichas didácticas, pentominós y otros:

<http://repositorio.educacion.gov.ar/dspace/bitstream/handle/123456789/92139/EL000560.pdf?sequence=1>

Juegos geométricos y pentominós.

<http://www.mauriciocontreras.es/JUEGOS5.pdf>

Taller matemático, actividades con pentominós.

<http://servicios.educarm.es/templates/portal/ficheros/websDinamicas/124/MatematicasRecreativas/116LibroTallerMatematicas.pdf>

Recursos tecnológicos

Los recursos tecnológicos son importantes para visualizar las formas, propiedades y llevar a cabo diversos procedimientos.



Ejemplos:

	<ul style="list-style-type: none"> Cabri II 	Los archivos pueden exportarse directamente a una página web. Necesita el complemento Cabriweb. <ul style="list-style-type: none"> http://www.cabri.com/es http://www.cabri.net/cabrijava
	<ul style="list-style-type: none"> Cabri II + 	Se pueden exportar construcciones a calculadoras. <ul style="list-style-type: none"> Texas Instrument. http://www.cabri.com/es
	<ul style="list-style-type: none"> Geo Gebra 	Software interactivo en el que se vinculan la geometría y el álgebra. Exporta directa e inmediatamente las figuras a html. Se puede descargar en múltiples idiomas. <ul style="list-style-type: none"> http://www.geogebra.org/ y http://recursostic.educacion.es/gauss/web/index.htm
	<ul style="list-style-type: none"> Poly 	Permite visualizar todo tipo de poliedros y sus desarrollos planos. <ul style="list-style-type: none"> http://www.peda.com/poly/
	<ul style="list-style-type: none"> Tess 	Genera ilustraciones simétricas, rosetones y mosaicos atractivos. <ul style="list-style-type: none"> http://www.peda.com/tess/
	<ul style="list-style-type: none"> Regla y compás 	Programa de geometría dinámica y que funciona directamente en Java. <ul style="list-style-type: none"> http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/home.htm
	<ul style="list-style-type: none"> Geospace 	Para dibujar figuras en el espacio. <ul style="list-style-type: none"> http://es.kioskea.net/download/descargar-4089-geoplan-geospace
	<ul style="list-style-type: none"> Cabri3D 	Para la construcción de figuras geométricas en el espacio. <ul style="list-style-type: none"> http://www.cabri.com/es

3.3.3 La Uve de Gowin

El diagrama Uve de Gowin, empleado de manera adecuada en el aula, puede constituirse en un potente instrumento de investigación y aprendizaje. El estudiante construye de forma activa su propio conocimiento, inmerso en el medio social en el que se desenvuelve a partir de sus saberes previos.

La V muestra los acontecimientos y objetos que están en la base de toda producción y construcción de conocimiento. Es de suma importancia que los estudiantes se apropien y sean conscientes de los acontecimientos y objetos con los que están experimentando y en relación a los cuales se construye y reconstruye el conocimiento.

LAS PARTES QUE FORMAN EL DIAGRAMA V

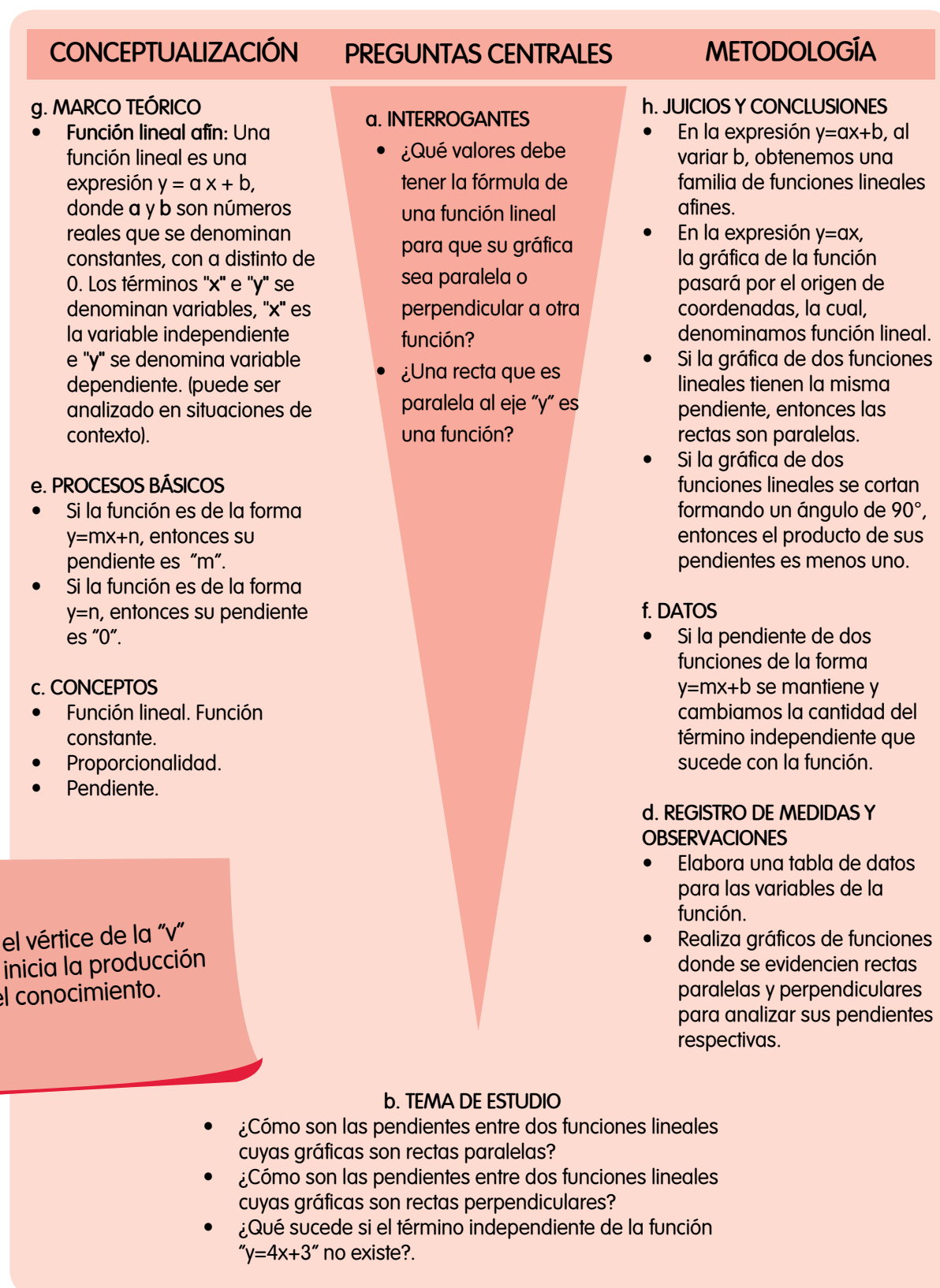
El diagrama V está formado por las siguientes partes:

