MINISTERIO DE EDUCACIÓN

5.° grado de secundaria

Sesiones de Aprendizaje para Educación Secundaria en Ámbitos Rurales

ÁREA DE MATEMÁTICA

Sesiones de Aprendizaje para Educación Secundaria en Ámbitos Rurales

ÁREA DE MATEMÁTICA

5.° grado de secundaria

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

SESIONES DE APRENDIZAJE PARA EDUCACIÓN SECUNDARIA EN ÁMBITOS RURALES

ÁREA DE MATEMÁTICA

Planificación anual, unidades didácticas y sesiones de aprendizaje de quinto grado

CRÉDITOS TÉCNICOS

Revisión pedagógica:

Hugo Luis Támara Salazar
Olber Muñoz Solís
Rosana Georgina Matías Pachas
Concepción Florencia Suca Meza
Lilian Edelmira Isidro Camac
Clara Fiestas Salinas
Marlene Valdez Damián

Colaboración:

Bertha Susana Mayandía Suárez

Corrección de estilo:

Mario Jhonny Ávila Rubio

Diseño y diagramación:

Víctor Adolfo Matías Paz

©Ministerio de Educación

Calle del Comercio N.° 193 - San Borja,
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Primera edición: Noviembre de 2016
Tiraje: 8 003 ejemplares.

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*
INDUSTRIA GRÁFICA **CIMAGRAF** S.A.C.
Psje. Sta. Rosa N.° 220 Ate - Lima 3 Perú
RUC: 20136492277

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca
Nacional del Perú N.° 2016-15070

Todos los derechos reservados.
Prohibida la reproducción de este
material por cualquier medio, total
o parcialmente, sin permiso expreso
del Ministerio de Educación.

En vista de que, en nuestra opinión, el lenguaje escrito no ha encontrado aún una manera satisfactoria de nombrar a ambos géneros con una sola palabra, en este material se ha optado por emplear términos en masculino para referirse a ambos géneros.

PRESENTACIÓN

Estimado docente:

La Dirección de Educación Secundaria, a través de la intervención de Soporte Pedagógico para la Secundaria Rural (SPSR), presenta las *Sesiones de Aprendizaje para Educación Secundaria en Ámbitos Rurales - Área de Matemática,* una propuesta que pretende ser un documento de referencia y apoyo en el trabajo pedagógico para la mejora de los aprendizajes de los estudiantes, a partir de diversas situaciones significativas del contexto rural.

Para su elaboración, hemos tomado como referencia los documentos de planificación curricular diseñados por especialistas de la Coordinación Pedagógica de la Dirección de Educación Secundaria para la Jornada Escolar Completa, los cuales han sido adaptados y, en algunos casos, reelaborados en función del ámbito rural.

Este conjunto de herramientas pedagógicas tiene como propósito brindarle propuestas de planificación curricular para el empleo de la programación anual, unidades didácticas y sesiones de aprendizaje de quinto grado de secundaria. Antes de su aplicación, deberán ser revisadas, analizadas y adecuadas a las características, necesidades e intereses de los estudiantes, así como al contexto en el que realiza su tarea educativa.

En el área de Matemática, se ha diseñado para este grado:

- Una Programación Anual
- Unidad Didáctica N.° 1 y sus sesiones de aprendizaje
- Unidad Didáctica N.° 2 y sus sesiones de aprendizaje
- Unidad Didáctica N.° 3 y sus sesiones de aprendizaje
- Unidad Didáctica N.° 4 y sus sesiones de aprendizaje
- Unidad Didáctica N.° 5 y sus sesiones de aprendizaje
- Unidad Didáctica N.° 6 y sus sesiones de aprendizaje

Le invitamos a analizar y disponer de estas sesiones de aprendizaje, de manera que puedan ser de utilidad en su labor cotidiana.

Soporte Pedagógico para la Secundaria Rural

ÍNDICE

Contenido		Páginas
Programación Anual		7
Unidad 1 PROMOVEMOS UNA ALIMENTACIÓN BALANCEADA Y UNA VIDA SALUDABLE	• Planificación de la Unidad Didáctica N.° 1	19
	• Organizamos nuestras actividades para promover el consumo de una dieta balanceada	26
	• Contabilizamos nuestros glóbulos rojos y blancos	37
	• Conocemos el tamaño de nuestros glóbulos rojos y blancos	48
	• Resolvemos situaciones problemáticas utilizando notación científica	57
	• Determinamos la cantidad de hierro que absorbe nuestro cuerpo	65
	• Elaboramos el menú balanceado del día	74
	• Determinamos la muestra para nuestro trabajo de investigación	83
	• Elaboramos una encuesta	92
	• Tabulamos datos y representamos gráficos	98
Unidad 2 ANALIZAMOS ACTIVIDADES ECONÓMICAS DE NUESTRO ENTORNO	• Planificación de la Unidad Didáctica N.° 2	105
	• Nos organizamos para conocer las actividades económicas de nuestra comunidad	111
	• Modelamos un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas	117
	• Representamos gráficamente sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas	128
	• Empleamos procedimientos prácticos para la solución de un sistema de ecuaciones lineales	138
	• Resolvemos un caso	144
Unidad 3 HALLAMOS EL VOLUMEN DE UN VASO A PARTIR DE UN CUERPO DE REVOLUCIÓN	• Planificación de la Unidad Didáctica N.° 3	151
	• Organizamos nuestras actividades para determinar volúmenes y áreas de troncos de cono	156
	• Determinamos los elementos de los cuerpos geométricos	164
	• Determinamos el área lateral y total de un vaso	173
	• Hallamos el volumen de un tronco de cono	184
	• Elaboramos un vaso en forma de tronco de cono	192
Unidad 4 ORGANIZAMOS NUESTRO TRABAJO PARA CONOCER ASPECTOS SOCIOECONÓMICOS DE NUESTRA COMUNIDAD Y LOS TIPOS DE INTERÉS DEL SISTEMA FINANCIERO	• Planificación de la Unidad Didáctica N.° 4	201
	• Organizamos nuestro trabajo para conocer aspectos socioeconómicos de nuestra comunidad	207
	• Elaboramos una encuesta para conocer aspectos socioeconómicos de nuestra comunidad	219
	• Aplicamos una expresión matemática para calcular el tamaño de una muestra y determinamos los elementos de ella	227
	• Interpretamos el error muestral	237

	• Tabulamos datos socioeconómicos de nuestra localidad y elaboramos gráficos estadísticos	245
	• Calculamos el interés simple al solicitar un préstamo o ahorrar en el banco	255
	• Investigamos el interés compuesto al solicitar un préstamo o ahorrar en el banco	263
Unidad 5 MEDIMOS NUESTRO ENTORNO PARA CONOCER Y TOMAR DECISIONES	• Planificación de la Unidad Didáctica N.° 5	277
	• Organizamos nuestro trabajo para determinar y ubicar lugares turísticos	287
	• Ubicamos el Santuario Arqueológico de Pachacámac	294
	• Hallamos el área y el perímetro del Santuario Arqueológico de Pachacámac	304
	• Construimos un teodolito casero	313
	• Determinamos alturas sin estar en el Santuario Arqueológico de Pachacámac	322
	• Elaboramos una maqueta del Santuario Arqueológico de Pachacámac	329
	• Maximizamos los ingresos turísticos del Santuario Arqueológico de Pachacámac	337
	• Graficamos la función cuadrática de maximización de ganancias	346
	• Comprimimos y expandimos la gráfica de una función cuadrática	352
	• Sustentamos la elaboración de una maqueta a escala	359
Unidad 6 TRABAJAMOS ARMONIOSAMENTE PARA RELACIONAR LA MÚSICA CON LA MATEMÁTICA	• Planificación de la Unidad Didáctica N.° 6	365
	• Organizamos nuestro trabajo para conocer sobre las melodías musicales	375
	• Identificamos sucesiones en los tiempos de notas musicales	382
	• Determinamos una sucesión de frecuencias de una escala temperada	392
	• Hallamos los intervalos musicales haciendo uso de la progresión geométrica	400
	• Calculamos la suma de términos de una progresión geométrica	408
	• Escuchamos melodías	416
	• Graficamos la función seno	428
	• Interpretamos gráficas de funciones trigonométricas	435
	• Identificamos las vibraciones por segundo, mínimas y máximas, que puede percibir el oído humano	444
	• Calculamos los niveles de intensidad de sonidos	452
	• Evaluamos nuestro trabajo	460

PROGRAMACIÓN ANUAL

Grado: Quinto de Secundaria
Área: Matemática

Descripción general

Los adolescentes forman parte de la "sociedad de la información", en la cual no solo basta conocer las tecnologías e interactuar en las redes para recabar sus contenidos, sino que es necesario saber seleccionarlos, procesarlos y gestionarlos. El reto de los docentes es que nuestros estudiantes desarrollen habilidades como la comprensión, el razonamiento, la resolución de problemas y la capacidad de modelizar situaciones, entre otras, que les permita interactuar de manera exitosa en el mundo actual y en el del futuro.

La matemática nos permite comprender nuestro entorno y actuar de manera eficiente en situaciones de la vida cotidiana. Nos ayuda a elaborar presupuestos familiares, calcular distancias y tiempos para trasladarnos, definir el calendario agrofestivo de la comunidad, realizar transacciones comerciales (compra y venta) y muchas otras acciones. Usar el lenguaje matemático y sus características simbólicas ha generado una nueva forma de entender la información local y global, lo cual nos da mayores facilidades para actuar en nuestro medio.

Esta lógica implica asumir desafíos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, valorando su funcionalidad y significatividad, y poniendo énfasis en el desarrollo de cuatro competencias a partir de distintas situaciones contextualizadas en el entorno de la comunidad educativa. Dichas situaciones son significativas para los estudiantes y se enmarcan en contextos familiares, laborales, sociales y científicos. Para que los estudiantes desarrollen las competencias del área, es necesario considerar aspectos tanto de la matemática científica y financiera como de la matemática para la prevención de riesgos y de la interculturalidad.

En este grado se espera desarrollar las siguientes competencias:

"Resuelve problemas de cantidad". El Estudiante resuelve problemas referidos a relaciones entre cantidades muy grandes o muy pequeñas y magnitudes o intercambios financieros, traduciéndolas a expresiones numéricas y operativas con números irracionales o racionales, notación científica, intervalos y tasa de interés simple y compuesto. Evalúa si estas expresiones cumplen con las condiciones iniciales del problema. Expresa su comprensión de los números racionales e irracionales, de sus operaciones y propiedades, así como de la notación científica. Establece relaciones de equivalencia entre múltiplos y submúltiplos de unidades de masa y tiempo, y entre escalas de temperatura, empleando lenguaje matemático y diversas representaciones. Con base en esto, interpreta e integra información contenida en varias fuentes de información. Selecciona, combina y adapta variados recursos, estrategias y procedimientos matemáticos de cálculo y estimación para resolver problemas. Los evalúa y opta por aquellos más idóneos según las condiciones del problema. Plantea y compara afirmaciones sobre números racionales y sus propiedades. Asimismo, formula enunciados opuestos o casos especiales que se cumplen entre expresiones numéricas. También justifica, comprueba o descarta la validez de la afirmación mediante contraejemplos o propiedades matemáticas.

"Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio". Resuelve problemas referidos al análisis de cambios continuos o periódicos o regularidades entre magnitudes, valores o expresiones, traduciéndolas a expresiones algebraicas que pueden contener la regla general de las progresiones geométricas, así como del sistema de ecuaciones lineales y de las ecuaciones y funciones cuadráticas y exponenciales. Evalúa si la expresión algebraica reproduce las condiciones del problema. Expresa su comprensión de la regla de formación de sucesiones y progresiones geométricas, así como de la solución o conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales e inecuaciones. Igualmente, señala la diferencia entre una función lineal y una función cuadrática y exponencial, y sus parámetros, lo cual usa para interpretar enunciados, textos o fuentes de información

utilizando lenguaje matemático y gráficos. Selecciona, combina y adapta variados recursos, estrategias y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos en progresiones geométricas, solucionar ecuaciones lineales o cuadráticas y simplificar expresiones usando identidades algebraicas. Evalúa y opta por aquellos más idóneos según las condiciones del problema. Plantea afirmaciones sobre enunciados opuestos o casos especiales que se cumplen entre expresiones algebraicas. Predice el comportamiento de variables, y comprueba o descarta la validez de la afirmación mediante contraejemplos y propiedades matemáticas.

"Resuelve problemas de forma, movimiento y localización". Resuelve problemas en los que modela características de objetos con formas geométricas compuestas, cuerpos de revolución (elementos y propiedades), líneas, puntos notables, relaciones métricas de triángulos, distancia entre dos puntos, ecuación de la recta, parábola y circunferencia. Asimismo, la ubicación, las distancias inaccesibles, el movimiento y las trayectorias complejas de objetos mediante coordenadas cartesianas, razones trigonométricas, mapas y planos a escala. Expresa su comprensión de la relación entre las medidas de los lados de un triángulo y sus proyecciones. Distingue entre trasformaciones geométricas que conservan la forma y aquellas que conservan las medidas de los objetos. También señala cómo se generan cuerpos de revolución utilizando construcciones con regla y compás. Clasifica polígonos y cuerpos geométricos según sus propiedades, reconociendo la inclusión de una clase en otra. Selecciona, combina y adapta variadas estrategias, procedimientos y recursos para determinar la longitud, el perímetro y el área o volumen de formas compuestas, así como para construir mapas a escala, homotecias e isometrías. Plantea y compara afirmaciones sobre enunciados opuestos o casos especiales de las propiedades de las formas geométricas. Igualmente, justifica, comprueba o descarta la validez de la afirmación mediante contraejemplos o propiedades geométricas.

"Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre". Resuelve problemas en los que plantea temas de estudio, caracterizando la población y la muestra e identificando las variables que se van a estudiar, empleando el muestreo aleatorio para determinar una muestra representativa. Recopila datos mediante encuestas y los registra en tablas. Asimismo, determina terciles, cuartiles y quintiles, la desviación estándar y el rango de un conjunto de datos. Representa el comportamiento de estos usando gráficos y medidas estadísticas más apropiadas a las variables en estudio. Interpreta la información contenida en los datos o la información relacionada con su tema de estudio proveniente de diversas fuentes, haciendo uso del significado de la desviación estándar, las medidas de localización estudiadas y el lenguaje estadístico. Con base en esto, contrasta y justifica conclusiones sobre las características de la población. Expresa la ocurrencia de sucesos dependientes, independientes, simples o compuestos de una situación aleatoria mediante la probabilidad y determina su espacio muestral. Interpreta las propiedades básicas de la probabilidad de acuerdo con las condiciones de la situación, y justifica sus predicciones basado en los resultados de su experimento o de las propiedades de este.

MATRIZ DE LA PROGRAMACIÓN ANUAL

UNIDAD / SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	DURACIÓN (en horas y sesiones)	Resuelve problemas de cantidad.				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.				Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.				CAMPOS TEMÁTICOS	PRODUCTO
		Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.		
Unidad 1 **Título: Promovemos una alimentación Balanceada y una vida saludable.** Situación significativa: Miguel, quien está cursando el quinto grado de secundaria, es el mayor de cinco hermanos; el menor de ellos recién va a cumplir tres años de edad. Un día Miguel llega a casa luego de asistir al colegio y ve a su mamá agregar una sustancia en polvo al plato de comida de su hermanito. Extrañado, le consulta al respecto, y su madre le manifiesta que el doctor del centro de salud le ha dicho que, según los resultados del análisis de sangre, el pequeño tiene anemia, y que ese "polvito" le va a ayudar a combatirlo, ya que contiene hierro. La mamá continúa diciendo: "¡Qué raro que mi hijo tenga anemia! Si come muy bien, hasta yapa me pide. A todos mis hijos los he criado igual, yo los veo bien". ¿Qué es la anemia? ¿Cómo se ve la anemia en la sangre? ¿Cómo afecta la anemia a las personas? ¿Por qué el hermanito de Miguel puede tener anemia si come bastante? ¿Qué alimentos contienen hierro? ¿Cómo podemos determinar una dieta saludable? ¿Cómo saber si mi familia tiene anemia? ¿Cómo podría saber si la gente de la comunidad sufre de anemia? ¿Cómo podría organizar y representar toda la información? ¿Qué puedo hacer para prevenir la anemia en la comunidad?	18 horas 9 sesiones	X	X	X	X									X	X	X	X	• Notación científica: expresiones con exponentes positivos y negativos • Operaciones con notación científica • Regla de tres: conversión de unidades de medida • Porcentaje • Muestra aleatoria • Error muestral • Gráficos estadísticos	• Infografía sobre la alimentación de los estudiantes

UNIDAD / SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	DURACIÓN (en horas y sesiones)	Resuelve problemas de cantidad.				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.				Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.				CAMPOS TEMÁTICOS	PRODUCTO
		Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.		
Unidad 2 **Título: Analizamos actividades económicas de nuestro entorno.** Situación significativa: Todo grupo humano lleva a cabo actividades económicas que permiten satisfacer sus necesidades básicas y el desarrollo de sus integrantes. Las actividades económicas en la zona rural generalmente son de autosostenimiento; es decir, lo que se produce es utilizado para el autoconsumo. Básicamente, se siembran productos de pan llevar, para lo cual muchas veces se utilizan técnicas ancestrales. Asimismo, se realiza la crianza extensiva de ganado. En ocasiones, el desarrollo de dichas actividades origina que algunos estudiantes abandonen temporalmente las instituciones educativas para ayudar a sus padres en las labores del campo. Cuando es necesario contar con algún producto que no es producido por las familias se recurre al trueque o se lo adquiere en las ferias dominicales o mercados que puedan existir. Asimismo, algunas familias no emplean el sistema financiero (ahorro y préstamo) por desconocimiento y temor a los bancos, cajas y cooperativas u otras entidades. Otras familias producen y venden productos agropecuarios y muchas veces no tienen claro cuánto están produciendo y vendiendo. ¿Qué actividades económicas se realizan en nuestra comunidad? ¿A qué actividades económicas se dedica tu familia? ¿Y tú? ¿Qué deberías saber para pedir un préstamo? ¿Cómo podrías calcular la producción de tu familia? ¿Cómo podrías saber si estás vendiendo tus productos a un precio adecuado? ¿De qué manera crees que la matemática podría ayudar a mejorar tus actividades económicas?	10 horas 5 sesiones					X	X	X	X									• Sistema de ecuaciones • Solución de un sistema de ecuaciones lineales • Expresiones simbólicas para expresar un sistema de ecuaciones lineales • Representación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales • Métodos analíticos de resolución	• Resolución de un caso empleando sistema de ecuaciones lineales

UNIDAD / SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	DURACIÓN (en horas y sesiones)	Resuelve problemas de cantidad.				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.				Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.				CAMPOS TEMÁTICOS	PRODUCTO
		Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.		
Unidad 3 **Título : Hallamos el volumen de un vaso a partir de un cuerpo de revolución.** Situación significativa: El agua es fuente de vida. Por eso, debemos cuidarla, preservarla y evitar su contaminación. Ello garantizará la presencia del líquido elemento en nuestro consumo diario y para las generaciones futuras. Nuestro cuerpo es más agua que sustancia sólida. De hecho, aproximadamente el 65 % de nuestro peso está constituido por agua. Beberla en abundancia para mantenernos hidratados en el transcurso del día es una práctica indispensable para que el cuerpo pueda desempeñar todas sus funciones y alcanzar un estado de salud óptimo. De ahí que tengamos que tomar agua diariamente. Se puede pasar varios días sin comer, pero no sin beber agua. Se sugiere, que en promedio, bebamos ocho vasos de agua al día aunque esto varía según la actividad que realizamos y el consumo de alimentos que contengan bastante líquido en su composición. ¿Cuántos litros de agua bebemos si consumimos ocho vasos diarios? ¿La cantidad bebida dependerá de la forma y tamaño del vaso? ¿Cómo determinaríamos la capacidad de dicho vaso? ¿Qué relación existe entre el volumen y la capacidad del vaso? ¿Cómo podríamos determinar la cantidad de material utilizado para la construcción de dicho vaso? ¿Qué forma de recipiente nos ayuda a almacenar mayor volumen de agua?	10 horas 5 sesiones									X	X	X	X					• Cuerpos geométricos truncados • Tronco de cono: área y volumen	• Elaboración de un vaso en forma de tronco de cono

UNIDAD / SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	DURACIÓN (en horas y sesiones)	Resuelve problemas de cantidad.				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.				Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.				CAMPOS TEMÁTICOS	PRODUCTO
		Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.		
Unidad 4 **Título: "Organizamos nuestro trabajo para conocer aspectos socioeconómicos de nuestra comunidad y los tipos de interés del sistema financiero"** Situación significativa: El 64% de agricultores peruanos viven en la sierra. Esta actividad es el sostén del 80% de hogares rurales, y lo que se produce es básicamente destinado para el autoconsumo. A grandes rasgos, el agricultor promedio que vive en la sierra, percibe muy bajos ingresos económicos; no tiene educación primaria completa (aunque los hijos superan el número de años de escolaridad de los padres), vive con limitado o nulo acceso a la red pública de agua, desagüe y electricidad; tiene un hogar precario y pequeñas extensiones de tierra distribuidas en parcelas dispersas de poco tamaño. Asimismo, los hogares agrarios tienen estrategias de diversificación de ingresos; es decir, no son exclusivamente agricultores, sino que también se dedican a otras actividades, principalmente independientes y comerciales. Otro elemento que caracteriza a estos hogares, es la migración hacia otras zonas, con el objetivo de conseguir mayores ingresos, la cual puede ser temporal o permanente. Ante esta realidad y con el objetivo de mejorar sus ingresos económicos, la familia de Patricia desea sembrar un producto que pueda tener demanda. Luego de buscar	14 horas 7 sesiones	X	X	X	X									X	X	X	X	• Muestreo aleatorio • Encuestas • Tablas de frecuencias • Gráficos estadísticos • Tasas de interés simple y compuesto • Variación porcentual	• Panel informativo sobre financiamiento bancario y préstamos

información, ha decidido sembrar chía. Para ello, pretende obtener un préstamo bancario que le permita invertir en semillas y la mejora de sus tierras de cultivo. ¿Qué precauciones se ha de tener antes de solicitar un crédito bancario? ¿Cómo averiguamos el costo total de los intereses que se pagarán? ¿Qué tipo de interés es el que cobran las entidades financieras?																			