- El lado izquierdo: Va la conceptualización: marco teórico, principios, leyes y conceptos claves.
- El lado derecho: va la metodología: afirmaciones de valor y de conocimiento, transformaciones y registros de hechos.
- La parte inferior: va el acontecimiento o tema de investigación o estudio.
- La parte central: va las preguntas centrales de investigación.

ELABORACIÓN DE UN DIAGRAMA V

En general, para elaborar un diagrama V, se debe realizar un diseño similar al que se muestra, y seguidamente responder a cada uno de los espacios reservados.

- En la parte central, se plantean las interrogantes de estudio; estas no son simples preguntas, sino que están en estrecha relación con el tema de investigación.
- Tema de estudio: en el vértice precisamos el acontecimiento que será estudiado.
- Se determinan los registros de medidas y observaciones que se deberán realizar para poder desarrollar la investigación.
- Se debe precisar el marco teórico que permitirá la comprensión e interpretación de los datos recogidos (registros y transformaciones).
- Desarrollada la investigación, sobre la base del conocimiento conceptual, se plantean los juicios y conclusiones de conocimiento sobre el acontecimiento o tema estudiado.
- Finalmente, se invita a los estudiantes a tomar conciencia de que "su visión del mundo" motiva y orienta sus acciones como tales; es decir, determina la selección de recursos (teóricos y metodológicos) para comprender los acontecimientos estudiados.



En el vértice de la "v" se inicia la producción del conocimiento.

3.4 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

3.4.1 La investigación escolar

El ciclo de la investigación comienza formulando preguntas sobre sí mismos, de su entorno familiar, de su institución educativa, su comunidad y país; elaborarán un plan, recolectarán datos por sí mismos o harán uso de una base de datos ya existentes en distintas fuentes; luego analizarán los datos recolectados, construirán tablas, gráficos; buscarán patrones, harán inferencias y predicciones para sacar conclusiones a partir de la interpretación y comunicación, y generar nuevas preguntas. Veamos:¹

Fases:



Importante:

Para ampliar estudios se recomienda visitar:
Aspectos metodológicos para elaborar encuestas

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_f9.pdf

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la probabilidad

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_f8.pdf

a. Planteamiento del problema

El docente presenta una situación o problema a los estudiantes, estos se organizan para expresar su comprensión.

Ejemplo

Las actividades físicas así como la dieta saludable pueden traer muchos beneficios, incluyendo más energía, felicidad, salud y hasta una vida más duradera. En consecuencia las actividades físicas y la dieta son elementos fundamentales para determinar la salud en general de una persona. ¿Cómo podemos hacer para conocer actividades físicas de tus compañeros de clase y reflexionar sobre la repercusión en una vida saludable?.

b. Desarrollo del plan

- El objetivo de esta fase es que los estudiantes conozcan el tema de estudio que van a abordar y que planteen posibles variables, también será parte de esta fase el diseño de un cuestionario.
- En esta fase es importante diseñar un instrumento para el recojo de la información.
- Para ello deben:
 1. Formar equipos de cuatro a cinco estudiantes.
 2. Una vez que los equipos han seleccionado el trabajo que desean investigar, deben documentarse sobre el tema de estudio antes de elaborar las preguntas.
 3. Diseña por ejemplo una encuesta sencilla (máximo cinco preguntas) que te permita recoger la información que necesitas. Dos datos que siempre resulta útil recoger son edad y sexo, no olvides incluirlo en tu cuestionario.
 4. Cada equipo recogerán datos a través de una encuesta de cada grado, es decir un equipo se hace cargo del primer grado, otro del segundo grado y sucesivamente.
 5. En cada una de las preguntas de la encuesta indica la variable que estás analizando y su tipo.
 6. Contrastarán las tablas elaboradas por los diferentes equipos (que deben ser iguales para todos) y corregir errores, si los hubiera.



FICHA DE ENCUESTA

Instrucciones: Estimado estudiante, esta encuesta ayudará a conocer sobre las preferencias de sus actividades físicas y/o deportivas en la I. E. Por favor responde todas las preguntas con veracidad marcando en los círculos o completando en los recuadros.

Edad: años

Mujer Varón

Nivel que cursa: 1.° 2.° 3.° 4.° 5.°

1. ¿Disfrutas el practicar actividades físicas y/o deportes?

Sí No

2. ¿Practicas actualmente algún deporte?

Sí No

3. ¿Cuántos días a la semana practicas actividades físicas y/o deportes?

días

4. ¿Qué tiempo destinas para practicar actividades físicas y/o deportes en el día?

- Hasta 1 hora
- Más de 1 hora, hasta 2 horas
- Más de 2 horas, hasta 3 horas
- Más de 3 horas

5. ¿Qué actividades físicas y/o deportes practicas?

- Caminar
- Manejar bicicleta
- Fútbol
- Vóleibol
- Otros ¿Cuáles?

c. Recolección y manejo de datos

Los estudiantes realizan procedimientos para encuestar de acuerdo al reconocimiento de la población, la muestra y las variables.

Antes de entrevistar deben estar perfectamente organizados para reconocer quiénes van a realizar las encuestas y cómo van a proceder a realizar las interrogantes. No es necesario ni conveniente que todas las encuestas se hagan en la hora de clase, solo algunas a modo de ejemplo y el resto como tarea fuera del aula (los recreos son un buen momento para hacerlas).

- Si la institución educativa cuenta con varias secciones de cada grado, entonces se escogerá al azar una de ellas para aplicar la encuesta.
- Introduce papel marcados con el grado y la sección en una bolsa o caja.
- Extrae un papel de la bolsa o caja, el primer papel que se saca determinará la sección y el grado donde se aplicará la encuesta.
- Aplicación de la encuesta.
- No se deben mezclar las encuestas de los diferentes grados.

d. Análisis de datos

Hay diversas formas de organizar esta fase, pero es clave tenerla bien planeada, pues podemos invertir demasiado tiempo si no se organiza adecuadamente. El docente debe explicar primero cómo se va a llevar a cabo esta fase. Te proponemos los siguientes métodos a modo de ejemplo:

Primer método: cada integrante del equipo realiza el llenado de las tablas a partir de las encuestas realizadas por él. Luego, el coordinador del equipo unificará en una sola tabla los datos que les den sus compañeros. Esta fase la pueden hacer en una hoja de cálculo o a mano.

Segundo método: una persona apoyada de un auxiliar realiza el llenado de la tabla en una hoja de cálculo directamente y hace el recuento utilizando las funciones de recuento del propio programa informático.

- Cada equipo realizará el procesamiento de los datos del grado y sección que le tocó aplicar la encuesta.
- Cada equipo internamente se distribuirá el recuento de la siguiente manera:
 - a) Tiempo que se destina a actividades físicas y/o deportes: 3 y 4.
 - b) Actividades físicas y/o deportes: 1, 2 y 5.
- Elaborar tablas de datos para cada uno de las interrogantes.
- Construye los siguientes gráficos, de forma que reflejen los datos de las tablas.
- Tiempo que se destina a actividades físicas y/o deportes:
 - a) TABLAS 1 y 2: diagrama de barras.
 - b) TABLA 3: diagrama de sectores.
 - c) TABLA 4: dos diagramas, uno para mujeres y otro para varones.
- Actividades físicas y/o deportes:
 - a) TABLAS 5: diagrama de barras.

Recuento de las respuestas a las preguntas 1 y 2:

TABLA 1: "Disfrutas al practicar actividades físicas y/o deportes"

Datos	Frecuencia absoluta (f)	Frecuencia acumulada (F)	Frecuencia relativa (h)	Porcentaje (%)	Grados (°)
Sí					
No					
	n=				

TABLA 2: "Practicar actualmente algún deporte"

Datos	Frecuencia absoluta (f)	Frecuencia acumulada (F)	Frecuencia relativa (h)	Porcentaje (%)	Grados (°)
Sí					
No					
	n=				

Recuento de las respuestas a las pregunta 3:

TABLA 3: "¿Cuántos días a la semana practicas actividades físicas y/o deportes?"

Datos	Varón		Mujer	
	Frecuencia relativa	Porcentaje	Frecuencia relativa	Porcentaje
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
TOTAL				

Recuento de las respuestas a la pregunta 4:

TABLA 4: "¿Qué tiempo destinas para practicar actividades físicas y/o deportes en el día?"

Datos	Varón		Mujer	
	Frecuencia relativa	Porcentaje	Frecuencia relativa	Porcentaje
Hasta 1 hora				
Más de 1 hora, hasta 2 horas				
Más de 2 horas, hasta 3 horas				
Más de 3 horas				
TOTAL				

Recuento de las respuestas a la pregunta 5:

TABLA 5: "¿Qué actividades físicas y/o deportes practicas?"

Datos	Varón		Mujer	
	Frecuencia relativa	Porcentaje	Frecuencia relativa	Porcentaje
Caminar				
Manejar bicicleta				
Fútbol				
Vóleibol				
Otros				
TOTAL				

- De acuerdo a la tabla 4, hallar la media y la moda del tiempo que destinan los estudiantes en practicar actividades físicas y/o deportivas.
- ¿Cuál es el intervalo de número de horas diarias de actividades físicas y/o deportivas más frecuente en varones y mujeres?
- Indica quién practica actividades físicas y/o deportivas menos de tres horas en mayor proporción ¿varones o mujeres? y, ¿entre 2 y 3 horas?
- ¿Qué porcentaje de estudiantes encuestados practican actividades físicas y/o deportes?