UNIDAD / SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	DURACIÓN (en horas y sesiones)	Resuelve problemas de cantidad.				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.				Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.				CAMPOS TEMÁTICOS	PRODUCTO
		Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.		
Unidad 5 Título: "Medimos nuestro entorno para conocer y tomar decisiones" Situación significativa: Estela se encuentra haciendo una tarea de historia. Ella queda muy impresionada al leer algunos libros, pues se da cuenta de que el Perú es un país que tiene una enorme diversidad cultural. Ha leído que esto se debe, principalmente, a que fue una de las cunas de la civilización mundial y asiento de uno de los imperios más extensos del mundo antiguo: el Incaico. También, reconoce que es un territorio con una gran diversidad geográfica, lo que se evidencia en la gran variedad de pisos ecológicos existentes, lo cual permitió a los habitantes del antiguo Perú, adaptarse y crear una cultura andina única y diversa. Como parte de esta herencia, hoy existe una gran cantidad de sitios arqueológicos e históricos en el país, que han sido declarados patrimonio cultural de la humanidad como reconocimiento a su autenticidad, riqueza	24 horas 12 sesiones					X	X	X	X	X	X	X	X					• Mapas y planos a escala • Desplazamiento, altitud y relieves • Diseños de regiones y formas bidimensionales • Áreas y perímetros • Razones trigonométricas • Ángulos, razones trigonométricas	• Maqueta a escala del Santuario Arqueológico de Pachacámac

y diversidad cultural, única en su género. Por ello, son motivo de orgullo y debemos conocerlos, preservarlos y difundirlos. Uno de los centros históricos sobre el que Estela ha leído se encuentra en Lima, lejos de donde vive. Se trata del Santuario Arqueológico de Pachacámac, un gran complejo arquitectónico con muchos edificios que fueron construidos en diferentes épocas, desde los primeros años de nuestra era hasta el siglo XVI, por lo cual es un sitio con mucha importancia histórica. A Estela le gustaría estudiar Arqueología. Por este motivo, se hace las siguientes preguntas: ¿Cuáles son las características de este lugar y de su historia? ¿Cuál es su ubicación y altitud? ¿Cómo es el relieve de sus edificaciones? Además, quiere saber: ¿Cómo hacen los arqueólogos para conocer sus dimensiones (altitud, profundidad) y ángulo de posición? ¿Cuántas personas o turistas lo visitan mensualmente? ¿A cuánto ascienden las ganancias que se generan anualmente? Esta información le permitirá conocer todo el potencial turístico de este centro arquelógico, y le haría valorar más el país, sus costumbres y su legado.																	• Razones trigonométricas de ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios • Función cuadrática • Función cuadrática considerando la forma f(x)=x2, f(x)=ax2+c, f(x)=ax2+bx+c, f(x)=ax2+p, y a la de f(x)=ax2, f(x)=a(x-p)2+p, f(x)=a(x-p)2+q, a ≠ 0 • Dominio y rango • Relación entre los elementos de una función cuadrática: eje de simetría, intercepto, vértice, orientación de la parábola	

UNIDAD / SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	DURACIÓN (en horas y sesiones)	Resuelve problemas de cantidad.				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.				Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.				CAMPOS TEMÁTICOS	PRODUCTO
		Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.		
Unidad 6 **Título:"Trabajamos armoniosamente para relacionar la música con la matemática"** Situación significativa: La docente de Arte de quinto grado de Educación Secundaria es aficionada a la música. Les ha propuesto a sus estudiantes formar una pequeña banda que haga																		• Progresiones geométricas • Representación gráfica de una progresión geométrica • Suma de infinitos términos de una	• Análisis matemático de una composición musical sobre el buen trato

presentaciones en las fechas festivas de la institución educativa. Se muestran muy animados y varios se apuntan en la lista para practicar luego de clases. Los talleres de práctica comienzan y todo parece ir bien al principio, sin embargo, la mayoría tienen muchas ganas pero saben muy poco acerca de música, compases, ritmos, frecuencias, notas, acordes y otros. Solo Ricardo y Ángela saben tocar instrumentos, y una estudiante más, Lucía, puede cantar bien. No obstante, en vez de mostrarse dispuestos a enseñar a sus compañeros, se apartan del equipo con su guitarra, quena y zampoña para ensayar solos. Constantemente menosprecian al resto y se burlan de sus errores durante los ensayos. Por si fuera poco, el nivel de motivación del equipo ha disminuido: varios estudiantes faltan a los ensayos, han dejado de practicar en casa y, cada vez que tocan como banda, la calidad de su trabajo musical deja mucho que desear. La docente ha pensado que es necesario volver a motivarlos y, además, desarrollar en ellos conocimientos sobre teoría musical para que puedan emplearlos en los ensayos de su banda. Ha conversado con su colega de Matemática, y en una reunión con los estudiantes de la banda se plantearon las siguientes preguntas: ¿Cómo lograremos producir secuencias musicales armónicas? ¿Por qué es importante afinar los instrumentos antes de tocarlos? ¿Cómo llegarán los sonidos a los oídos de nuestro público? ¿Qué es una onda sonora? ¿Cómo la representamos matemáticamente? ¿Qué caracterizan a una melodía aguda y a una grave?, ¿existen diferencias en sus gráficas matemáticas? ¿De qué depende el volumen de los sonidos? ¿Qué relación matemática hay entre el tono y la frecuencia de un sonido musical? Además, ¿cómo debe ser el trato en la banda? ¿Cómo podrían aprovecharse las capacidades y el potencial de Ricardo, Ángela y Lucía? ¿Cuál es la actitud y trato que debemos promover con los integrantes al interior de la banda musical?	22 horas 11 sesiones	X	X	X	X	X	X	X	X									progresión geométrica en la que |r|<1 • Funciones trigonométricas • Función trigonométrica seno y coseno, y de la forma f(x) = ±Asen (Bx + C) + D • Amplitud, frecuencia, periodo, deslizamiento vertical y cambio de fase • Sucesiones convergente y divergente • Términos • Índice de término • Regla de formación • Notación exponencial y científica • Magnitudes derivadas • Operaciones	

VÍNCULO CON OTRAS ÁREAS
UNIDAD 1. Se vincula con las siguientes áreas. Comunicación: con la competencia *Lee diversos tipos de textos escritos en lengua materna*, al inferir e interpretar el significado, el contenido y el contexto de textos escritos cuando se procesa información referida a medidas del cuerpo humano. Ciencia y Tecnología: con la competencia *Indaga mediante métodos científicos para construir conocimientos*, al diseñar estrategias que permitan hacer indagaciones y registrar datos e información respecto al control de las medidas del cuerpo humano.
UNIDAD 2. Se vincula con las siguientes áreas. Comunicación: con la competencia *Escribe diversos tipos de textos en lengua materna*, al planificar la elaboración de un tríptico informativo sobre alimentos saludables. Ciencias Sociales: con la competencia *Gestiona responsablemente los recursos económicos*, al trabajar procesos de préstamos, capitales y montos de pagos a plazos.
UNIDAD 3. Se vincula con las siguientes áreas. Comunicación: con la competencia *Escribe diversos tipos de textos en lengua materna*, al elaborar su díptico informativo sobre interés simple y compuesto. Ciencia y Tecnología: con la competencia *Indaga mediante métodos científicos para construir conocimientos*, al diseñar estrategias que permitan hacer indagaciones y registrar datos e información respecto a los valores nutritivos de alimentos saludables.
UNIDAD 4. Se vincula con las siguientes áreas. Comunicación: con la competencia *Escribe diversos tipos de textos en lengua materna*, al planificar y reflexionar sobre la forma, el contenido y el contexto de textos escritos en la elaboración de su tríptico informativo sobre prevención de desastres naturales. Ciencias Sociales: con la competencia *Gestiona responsablemente los recursos económicos*, al trabajar procesos de préstamos, capitales y montos de pagos a plazos.
UNIDAD 5. Se vincula con las siguientes áreas. Comunicación: con las competencias *Lee diversos tipos de textos escritos en lengua materna y Escribe diversos tipos de textos en lengua materna*, al producir textos y planificar su producción en la elaboración de un tríptico informativo sobre contaminación ambiental. Ciencias Sociales: con la competencia *Gestiona responsablemente el espacio y el ambiente*, al explicar las relaciones entre los elementos naturales y sociales que intervienen en la construcción de los espacios geográficos.
UNIDAD 6. Se vincula con la siguiente área: Comunicación: con la competencia *Lee diversos tipos de textos escritos en lengua materna*, al buscar información referente a la distribución económica de nuestra región.

PRODUCTO

Maqueta a escala del Santuario Arqueológico de Pachacámac

MATERIALES Y RECURSOS

Ministerio de Educación. (2012). *Módulo de Resolución de Problemas. Resolvamos 2.* Lima, Perú: Autor.

Ministerio de Educación. (2013). *Rutas del Aprendizaje General: Hace uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos*. Lima: Autor.

Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?* Ciclo VII. Lima, Perú: Autor.

Ministerio de Educación. (2016). *Texto escolar. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Ministerio de Educación. (2016). *Cuaderno de trabajo. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Ministerio de Educación. (2016). *Manual para el docente. Matemática 5.* Lima, Perú: Editorial Santillana.

Otros

Folletos, separatas, láminas, equipo de multimedia, etc.

Plumones, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza, etc.

Sitios web

Escenariocultural.com. (2015). ¿Qué es Escenario Cultural? | Escenario Cultural. Recuperado el 26/09/2016, de https://goo.gl/K9aAyS

MINSA. (2006). Su salud es primero/Adolescente. Recuperado el 26/09/2016, de https://goo.gl/9uR3Om

Vitutor. (2014). Ejercicios de números racionales. Recuperado el 26/09/2016, de https://goo.gl/BVIFsc

ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN

La evaluación es un proceso permanente que tiene un enfoque formativo. Se desarrollará teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

Implica usar criterios claros y compartidos entre los docentes acerca de qué significa mejorar en un área de aprendizaje y cuándo hay suficiente evidencia para afirmar que logró los aprendizajes esperados.

Se realizará permanentemente con acciones de acompañamiento y seguimiento individual a los estudiantes durante el desarrollo de las sesiones de aprendizaje. Se concretará mediante la comunicación anticipada de criterios de evaluación y la aplicación de diversos instrumentos, como fichas de observación, listas de cotejo y rúbricas.

Implica un cambio en la cultura evaluativa; por ello, se promoverán acciones para lograr mayor participación de los estudiantes en los procesos de evaluación (auto y coevaluación), con el fin de que desarrollen de manera progresiva mayor autonomía y responsabilidad por su aprendizaje.

Las calificaciones con fines de promoción se realizarán por periodos de aprendizajes (bimestre, trimestre, anual) con el propósito de establecer conclusiones descriptivas del nivel de aprendizaje alcanzado por el estudiante, en función de la evidencia recogida en el período que se evaluará. Dichas conclusiones se asociarán con la escala de calificación (AD, A, B o C) para obtener un calificativo.

5.° Grado de Secundaria

PROMOVEMOS UNA ALIMENTACIÓN BALANCEADA Y UNA VIDA SALUDABLE

SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

Miguel, quien está cursando el quinto grado de Secundaria, es el mayor de cinco hermanos; el menor de ellos recién va a cumplir tres años de edad. Un día, Miguel llega a casa luego de asistir al colegio y ve a su mamá agregar una sustancia en polvo al plato de comida de su hermanito. Extrañado, le consulta al respecto, y su madre le manifiesta que el doctor del centro de salud le ha dicho que, según los resultados del análisis de sangre, el pequeño tiene anemia, y que ese "polvito" le va a ayudar a combatirla, ya que contiene hierro. La mamá continúa diciendo: "¡Qué raro que mi hijo tenga anemia! Si come muy bien, hasta yapa me pide. A todos mis hijos los he criado igual, yo los veo bien".

¿Qué es la anemia? ¿Cómo se ve la anemia en la sangre? ¿Cómo afecta la anemia a las personas? ¿Por qué el hermanito de Miguel puede tener anemia si come bastante? ¿Qué alimentos contienen hierro? ¿Cómo podemos determinar una dieta saludable? ¿Cómo saber si mi familia tiene anemia? ¿Cómo podría saber si la gente de la comunidad sufre de anemia? ¿Cómo podría organizar y representar toda la información? ¿Qué puedo hacer para prevenir la anemia en la comunidad?

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencias	Capacidades
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.
	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.

CAMPOS TEMÁTICOS

- Notación científica: expresiones con exponentes positivos y negativos
- Operaciones con notación científica
- Regla de tres: conversión de unidades de medida
- Porcentaje
- Muestra aleatoria
- Gráficos estadísticos

PRODUCTO

Infografía sobre la alimentación de los estudiantes

SECUENCIA DE LAS SESIONES

Sesión 1 (2 horas) **Título: Organizamos nuestras actividades para promover el consumo de una dieta balanceada**	**Sesión 2 (2 horas)** **Título: Contabilizamos nuestros glóbulos rojos y blancos**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de cantidad.** • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. **Actividades** • El docente presenta la situación significativa y el propósito que se desea lograr al finalizar la unidad. • Los estudiantes proponen una secuencia de actividades para desarrollar a lo largo de la unidad y la presentan en un organizador visual. • Se establecen compromisos para la consolidación del trabajo.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de cantidad.** • Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. **Campo(s) temático(s)** • Notación científica. Expresiones con exponentes positivos **Actividades** • Recogen información sobre la composición de la sangre. • Los estudiantes expresan a través de notación científica los valores normales de glóbulos rojos y glóbulos blancos; los organizan y establecen comparaciones. • Los estudiantes escriben en notación científica cantidades muy grandes. • El docente, con participación de los estudiantes, concluye y reflexiona sobre los aprendizajes desarrollados.

Sesión 3 (2 horas) **Título: Conocemos el tamaño de nuestros glóbulos rojos y blancos**	Sesión 4 (2 horas) **Título: Resolvemos situaciones problemáticas utilizando notación científica**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de cantidad.** • Traduce cantidades a expresiones numéricas. **Campo(s) temático(s)** • Notación científica. Expresiones con exponentes positivos **Actividades** • Los estudiantes expresan a través de notación científica el tamaño de un glóbulo rojo y los tamaños de los glóbulos blancos. Los organizan en un esquema. • Los estudiantes expresan los valores obtenidos en micras, milímetros y metros haciendo uso de la conversión de unidades. • El docente, con participación de los estudiantes, concluye y reflexiona sobre los aprendizajes desarrollados.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de cantidad.** • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. **Campo(s) temático(s)** • Notación científica con exponente positivo y negativo **Actividades** • Los estudiantes resuelven situaciones problemáticas que involucran uso de notación científica. • Expresan los valores obtenidos en nanómetros, milímetros, metros, gramos y litros haciendo uso de la conversión de unidades. • El docente, con participación de los estudiantes, concluye y reflexiona sobre los aprendizajes desarrollados.
Sesión 5 (2 horas) **Título: Determinamos la cantidad de hierro que absorbe nuestro cuerpo**	**Sesión 6 (2 horas)** **Título: Elaboramos el menú balanceado del día**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de cantidad.** • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. **Campo(s) temático(s)** • Regla de tres: conversión de unidades de medida. **Actividades** • Los estudiantes reciben la visita de la enfermera del puesto de salud, quien les hablará sobre la absorción del hierro. • Los estudiantes aplican la regla de tres simple para determinar el porcentaje de hierro de los alimentos. • Los estudiantes realizan conversiones utilizando factor de conversión. • El docente, con participación de los estudiantes, concluye y reflexiona sobre los aprendizajes desarrollados.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de cantidad.** • Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. **Campo(s) temático(s)** • Porcentaje **Actividades** • Los estudiantes organizados en equipos de trabajo elaboran una dieta especificando el porcentaje de hierro que proporciona cada alimento. • Reflexionan sobre sus hábitos alimenticios identificando los alimentos ricos en hierro que están ausentes en su dieta. • Determinan la variación porcentual de hierro absorbido en una semana. • Finalmente, los estudiantes exponen sus trabajos y sus conclusiones.

Sesión 7 (2 horas)

Título: Determinamos la muestra para nuestro trabajo de investigación

Competencia y capacidades

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
- Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.

Campo(s) temático(s)

- Muestra poblacional.
- Muestreo aleatorio y no aleatorio.
- Tipos de muestra.

Actividades

- El docente presenta una situación donde se evidencia la necesidad de extraer una muestra.
- Los estudiantes, junto con el docente, revisan las páginas 160 y 161 del texto escolar.
- Los estudiantes determinan una muestra aleatoria de jóvenes adolescentes de su institución educativa.
- El docente, con participación de los estudiantes, concluye y reflexiona sobre los aprendizajes desarrollados.

Sesión 8 (2 horas)

Título: Elaboramos una encuesta

Competencia y capacidades

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
- Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.