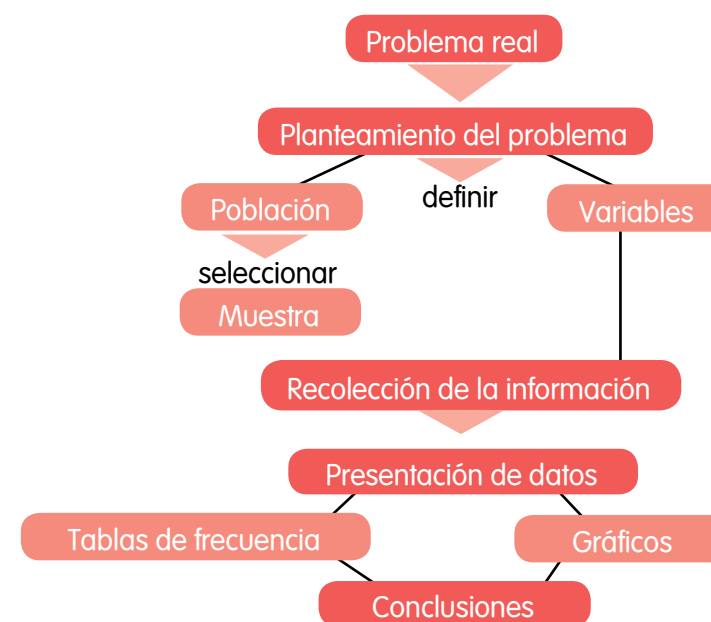


Importante:

El programa Excel es un paquete informático que a pesar de no ser diseñado específicamente para la educación es muy útil porque integra tres ambientes propios de la actividad matemática: una hoja de cálculo en la que se puede inscribir numerosos datos y relacionar a funciones, fórmulas y operadores, permite organizar de forma sistemática en filas y columnas, permite graficar los contenidos de la base de datos. En los textos de matemática puede encontrar actividades en Excel.

e. Fase de conclusiones

Esta fase es fundamental, pues el estudiante desarrollará sus habilidades de analizar los datos, extraer conclusiones, interpretar un dato en su contexto, plantear afirmaciones, entre otras. El docente orientará esta fase para que el estudiante no se limite a dar su opinión del tema que está estudiando, sino que haga su argumentación en función de los datos obtenidos a lo largo de todo el proceso.



MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

CICLO	Descripción del nivel
II 5 años	Identifica situaciones referidas a agregar o quitar objetos y las asocia con nociones aditivas ¹ . Expresa con su propio lenguaje sobre agrupar objetos por características perceptuales, ordenar ² hasta 5 objetos, ordenar objetos en una fila y señalar hasta el quinto lugar, comparar la duración de eventos cotidianos usando “antes” o “después”, comparar de manera cuantitativa colecciones de objetos usando algunos términos matemáticos o cuantificadores “más que”, “menos que”, “pocos”, “ninguno” y “muchos”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para experimentar o resolver situaciones de manera vivencial y con apoyo de material concreto; emplea estrategias y procedimientos como agrupar, agregar y quitar objetos hasta 5, contar hasta 10 objetos, y comparar el peso ³ de dos objetos, con apoyo de material concreto. Explica el por qué de sus afirmaciones en base a su experiencia.
III 1ro y 2do prim	Identifica datos en situaciones referidas a acciones de juntar, separar, agregar, quitar, igualar o comparar cantidades y los expresa en modelos de solución aditivas ⁴ , doble y mitad. Expresa los criterios para clasificar objetos en grupos y subgrupos, ordenar números naturales hasta 100, estimar y comparar la duración de eventos, empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos o cuantificadores “todos”, “algunos” y “ninguno”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas de doble entrada y en forma simbólica. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar, contar y ordenar cantidades hasta 100, medir y comparar la masa de objetos con unidades arbitrarias; con apoyo de material concreto. Comprueba los procedimientos y estrategias usados. Elabora supuestos y explica el por qué de sus afirmaciones, procedimientos o resultados con ejemplos.
IV 3ro y 4to prim	Plantea relaciones entre los datos en situaciones que combinan una o más acciones de agregar, combinar, igualar, comparar, repetir o repartir una cantidad, y los expresa con modelos aditivos o multiplicativos con números naturales y fracciones usuales. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre reagrupar con criterios distintos, ordenar números naturales hasta millares, medir la masa de objetos en gramos y kilogramos, medir la duración de eventos en horas, medias horas o cuartos de hora, el significado de la noción de división y fracción, problemas aditivos ⁵ y multiplicativos ⁶ ; los representa mediante tablas de doble entrada y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo mental y escrito, conteo, orden con cantidades de hasta cuatro cifras; estimar, medir y comparar la masa de objetos y la duración de eventos empleando unidades convencionales, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas trabajadas, y las justifica usando ejemplos.
V 5to y 6to prim	Interpreta datos y relaciones no explícitas de situaciones diversas referidas a una o varias acciones de comparar e igualar dos cantidades con números naturales, expresiones decimales, fraccionarias o porcentajes, y los relaciona con modelos aditivos ⁷ y multiplicativos ⁸ . Determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe, utilizando el lenguaje matemático, su comprensión sobre el significado de la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes y la noción de potencia; compara y estima la masa de objetos en unidades convencionales, y la duración de eventos en minutos y segundos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación con porcentajes usuales ⁹ y números naturales, fracciones y decimales; estimar, medir directa o indirectamente la masa de objetos y la duración de eventos; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre procedimientos, propiedades de los números y las operaciones trabajadas, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.
VI 1ro y 2do sec	Discrimina información e identifica relaciones no explícitas en situaciones referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra y aumentos o descuentos sucesivos, y las expresa mediante modelos referidos a operaciones, múltiplos o divisores, aumentos y porcentajes. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas ¹⁰ , su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con números enteros y racionales, y variaciones porcentuales; medir la masa de objetos en toneladas y la duración de eventos en décadas y siglos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática usando tablas y símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas empleando estrategias heurísticas, procedimientos para calcular y estimar con porcentajes, números enteros, racionales y notación exponencial; estimar y medir la masa, el tiempo y la temperatura con unidades convencionales; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones numéricas o propiedades de operaciones observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.
VII 3ro, 4to y 5to sec	Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre magnitudes, números grandes y pequeños, y los expresa en modelos referidos a operaciones con números racionales e irracionales, notación científica, tasas de interés simple y compuesto. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre las propiedades de los números irracionales, notación científica, tasa de interés. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática, usando símbolos y tablas. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para calcular y estimar tasas de interés, operar con números expresados en notación científica, determinar la diferencia entre una medición exacta o aproximada, con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones referidas a conceptos y propiedades de los números racionales, las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten el uso de sus conocimientos matemáticos.
DESTA-CADO	Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones o restricciones de situaciones referidas a determinar cantidades expresadas mediante logaritmos; y las expresa mediante operaciones en diferentes sistemas numéricos y una combinación de modelos financieros. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: propiedades de los números y las operaciones en los sistemas numéricos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos, estrategias heurísticas y las propiedades de los números y operaciones en los diferentes sistemas numéricos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