Campo(s) temático(s)

- Técnicas e instrumentos de recopilación de datos
- Cuestionario: preguntas cerradas y abiertas

Actividades

- Los estudiantes identifican las variables de estudio que utilizarán para redactar un cuestionario.
- Elaboran una encuesta para conocer los hábitos alimenticios de sus compañeros de Secundaria.
- Exponen los cuestionarios utilizando la técnica del museo y llegan a un consenso para redactar una sola encuesta por todo el salón de clase.
- Se aplica la encuesta a los estudiantes seleccionados en la sesión anterior.

Sesión 9 (2 horas)

Título: Tabulamos datos y representamos gráficos

Competencia y capacidades

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
- Representa datos con gráficos y medidas estadísticas y probabilísticas.

Campo(s) temático(s)

- Tablas de distribución de frecuencias.
- Gráficos estadísticos: diagrama de barras y diagrama de sectores.

Actividades

- Los estudiantes tabulan los datos obtenidos al aplicar su encuesta en la sesión anterior y los organizan en tablas de distribución de frecuencia.
- El docente explica qué son frecuencias absolutas y relativas.
- Los estudiantes, formados en equipos de trabajo, calculan las frecuencias relativas y relativas porcentuales de cada una de las preguntas realizadas a los cinco grados. Cada equipo trabaja con un grado.
- Interpretan los resultados obtenidos en la tabla de frecuencia. Emiten opinión sobre los resultados obtenidos.

EVALUACIÓN

Situación de evaluación	Competencias	Capacidades	Indicadores	Instrumentos de evaluación
• Elaboran tablas comparativas de valores normales de hematocritos y leucocitos. • Elaboran una dieta especificando el porcentaje de nutrientes y sus beneficios.	• Resuelve problemas de cantidad.	• Traduce cantidades a expresiones numéricas. • Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones numéricas y las operaciones.	• Relaciona datos a partir de condiciones con magnitudes muy grandes o pequeñas para plantear un modelo referido a la notación científica. • Expresa la escritura de una cantidad o magnitud grande o pequeña haciendo uso de la notación exponencial y científica. • Emplea convenientemente la regla de tres simple en problemas relacionados con magnitudes derivadas del SI. • Justifica la variación porcentual empleando procedimientos recursivos.	• Lista de cotejo • Ficha de observación

• Elaboran y aplican una encuesta para conocer en qué porcentaje los estudiantes consumen hierro en su dieta diaria. • Organizan datos y representan gráficamente la información recogida de una muestra representativa.	• Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	• Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas. • Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. • Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. • Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.	• Redacta preguntas cerradas y abiertas respecto de la variable estadística de estudio para los ítems de la encuesta. • Elabora una encuesta sobre un tema de interés, reconociendo variables y categorizando la respuesta. • Examina propuestas de gráficos estadísticos que involucran expresar características o cualidades de una muestra representativa. • Plantea conjeturas relacionadas con el estudio de muestras probabilísticas.	• Lista de • cotejo • Ficha de observación

MATERIALES BÁSICOS PARA UTILIZAR EN LA UNIDAD

Para el docente:

Ministerio de Educación. (2016). *Manual para el docente. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

ninoycancer. (2001). ¿Qué es el hemograma? Recuperado el 21/09/2016, de https://goo.gl/0jeoOv

Rangel, G. (2015). Trastornos de los Glóbulos Rojos. Recuperado el 21/09/2016, de https://goo.gl/7eMaVL

TeensHealth. (2012). Anemia. Recuperado el 21/09/2016, de https://goo.gl/JDvoqO

Para el estudiante:

Ministerio de Educación. (2016). *Texto escolar. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Ministerio de Educación. (2016). *Cuaderno de trabajo. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Otros:

Plumones, plumón indeleble, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza, vasos descartables (N.° 8 y N.° 12), tijeras, cinta adhesiva, hojas de papel A4 (de periódico, encartes de centros comerciales, bond).

Unidad 1 | Sesión 1

Duración: 2 horas pedagógicas

ORGANIZAMOS NUESTRAS ACTIVIDADES PARA PROMOVER EL CONSUMO DE UNA DIETA BALANCEADA

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de cantidad.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (30 minutos)

- El docente saluda a cada uno de los estudiantes y les da la bienvenida al nuevo año escolar. Al saludar entrega de forma aleatoria un grano a cada uno. Los granos pueden ser de maíz, frejol, haba, garbanzo, arveja, etc. La idea es formar equipos de trabajo según el producto recibido. Por ejemplo: si desea formar equipos de cuatro integrantes, lleva cuatro granos de maíz, cuatro de frejol, etc.

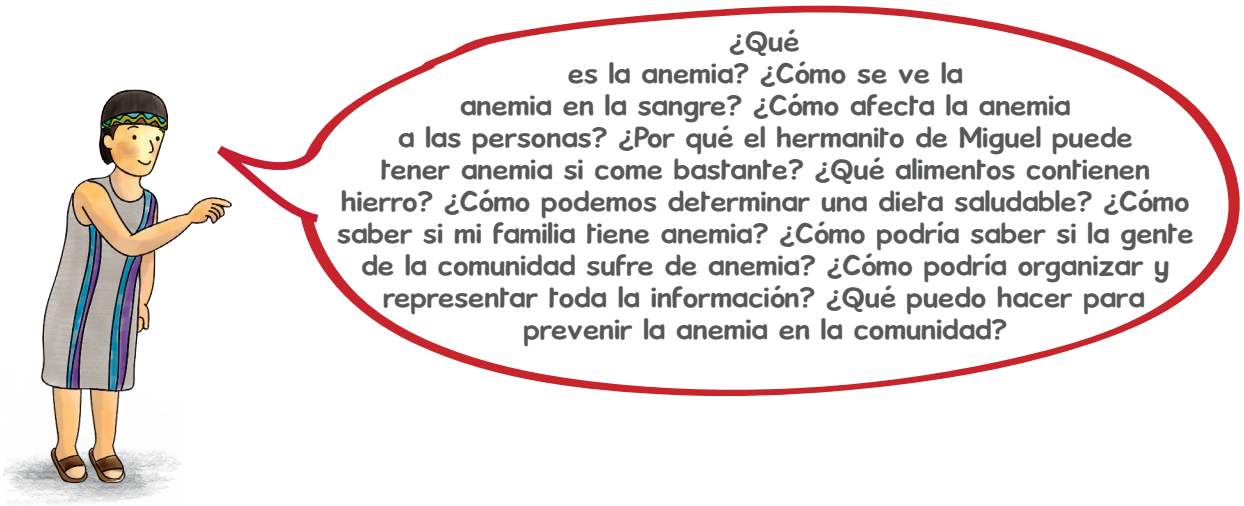
- Luego el docente conversa con los estudiantes acerca de las actividades realizadas durante sus vacaciones y formula las siguientes preguntas:
  - ¿Qué hicieron durante sus vacaciones?
  - ¿Quiénes trabajaron en sus campos de cultivo?
  - ¿Qué productos han sembrado?
  - ¿A qué lugares viajaron?
  - ¿Qué alimentos han consumido en esos viajes?
  - ¿Se parecen a los alimentos que consumen en la comunidad?
  - ¿Qué alimentos conocen que se consuman en otras comunidades y no en la suya?

  Luego de que los estudiantes brindan sus respuestas de forma libre y espontánea, el docente los organiza para realizar una mesa de diálogo.

- El docente solicita a los estudiantes que formen equipos de trabajo según el grano que recibieron. Los que recibieron el grano de maíz forman un equipo, los de frejol otro equipo, etc. Luego de ello se presenta la situación significativa:

> Miguel, quien está cursando el quinto grado de Secundaria, es el mayor de cinco hermanos; el menor de ellos recién va a cumplir tres años de edad. Un día, Miguel llega a casa luego de asistir al colegio y ve a su mamá agregar una sustancia en polvo al plato de comida de su hermanito. Extrañado, le consulta al respecto, y su madre le manifiesta que el doctor del centro de salud le ha dicho que, según los resultados del análisis de sangre, el pequeño sufre de anemia y que ese "polvito" le va a ayudar a combatirla, ya que contiene hierro. La mamá continúa diciendo: "¡Qué raro que mi hijo tenga anemia! Si come muy bien, hasta yapa me pide. A todos mis hijos los he criado igual, yo los veo bien".

- El docente elige de manera aleatoria al menos a cinco estudiantes para responder:



- Un estudiante organiza la información y anota las ideas fuerza en la pizarra. Debe quedar claro que la anemia es una enfermedad que se puede detectar mediante un análisis de sangre denominado hemograma y que influye en el rendimiento físico e intelectual y el estado de salud en general.
- Para tener mayor conocimiento sobre la anemia, el docente puede hacer uso de los anexos 2 y 3, que contienen información adicional respecto a la anemia y el hemograma (opcional).
- El docente plantea las pautas que se muestran en el recuadro. Estas regirán el trabajo durante el desarrollo de la unidad y serán consensuadas por los estudiantes. Luego comunica el propósito de la sesión:

Elaborar un plan de actividades para evidenciar el logro de aprendizaje.

- El docente promueve que cada equipo de trabajo:
  - Se organice de tal manera que todos los integrantes tengan igual participación en los procesos de resolución de la situación significativa para garantizar así un trabajo colaborativo.
  - Respete los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad con el fin de asegurar un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.
  - Respete las opiniones e intervenciones de los estudiantes y fomente espacios de diálogos y reflexión.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (30 minutos)

- Los estudiantes en equipos elaboran un organizador visual donde esquematizan qué actividades se deben realizar para poder responder las preguntas de la situación significativa (10 minutos).
- Los estudiantes socializan sus respuestas; para ello, el docente elige un representante por cada equipo para que explique las actividades propuestas. La socialización no debe exceder los 15 minutos.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente orienta a los equipos y atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- A continuación, los estudiantes, con apoyo del docente, seleccionan y ordenan las actividades, estableciendo una ruta de trabajo.

Actividades para desarrollarse en la unidad
(plan consolidado a partir de la propuesta de los estudiantes)

- Reflexionar a través de situaciones del contexto.
- Obtener información referida a la anemia, a la cantidad y al tamaño de los glóbulos rojos.
- Completar tablas de valores con empleo de la notación científica.
- Elaborar un menú para cinco días que contenga la cantidad de hierro necesaria por día.
- Determinar la muestra para desarrollar un trabajo de investigación sobre los alimentos que consumen los estudiantes en su dieta alimenticia.
- Elaborar preguntas para una encuesta.
- Presentar resultados con uso de gráficos estadísticos.

- El docente establece la correspondencia entre las actividades y las habilidades matemáticas que se desarrollarán: estudio de los resultados de un análisis de sangre con notación científica y elaboración de encuestas con gestión de datos y gráficos estadísticos.
- Se hace énfasis en la utilidad de desarrollar las competencias y capacidades en cada una de las actividades, y la importancia de la elaboración del producto final de la unidad (elaboración de un menú balanceado para cinco días y trabajo de investigación sobre la dieta alimenticia de los estudiantes).
- Se comunica a los estudiantes que se coordinará con el puesto de salud para que efectúen una visita en la que informen a los estudiantes y padres de familia acerca de la anemia, sus consecuencias, tratamiento y prevención. Finalmente, el docente reitera el propósito de la unidad y la necesidad de establecer compromisos que consoliden los aprendizajes esperados.

CIERRE (30 minutos)

- Luego los estudiantes deben elaborar y escribir en su cuaderno compromisos personales que resalten valores y actitudes y que los ayudarán en el logro de aprendizajes a lo largo de la unidad.

Compromisos

Me comprometo a lo siguiente:

- Alimentarme de manera saludable.
- Realizarme una prueba de sangre para determinar mi nivel de hierro (hemograma).
- Elaborar un menú que contenga la cantidad de hierro sugerida por día.
- Consumir la cantidad de hierro necesaria para evitar la anemia.
- Difundir los buenos hábitos alimenticios a mi familia y a la comunidad educativa.

- El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes:
  - ¿Qué les pareció la clase de hoy?
  - ¿Qué aprendimos?
  - ¿Les parece importante elaborar un plan de actividades?
  - ¿Qué les pareció trabajar en equipo? ¿Qué ventajas tiene?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación de los estudiantes se utilizará como instrumento una ficha de observación (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Leer sobre la anemia (anexo 2) y elaborar un mapa conceptual.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Plumones de colores, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas de colores, granos de cereales y menestras, etc.

ANEXO 1

FICHA DE OBSERVACIÓN

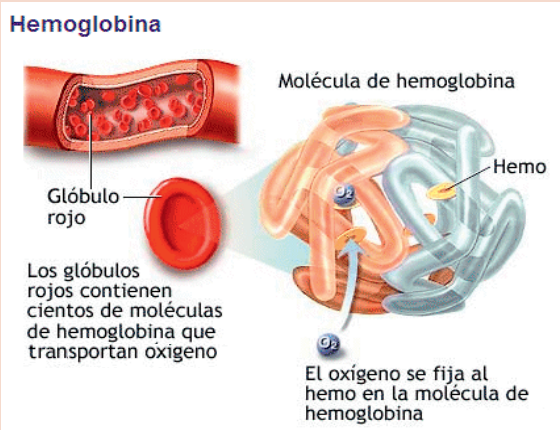
Escribe en cada indicador el logro de aprendizaje del estudiante de acuerdo con la siguiente escala:

C: En inicio **B: En proceso** **A: Logro esperado** **AD: Logro destacado**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Elabora un plan relacionando las actividades con los temas que se desarrollarán.	Representa las actividades en un organizador visual para establecer una ruta de trabajo.
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			

ANEXO 2

¿Qué es la anemia?



Es una enfermedad que se caracteriza por la disminución anormal del número de glóbulos rojos o de su tamaño. También se presenta anemia cuando los glóbulos rojos no contienen suficiente hemoglobina. La hemoglobina es una proteína rica en hierro que le da a la sangre el color rojo. Esta proteína permite a los glóbulos rojos transportar el oxígeno de los pulmones al resto del cuerpo. La anemia es, a menudo, consecuencia de una alimentación deficiente.

Para entender la anemia, recordemos en qué consiste respirar. El oxígeno que inhalamos no se queda en los pulmones. Nuestros cuerpos lo necesitan como combustible del cerebro y demás órganos y tejidos que nos permiten funcionar. El oxígeno llega a todos esos órganos a través del torrente sanguíneo, transportado por los glóbulos rojos.

Los glóbulos rojos, que se fabrican en la médula ósea, actúan a modo de buques transportadores, y conducen el oxígeno por los canales del torrente sanguíneo. Los glóbulos rojos contienen hemoglobina, una proteína que se une al oxígeno. Para fabricar suficiente hemoglobina, el cuerpo necesita tener mucho hierro. Obtenemos ese hierro, junto con los demás nutrientes necesarios para fabricar glóbulos rojos, de los alimentos que ingerimos.

Existen diversos tipos y causas de la anemia. De ellos, estudiaremos la denominada anemia ferropénica.

ANEMIA FERROPÉNICA

La anemia ferropénica (por deficiencia de hierro) es el tipo más frecuente. Ocurre cuando la dieta de una persona contiene una cantidad insuficiente de este mineral. Su deficiencia (cuando se reducen sus reservas en el cuerpo) es el primer paso hacia la anemia. Si las reservas de hierro del organismo no se normalizan, su deficiencia continuada hace que la producción de hemoglobina se vuelva más lenta. Cuando la concentración de hemoglobina y la producción de glóbulos rojos caen por debajo de lo normal, se dice que una persona tiene anemia. Las personas con este mal suelen estar pálidas y cansadas constantemente.

También puede deberse a pérdida de hierro por sangrados (úlceras o periodos menstruales muy largos o abundantes).

Hay otras razones nutricionales por las que el cuerpo puede fabricar una cantidad insuficiente de glóbulos rojos. Para fabricar estas células sanguíneas se necesita vitamina B_{12} y ácido fólico, por lo que es importante que usted incluya una cantidad suficiente de estos nutrientes en su dieta. Cuando la médula ósea no está funcionando adecuadamente debido a una infección, una enfermedad crónica o determinados medicamentos, como la quimioterapia, también se puede desarrollar anemia.

SÍNTOMAS

Es posible que usted no tenga ningún síntoma si la anemia es leve. La mayoría de las veces los síntomas son al principio leves y aparecen lentamente. Los síntomas pueden abarcar:

- Mal humor.
- Debilidad o cansancio más frecuente de lo normal, o al realizar el ejercicio.
- Dolores de cabeza.
- Mareos.
- Problemas de concentración.

De no tratarse los síntomas, se pueden agravar y aparecer otros nuevos.

PERSPECTIVAS

Muchos tipos de anemia pueden ser leves, de corta duración y fácil tratamiento. Algunos se pueden incluso prevenir con una dieta saludable. Otros se pueden tratar con suplementos nutricionales. Sin embargo, ciertos tipos de anemia pueden ser graves, de larga duración e incluso potencialmente mortales si no se diagnostican y tratan. Si usted tiene signos o síntomas de anemia, debe ir al médico para averiguar si se encuentra con este mal. El tratamiento dependerá de la causa de la anemia y de qué tan grave sea la enfermedad.

Fuentes:

National Institutes of Health. (13 de junio de 2012). ¿Qué es la anemia? Recuperado el 23/09/2016, de https://goo.gl/NZk2C3

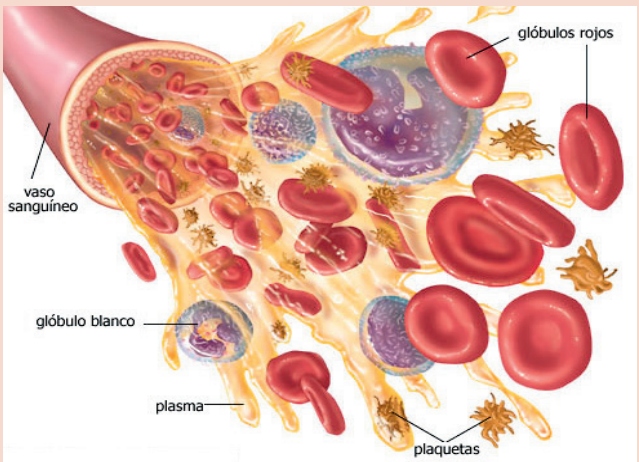
Medline Plus. (2 de febrero de 2016). Anemia. (T. Gersten, Editor). Recuperado el 23/09/2016, de https://goo.gl/cmvtxl

Medline Plus. (2 de febrero de 2016). Anemia ferropénica. (T. Gersten, Editor). Recuperado el 23/09/2016, de https://goo.gl/vXzmhN

TeensHealth. (2012). Anemia. Recuperado el 21/09/2016, de https://goo.gl/JDvoqO

ANEXO 3

¿QUÉ ES UN HEMOGRAMA?



El recuento sanguíneo o hemograma es un análisis de sangre común que permite evaluar tres tipos principales de células sanguíneas: glóbulos rojos, glóbulos blancos y plaquetas. También mide los niveles de hematocrito y hemoglobina.

¿POR QUÉ SE EFECTÚA?

Este análisis se puede solicitar como parte de un chequeo de rutina o si su hijo está más cansado de lo habitual, parece tener una infección o muestra moretones o hemorragias inexplicables.