¹ Problemas PAEV: Cambio 1 y 2.

² Seriación.

³ Coloquialmente se dice peso cuando nos referimos a la masa de un objeto, pero lo formal es decir masa.

⁴ Problemas PAEV: Cambio 3 y 4, Combinación 2, y Comparación e igualdad 1 y 2.

⁵ Problemas PAEV: Cambio 5 y 6, Comparación e igualdad 3 y 4.

⁶ Problemas multiplicativos (proporcionalidad simple).

⁷ Problemas PAEV: Comparación e igualdad 5 y 6.

⁸ Problemas multiplicativos conocidos como de producto cartesiano.

⁹ (10%, 20%, 25%, 50%, 75%).

¹⁰ Convenciones matemáticas: p.ej: convenir que el cero es múltiplo de todos los números.

MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

CICLO	Descripción del nivel
II 5 años	Reconoce patrones de repetición ¹¹ en secuencias sonoras, de movimientos o perceptuales. Expresa con su propio lenguaje patrones y relaciones entre objetos de dos colecciones. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone y realiza acciones para experimentar o resolver una situación de manera vivencial y con material concreto, emplea estrategias y procedimientos propios para ampliar, completar o crear patrones con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.
III 1ro y 2do prim	Identifica datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y los expresa con patrones de repetición ¹² y patrones aditivos, igualdades que contienen adiciones y sustracciones. Describe patrones, equivalencias y relaciones empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas simples y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias agregando o quitando cantidades ¹³ o para hallar un valor desconocido, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos o resultados. Elabora supuestos basados en lo observado en experiencias concretas y los explica usando ejemplos similares.
IV 3ro y 4to prim	Plantea relaciones entre los datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; y la expresa con patrones de repetición ¹⁴ o patrones multiplicativos, igualdades con multiplicaciones y relaciones de cambio entre dos magnitudes. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre patrones, equivalencias y cambio. Elabora y emplea tablas simples, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias con expresiones multiplicativas o hallar el valor desconocido en una igualdad multiplicando o dividiendo, establecer equivalencias entre unidades de medida de una misma magnitud, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas y las justifica usando ejemplos.
V 5to y 6to prim	Interpreta datos y relaciones no explícitas en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio entre dos magnitudes; y los expresa con modelos referidos a patrones geométricos, patrones crecientes y decrecientes, ecuaciones, desigualdades, y proporcionalidad directa y determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe utilizando lenguaje matemático acerca de su comprensión sobre: patrones, ecuaciones y desigualdades, y relaciones de proporcionalidad directa. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con tablas, gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para completar términos de una sucesión gráfica o numérica de acuerdo a su posición, simplificar expresiones o ecuaciones empleando propiedades aditivas y multiplicativas o establecer equivalencias entre unidades de una misma magnitud; con apoyo de recursos; y compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre regularidades, equivalencias y relaciones entre dos magnitudes, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.
VI 1ro y 2do sec	Discrimina información e identifica variables y relaciones no explícitas en situaciones diversas referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos ¹⁵ , progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y relaciones de proporcionalidad inversa. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Usa terminologías, reglas y convenciones al expresar su comprensión sobre propiedades y relaciones matemáticas referidas a: progresiones aritméticas, ecuaciones lineales, desigualdades, relaciones de proporcionalidad inversa, función lineal y afín. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática con tablas, gráficos, símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para determinar la regla general de una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas empleando propiedades de las operaciones; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre expresiones algebraicas, magnitudes, o regularidades observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.
VII 3ro, 4to y 5to sec	Relaciona datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a diversas situaciones de regularidades, equivalencias y relaciones de variación; y las expresa en modelos de: sucesiones ¹⁶ con números racionales e irracionales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones lineales con una incógnita, funciones cuadráticas o trigonométricas ¹⁷ . Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: sucesiones, ecuaciones, funciones cuadráticas o trigonométricas, inecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando símbolos, tablas y gráficos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para generalizar la regla de formación de progresiones aritméticas y geométricas, hallar la suma de sus términos, simplificar expresiones usando identidades algebraicas y establecer equivalencias entre magnitudes derivadas; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación del plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones y relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades de los sistemas de ecuaciones y funciones trabajadas.
DESTA-CADO	Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a sumatorias notables, sucesiones convergentes o divergentes, idea de límite, funciones exponenciales, logarítmicas y periódicas, y ecuaciones exponenciales. Formula modelos similares a los trabajados y evalúa la pertinencia de la modificación realizada a un modelo, reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas, relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: los sistemas de inecuaciones lineales, ecuaciones exponenciales y funciones definidas en tramos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, empleando un amplio repertorio de recursos, estrategias heurísticas o procedimientos de: interpolar, extrapolar o calcular el valor máximo o mínimo de sucesiones y sumatorias notables, plantear sistemas de inecuaciones lineales y exponenciales y definir funciones por tramos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones elaborando relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; las justifica con demostraciones y produce argumentos matemáticos para convencer a otros.