- Glóbulos rojos (eritrocitos). El recuento de glóbulos rojos, la medición de la hemoglobina (la proteína que transporta el oxígeno en los glóbulos rojos) y el volumen medio de glóbulos (rojos) proporcionan información acerca de los glóbulos rojos, los cuales transportan oxígeno desde los pulmones hacia el resto del organismo. Estos niveles suelen medirse para detectar anemia.
- Glóbulos blancos (leucocitos). El recuento de glóbulos blancos mide la cantidad de estos en la sangre. Los glóbulos blancos, que ayudan al organismo a combatir las infecciones, son más grandes que los glóbulos rojos y están presentes en cantidad mucho menor en el flujo sanguíneo. El recuento anormal de glóbulos blancos puede ser un indicador de infección, inflamación o de otros problemas con el organismo. Por ejemplo, las infecciones bacterianas pueden incrementar o reducir drásticamente la cantidad de glóbulos blancos.
- Plaquetas. Desempeñan un papel de importancia en la coagulación y la prevención de las hemorragias. Cuando un vaso sanguíneo sufre una lesión o un corte, las plaquetas se agrupan y forman un tapón en el orificio hasta que la sangre se coagula. Si el recuento de plaquetas es demasiado bajo, la persona corre riesgos de hemorragias en cualquier parte del cuerpo. El hemograma también mide su nivel de hematocrito y hemoglobina.

- Hematocrito o HCT. Es el porcentaje del volumen de toda la sangre que está compuesta de glóbulos rojos. Esta medición depende del número de glóbulos rojos y de su tamaño.
- Una prueba de hemoglobina mide la cantidad de hemoglobina en la sangre. La hemoglobina es una proteína en los glóbulos rojos que transporta el oxígeno de los pulmones a los tejidos y, de regreso, el dióxido de carbono de los tejidos a los pulmones.

Fuentes:

Clinica Dam. (14 de marzo de 2016). Hematocrito. Recuperado el 23/09/2016, de https://goo.gl/xpw2IZ

Hemoglobina.net. (2016). Prueba de hemoglobina. Recuperado el 23/09/2016, de https://goo.gl/uCPE9v

KidsHelath. (27 de marzo de 2014). Análisis de sangre: hemograma. Recuperado el 23/09/2016, de https://goo.gl/GkfAmg

Medline Plus. (2 de febrero de 2016). Anemia ferropénica. (T. Gersten, Editor). Recuperado el 23/09/2016, de https://goo.gl/vXzmhN

ninoycancer. (2001). ¿Qué es el hemograma? Recuperado el 21/09/2016, de https://goo.gl/0jeoOv

CONTABILIZAMOS NUESTROS GLÓBULOS ROJOS Y BLANCOS

Unidad 1 | Sesión 2

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de cantidad.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente saluda a los estudiantes y les pide comentar la lectura realizada en la tarea de la sesión anterior. Formula a los estudiantes algunas preguntas:

  ¿En qué consiste la anemia ferropénica? ¿Cuál es la causa principal de este tipo de anemia? ¿Para qué sirve el hierro? ¿Qué función cumplen los glóbulos rojos? ¿Alguna vez has sentido algunos de los síntomas de la anemia? ¿Consideras que tu alimentación te brindará la cantidad de hierro suficiente por día?

- Los estudiantes responden a través de la técnica de lluvia de ideas, y el docente sistematiza las principales en la pizarra.
- Después del diálogo, presenta el propósito de la sesión:

Expresar cantidades utilizando notación científica.

- Para continuar la sesión, se propone a todos los estudiantes acuerdos para facilitar el trabajo en equipo, como:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- Los estudiantes, organizados en equipos, revisan la información de la lectura sobre la hemoglobina (anexo 3 de la sesión anterior) y acerca del número de glóbulos rojos y blancos (anexo 2 de esta sesión).
- Completan la tabla 1 (anexo 3).
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

Tabla 1. Valores normales de eritrocitos y leucocitos

Edad	Eritrocitos				Leucocitos			
	Valor mínimo		Valor máximo		Valor mínimo		Valor máximo	
3 meses	4 millones	4 000 000	5 millones	5 000 000				
1 año								
3-5 años								
5-15 años								
Adulto varón								
Adulto mujer								

El docente realiza las siguientes preguntas en función de los valores escritos en la tabla anterior:

- ¿Qué características tienen los valores obtenidos?
- ¿Cómo podríamos expresar de manera abreviada las cantidades muy grandes?

El docente indica que la matemática es parte del lenguaje de las ciencias. Asimismo, señala que, cuando se escribe un trabajo científico en el que aparecen cantidades muy grandes (como la cantidad de glóbulos rojos de una persona) o muy pequeñas (como el tamaño de un glóbulo rojo), se hace uso de una escritura especial, denominada notación científica.

El docente solicita que expresen 4 000 000 como el producto de dos factores 4 × 1 000 000. Promoviendo la participación de los estudiantes propone la siguiente pregunta: ¿Cómo expresar 1 000 000 mediante el uso de notación exponencial? Se concluye que se puede escribir como 10^6 , en el que el exponente 6 indica la cantidad de ceros que están a continuación de la unidad, por lo que la cantidad inicial quedaría expresada así:

$4 \times 1 = 4 \longrightarrow 4 \times 10^0$

$4 \times 10 = 40 \longrightarrow 4 \times 10^1$

$4 \times 100 = 400 \longrightarrow 4 \times 10^2$

$4 \times 1\,000 = 4\,000 \longrightarrow 4 \times 10^3$

$4 \times 10\,000 = 40\,000 \longrightarrow 4 \times 10^4$

$4 \times 100\,000 = 400\,000 \longrightarrow 4 \times 10^5$

$4 \times 1\,000\,000 = 4\,000\,000 \longrightarrow 4 \times 10^6$ ...

$4\,000\,000 = 4 \times 10^6$

Luego los estudiantes realizan el mismo procedimiento con otras cantidades del cuadro que contienen una sola cifra significativa; posteriormente se pide expresar 23 500 000 en notación científica. Es probable que los estudiantes lleguen a escribirla como 235×10^5 . Se pregunta: ¿Cómo la escribiríamos con un solo número racional?

Los estudiantes revisan la página 18 de su texto escolar.

Si no llegan a expresarla de forma correcta, se les puede explicar de la siguiente manera:

$23\,500\,000 = 235 \times 100\,000$

$23\,500\,000 = 23{,}5 \times 1\,000\,000$

$23\,500\,000 = 2{,}35 \times 10\,000\,000$

$23\,500\,000 = 2{,}35 \times 10^7$

- Los estudiantes observan lo trabajado:

$4\,000\,000 = 4 \times 10^6$ y $23\,500\,000 = 2{,}35 \times 10^7$

6 lugares 7 lugares

- Los estudiantes concluyen que la notación científica debe tener una sola cifra entera y que el exponente de 10 representa la cantidad de cifras que están a continuación de dicha cifra entera.
- Generalizando:

$$a \times 10^n \text{ , donde } 1 \leq a < 10 \text{ y } n \in Z$$

- El docente pregunta:
  - ¿Pueden observar alguna relación entre el exponente positivo y la cantidad de lugares que se ha desplazado la coma decimal en el primer caso?

    $4\,000\,000 = 4 \times 10^6$

  - Esto quiere decir que debemos multiplicar 4 por $10^6 = 1\,000\,000$ para obtener la expresión original 4 000 000.
  - ¿Pueden observar lo mismo en el segundo ejemplo?

    $23\,500\,000 = 2{,}35 \times 10^7$

- Los estudiantes completan la tabla anterior utilizando notación científica.

Tabla 2. Valores normales de eritrocitos y leucocitos en notación científica

Edad	Eritrocitos		Leucocitos	
	Valor mínimo	Valor máximo	Valor mínimo	Valor máximo
3 meses				
1 año				
3-5 años				
5-15 años				
Adulto varón				
Adulto mujer				

- Un integrante de cada equipo presenta y argumenta sus respuestas.
- El docente verifica las respuestas y retroalimenta la información.

CIERRE (15 minutos)

- El docente y los estudiantes llegan a las siguientes conclusiones:

La notación científica es una forma abreviada de expresar cantidades muy grandes o muy pequeñas a través de potencias en base diez.
La notación científica considera que todo número real se puede escribir en la forma $a.10^n$, donde n pertenece al conjunto de los números enteros y "a" es un número decimal tal que $-10 < a \leq -1$ o $1 \leq a < 10$.

- Ejemplos de cómo expresar un número en notación científica:

Números grandes	
Expresión numérica	Notación científica
500	5×10^2
80 000	8×10^4
43 000 000	$4{,}3 \times 10^6$
625 500 000	$6{,}25 \times 10^8$

- El docente reflexiona con los estudiantes a partir de las siguientes preguntas:
  - ¿Qué aprendimos el día de hoy?
  - ¿Cómo lo aprendimos?
  - ¿Cuáles son los pasos para escribir un número utilizando notación científica?
  - ¿En qué otras situaciones podríamos utilizar la notación científica?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes que busquen información sobre otras situaciones en las que se hace necesario el uso de la notación científica.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Lecturas.
- Ficha de trabajo.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

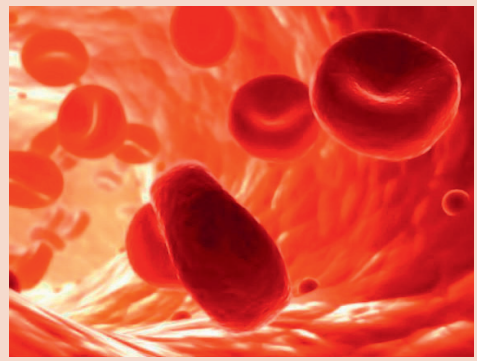
Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Expresa un número en notación científica, relacionando el exponente positivo con los lugares que se desplaza la coma decimal.		Con ayuda de tablas expresa cantidades grandes en notación científica.	
		SÍ	NO	SÍ	NO
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

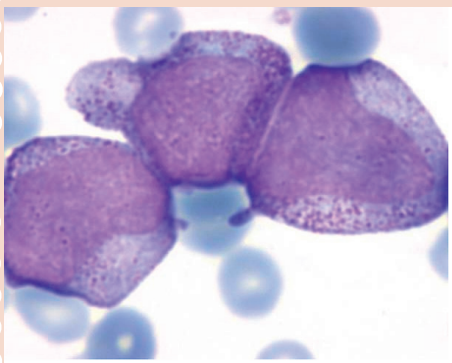
ANEXO 2

¿Cuántos glóbulos rojos y blancos tenemos?

LOS GLÓBULOS ROJOS



Los glóbulos rojos o eritrocitos son las células sanguíneas más numerosas. Estas células son las encargadas de transportar el oxígeno desde los pulmones hacia el resto de los órganos. Medir la cantidad de glóbulos rojos permite detectar ciertas enfermedades como la anemia. Se debe recalcar que las personas que viven en zonas altas tienen mayor cantidad de glóbulos rojos, como una adaptación de nuestro organismo al ambiente, ya que a mayor altura hay menor oxígeno. De ahí que las personas que van de la costa sufren de soroche, ya que ellos no están habituados a una atmósfera con menos oxígeno.



Los leucocitos, también llamados glóbulos blancos, son un conjunto heterogéneo de células sanguíneas ejecutoras de la respuesta inmunitaria. Intervienen así en la defensa del organismo contra sustancias extrañas o agentes infecciosos (antígenos). Se originan en la médula ósea y el tejido linfático.

Valores normales de glóbulos rojos

Recién nacido	4 a 5 millones/mm^3
A los 3 meses	3,2 a 4,8 millones/mm^3
Al año de edad	3,6 a 5 millones/mm^3
Entre los 3 y 5 años	4 a 5,3 millones/mm^3
De los 5 a los 15 años	4,2 a 5,2 millones/mm^3
Hombre adulto	4,4 a 5,6 millones/mm^3
Mujer adulta	4,2 a 5,2 millones/mm^3

Valores normales de glóbulos blancos

Recién nacido	10 a 26 mil/mm^3
A los 3 meses	6 a 18 mil/mm^3
Al año de edad	8 a 16 mil/mm^3
Entre los 3 y 5 años	10 a 14 mil/mm^3
De los 5 a los 15 años	5,5 a 12 mil/mm^3
Hombre adulto	4,5 a 10 mil/mm^3
Mujer adulta	4,5 a 10 mil/mm^3

ANEXO 3

FICHA DE TRABAJO

Propósito

Expresar cantidades grandes en notación científica.

Integrantes:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

ACTIVIDAD 1

Completa la tabla 1 considerando los valores mínimos y máximos de eritrocitos (glóbulos rojos) y leucocitos (glóbulos blancos) en las diferentes etapas de la vida de una persona. Escribe las cantidades con todos sus dígitos.

Tabla 1. Valores normales de eritrocitos y leucocitos

Edad	Eritrocitos				Leucocitos			
	Valor mínimo		Valor máximo		Valor mínimo		Valor máximo	
3 meses	4 millones	4 000 000	5 millones	5 000 000				
1 año								
3-5 años								
5-15 años								
Adulto varón								
Adulto mujer								

Dialoga y responde las siguientes preguntas:

- ¿Qué características tienen los valores obtenidos?

  _____

- ¿Cómo podríamos expresar de manera abreviada las cantidades muy grandes?

  _____

ACTIVIDAD 2

Completa la tabla 2 utilizando notación científica.

Tabla 2. Valores normales de eritrocitos y leucocitos en notación científica

Edad	Eritrocitos				Leucocitos			
	Valor mínimo		Valor máximo		Valor mínimo		Valor máximo	
3 meses	4 000 000	4×10^6	5 000 000	5×10^6				
1 año								
3-5 años								
5-15 años								
Adulto varón								
Adulto mujer								

Unidad 1 | Sesión 3

CONOCEMOS EL TAMAÑO DE NUESTROS GLÓBULOS ROJOS Y BLANCOS

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (25 minutos)

- El docente saluda a los estudiantes y les pregunta:

  ¿Qué actividades desarrollamos en la clase anterior?

  ¿Qué logramos aprender?

- Los estudiantes responden mediante la técnica de lluvia de ideas.
- Comparten otras situaciones en las que se utiliza la notación científica para expresar cantidades grandes (tarea de la sesión anterior).
- El docente les comunica que tendrán un invitado del puesto de salud, quien les brindará información sobre la anemia y los glóbulos rojos.
- Los estudiantes escuchan y realizan preguntas que son atendidas por el invitado del puesto de salud.
- Luego, el docente invita a los estudiantes a realizar la lectura “Tipos de anemia según tamaño y contenido hemoglobínico de los glóbulos rojos” (anexo 2).
- Después formula las siguientes interrogantes:

¿Cuál es el valor promedio del tamaño de un glóbulo rojo? ¿Qué podríamos hacer para medir un glóbulo rojo? ¿Tienes idea de cuánto representa una micra? ¿Cómo podríamos escribir ese valor?

- Los estudiantes responden mediante la técnica de lluvia de ideas, y el docente consolida la información.
- Luego presenta el propósito de la sesión:

> Expresar cantidades en notación científica utilizando exponentes negativos.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (55 minutos)

- Los estudiantes escriben la medida del diámetro de un eritrocito (glóbulo rojo) en metros. Un integrante de cada equipo comparte y fundamenta sus respuestas.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Para expresar dicha medida en notación científica, se puede hacer un análisis similar al que se muestra a continuación:

  Se solicita a los estudiantes que expresen 0,7 en fracción decimal; luego 0,07; después 0,007, etc.:

$$0,7 = \frac{7}{10} = 7x\frac{1}{10} = 7\ x\ 10^{-1}$$

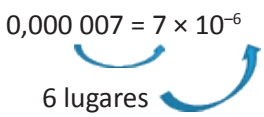
$$0,07 = \frac{7}{100} = 7x\frac{1}{100} = 7\ x\ 10^{-2}$$

$$0,007 = \frac{7}{1000} = 7x\frac{1}{1000} = 7\ x\ 10^{-3}$$

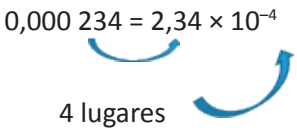
Y así sucesivamente hasta:

$$0,000\ 007 = \frac{7}{1\ 000\ 000} = 7x\frac{1}{1\ 000\ 000} = 7\ x\ 10^{-6}$$

- El docente solicita a los estudiantes que expresen qué relación existe entre el exponente negativo y la cantidad de cifras decimales que hay, hasta obtener la cifra significativa.
- A continuación, revisa junto con los estudiantes los ejemplos de las páginas 18 y 19 del texto escolar.
- Solicita expresar 0,000 234 en notación científica.
- Los estudiantes observan lo trabajado: 0,000 007 = 7×10^{-6} y 0,000 234 = $2,34 \times 10^{-4}$
- El docente pregunta a los estudiantes:
  - Observando los ejemplos, ¿cómo podríamos escribir los números "directamente" utilizando la notación científica?
  - ¿Pueden observar alguna relación entre el exponente negativo y la cantidad de lugares que se ha desplazado la coma decimal en el primer caso?



  - Esto quiere decir que debemos multiplicar a 7 por 10^{-6} para obtener la expresión original 0,000 007.
  - Los estudiantes analizan el segundo ejemplo:



- A continuación los estudiantes desarrollan la actividad 1 (anexo 3), la cual consiste en completar la tabla 1: "Transformación de medidas de un glóbulo rojo". Para ello, utilizan la transformación de unidades y la notación científica.

Glóbulo rojo		Notación completa (con todas sus cifras)		Notación científica	
	Micras	En milímetros (mm)	En metros (m)	En milímetros (mm)	En metros (m)
Diámetro	7				
Espesor	2				

- Para corroborar las respuestas se invita a un estudiante a desarrollar sus procedimientos en la pizarra y explicarlos a sus compañeros.
- A continuación se plantea la siguiente situación: Si se sabe que los glóbulos blancos se clasifican en neutrófilos (12 micras de diámetro), eosinófilos (9 micras de diámetro), basófilos (12 micras de diámetro), linfocitos (6 a 8 micras de diámetro) y monocitos (9 a 12 micras de diámetro), escribe en notación científica dichas dimensiones.
- Los estudiantes completan la tabla 2: Transformación de medidas de un glóbulo blanco (actividad 2 del anexo 3).
- A través de la técnica del museo, los estudiantes presentan sus resultados. El docente sistematiza la información y despeja las dudas. Paralelamente efectúa la evaluación.

CIERRE (10 minutos)

- El docente induce a los estudiantes para llegar a las siguientes conclusiones:
  - El exponente negativo de una notación científica sirve para expresar medidas muy pequeñas.
  - Las medidas pueden ser expresadas en distintas unidades.
  - La notación científica posee solo una cifra significativa en la parte entera.
- El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes:
  - ¿Cuáles son los pasos para escribir un número utilizando notación científica?
  - ¿En qué otras situaciones podríamos utilizar la notación científica?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Los estudiantes investigan sobre la anemia ferropénica (de no haber material bibliográfico, pueden preguntar a un profesional de salud: médico, enfermera, nutricionista u otro).

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Actor: personal del centro de salud.
- Lecturas, papelotes.
- Ficha de trabajo.
- Calculadora, celular.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Representa en notación científica cantidades muy pequeñas relacionando el exponente negativo con el número de cifras decimales.		Mediante la conversión de unidades de medida transforma valores en micras a milímetros y metros.	
		SÍ	NO	SÍ	NO
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

Tipos de anemia según tamaño y contenido hemoglobínico de los glóbulos rojos

Los glóbulos rojos son de forma circular discoidea, es decir, oval, aplanada y hundida en su parte central.

Sus dimensiones son aproximadamente 7 micras de diámetro y 2 micras de espesor (a las micras también se las llama micrones o micrómetro). El volumen corpuscular medio (VCM) es de 80 a 100 femtolitros, y la cantidad de hemoglobina por glóbulo rojo (HCM) es de 27 a 31 picogramos, la cual determina su tonalidad roja. Las anemias se definen sobre la base del tamaño de las células (VCM) y la cantidad de hemoglobina (HCM).

- VCM inferior al límite normal más bajo: anemia microcítica.
- VCM dentro de un rango normal y bajo número de eritrocitos: anemia normocítica.
- VCM superiores al límite normal más alto: anemia macrocítica.
- HCM inferiores al límite normal más bajo: anemia hipocrómica.
- HCM dentro de un rango normal y bajo número de eritrocitos: anemia normocrómica.
- HCM superiores al límite normal más alto: anemia hipercrómica.

Para recordar:

Una micra es la millonésima parte de un metro.

1 micra = 0,001 mm

1 micra = 0,000 001 m

1 µm = 0,000 001 m

ANEXO 3

FICHA DE TRABAJO

Propósito

Expresar cantidades pequeñas en notación científica.

Integrantes:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

ACTIVIDAD 1

Según la información, completa la tabla 1 utilizando la transformación de unidades de medida y su expresión en notación científica.

Tabla 1. Transformación de medidas de un glóbulo rojo

Glóbulo rojo		Notación completa (con todas sus cifras)		Notación científica	
	Micras	En milímetros (mm)	En metros (m)	En milímetros (mm)	En metros (m)
Diámetro	7				
Espesor	2				

ACTIVIDAD 2

Si se sabe que los glóbulos blancos se clasifican en neutrófilos (12 micras de diámetro), eosinófilos (9 micras de diámetro), basófilos (12 micras de diámetro), linfocitos (6 a 8 micras de diámetro) y monocitos (9 a 12 micras de diámetro), completa la tabla 2 escribiendo en notación científica dichas dimensiones.

Nota: En el caso de que no se presente un valor único, trabajar con el valor promedio.

Tabla 2. Transformación de medidas de un glóbulo blanco

Glóbulo blancos		Notación completa (Con todas sus cifras)		Notación científica	
	Micras	En milímetros (mm)	En metros (m)	En milímetros (mm)	En metros (m)
Neutrófilos					
Eosinófilos					
Basófilos					
Linfocitos					
Monocitos					

RESOLVEMOS SITUACIONES PROBLEMÁTICAS UTILIZANDO NOTACIÓN CIENTÍFICA

Unidad 1 | Sesión 4

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de cantidad.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente saluda a los estudiantes. Luego les hace las siguientes preguntas:

¿Qué actividades realizamos las dos clases anteriores? ¿Qué logramos aprender? ¿Qué utilidad tiene la notación científica?

- Los estudiantes responden mediante la técnica de lluvia de ideas.
- El docente sistematiza las ideas fuerza de las intervenciones y las anota a un lado de la pizarra; resalta la utilidad de la notación científica para expresar cantidades grandes o pequeñas.
- Luego indica el propósito de la sesión:

> Resolver problemas que involucran el uso de notación científica en distintas situaciones cotidianas.

- Para continuar la sesión, los estudiantes deben establecer acuerdos a fin de facilitar el trabajo en equipo.

> - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
> - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
> - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente entrega 12 fichas a cada equipo (anexo 2); cinco de estas expresan cantidades en forma convencional, y las siete restantes, en notación científica. Los estudiantes deben juntar cada ficha de las primeras cinco con su respectiva representación en notación científica. Al final quedan dos fichas sin pareja. La actividad se puede plantear como una actividad lúdica: gana el equipo que termine en menor tiempo.
- El docente explica los algoritmos de las operaciones con notación científica, utilizando los ejemplos de las páginas 20 y 21 del texto escolar Matemática 5, edición 2016.

- A continuación, presenta la siguiente situación problemática:

> El Sol, el dios Inti de nuestro glorioso pasado incaico, ilumina y calienta con sus rayos nuestras chacras, permitiendo que nuestro trabajo rinda sus frutos y posibilitando así el desarrollo de la vida. Se ubica a una distancia aproximada de ciento cincuenta millones de kilómetros de la Tierra, y su masa aproximada es trescientos treinta mil veces la masa de nuestro planeta. Expresa dichas medidas en notación científica (la masa de la Tierra es aproximadamente 6 × 1024 kg).

- El docente realiza algunas preguntas: ¿De qué trata el problema? ¿Cuáles son los datos? ¿Qué relación hay entre los datos? ¿Qué pasos darías para resolverlo? ¿Qué harías primero?, ¿después?
- Como estrategia para entender el problema, solicita a algunos estudiantes que expresen el problema con sus propias palabras.
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Indica que pueden apoyarse en las páginas 20 y 21 del texto escolar.
- Cada equipo procede a socializar sus procedimientos y soluciones.
- Después de que los estudiantes han socializado sus soluciones y procedimientos, desarrollan el problema conjuntamente con el docente. A continuación se sugiere un procedimiento:

Distancia Tierra-Sol

Ciento cincuenta millones de kilómetros expresado en números es 150 000 000 km.

Expresado en notación científica, es $1{,}5 \times 10^8$ km.

Masa del Sol

$330\,000 \times 6 \times 10^{24}$ Kg

$3{,}3 \times 10^5 \times 6 \times 10^{24}$ Kg

$19{,}8 \times 10^{29}$ Kg

$1{,}98 \times 10^{30}$ Kg

- El docente invita a los equipos de trabajo a resolver la ficha del anexo 3.
- Monitorea el desarrollo de la ficha y despeja las dudas de los estudiantes.

CIERRE (15 minutos)

- El docente felicita a los estudiantes por su participación y culmina la sesión con el fortalecimiento de las ideas más importantes:
  - La notación científica es utilizada por las ciencias (astronomía, biología, física, química, etc.).
  - La notación científica simplifica los cálculos de números muy grandes o muy pequeños.
- El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes:
  - ¿Qué les pareció la clase de hoy?
  - ¿Qué aprendimos el día de hoy?
  - ¿Cómo lo aprendimos?
  - ¿Qué dificultades tuviste?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Los estudiantes terminan de desarrollar las situaciones problemáticas que quedaron pendientes de la ficha de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Papelotes y plumones.
- Ficha de trabajo.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Utiliza el producto de factores para expresar en notación científica cantidades muy grandes y muy pequeñas.		Resuelve problemas utilizando operaciones con notación científica.	
		SÍ	NO	SÍ	NO
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

ANEXO 2

$1\,500\,000\,000$	$0{,}000\,000\,008\,37$
$0{,}000\,000\,123$	$1{,}5 \times 10^{9}$
$87\,300\,000\,000$	$8{,}73 \times 10^{10}$
$0{,}000\,055\,82$	$8{,}37 \times 10^{-9}$
$5{,}582 \times 10^{-5}$	$0{,}123 \times 10^{-6}$
$5{,}582 \times 10^{9}$	$1{,}23 \times 10^{-7}$

ANEXO 3

FICHA DE TRABAJO

Propósito

Resolver problemas utilizando notación científica.

Integrantes:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

ACTIVIDAD 1

1. Completa la tabla 3, considerando el valor promedio de eritrocitos (glóbulos rojos) y leucocitos (glóbulos blancos) que posee el varón y mujer adultos, y establece la diferencia entre ellos. Utiliza la notación científica.

Recuerda:

Sexo	Eritrocitos (valor promedio)			Leucocitos (valor promedio)		
Hombre	En un mm^3	En un litro	En 5 litros	En un mm^3	En un litro	En 5 litros
Mujer	En un mm^3	En un litro	En 4,5 litros	En un mm^3	En un litro	En 4,5 litros
Diferencia						

- 1 L = 1000 ml
- 1 L es equivalente a 1000 cm^3
- 1 ml es equivalente a 1 cm^3
- 1 cm^3 = 1000 mm^3
- 1 ml es equivalente a 1000 mm^3

2. Margarita es una adolescente de 15 años que ha ido al centro de salud más cercano para realizarse un descarte de anemia. Después de hacer la cola respectiva, le han extraído 20 ml de sangre y los han colocado en un tubo de ensayo. ¿Cuántos glóbulos rojos y blancos hay en el volumen de sangre que le han extraído?

3. En el hospital de la capital de la región se ha iniciado una campaña de donación de sangre que durará tres días. A cada paciente le extraen una unidad de sangre que equivale a 450 ml. ¿Cuántos glóbulos rojos y blancos hay aproximadamente en una unidad de sangre?

4. Nuestro universo es inconmensurable. Las distancias que hay entre las estrellas y las galaxias son tan enormes que para poder medir dichas distancias se utiliza el año luz (distancia que recorre la luz en un año). Sabiendo que la velocidad de la luz es aproximadamente 300 000 km/s, expresa un año luz en kilómetros con notación científica.

5. Sabemos que la materia está compuesta de átomos. Las partículas subatómicas más conocidas son el protón, el neutrón y el electrón. Si la masa de un protón es de 0,000 000 000 000 000 000 000 001 672 6 gramos, calcula la masa de un millón de protones.

6. Calcula mentalmente:

   a. $2 \times 10^{5}\ (3 \times 10^{12})$

   b. $1{,}5 \times 10^{-7}\ (2 \times 10^{15})$

   c. $3{,}4 \times 10^{-8}\ (2 \times 10^{-7})$

   d. $9 \times 10^{-5}\ (3 \times 10^{5})$

7. Calcula y expresa el resultado en notación científica:

   a. 0,000 54 × 120 000 000 250 000 × 0,000 02

   b. 1 320 000 × 250 000,000 002 × 0,001 1

   c. $(0{,}000\ 8)^{2} \times (30\ 000)^{3}$

DETERMINAMOS LA CANTIDAD DE HIERRO QUE ABSORBE NUESTRO CUERPO

Unidad 1 | Sesión 5

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de cantidad.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes. Luego les comunica que recibirán la visita de la nutricionista o enfermera del centro de salud, quien hablará sobre el porcentaje de hierro presente en distintos tipos de alimentos, el tipo de hierro según su origen (animal o vegetal) y los tipos de anemia. La participación del personal del centro de salud no debe exceder los diez minutos. La presencia de la especialista se coordinará con anticipación.
- Luego de la participación del personal de salud, el docente formula a los estudiantes las siguientes preguntas:

¿Por qué es importante el consumo de hierro? ¿Cuántos tipos de hierro existen? ¿Qué alimentos tienen mayor cantidad de hierro? ¿Nuestro cuerpo absorbe todo el hierro de los alimentos que consumimos? ¿Sabían que el porcentaje de hierro de origen vegetal que nuestro cuerpo absorbe es mucho menor que el que se absorbe de origen animal?

- Luego el docente solicita a un estudiante que lea en voz alta la lectura “Importancia del hierro en nuestra alimentación” (anexo 2).
- Los estudiantes responden de forma voluntaria a las interrogantes y el docente sistematiza en la pizarra las respuestas. Asimismo, indica que el hierro no se produce en el cuerpo humano y que debe ser obtenido de la alimentación, por lo que su deficiencia en la dieta es una de las principales causas de la anemia.
- Luego hace referencia a las actividades en las cuales centrarán su atención y plantea el propósito de la sesión:

> Aplicar la regla de tres simple en problemas relacionados con magnitudes derivadas del SI y convertir unidades.

- A continuación, los estudiantes establecen acuerdos para llevar a cabo el trabajo en equipo:

> - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
> - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
> - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- Los estudiantes, en equipos y con la mediación del docente, completan la actividad 1 de la ficha de trabajo (anexo 4).
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Da un ejemplo considerando el primer valor de la tabla 1:

Tabla 1. Determinamos la cantidad de hierro que se absorbe según cada alimento

Alimento (100 g)	Cantidad de hierro en mg
Hígado de res	11
Hígado de cordero	6,3
Carne de pollo	1,2
Carne de pichón	20
Carne de res	4

- Porcentaje de absorción del hígado de res: al ser de origen animal se absorbe entre el 20 y 30 %. Se calculan los valores mínimo y máximo:

11 mg_____100 %

X_____20 %

$$X = \left(\frac{20\,\% \; x 11\,mg}{100\%}\right) \rightarrow X = 2{,}2 \text{ mg}$$

11 mg_____100 %

X_____20 %

$$X = \left(\frac{30\,\% \; x 11\,mg}{100\,\%}\right) \rightarrow X = 3{,}32 \text{ mg}$$

- El docente propone a los estudiantes que, de manera voluntaria, verifiquen algunos resultados de la tabla aplicando la regla de tres simple.

- Considerando los procedimientos de los estudiantes y tomando el ejemplo anterior, se induce a los estudiantes a obtener el factor de conversión para cada caso. Se resalta su utilidad para la conversión de unidades y para prescindir de la regla de tres simple.

$$100\,mg = 1g;\; entonces\; \frac{1g}{1000\,mg} = 1. Luego\; 2,2\,mg = 2,2\,mg\; x\; 1 = 2,2\,mg\; x \frac{1g}{1000\,mg}$$
$$= 0,0022\,g$$

$$Y\; de\; forma\; similar\; para\; 3,3\,mg = 3,3mg \quad x \quad \frac{1g}{1000\,mg} = 0,003\,g$$

- El docente solicita que un estudiante, de manera voluntaria, escriba los resultados con notación exponencial y los interprete:

"Al consumir 100 g de hígado de res se absorben entre 2,2 mg y 3,3 mg de hierro".

Resulta lo mismo que:

"Al consumir 100 g de hígado de res se absorben entre 0,0022 g y 0,0033 g de hierro". Y también: "Al consumir 100 g de hígado de res se absorben entre $2,2 \times 10^{-3}$ g y $3,3 \times 10^{-3}$ g de hierro".

Tabla 2. Determinamos la cantidad de hierro que se absorbe según cada alimento

Alimento (100 g)	Cantidad de hierro en mg	Cantidad de hierro absorbido en mg	Cantidad de hierro absorbido en g
Hígado de res	11	2,2 – 3,3	$2,2 \times 10^{-3}$ g – $3,3 \times 10^{-3}$ g
Hígado de cordero	6,3		
Carne de pollo	1,2		
Carne de pichón	20		
Carne de res	4		

- Los estudiantes deducen otros factores de conversión con la orientación del docente.
- Luego propone la siguiente situación problemática:

> Si una adolescente ingiere en el almuerzo un plato de lentejas (240 g) con arroz (180 g) y una pierna de cuy (120 g), ¿cuánto hierro expresado en gramos habrá consumido? Exprésalo mediante notación científica.
> Nota: Los granos secos triplican su peso al ser cocidos (absorben agua).

- Para esta situación el docente debe verificar que, en el caso de las lentejas, los 240 g consumidos se deben dividir por tres, ya que, según la nota, los granos secos triplican su peso al ser cocidos (absorben agua). Hacer lo mismo en el caso del arroz.
- Una vez culminadas las actividades, un estudiante de cada equipo expone las estrategias utilizadas para llegar a la solución de las actividades propuestas.

CIERRE (10 minutos)

- Para concluir la sesión se hace referencia a lo siguiente:

Factor de conversión

- Es una fracción en la que el numerador y el denominador son cantidades iguales expresadas en unidades de medida distintas, de tal manera que esta fracción equivale a la unidad.
- Es un método efectivo para hacer cambios de unidades de la misma magnitud o para calcular la equivalencia entre los múltiplos y submúltiplos de una determinada unidad de medida, lo que permite prescindir del uso de la regla de tres.

- El docente culmina la sesión mediante algunas preguntas:
  - ¿En qué situaciones podemos usar la regla de tres simple?
  - ¿De qué otra manera podrías solucionar situaciones similares?
  - ¿Qué te pareció más difícil? ¿Por qué?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Elabora una lista de productos alimenticios que consumes regularmente y ordénalos de forma descendente según la cantidad de hierro promedio que contienen.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Ficha de trabajo.
- Calculadora, plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta masking tape, pizarra, tiza, etc.
- Actores: personal del centro de salud.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Aplica regla de tres simple al calcular porcentajes.		Utiliza el factor de conversión para calcular la equivalencia de múltiplos y submúltiplos.		Resuelve problemas que involucran regla de tres.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

La importancia del hierro en nuestra alimentación

El hierro es indispensable para la formación de la hemoglobina, sustancia encargada de transportar el oxígeno a todas las células del cuerpo. Además, junto con el oxígeno, es necesario para la producción de energía en la célula. En el organismo, se encuentra principalmente en la sangre, pero también en los órganos y los músculos.

En los alimentos se encuentran dos tipos de hierro: el obtenido de una fuente animal, al que se llama *hierro hemínico*, y el de fuente vegetal, conocido como *hierro no hemínico*. Es uno de los nutrientes más difíciles de obtener porque las cantidades presentes en los alimentos son muy pequeñas y, además, no todo el hierro es absorbible por el organismo, por lo que su consumo debe estar acompañado siempre de sustancias cítricas como el tomate, el limón, la naranja, la mandarina, etc., para facilitar su absorción.

El *hierro hemínico* se absorbe en un 20 a 30% aproximadamente, y el *no hemínico*, en un 3 a 8%.

Fuente: Monge, R. (1997). Hierro. En *Guías Alimentarias para la Educación Nutricional en Costa Rica* (Primera Ed., p. 90). San José: Ministerio de Salud de Costa Rica. Recuperado de http://bit.ly/2cZNiyd.

ANEXO 3

Tabla 1. Cantidad de hierro presente en algunos alimentos

Alimento (100 g)	Cantidad de hierro en mg
Hígado de res	11
Hígado de cordero	6,3
Carne de pollo	1,2
Carne de pichón	20
Carne de res	4

Nota: En el caso de los granos los porcentajes están referidos para cuando están secos. En promedio los granos triplican su peso al ser cocidos.

ANEXO 4

FICHA DE TRABAJO

Propósito: Resolver problemas utilizando regla de tres simple.

Integrantes:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

ACTIVIDAD 1

Considerando la información brindada por la lectura, responde las siguientes preguntas:

- ¿Por qué es importante el consumo de hierro?

  _____

  _____

- Según su origen, ¿cuántos tipos de hierro existen?

  _____

  _____

- ¿Qué alimentos tienen mayor cantidad de hierro? (según la tabla 1).

  _____

- ¿Nuestro cuerpo absorbe todo el hierro de los alimentos que consumimos?

  _____

ACTIVIDAD 2

Aplica regla de tres, porcentaje y factor de conversión para hallar la cantidad de hierro absorbido por nuestro organismo y completar la tabla 2 utilizando notación científica.

Tabla 2. Determinamos la cantidad de hierro que se absorbe según cada alimento

Alimento (100 g)	Cantidad de hierro en mg	Cantidad de hierro absorbido en mg	Cantidad de hierro absorbido en g
Hígado de res	11		
Hígado de cordero	6,3		
Carne de pollo	1,2		
Carne de pichón	20		
Carne de res	4		

Unidad 1 | Sesión 6

Duración: 2 horas pedagógicas

ELABORAMOS EL MENÚ BALANCEADO DEL DÍA

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de cantidad.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes, promueve el diálogo y formula las siguientes preguntas:
  - ¿Qué aprendimos en la sesión anterior?
  - ¿Qué alimentos tienen más hierro?
  - ¿Qué porcentaje del hierro de origen animal y vegetal se absorbe?
  - ¿Cuánto hierro necesitan a su edad?
  - ¿Sabían que así como la vitamina C favorece la absorción del hierro, hay sustancias que lo impiden? ¿Cuáles creen que son? ¿Por qué?
- Los estudiantes, mediante una lluvia de ideas, expresan sus respuestas de manera voluntaria. El docente las anota en la pizarra y consolida la información.
- Luego solicita a un estudiante que lea en voz alta la lectura “Amigos y enemigos del hierro”. Además, coloca en la pizarra un papelote con información sobre la cantidad de hierro necesaria según la etapa de la vida.