¹¹ Patrones de repetición con un criterio perceptual(color, forma, tamaño, grosor).

¹² Patrones de repetición con dos criterios perceptuales.

¹³ Equivalencias con igualdades que involucran adiciones y sustracciones con cantidades hasta 20.

¹⁴ Patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición.

¹⁵ que se generan al aplicar reflexiones o giros.

¹⁶ Considerar progresión aritmética y geométrica.

¹⁷ Función seno y coseno.

MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

CICLO	Descripción del nivel
II 5 años	Relaciona objetos del entorno con formas bidimensionales y tridimensionales. Expresa con su propio lenguaje lo que observa al comparar dos objetos de diferente longitud, desplazarse e identificar la posición de un objeto en el espacio en relación a sí mismo u otro objeto; y realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para resolver una situación, empleando estrategias propias y procedimientos al realizar desplazamientos y localización, o caracterizar objetos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia..
III 1ro y 2do prim	Identifica las características de objetos del entorno y los relaciona con elementos ¹⁸ de formas bidimensionales y tridimensionales, determina su ubicación, longitud, superficie o capacidad. Describe las formas bidimensionales y tridimensionales, ubicación y movimiento de objetos y las formas simétricas, los atributos medibles de los objetos (longitud, superficie, y capacidad); empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos, dibujos, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, emplea estrategias heurísticas y procedimientos como medir, comparar y estimar longitudes, superficies y capacidades de objetos con unidades arbitrarias, con apoyo de material concreto y recursos; comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto. Elabora supuestos sobre las características y atributos medibles de las formas geométricas y de los objetos, a partir de la observación en experiencias concretas, y los explica usando ejemplos similares.
IV 3ro y 4to prim	Relaciona características, atributos, localización y movimiento de los objetos del entorno, con las formas geométricas, ubicación en el plano y el espacio, simetría y traslación. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre características de las formas bidimensionales y tridimensionales; longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos; simetría y traslaciones. Elabora y emplea representaciones mediante tablas de doble entrada, gráficos, croquis y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o solucionar un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ubicar objetos y rutas, medir y estimar la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria o convencional apropiada, reflejar o trasladar formas en cuadrículas, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas sobre semejanzas y diferencias entre formas geométricas y las justifica usando ejemplos.
V 5to y 6to prim	Interpreta datos y relaciones no explícitas de localización y movimiento de los objetos, con las formas geométricas bi y tri dimensionales, su rotación, ampliación o reducción y determina en qué otras situaciones es aplicable. Expresa su comprensión utilizando lenguaje matemático sobre las propiedades de las formas bidimensionales o tridimensionales ¹⁹ ; ángulos, superficies, volumen y capacidad; ampliaciones, reducciones, giros y la posición de un objeto en el plano cartesiano. Elabora diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos, relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar y medir ángulos, calcular perímetro, superficie, capacidad y volumen seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinente; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Elabora conjeturas sobre relaciones entre propiedades de las formas geométricas trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.
VI 1ro y 2do sec	Discrimina información e identifica relaciones no explícitas de situaciones referidas a atributos, localización y transformación de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas bidimensionales compuestas, relaciones de paralelismo y perpendicularidad, posiciones y vistas de cuerpos geométricos ²⁰ . Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales ²¹ , ángulos, superficies y volúmenes, transformaciones geométricas; elaborando diversas representaciones de una misma idea matemática usando gráficos y símbolos; y las relaciona entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos y distancias en mapas, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; rotar, ampliar, reducir formas o teselar un plano, con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas trabajadas; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.
VII 3ro, 4to y 5to sec	Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas poligonales, cuerpos geométricos compuestos o de revolución, relaciones métricas, de semejanza y congruencia, y razones trigonométricas. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: relaciones entre las propiedades de figuras semejantes y congruentes, superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución, razones trigonométricas. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando mapas, planos, gráficos, recursos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; establecer relaciones de inclusión entre clases para clasificar formas geométricas; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre posibles generalizaciones estableciendo relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos y propiedades matemáticas.
DESTA-CADO	Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones, restricciones de situaciones referidas a formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a composición y transformación de formas bidimensionales, definición geométrica de la elipse e hipérbola. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas compuestas, transformaciones geométricas en el plano. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la más óptima. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, estrategias heurísticas o procedimientos, de usar o combinar propiedades y teoremas de formas geométricas, calcular volumen y superficie de sólidos de revolución compuestos, determinar equivalencias entre composiciones de transformaciones geométricas. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que disponía. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos geométricos; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

¹⁸ Lados, caras, esquinas.

¹⁹ Triángulos, cuadriláteros, ángulos, círculos, circunferencias, prismas y pirámides.

²⁰ prisma, pirámide, círculo, cilindro.

²¹ Polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.

MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

CICLO	Descripción del nivel
II 5 años	Identifica datos de situaciones de su interés y los registra. Expresa con sus propias palabras lo que comprende sobre la información contenida en las listas, tablas de conteo y pictogramas ²² ; y la ocurrencia de sucesos cotidianos. Representa los datos empleando material concreto, listas, tablas de conteo o pictogramas. Propone acciones, estrategias o procedimientos propios para recopilar y registrar datos cualitativos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.
III 1ro y 2do prim	Identifica datos en situaciones de su entorno familiar o de aula, los organiza en listas o tablas simples o de doble entrada. Expresa empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos, lo que comprende sobre la información contenida en tablas simples, de doble entrada o gráficos, el significado de la posibilidad o imposibilidad de sucesos cotidianos, y preguntas para recoger datos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema, empleando estrategias o procedimientos para recopilar, organizar y presentar datos, con apoyo de material concreto. Elabora supuestos referidos a características que se repiten en las actividades realizadas y los explica usando ejemplos similares.
IV 3ro y 4to prim	Plantea relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre, la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras doble agrupadas, sucesos más o menos probables que otros ²³ . Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas ²⁴ , y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cuantitativos y hallar el dato que más se repite; con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las explica, o justifica usando ejemplos.
V 5to y 6to prim	Interpreta los datos en diversas situaciones, los organiza en tablas de frecuencia y los expresa mediante, variables cualitativas o cuantitativas discretas, la media aritmética o la probabilidad de un suceso. Determina en que otras situaciones son aplicables. Describe utilizando lenguaje matemático su comprensión sobre las preguntas y posibles respuestas para una encuesta, la información contenida en tablas y gráficos, el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos, los resultados de una situación aleatoria y la probabilidad de un evento. Elabora y emplea diversas representaciones de datos mediante gráficos de líneas o de puntos y la probabilidad como fracción o cociente; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a recopilar datos a través de una encuesta, organizarlos y presentarlos; determinar la media; determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; calcular la probabilidad de un evento como una fracción; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.
VI 1ro y 2do sec	Discrimina y organiza datos de diversas situaciones y los expresa mediante modelos que involucran variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas, medidas de tendencia central y la probabilidad. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre datos contenidos en tablas y gráficos estadísticos, la pertinencia de un gráfico a un tipo de variable y las propiedades básicas de probabilidades. Elabora y emplea diversas representaciones usando tablas y gráficos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos para recopilar y organizar datos cuantitativos discretos y continuos, calcular medidas de tendencia central, la dispersión de datos mediante el rango, determinar por extensión y comprensión sucesos simples y compuestos, y calcular la probabilidad mediante frecuencias relativas; con apoyo de material concreto y recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre los datos o variables contenidas en fuentes de información, observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.
VII 3ro, 4to y 5to sec	Interpreta y plantea relaciones entre datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a situaciones que demandan caracterizar un conjunto de datos, y los expresa mediante variables cualitativas o cuantitativas, desviación estándar, medidas de localización y la probabilidad de eventos. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre población y muestra, un dato y el sesgo que produce en una distribución de datos, y espacio muestral y suceso, así como el significado de la desviación estándar y medidas de localización. Realiza y relaciona diversas representaciones de un mismo conjunto de datos seleccionando la más pertinente. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas para investigar o resolver problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos de recopilar y organizar datos, extraer una muestra representativa de la población, calcular medidas de tendencia central y la desviación estándar y determinar las condiciones y restricciones de una situación aleatoria y su espacio muestral; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas ²⁵ sobre posibles generalizaciones en situaciones experimentales estableciendo relaciones matemáticas; las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten sus puntos de vista e incluyan conceptos y propiedades de los estadísticos.
DESTA-CADO	Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a caracterizar un conjunto de datos, y expresarlos mediante coeficiente de variación y probabilidad condicional. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando lenguaje matemático su comprensión sobre las relaciones entre medidas descriptivas, el significado del coeficiente de variación, y la probabilidad condicional. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o resolución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos, estrategias heurísticas y procedimientos de recopilar y organizar datos de diversas variables, aplicar técnicas de muestreo, extraer la muestra aleatoria de la población y calcular la probabilidad condicional. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática, y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

²² Pictogramas sin escala.

²³ El estudiante indica intuitivamente si un suceso es más probable o menos probable que otro.

²⁴ Pictogramas con escala.

²⁵ Tener en cuenta que el razonamiento probabilístico y estadístico no es exacto como en matemáticas.

Por lo tanto, en general las conjeturas que se puedan establecer no serán demostradas con rigor, serán afirmaciones con un grado de validez, porque se trata de elegir representantes de un sistema de datos (media, mediana, moda), o cuantificar la posibilidad (probabilidad teórica, empírica, etc.) pero que detrás de ello está la noción de incertidumbre.