Amigos y enemigos del hierro

Todos los alimentos ricos en vitamina C son buenos amigos del hierro. Nuestro cuerpo lo absorberá mejor si acompañamos nuestra comida con ensaladas de verduras condimentadas con bastante limón; también podemos beber refrescos de frutas cítricas, como naranja, mandarina o pomelo. El té, el café, las gaseosas de color oscuro y las infusiones de hierbas (manzanilla, anís, toronjil, hierba luisa, orégano, etc.) son enemigos del hierro, porque no permiten que sea aprovechado por nuestro cuerpo y hacen que se pierda.

Tabla 2. Necesidades nutricionales del ser humano

Etapa de la vida	Cantidad recomendada
Bebés hasta los 6 meses de edad	0,27 mg
Bebés de 7 a 12 meses de edad	11 mg
Niños de 1 a 3 años de edad	7 mg
Niños de 4 a 8 años de edad	10 mg
Niños de 9 a 13 años de edad	8 mg
Adolescentes (varones) de 14 a 18 años de edad	11 mg
Adolescentes (mujeres) de 14 a 18 años de edad	15 mg
Hombres adultos de 19 a 50 años de edad	8 mg
Mujeres adultas de 19 a 50 años de edad	18 mg
Adultos de 51 o más años de edad	8 mg
Adolescentes embarazadas	27 mg
Mujeres embarazadas	27 mg
Adolescentes en periodo de lactancia	10 mg
Mujeres en periodo de lactancia	9 mg

Fuente: *http://bit.ly/2cGSivk*

- Culminada la lectura, el docente formula las siguientes preguntas:

¿Qué cantidad de hierro necesita un adolescente? ¿La cantidad de hierro que requiere un varón es diferente de la que necesita una mujer? ¿Por qué? ¿Por qué creen que las adolescentes de 14 a 18 años de edad necesitan más hierro que los varones de la misma edad? ¿En qué otras situaciones las mujeres necesitan más hierro que los hombres? ¿Qué tipo de alimentos debemos consumir para proporcionar a nuestro cuerpo la cantidad de hierro que necesita?

- Los estudiantes responden mediante una lluvia de ideas y el docente consolida la información.
- El docente indica el propósito de la sesión:

> Utilizar porcentajes al elaborar una dieta saludable.

- A continuación, los estudiantes establecen acuerdos para llevar a cabo el trabajo en equipo.
  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente solicita que cada equipo elabore la dieta ideal del día. Para ello, recomienda tomar en cuenta la información de la sesión 5 (tabla 1). También se debe considerar cuáles son los alimentos que ayudan a la absorción del hierro, así como aquellos que la dificultan.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Les recuerda que la cantidad de hierro que un adolescente requiere al día es, en los varones, 11 mg al día, y en las mujeres, 15 mg diariamente.

Los estudiantes seleccionan los alimentos para cada caso y proponen la dieta del día. Luego de ello, completan la información sobre la cantidad de hierro de cada alimento y cuál es el porcentaje de absorción. Finalmente anotan qué cantidad es absorbida en mg por el cuerpo humano. Para conocer la cantidad de hierro en mg se usa el anexo 3.

Mixtura saludable

DESAYUNO

- 1 huevo sancochado (60 g)
- 1 taza de leche (300 g) con máchica (50 g)
- 2 papas sancochadas (65 g c/u) con queso (80 g)

Alimentos	Cantidad de hierro en mg	Porcentaje de absorción	Cantidad absorbida en mg
Huevo (60 g)	$y = \frac{[2,2(60)]}{100} = 1,32$ mg	20 %	$y = \frac{[1,32(20)]}{100} = 0,264$ mg
Leche (180 g)			
Máchica (50 g)			
Papas (130 g)			
Queso (80 g)			
Total			

ALMUERZO

- _____
- _____
- _____
- _____

Alimentos	Cantidad de hierro en mg	Porcentaje de absorción	Cantidad absorbida en mg
Total			

La cantidad de hierro entre desayuno, almuerzo y cena debe ser aproximada a los 11 mg para varones y 15 mg para mujeres.

CENA

- _____
- _____
- _____
- _____

Alimentos	Cantidad de hierro en mg	Porcentaje de absorción	Cantidad absorbida en mg
Total			

La estrategia "Mixtura saludable" consiste en que cada equipo hace de su lugar un *stand* en el que presentan y explican la dieta que proponen. Es decir, primero todos visitan a un equipo, el cual expone su propuesta; luego el siguiente equipo expone ante los demás grupos que lo visitan, y así sucesivamente, hasta que intervienen todos los equipos. Cada grupo presenta su propuesta (desayuno, almuerzo y cena) y explica la cantidad de hierro que proporciona y el porcentaje que será absorbido por el cuerpo humano.

CIERRE (10 minutos)

Se solicita que cada estudiante, a modo de reflexión, mencione el nombre de un alimento rico en hierro que ha estado ausente en su dieta y que es necesario para mantener una buena salud.

Mediante las siguientes preguntas, se promueve la reflexión sobre los hábitos alimenticios y la necesidad de replantearlos para mejorar la alimentación, sobre todo en los adolescentes.

- ¿Cuál es la importancia de saber qué estamos consumiendo?
- ¿De qué manera nos ayudan los porcentajes en nuestra dieta saludable?
- ¿En qué otras situaciones podríamos utilizar variaciones porcentuales?
- ¿Qué te pareció más complicado en la sesión? ¿Qué podrías hacer para mejorarlo?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Los estudiantes deben resolver las actividades del anexo 2.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Ficha de trabajo.
- Calculadora, plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza, etc.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Aplica la regla de tres para determinar el porcentaje de absorción de hierro.		Utiliza variaciones porcentuales para calcular la cantidad de hierro en los alimentos.	
		SÍ	NO	SÍ	NO
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

ANEXO 2

FICHA DE TRABAJO

José, quien tiene 17 años, hizo un cálculo de su consumo de hierro durante una semana y lo registró en la siguiente tabla:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
9 mg	12 mg	10 mg	13 mg	12 mg	8 mg	14 mg

a. ¿Qué observas con respecto a la cantidad de hierro consumido por José durante la semana?

_____

_____

Ejemplo:

b. Podemos observar que el consumo de hierro del día martes con respecto al lunes ha variado. Calcula la variación porcentual.

Consumo de hierro del martes: 12 mg

Consumo de hierro del lunes: 9 mg

Nos indican calcular la variación porcentual con respecto al lunes; entonces, el valor del lunes es nuestra referencia; por lo tanto, dicho valor será nuestro 100%.

Aplicando regla de tres:

9 mg → 100%

12 mg → x

$$x = \frac{(12\text{ mg} \times 100\%)}{9\text{ mg}}$$

$$x = 133\%$$

Entonces la variación porcentual es 133% − 100% = 33%

Respuesta: El consumo de hierro del día martes con respecto al lunes se incrementó en un 33%

c. Calcula la variación porcentual del consumo de hierro del miércoles con respecto al martes.

d. Calcula la variación porcentual del consumo de hierro del domingo con respecto al viernes.

e. Calcula la variación porcentual del consumo de hierro del día lunes para que cumpla con el requerimiento diario según su edad.

f. Haz lo mismo para los otros días en los cuales el consumo de hierro está por debajo del mínimo requerido.

ANEXO 3

TABLA 1. CANTIDAD DE HIERRO PRESENTE EN ALGUNOS ALIMENTOS

Alimento (100 g)	Cantidad de hierro en mg
Hígado de res	11
Hígado de cordero	6,3
Carne de pollo	1,2
Carne de pichón	20
Carne de res	4
Carne de cordero	2,5
Carne de cuy	1,9
Pescado	1,0
Huevo	2,2
Soya	8
Lentejas	8
Frejoles	3
Lácteos	2,2
Legumbres secas	7
Espinacas	4
Arroz blanco	1
Arroz integral	2,6
Pan integral	2,5
Fideos	1,4
Almendras	4,2
Ciruelas e higo	3
Algas (cochayuyo)	32
Quinua	12
Mashka	12,5
Qañiwa	15
Kiwicha	8
Maca	4
Trigo	4
Arroz	3
Maíz	2
Olluco	1,1
Papa	1

DETERMINAMOS LA MUESTRA PARA NUESTRO TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Unidad 1 | Sesión 7

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y dialoga sobre las actividades desarrolladas en la clase anterior y los aprendizajes logrados hasta ahora.
- A continuación, comenta: “En la vida cotidiana estamos rodeados de gran información, para a cual se ha tenido que recurrir a recursos estadísticos. ¿En qué situaciones se observa la aplicación de la estadística? ¿En qué situaciones de la vida cotidiana se observan datos estadísticos?”.
- Para dar una idea, el docente brinda algunos ejemplos, como la intención de votos en las elecciones regionales, el nivel de aprobación de la gestión de las autoridades políticas, el porcentaje de la población que está en desacuerdo con las exploraciones mineras o petroleras, la cantidad de estudiantes con anemia, el porcentaje de estudiantes que abandonan la escuela secundaria en la zona rural, el promedio de hijos por familia, etc. Todos estos datos los vemos representados en gráficos estadísticos (de ser posible, el docente proporciona artículos periodísticos en los que se evidencien el uso y la organización de datos estadísticos).
- Luego de que los estudiantes han brindado más ejemplos y el docente los ha anotado en la pizarra, este comenta: “He revisado los informes del Ministerio de Salud, que incluso han

aparecido en algún comercial de productos lácteos, acerca de que en el Perú uno de cada tres niños menores de 5 años sufre de anemia".

- El docente pregunta:

¿De qué manera creen que han obtenido dicha información? ¿Cómo habrán llegado a esa conclusión? ¿Habrán hecho hemogramas a todos los miles de niños del Perú? ¿Cómo obtuvieron esa información si no hicieron los hemogramas a todos los niños?

- Los estudiantes brindan sus respuestas de manera libre y espontánea. El docente anota las ideas fuerza en la pizarra.
- Sistematiza la información y aclara que no se estudia el total de niños o de peruanos (población), sino una parte de ella (muestra).
- Hace referencia al propósito de la sesión:

> Diferenciar una muestra aleatoria de una muestra estratificada en el recojo de información sobre el tipo de alimentos que consumen los estudiantes de Secundaria.

- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

> - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
> - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
> - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente plantea la siguiente situación problemática:

> Una ONG desea desarrollar un trabajo de investigación con el fin de averiguar el número de hijos que en promedio tienen las familias de la región, tanto de la zona rural como de la urbana. Según el último censo, en la región viven 10 000 familias; se calcula que en la zona urbana viven 8000, y el resto en las zonas rurales. Para ello, se decidió tomar una muestra de 400 familias, a las cuales se les aplicará una encuesta. Si tú estuvieras a cargo de dicha investigación, ¿cómo tomarías la muestra? Argumenta tu respuesta.

- Para dar solución a la actividad anterior, los estudiantes, con la guía del docente, revisan la información y los ejemplos de las páginas 160 y 161 del texto escolar.
- Luego los estudiantes argumentan sobre el tipo de muestreo apropiado para la situación antes descrita. El docente debe inducir a concluir que la muestra debe ser representativa, ya que hay más familias en la zona urbana que en la rural. La muestra debe reflejar la misma situación y estar en la misma proporción.
- Se puede proceder de la siguiente manera: del total, 8000 familias representan el 80 %, y 2000, el 20 %. Entonces, el 80 % de la muestra debe corresponder a las familias del entorno urbano, y 20 % a las de la zona rural.

Zona urbana

$80\ \%\ \text{de}\ 400 = \frac{80}{100} \times 400 = 320$

Zona rural

$20\ \%\ \text{de}\ 400 = \frac{20}{100} \times 400 = 80$

Por ello, se deben tomar para la muestra 320 familias de la zona urbana y 80 de la zona rural.

- Se indica que este tipo de muestreo se denomina “muestreo aleatorio estratificado”, y que en este caso habría dos estratos (o capas): una de ellas formada por las familias de la zona urbana, y la otra, por las de la zona rural. De esta manera, la muestra será representativa y sus resultados se podrán generalizar para toda la población.
- El docente precisa que el tamaño de la muestra de 400 familias se configuró a modo de ejemplo. Sin embargo, una muestra debe cumplir ciertos requisitos, ya que existen ciertos criterios y fórmulas para calcular dicho tamaño.

- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- El docente presenta una segunda actividad:

> Queremos determinar una muestra aleatoria estratificada del 50% de la población de estudiantes del quinto de Secundaria de la I. E El Buen Colegio 05, para aplicar una encuesta sobre hábitos alimenticios.

Se sabe que:

Secciones	Total de estudiantes por sección
5.° A	32
5.° B	30
5.° C	28
5.° D	30
TOTAL	120

PRIMER PASO:

- Identificar los estratos, que podrían ser: 5.° A, 5.° B, 5.° C, 5.° D, y sacar el porcentaje de cada uno con respecto al total de la población.

Secciones	Total de estudiantes por sección	Determinar el porcentaje (aprox.)
5.° A	32	$\frac{32}{120} \times 100 = 26,7$
5.° B	30	$\frac{30}{120} \times 100 = 25$
5.° C	28	$\frac{28}{120} \times 100 = 23,3$
5.° D	30	$\frac{30}{120} \times 100 = 25$
TOTAL	120	100

SEGUNDO PASO:

- Tomamos una muestra de 60 estudiantes (la mitad de la población). Ahora, esta cantidad será nuestro 100 %. Determinar cuántos estudiantes se tomarán por cada sección.

Secciones	Número de estudiantes por sección	% por estratos con respecto al total de la población	Número de estudiantes por sección en la muestra
5.° A	32	26,7	26,7 % de 60 = 16
5.° B	30	25	25 % de 60 = 15
5.° C	28	23,3	23,3 % de 60 = 14
5.° D	30	25	25 % de 60 = 15
TOTAL	120	100	60

TERCER PASO:

- Ahora colocamos los números de lista de cada estudiante en una bolsa (por sección) y sacamos al azar: 16 estudiantes de 5.° A, 15 de 5.° B, 14 de 5.° C, y 15 de 5.° D. Así habremos obtenido la muestra de 60 estudiantes. Luego, elaboramos la lista de los 60 estudiantes, que equivalen al 50 % de la población de estudiantes de 5.°, con sus respectivos nombres y sección, y así tenemos una muestra estratificada aleatoria.

A continuación, el docente recuerda a los estudiantes que en la primera sesión de clase se propuso desarrollar un trabajo de investigación sobre la cantidad de hierro que consumen los estudiantes de Secundaria en su dieta alimenticia. Para ello, deberán establecer una muestra estratificada aleatoria para la población de estudiantes de su I. E., la cual será un porcentaje de la población de estudiantes que el docente crea conveniente. Para esta actividad, los estudiantes disponen de treinta minutos como máximo. Se les entregará la ficha de determinación de muestra (anexo 2).

La información sobre la cantidad de estudiantes de la I. E. puede ser exacta o aproximada si no se conoce la cantidad de estudiantes por cada grado.

A continuación el docente manifiesta: “Ya sabemos a cuántos compañeros encuestaremos por sección. Ahora, ¿de qué manera escogeremos a esos estudiantes?”. Presenta la siguiente manera de selección como ejemplo:

Colocar los nombres escritos en papelitos en una bolsa e ir sacándolos al azar.

Siguiendo alguna de las técnicas mencionadas en el ítem anterior, se elabora la lista de estudiantes que conformarán la muestra y serán encuestados.

CIERRE (15 minutos)

- El docente pregunta:
  - ¿En qué casos se hace necesario determinar una muestra probabilística? ¿Por qué?
  - ¿En cuál de las actividades realizadas has tenido mayor dificultad? ¿Por qué?
  - ¿Cómo fue tu participación en todo el proceso de desarrollo de la sesión?
  - ¿En qué otras situaciones podemos utilizar una muestra estratificada aleatoria?
  - ¿Qué utilidad tiene el aprendizaje de hoy en nuestra vida cotidiana?
- Los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas.
- El docente sistematiza y promueve la reflexión, y se concluye lo siguiente:

  - El muestreo es el proceso mediante el cual se escoge una muestra de la población.
  - En una muestra aleatoria todos los elementos que conforman la población tienen la misma probabilidad de salir elegidos.
  - La muestra debe ser representativa, de modo tal que los resultados obtenidos puedan ser generalizados a toda la población.
  - Se utiliza una muestra probabilística cuando no es posible tomar toda la población por factores diversos.
  - Se identifican el muestreo aleatorio simple y el muestreo estratificado.

EVALUACIÓN

- Para la evaluación de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Los estudiantes revisan las páginas 160 y 161 del texto escolar y resuelven las páginas 36 y 37 de su cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Ficha de trabajo.
- Calculadora, plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Determina una muestra representativa de una población haciendo uso de proporciones.		Utiliza algún medio (bolsa de papelitos, caja con bolillas) para determinar la muestra aleatoria.		Determina mediante tablas el número de estudiantes de una muestra estratificada.		Sustenta con ejemplos el uso del muestreo aleatorio estratificado	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

ANEXO 2

FICHA DE DETERMINACIÓN DE MUESTRA

Realizar en equipo las siguientes actividades para determinar la muestra.

Considerando los datos reales de las secciones de los cinco grados de Secundaria de nuestra institución educativa, y según la lista entregada por el docente, determinar la muestra y elaborar la lista de todos los estudiantes que serán encuestados.

Tabla 1. Determinando el porcentaje de cada sección con respecto al total de la población

Grados	Total de estudiantes por grado	Determinar el porcentaje (aprox.)
1.°		
2.°		
3.°		
4.°		
5.°		
TOTAL		

Tabla 2. Determinando el porcentaje por estratos

Grado	Número de estudiantes por sección	% por estratos con respecto al total de la población	Número de estudiantes por sección en la muestra
1.°			
2.°			
3.°			
4.°			
5.°			
TOTAL			

- Para obtener la muestra estratificada aleatoria:

  Finalmente, colocar los números de lista de cada estudiante en una bolsa (por grado) y sacar al azar el número de estudiantes requerido por grado, obtenido en la tabla 2.

  Luego elaborar la lista final de la muestra, con sus respectivos nombres y grado.

Unidad 1 | Sesión 8

ELABORAMOS UNA ENCUESTA

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y, mediante preguntas, hace referencia a la clase anterior: ¿Qué se trabajó la sesión anterior? ¿Qué haremos con la muestra? ¿Qué es una muestra estratificada? ¿Qué es una muestra aleatoria?
- Enfatiza la importancia de la muestra para la investigación por desarrollar. Luego de ello, pregunta:

¿Cómo podríamos averiguar qué alimentos consumen los estudiantes? ¿Qué deberíamos preguntar? ¿Alguna vez se han acercado a su hogar a preguntar sobre preferencias de consumo, número de personas, etc.?

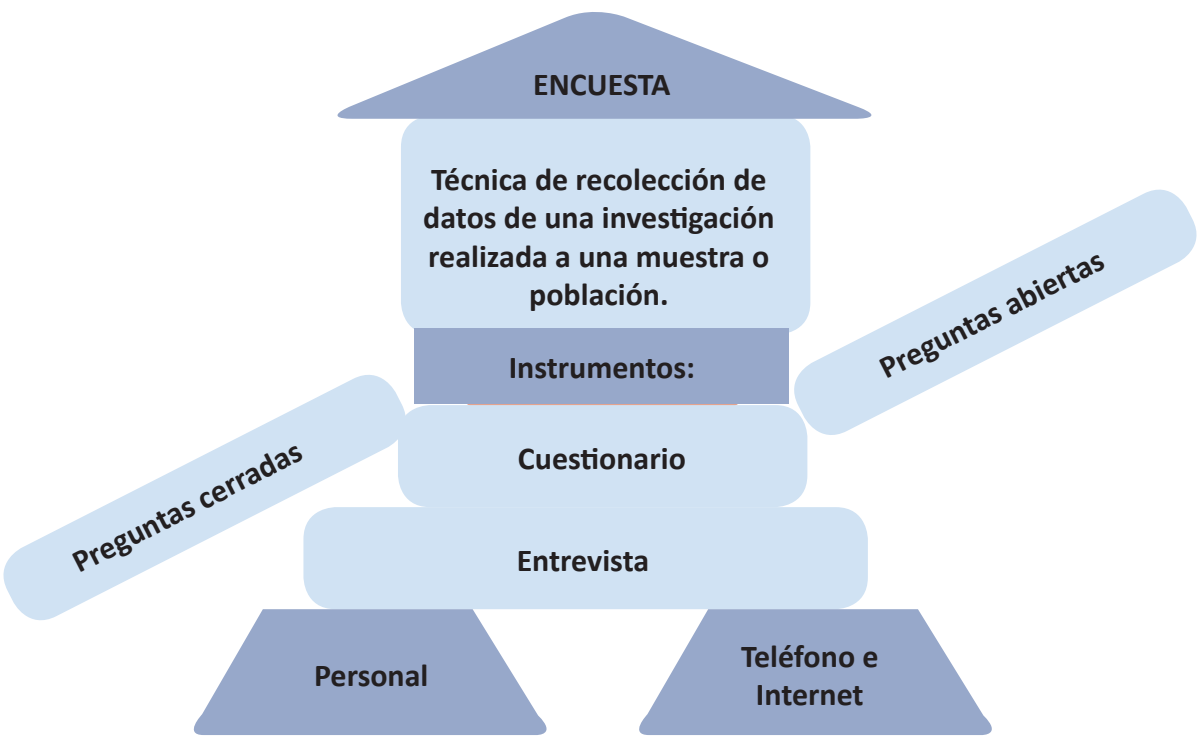
- Los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas y el docente hace referencia al propósito de la sesión:

> Diseñar un cuestionario para realizar una encuesta sobre los alimentos que consumen los estudiantes en su dieta alimenticia.

- El docente plantea las siguientes pautas, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:
  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente presenta a los estudiantes un organizador gráfico con ideas relacionadas con los conceptos de encuesta, cuestionario y entrevista.



- El docente profundiza la información utilizando las páginas 162 y 163 del texto escolar, capítulo doce, en donde se hace referencia a los métodos, las técnicas y los instrumentos de recopilación de datos.
- El docente les recuerda que van a realizar una encuesta, para lo cual deberán diseñar un cuestionario. Con este fin, necesitan responder las siguientes preguntas:

  1. ¿Qué información queremos recoger? ¿Qué preguntaremos?
  2. ¿A quiénes preguntaremos?
  3. ¿Para qué preguntaremos?

- Los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas. El docente recoge sus respuestas y las sistematiza mediante anotaciones en la pizarra, como las que se muestra a continuación:

1. Información referida a la anemia y el consumo de hierro de los estudiantes.

2. A los estudiantes de Secundaria de la I. E.

3. Para conocer el consumo de hierro de los estudiantes y el porcentaje de estudiantes que han tenido o están en riesgo de tener anemia.

- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Guía a los estudiantes para determinar las variables estadísticas que se estudiarán:
  - Alimentos con alto y bajo nivel de hierro que consumen los estudiantes.
  - Presencia de anemia (en los estudiantes).
- Seguidamente, cada equipo procede a proponer cinco preguntas teniendo en cuenta las variables (se sugiere que cuatro sean cerradas y una abierta). Luego, cada equipo escribirá sus preguntas en un papelote y las pegará en el salón. El docente sugiere a los estudiantes tomar en cuenta las recomendaciones de la página 163 del texto escolar.
- Luego de socializar las propuestas de cuestionarios de todos los equipos, el docente y los estudiantes en plenaria definen el cuestionario que se aplicará a la muestra de la encuesta.

Ejemplo de encuesta sobre hábitos alimenticios

Antes de contestar el cuestionario, por favor, lee detenidamente las preguntas y las opciones de respuesta.

Responde el cuestionario con total sinceridad.

Tu colaboración es muy valiosa. Agradecemos tu ayuda.

Indica tu grado: | 1.° | 2.° | 3.° | 4.° | 5.° | Indica tu edad: | | Indica tu sexo: | M | F |

Marca con un aspa (x) la alternativa que corresponde a tu hábito alimenticio. Solamente puedes marcar una de las alternativas:

1. ¿Has tenido anemia?
   a. Sí b. No
2. ¿Cuántas de estas características sientes durante el día?
   - Falta de energía y fatiga al menor esfuerzo
   - Disminución de la capacidad para prestar atención en clase
   - Te duermes con frecuencia en clase
   - Sientes palpitaciones y dolor en el pecho
   - Presentas cierto grado de palidez

   a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 e. Todas
3. ¿Con qué frecuencia consumes machca, kañihua o quiwicha?
   a. Una vez a dos veces por semana
   b. Tres a cuatro veces por semana
   c. Cinco a seis veces por semana
   d Todos los días
   e. Nunca
4. ¿Con qué frecuencia consumes café, gaseosas o infusiones?
   a. Una vez a dos veces por semana
   b. Tres a cuatro veces por semana
   c. Cinco a seis veces por semana
   d. Todos los días
   e. Nunca
5. ¿Cómo consideras tu alimentación? ¿Por qué?

   _____

   _____

   _____

Luego los estudiantes deberán realizar la encuesta; con ese propósito, se agruparán en cinco equipos. Cada equipo encuestará un grado diferente y, dentro de él, a cada estudiante seleccionado de acuerdo con la lista. De no alcanzar el tiempo, podrá efectuarse a la salida o durante el recreo. Los equipos deberán traer las encuestas completas la próxima sesión.

CIERRE (15 minutos)

- Los estudiantes y el docente concluyen lo siguiente:
  - La encuesta es una técnica de investigación que sirve para obtener información específica de una muestra.
  - Las preguntas de una encuesta deben cumplir varios requisitos; por ejemplo, no ser ambiguas, estar orientadas a la variable de estudio, etc.
- Finalmente el docente formula preguntas de reflexión:
  - ¿Qué dificultades tuviste al redactar las preguntas?
  - ¿Qué aprendiste el día de hoy?
  - ¿Qué utilidad tiene un cuestionario?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Los estudiantes desarrollarán las páginas 32 y 33 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Ficha de trabajo.
- Calculadora científica, plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Identifica mediante ejemplos variables de estudio.		Formula preguntas cerradas y abiertas, según las variables de estudio.		Elabora un cuestionario teniendo en cuenta los criterios de redacción.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							

Unidad 1 | Sesión 9

TABULAMOS DATOS Y REPRESENTAMOS GRÁFICOS

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (5 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y pregunta: "¿Cómo les fue en las encuestas?". Con este fin, escoge a un representante por equipo para que cuente brevemente cómo les fue a la hora de realizar las encuestas.
- A continuación el docente presenta el propósito de la sesión:

> Organizar datos en tablas de frecuencias y elaborar gráficos.

- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:
  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (70 minutos)

El docente pregunta a los equipos de trabajo:

- ¿Cómo podríamos organizar la información?
- ¿Qué deberíamos tomar en cuenta?

Solicita a cada equipo que contabilice las respuestas de la encuesta que aplicaron. Cada equipo debe organizar sus datos de manera libre.

Luego hace referencia a las tablas de distribución de frecuencias trabajadas el año anterior.

Muestra un ejemplo de una tabla de distribución de frecuencia. Luego, les recuerda cómo se representa cada una de las frecuencias:

- Frecuencia absoluta (f_i)
- Frecuencia relativa (h_i)
- Frecuencia relativa porcentual (h_i%).

Variable	f_i	h_i	h_i%

El docente toma los datos recogidos en los cuestionarios de uno de los grados y los sistematiza con la participación de los estudiantes.

Posible solución: 2.° grado
Muestra estratificada aleatoria: 19 estudiantes

Edad	f_i	h_i	h_i%
13	8	0,42	42%
14	9	0,47	47%
15	2	0,11	11%
Total	19	1	100%

Sexo	f_i	h_i	h_i%
Masculino	13	0,68	68%
Femenino	6	0,32	32%
Total	19	1	100%

Estudiantes que han sufrido la enfermedad	f_i	h_i	h_i%
Sí	7	0,37	37%
No	12	0,63	63%
Total	19	1	100%

Cantidad de síntomas relacionados con la anemia que presenta el estudiante	f_i	h_i	h_i%
1 síntoma	6	0,32	32
2 síntomas	8	0,42	42
3 síntomas	3	0,16	16
4 síntomas	1	0,05	5
5 síntomas	1	0,05	5
Total	19	1	100%

Frecuencia de consumo de alimentos con alto contenido de hierro	f_i	h_i	h_i%
Nunca	1	0,05	5%
Una vez a dos veces por semana	10	0,53	53%
Tres a cuatro veces por semana	6	0,32	32%
Cinco a seis veces por semana	1	0,05	5%
Todos los días	1	0,05	5%
Total	19	1	100%

Frecuencia de consumo de alimentos que evitan la asimilación de hierro	f_i	h_i	h_i %
Nunca	0	0,00	0%
Una vez a dos veces por semana	7	0,37	37%
Tres a cuatro veces por semana	10	0,53	53%
Cinco a seis veces por semana	1	0,05	5%
Todos los días	1	0,05	5%
Total	19	1	100%

- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Los equipos de trabajo organizan la información del grado que les tocó realizar haciendo uso de tablas de distribución de frecuencias y representándola mediante gráficos estadísticos. Para ello, el docente pregunta:

  ¿Con qué tipo de gráfico se puede representar los datos de las tablas de distribución de frecuencias que serán elaboradas?
- Los estudiantes dan a conocer sus respuestas indicando que una de las gráficas que se pueden usar son el gráfico de barras y el gráfico circular.

  El docente complementa la información dando a conocer las características de cada uno de ellos. Sugiere realizar la representación gráfica mediante el trabajo en equipo de todas las tablas de distribución de frecuencias elaboradas de cada uno de los grados.
- A manera de ejemplo se presentan las gráficas de la tabla de distribución de frecuencia del consumo de alimentos con alto contenido de hierro.

Gráfico de barras

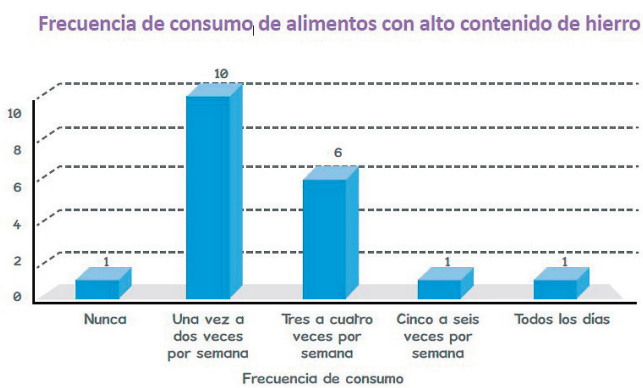
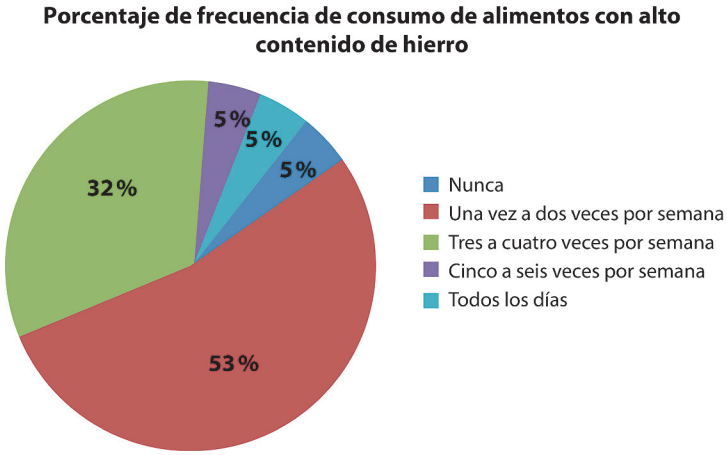


Gráfico circular



Con la finalidad de difundir la información obtenida el docente pide a los estudiantes realizar en un papelote una infografía sobre el consumo de hierro de los estudiantes y la cantidad de estos que han tenido o están en riesgo de tener anemia. Para ello:

1. En la infografía deben colocarse los siguientes datos:
   - Grado y cantidad de estudiantes que conforman la muestra aleatoria estratificada.
   - Resultados encontrados en la aplicación de la encuesta.
2. Los estudiantes deben colocar en la encuesta solamente los gráficos de los seis ítems de la encuesta. Con ese fin, deben utilizar los cuadros de frecuencia, teniendo en cuenta lo siguiente:
   - Estudiantes que tuvieron la enfermedad.
   - Cantidad de síntomas relacionados con la anemia que presenta el estudiante.
   - Frecuencia de consumo de alimentos con alto contenido de hierro.
   - Frecuencia de consumo de alimentos que evitan la asimilación de hierro.
3. Deben escribir una conclusión por cada gráfico.
4. Tienen que escribir una idea sobre el hierro o la anemia, trabajada durante la unidad.

Los equipos de trabajo exponen sus infografías utilizando la técnica del museo.

CIERRE (15 minutos)

El docente pregunta:

- ¿Qué opinan de los resultados obtenidos en la encuesta desarrollada?
- ¿Qué podríamos hacer para mejorar los resultados más alarmantes?

Los estudiantes, de forma voluntaria, expresan sus opiniones a partir de los resultados de la encuesta.

El docente promueve el diálogo y la reflexión sobre la importancia de los hábitos alimenticios y una dieta balanceada basada en el conocimiento de qué productos consumir. Entre todos llegan a las siguientes conclusiones:

- La tabla de distribución de frecuencia permite organizar y analizar los datos obtenidos, para determinar conclusiones y tomar decisiones.
- La frecuencia absoluta es el número de veces que aparece un determinado valor en un estudio estadístico.
- Los gráficos estadísticos más conocidos que permiten representar datos de tablas de distribución de frecuencias son el diagrama de barras y el diagrama circular.
- La infografía es una representación visual o diagrama de textos escritos que permite dar a conocer un resumen o explica un acontecimiento.

EVALUACIÓN

- Para la evaluación de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes resolver las páginas 40 y 41 de sus cuadernos de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Ficha de trabajo.
- Calculadora científica, plumones de colores, tarjetas, papelotes, encuestas, cinta *masking tape*, pizarra, tiza.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Organiza información en tablas de distribución de frecuencias.		Mediante tablas calcula las frecuencias relativas y relativas porcentuales.		Representa datos de tabla de frecuencias mediante gráficos estadísticos.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

5.° Grado de Secundaria

ANALIZAMOS ACTIVIDADES ECONÓMICAS DE NUESTRO ENTORNO

SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

Todo grupo humano lleva a cabo actividades económicas que permiten satisfacer sus necesidades básicas y el desarrollo de sus integrantes. Las actividades económicas en la zona rural generalmente son de autosostenimiento; es decir, lo que se produce es utilizado para el autoconsumo. Básicamente, se siembran productos de pan llevar, para lo cual muchas veces se utilizan técnicas ancestrales. Asimismo, se realiza la crianza extensiva de ganado. En ocasiones, el desarrollo de dichas actividades origina que algunos estudiantes abandonen temporalmente las instituciones educativas para ayudar a sus padres en las labores del campo. Cuando es necesario contar con algún producto que no es producido por las familias, se recurre al trueque o se lo adquiere en las ferias dominicales o mercados que puedan existir. Asimismo, algunas familias no emplean el sistema financiero (ahorro y préstamo) por desconocimiento y temor a los bancos, cajas y cooperativas u otras entidades. Otras familias producen y venden productos agropecuarios y muchas veces no tienen claro cuánto están produciendo y vendiendo.

¿Qué actividades económicas se realizan en nuestra comunidad?

¿A qué actividades económicas se dedica tu familia? ¿Y tú?

¿Qué deberías saber para pedir un préstamo?

¿Cómo podrías calcular la producción de tu familia?

¿Cómo podrías saber si estás vendiendo tus productos a un precio adecuado?

¿De qué manera crees que la matemática podría ayudar a mejorar tus actividades económicas?

APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

CAMPOS TEMÁTICOS

- Sistema de ecuaciones
- Solución de un sistema de ecuaciones lineales
- Expresiones simbólicas para expresar un sistema de ecuaciones lineales
- Representación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales
- Métodos analíticos de resolución

PRODUCTO

- Resolución de un caso empleando sistema de ecuaciones lineales

SECUENCIA DE LAS SESIONES

Sesión 1 (2 horas) **Título: Nos organizamos para conocer las actividades económicas de nuestra comunidad**	**Sesión 2 (2 horas)** **Título: Modelamos un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas**
Competencia y capacidad **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. **Actividades** • El docente realiza una introducción sobre las actividades económicas de la región. • Los estudiantes se organizan en grupos de trabajo y acuerdan las normas de convivencia para realizar con éxito el trabajo colaborativo. • Los estudiantes proponen un conjunto de actividades en función de la situación significativa. • Elaboran una ruta de trabajo para el desarrollo de la unidad.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. **Campo(s) temático(s)** • Sistema de ecuaciones lineales: miembros, términos, incógnita y solución. **Actividades** • El docente plantea una situación inicial para generar los aprendizajes. • Los estudiantes identifican los datos del problema e identifican las variables para plantear una ecuación de dos incógnitas. • Los estudiantes plantean un sistema de ecuaciones y, con ayuda del libro de texto, identifican sus elementos.

Sesión 3 (2 horas) **Título: Representamos gráficamente sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas**	Sesión 4 (2 horas) **Título: Empleamos procedimientos prácticos en la solución de un sistema de ecuaciones lineales.**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. **Campo(s) temático(s)** • Sistema de ecuaciones lineales: método gráfico **Actividades** • Los estudiantes representan en el plano cartesiano las rectas que contienen las soluciones de un sistema de ecuaciones y determinan el punto de intersección como la solución del sistema. • Establecen el comportamiento de cada una de las rectas. • Determinan en qué casos el sistema tiene una única solución, infinitas soluciones o no tiene solución. • Los estudiantes revisan la información de la página 58 del texto escolar. • El docente, con la participación de los estudiantes, sistematiza la información y establece conclusiones.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales**.** • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. **Campo(s) temático(s)** • Sistema de ecuaciones lineales: - Método de reducción - Método de igualación - Método de sustitución **Actividades** • El docente plantea una situación inicial para generar los aprendizajes. • Los estudiantes se organizan en grupos de trabajo y acuerdan las normas de convivencia para realizar con éxito el trabajo colaborativo. • Revisan las páginas 59, 60 y 61 del texto escolar. • Los estudiantes aplican el método de igualación, sustitución y reducción en la resolución de un sistema de ecuaciones lineales. • Argumentan sus procedimientos e interpretan los resultados obtenidos tomando en cuenta el problema. • El docente, con la participación de los estudiantes, establece conclusiones.