Referencias bibliográficas

Específicas

- BRESSAN, Ana María; BOGISIC, Beatriz y CREGO, Karina. (2006). Razones para enseñar geometría en la Educación Básica. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- CARBO, Liliانا; GRACIA, Vicent. (2009). El mundo a través de los números. Lleida: Milenio.
- CHANDÍA, Eugenio; LÓPEZ, Alejandro; MARTÍNEZ, Salomé; MARTÍNEZ, Francisco y ROJAS, Daniela. (2012). Datos y azar. Texto para el formador. Para futuros profesores de la educación básica. Programa ReFIP. Chile: Centro de Modelamiento Matemático Blanco Encalada-Ediciones SM.
- DÍAZ, Leonora. (1998). Reflexiones didácticas en torno a fracciones, razones y proporciones. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- GOÑI, Jesús. (coord.). (2011). Matemáticas. Complementos de formación disciplinar. Barcelona: Graó.
- GUELLI, Oscar. (2007). EJA. Educação de jovens e adultos. Matemática. Ensino fundamental 3° e 4° ciclos. Sao Paulo: Editora Ática.
- MARSHALL, A. (2010). Discover strategies to engage young math students in competently using multiple representations. Fecha de consulta: 1/1/2013. <http://www.nctm.org/eresources/view_media.asp?article_id=9351>
- Ministerio de Educación. (2012). Resolvamos 1 y 2. Lima: Ministerio de Educación.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los sistemas de números naturales, enteros, racionales y reales en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f1.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los sistemas numéricos en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f1.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje para los números y numerales. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f1.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje para las razones y proporciones. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_f1.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la geometría. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f4.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los poliedros. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f7.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la geometría con corte y doblado de papel. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s2_f1.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de transformaciones geométricas. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s2_f7.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de funciones en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f3.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje del álgebra en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f2.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Resolución de ecuaciones en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f4.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos para elaborar encuestas. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_f9.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la probabilidad. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_f8.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la estadística y probabilidad. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f5.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de la matemática. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s1_f6.pdf>
- PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma. (2010) Enseñar Aritmética a los más chicos. Santa Fe: Ediciones Homo Sapiens.
- RICOTTI, Stella. (2010). Juegos y problemas para construir ideas matemáticas. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- ROJO, Alberto. (2012). El azar en la vida cotidiana. Buenos Aires: Editores Siglo Veintiuno.
- ROUCHE, Nicolás. (1994). De las magnitudes a los números racionales. Serie Enseñanza de las Matemáticas y de las Ciencias. Documento n.º 2/94. Santiago de Chile: Centro de Investigación y Desarrollo de la Educación
- SWAN, Malcolm. (2005). Improving learning in mathematics: challenges and strategies. Nottingham: Department for Education and Skills Standards Unit de la University of Nottingham.
- STEWART, Ian. (2007). Como cortar un pastel y otros rompecabezas matemáticos. Madrid: Editorial Critica.
- TALL, D. (2008). The Transition to Formal Thinking in Mathematics. Fecha de consulta: 1/1/2013. <<http://link.springer.com/article/10.1007%2FBF03217474?LI=true#>>
- ZAPICO, Irene y otros. (2006). Matemática en su salsa, historia, arte y juegos. Buenos Aires: Lugar editorial S.A.

Generales

- BARRANTES, H. (2006). Resolución de problemas: El trabajo de Allan Schoenfeld. Fecha de consulta: 1/1/2013. <http://www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes>
- BISHOP, Alan J. (1999). Enculturación matemática. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.
- CABRERA, Gabriela; BONYUAN, Stella. (2010). La enseñanza de la matemática situada en contexto. Córdoba, Argentina: Comunicarte.
- CANTORAL, Ricardo. (2013). Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. México D. F.: Editorial Gedisa Mexicana.
- CARABALLO, Rosa; RICO, Luis y LUPIÁÑEZ, José. (2013). "Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas". En Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado. Vol. 17, n.º 2, pp. 225-241.
- CASTIBLANCO, Ana. (1999). Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas. Lineamientos curriculares. Áreas obligatorias y fundamentales. Bogotá, D. C.: Cooperativa Editorial Magisterio.
- CHEVALLARD y otros. (1997). Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Cuaderno de Educación N°22. Barcelona: Editorial Horsori.
- DA SILVA FERNANDEZ, Antonio (2010). Aprendizagem em matemática. Sao Paulo: Papirus Editora
- D'AMORE y otros.(2010). La didáctica y la dificultad en matemáticas. Bogotá: Editorial Magisterio.
- D'AMORE y otros.(1999). Didáctica de la matemática. Bogotá: Editorial Magisterio.
- DONOVAN, M. Suzanne y otros. (2000). How People Learn. Brain, Mind, Experience, and School. Washington D. C.: National Academy of Sciences.
- EURYDICE (2011). Mathematic Education in Europe: Common Challenges National Policies. Bruselas: Education, Audiovisual and Culture Executive Agency.
- FREJD, Peter (2014). "Modes of Mathematical Modelling. An analysis of how modelling is used and interpreted in and out of school settings". En Studies in Behavioural Science n.º 181.Suecia: Faculty of Educational Sciences Linköping de la University Linköping.
- GIMÉNEZ, Joaquim. (coord.). (2001). Matemáticas en Europa: Diversas perspectivas. Barcelona: Graó.
- GOÑI, Jesús (coord.). (2011). Didáctica de las matemáticas. Barcelona: Graó.
- GRAVEMEIJER K. y TERUEL J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. Fecha de consulta: 24/12/2014.
- GROUWS, Douglas A. y CEBULLA, Kristin J. (2000). Mejoramiento del desempeño en matemáticas. Ginebra: Oficina Internacional de Educación, Academia Internacional de Educación.
<<http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/hansfreudenthal.pdf>>
- LESH, Richard y otros. (2010). Modeling Students. Mathematical Modeling Competencies. Dordrecht: Springer Publishing.
- MANEL, Sol. (2011). Trayectorias Modelizadoras en la ESO. Fecha de consulta: 24/12/2014.
<<http://polipapers.upv.es/index.php/MSEL/article/viewFile/3100/3196>>
- MASAMI, Isoda; ARCAVI, Abraham y MENA, Arturo. (2007). El estudio de clases

japonés en matemáticas. Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

- MASAMI, Isoda y OLFOS, Raimundo. (2009). El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Mendom@atic@. Revista digital de matemática. Fecha de consulta: 24/12/2014. <http://www.mendomatica.mendoza.edu.ar/nro22/Lenguaje_comunicacion_y_emociones_%20Sentipensar%20la%20Matematica_22.pdf>
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2003). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- NISS, M. (2011). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education. Fecha de consulta: 1/1/2013. <<http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/download/672/678>>
- NISS, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish kom project. Fecha de consulta: 1/1/2013. <http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf>



Coloca aquí tus ideas