Sesión 5 (2 horas)

Título: Resolvemos un caso

Competencia y capacidad

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

Campo(s) temático(s)

- Sistema de ecuaciones lineales:

- Método gráfico

- Método de reducción

- Método de igualación

- Método de sustitución

Actividades

- El docente plantea interrogantes sobre qué es un caso para orientar la elaboración del producto de la sesión.
- Los estudiantes proponen un caso de la comunidad en el cual se presente una situación que pueda ser resuelta por medio de un sistema de ecuaciones lineales.
- Los equipos de trabajo resuelven el caso siguiendo los procedimientos revisados en la ficha de trabajo, anexo 2.
- Comparten la solución del caso utilizando la técnica del museo.

EVALUACIÓN

Situación de evaluación	Competencia	Capacidades	Indicadores	Instrumentos de evaluación
• Elaboran gráficas de sistemas de ecuaciones lineales y aplican métodos analíticos para resolver situaciones problemáticas referidas a actividades que se realizan en su comunidad.	• Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	• Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	• Determina relaciones no explícitas en situaciones de equivalencias, al expresar modelos referidos a sistemas de ecuaciones lineales. • Emplea expresiones y conceptos respecto a un sistema de ecuaciones lineales en sus diferentes representaciones. • Emplea la representación simbólica de un sistema de ecuaciones lineales para expresar otras representaciones equivalentes. • Emplea procedimientos matemáticos y propiedades para resolver problemas de un sistema de ecuaciones lineales. • Resuelve un sistema de ecuaciones lineales identificando el número de parámetros de la solución. • Analiza y explica el razonamiento aplicado para resolver un sistema de ecuaciones lineales.	• Lista de cotejo

MATERIALES BÁSICOS PARA UTILIZAR EN LA UNIDAD

Para el docente:

Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?.* Ciclo VII. Lima, Perú: Autor.
Ministerio de Educación. (2016). *Manual para el docente*. *Matemática 5.* Lima, Perú: Editorial Santillana.

Para el estudiante:

Ministerio de Educación. (2016). *Texto escolar*. *Matemática 5.* Lima, Perú: Editorial Santillana.
Ministerio de Educación. (2016). *Cuaderno de trabajo*. *Matemática 5.* Lima: Editorial Santillana.

Otros:

Folletos, separatas, láminas, etc.

NOS ORGANIZAMOS PARA CONOCER LAS ACTIVIDADES ECONÓMICAS DE NUESTRA COMUNIDAD

Unidad 2 | Sesión 1

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (25 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en un círculo o media luna para compartir la siguiente información: "Las personas en una comunidad desarrollan distintas actividades productivas y extractivas con el fin de satisfacer sus necesidades básicas, lo cual promueve diferentes actividades económicas que generan desarrollo y crecimiento, tanto familiar como de la comunidad".
- Luego el docente pide a un estudiante que lea en voz alta la situación significativa.

> Todo grupo humano lleva a cabo actividades económicas que permiten satisfacer sus necesidades básicas y el desarrollo de sus integrantes. Las actividades económicas en la zona rural generalmente son de autosostenimiento; es decir, lo que se produce es utilizado para el autoconsumo. Básicamente, se siembran productos de pan llevar, para lo cual muchas veces se utilizan técnicas ancestrales. Asimismo, se realiza la crianza extensiva de ganado. En ocasiones, el desarrollo de dichas actividades origina que algunos estudiantes abandonen temporalmente las instituciones educativas para ayudar a sus padres en las labores del campo. Cuando es necesario contar con algún producto que no es producido por las familias, se recurre al trueque o se lo adquiere en las ferias dominicales o mercados que puedan existir. Asimismo, algunas familias no emplean el sistema financiero (ahorro y préstamo) por desconocimiento y temor a los bancos, cajas y cooperativas u otras entidades. Otras familias producen y venden productos agropecuarios y muchas veces no tienen claro cuánto están produciendo y vendiendo.

- El docente pregunta:

¿Qué actividades económicas se realizan en nuestra comunidad? ¿A qué actividades económicas se dedica tu familia? ¿Y tú? ¿Qué deberías saber para pedir un préstamo? ¿Cómo podrías calcular la producción de tu familia? ¿Cómo podrías saber si estás vendiendo tus productos a un precio adecuado? ¿De qué manera crees que la matemática podría ayudar a mejorar tus actividades económicas?

- El docente menciona el propósito de la sesión: Elaborar un plan de actividades y evidenciar el logro de aprendizaje.
- A continuación, se establecen acuerdos para llevar a cabo el trabajo en equipo:

- Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
- Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
- Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (45 minutos)

- Los estudiantes se organizan en equipos de cuatro integrantes según las actividades económicas a las que se dedica su familia.
- El docente les pide que respondan las preguntas planteadas en la situación significativa y que realicen un plan de actividades, para lo cual les indica las capacidades y campos temáticos que se trabajarán en esta unidad. Los estudiantes pueden consultar su texto escolar.
- Cada equipo de trabajo prepara un esquema en su cuaderno con dichas actividades. Luego, lo explican a sus compañeros (anexo 2). El docente toma nota en la pizarra de algunas ideas importantes.

- Durante el trabajo de los equipos, el docente promueve el diálogo al hacer referencia al orden de las actividades y relacionarlas con la situación significativa. También registra el desempeño de los estudiantes usando la lista de cotejo.
- En el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- El docente, junto con los estudiantes, establecen la correspondencia entre las actividades, las capacidades matemáticas que se desarrollarán y los aprendizajes esperados. Además, hace énfasis en la utilidad de los conocimientos en cada una de las actividades.

Actividades para desarrollarse en la unidad (plan consolidado a partir de la propuesta de los estudiantes)

1. Reflexionar a través de situaciones del contexto, de la presentación de la situación significativa y del propósito. Se proponen compromisos de trabajo para consolidar el aprendizaje.
2. Obtener información referida a las actividades económicas que se realizan en la comunidad.
3. Plantear estrategias para ver de qué manera se relacionan la compra y venta de productos mediante la utilización de un sistema de ecuaciones.
4. Expresar la compra y venta de productos en una ecuación que deberá ser representada.
5. Elaborar planos cartesianos.
6. Tabular valores de una ecuación lineal con dos incógnitas y su gráfica en el plano cartesiano.
7. Analizar posibles soluciones y supuestos para resolver ecuaciones referidas a la producción.
8. Reforzar estrategias y métodos de solución para situaciones problemáticas relacionadas con actividades económicas.
9. Resolver sistemas de ecuaciones lineales a través de distintos métodos analíticos.
10. Resolver diversos tipos de problemas referidos a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

- Finalmente, se reitera el propósito de la unidad y la necesidad de establecer compromisos que consoliden los aprendizajes esperados.

CIERRE (20 minutos)

- Los estudiantes escriben en sus cuadernos los compromisos que asumirán para el logro del propósito de la unidad.
- Elaboran un organizador visual con las actividades y las capacidades que se desarrollarán y lo colocan en un lugar visible del aula.
- El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes:
  - ¿Qué les pareció la clase de hoy?
  - ¿Qué aprendimos? ¿Consideran que es importante elaborar un plan de actividades?
  - ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos?
  - ¿Cómo nos sentimos al realizar el trabajo en equipo?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes que elaboren una lista de las actividades económicas que se desarrollan en su comunidad.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Plumones de colores, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas de colores, etc.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Establece una estrategia de trabajo colaborativo con su par.		Relaciona las actividades propuestas con los aprendizajes que va a lograr.		Elabora un organizador visual con la ruta de trabajo para la unidad.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							

ANEXO 2

PLAN DE ACTIVIDADES

(Estructura)

DOCENTE: _____

GRADO Y SECCIÓN: _____

Situación del contexto	Propósito

Actividades	Tareas	Responsables	Fecha
Act. 1	T1 T2 T3		
Act. 2	T1 T2 T3		
Act. 3	T1 T2 T3		
Act. 4	T1 T2 T3		
Act. 5	T1 T2 T3		

Producto	

MODELAMOS UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Unidad 2 | Sesión 2

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y plantea las siguientes preguntas:

¿Qué actividades desarrollamos en la clase anterior? ¿Cuál es la situación significativa que abordaremos en la unidad?

- Los estudiantes responden utilizando la técnica de lluvia de ideas.
- El docente plantea la siguiente situación para generar el aprendizaje de la sesión.

La familia de Felipe no cría ganado, por lo que su mamá le ha encargado que vaya a la feria dominical para comprar queso. En un puesto de venta le ofrecen cada molde de queso de leche de vaca a 2 soles, y de leche de cabra a 3 soles. Su mamá le ha entregado 60 soles para que los gaste en la compra del queso sin que sobre ni un solo centavo. Felipe se pregunta: "¿Cuántos moldes de queso de cada tipo puedo comprar con la condición de gastar los 60 soles?".

Vamos a ayudar a Felipe dándole diferentes opciones.

- El docente hace referencia a las actividades en las cuales se centrará la atención para el logro del propósito "Plantear un sistema de ecuaciones lineales".
- Para ello, propone las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:
  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.
- Comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- Los estudiantes identifican los datos de la situación problemática planteada al inicio (actividad 1, anexo 2).
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Solicita a uno de los estudiantes que lea nuevamente el problema, así como las interrogantes que se plantean para ayudar a que lo comprendan.
- Los estudiantes resuelven en equipo las preguntas de la actividad 1. Se sugiere dedicar a esta actividad 20 minutos aproximadamente.
- Guía para desarrollar las preguntas 5 a 9 del anexo 2:

  5. Si solo comprara queso de leche de vaca, ¿cuántos moldes podría comprar? Si comprara solo queso de leche de vaca a 2 soles cada molde, compraría 30 moldes.
  6. ¿Podrá comprar 22 moldes de queso de leche de vaca y 5 de leche de cabra? ¿Por qué?

Moldes de queso de leche de vaca

$22 \times 2 = 44$

Moldes de queso de leche de cabra

$5 \times 3 = 15$

Total: $44 + 15 = 59$

No se puede comprar estas cantidades debido a que sobraría de vuelto un sol, y la compra debe ser de 60 soles exactos.

7. Expresa en forma simbólica la relación entre los datos y la condición del problema (plantea una ecuación usando dos variables).

   Los estudiantes deben ver la necesidad de utilizar incógnitas para referirse a los moldes de queso de cada tipo. Pueden utilizar cualquier letra; se sugieren "$\boldsymbol{v}$" y "$\boldsymbol{c}$".

   Número de moldes de queso de leche de vaca por comprar: $\boldsymbol{v}$ Precio: 2 soles

   Número de moldes de queso de leche de cabra por comprar: $\boldsymbol{c}$ Precio: 3 soles

   La ecuación quedaría así:

   $2v + 3c = 60$

   El docente precisa que esta expresión se denomina "ecuación lineal con dos incógnitas". Quizá haya algunos estudiantes que indiquen que no se puede averiguar los valores de "v" y "c" debido a que hay dos incógnitas y una sola ecuación. Sin embargo, ese detalle se verá más adelante en la sesión.

8. Plantea dos alternativas de compra que puede realizar Felipe. ¿Habrá más?

   En esta pregunta los estudiantes responden de manera libre, teniendo en cuenta la condición, y al compartir sus respuestas se darán cuenta de que existen varias alternativas posibles para realizar la compra.

9. ¿Cómo podemos organizar todas las alternativas de compra posibles? Da una respuesta elaborada.

   En esta pregunta los estudiantes deben organizar las alternativas posibles. Se sugiere diseñar un cuadro de la siguiente manera:

v	c	$2v + 3c = 60$	$(v\,;c)$	CUMPLE / NO CUMPLE
30	0	2(30) + 3(0) = 60	(30;0)	CUMPLE
29	1	2(29) + 3(1) = 61		NO CUMPLE
28	1	2(28) + 3(1) = 59		NO CUMPLE
28	2	2(28) + 3(2) = 60		NO CUMPLE
27	2	2(27) + 3(2) = 60	(27;2)	CUMPLE
24	4	2(24) + 3(4) = 60	(24;4)	CUMPLE
21	6	2(21) + 3(6) = 60	(21;6)	CUMPLE
18	8	2(18) + 3(8) = 60	(18;8)	CUMPLE
15	10	2(15) + 3(10) = 60	(15;10)	CUMPLE
12	12	2(12) + 3(12) = 60	(12;12)	CUMPLE
9	14	2(9) + 3(14) = 60	(9;14)	CUMPLE
6	16	2(6) + 3(16) = 60	(6;16)	CUMPLE
3	18	2(3) + 3(18) = 60	(3;18)	CUMPLE
0	20	2(0) + 3(20) = 60	(0;20)	CUMPLE

Una vez elaborada la tabla, el docente invita a que los estudiantes la analicen a través de preguntas como:

- ¿En qué casos compra más o menos queso?
- ¿Qué significa cada par ordenado?
- ¿Cuántos valores puede tomar "v"?
- ¿Cuántos valores puede tomar "c"?
- ¿Qué relación existe entre "v" y "c"?

Debe quedar claro que cada par ordenado es una respuesta de la ecuación lineal con dos incógnitas, por lo que hay un total de 11 respuestas para este caso particular. Se concluye, además, que sí es posible hallar soluciones para esta ecuación.

Luego el docente plantea: "Sin embargo, si dejamos de lado el contexto de la situación problemática y generalizamos la ecuación dentro del conjunto de los números reales:

- ¿Qué sucede ahora con las valores de v y c?
- ¿Cuántos valores podrían tomar?
- ¿Qué campos numéricos se usarán?"

Los estudiantes responden a través de una lluvia de ideas mientras el docente anota en la pizarra las ideas fuerza. Finalmente, él sistematiza la información y deja en claro que al generalizarse la ecuación v y c pueden tomar infinitos valores tanto positivos como negativos, decimales, fraccionarios, etc.

Solicita a los estudiantes que formulen las preguntas que crean necesarias para que despejen las dudas que pudiesen tener.

Luego presenta la siguiente situación problemática:

Una vez que Felipe comprende que hay varias formas de escoger la compra de queso, regresa a su casa para informar a su mamá de dicha situación. Entonces ella le dice: "Compra cinco moldes más de queso de leche de vaca que de cabra".

- ¿Se podrá cumplir con lo que solicita la mamá? De ser posible, finalmente, ¿cuántos moldes de queso de cada tipo comprará Felipe?

Los estudiantes responden en equipos la primera tarea de la actividad 2.

- Número de moldes de queso de leche de vaca por comprar: $\boldsymbol{v}$
- Número de moldes de queso de leche de cabra por comprar: $\boldsymbol{c}$
- La ecuación quedaría así: $v - c = 5$

Si organizan en una tabla algunos de los valores que cumplen esta ecuación; podrían quedar así:

v	c	$v - c = 5$	$(v; c)$
10	5	10 – 5 = 5	(10; 5)
11	6	11 – 6=5	(11; 6)
12	7	12 – 7 = 5	(12; 7)
13	8	13 – 8 = 5	(13; 8)
14	9	14 – 9 = 5	(14; 9)
15	10	15 – 10 = 5	(15; 10)
16	11	16 – 11 = 5	(16; 11)
17	12	17 – 12 = 5	(17; 12)
18	13	18 – 13 = 5	(18; 13)
19	14	19 – 14 = 5	(19; 14)
20	15	20 – 15 = 5	(20; 15)

- Los estudiantes verifican que el único par ordenado que cumple para ambas ecuaciones es (15;10). Esto quiere decir que Felipe debe comprar 15 moldes de queso de leche de vaca y 10 moldes de queso de leche de cabra.
- Cada equipo escoge un representante de trabajo para que socialice sus resultados especificando los procesos utilizados y las dificultades presentadas. El tiempo para la socialización debe ser 10 minutos.
- Finalmente, el docente sistematiza la información y presenta las ecuaciones de la siguiente manera:

$$\begin{cases} 2v + 3c = 60 \\ v - c = 5 \end{cases}$$

- El docente indica que se denomina “sistema de ecuaciones lineales” y que su conjunto solución es un par ordenado que verifica las dos ecuaciones simultáneamente: C.S. = {15; 10}
- Resalta la importancia de comprender el problema y cómo los datos que ofrece y la relación entre ellos permiten resolverlo.

Pide a los estudiantes abrir su texto escolar en la página 56 y juntos revisan los elementos de un sistema de ecuaciones y los ejemplos planteados.

CIERRE (15 minutos)

El docente, con participación activa de los estudiantes, llega a las siguientes conclusiones:

- Una sola ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones.
- Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones para las que se busca una solución común a dichas ecuaciones.
- Un sistema de ecuaciones puede no tener solución.

Finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes:

- ¿Qué aprendimos el día de hoy?
- ¿En qué otras situaciones de nuestra vida diaria podemos encontrar sistemas de ecuaciones?
- ¿Qué dificultades tuvimos para desarrollar las actividades?
- ¿De qué manera las superamos?

EVALUACIÓN

Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

Los estudiantes resuelven las páginas 124 y 125 del cuaderno de trabajo Matemática 5.

El docente solicita que elaboren en papel cuadriculado para la próxima sesión:

- PLANO CARTESIANO N.° 1 (en el eje x hasta 35 y en el eje y hasta 25).
- PLANO CARTESIANO N.° 2 (en el eje x hasta 25 y en el eje y hasta 25).

MATERIALES Y RECURSOS

Texto escolar. Matemática 5.

Cuaderno de trabajo. Matemática 5.

Pizarra, tiza.

Ficha de trabajo.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Plantea un sistema de ecuaciones a partir de una situación.		Tabula las variables y da valores que cumplen con la igualdad.		Expresa las variables y las relaciones entre ellas de manera simbólica.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

FICHA DE TRABAJO

Integrantes:

- _____
- _____
- _____
- _____

ACTIVIDAD 1

La familia de Felipe no cría ganado, por lo que su mamá le ha encargado que vaya a la feria dominical para comprar queso. En un puesto de venta le ofrecen cada molde de queso de leche de vaca a 2 soles, y de leche de cabra a 3 soles. Su mamá le ha entregado 60 soles para que los gaste en la compra del queso sin que sobre ni un solo centavo. Felipe se pregunta: "¿Cuántos moldes de queso de cada tipo puedo comprar con la condición de gastar todos los 60 soles?".

Vamos a ayudar a Felipe dándole diferentes opciones.

Responde cada una de las siguientes preguntas:

1. ¿Qué tenemos que averiguar?

   _____

   _____

2. ¿Cuánto cuesta un molde de queso de leche de vaca?

   _____

   _____

3. ¿Cuánto cuesta un molde de queso de leche de cabra?

   _____

4. ¿Cuánto dinero tiene Felipe para comprar queso? ¿Cuál es la condición?

   _____

5. Si solo comprara queso de leche de vaca, ¿cuántos moldes podría comprar? Y ¿si fuera solo de cabra?

   _____

   _____

6. ¿Podrá comprar 22 moldes de queso de leche de vaca y 5 de leche de cabra? ¿Por qué?

   _____

   _____

7. Expresa en forma simbólica la relación entre los datos y la condición del problema (plantea una ecuación usando dos variables).

   _____

   _____

8. Plantea dos alternativas de compra que puede realizar Felipe. ¿Habrá más?

   _____

   _____

9. ¿Cómo podemos organizar todas las alternativas de compra posibles? Da una respuesta elaborada.

_____

_____

10. ¿Cuántas alternativas distintas de compra tiene Felipe? ¿Tenías idea de que podrían ser tantas?

_____

_____

11. ¿En qué caso compra más moldes de queso? ¿Cuántos?

_____

_____

12. ¿En qué caso compra menos moldes de queso? ¿Cuántos?

_____

_____

ACTIVIDAD 2

Una vez que Felipe se da cuenta de que puede escoger de varias formas la compra de queso, regresa a su casa para informar a su mamá de dicha situación. Entonces ella le dice: "Compra cinco moldes más de queso de leche de vaca que de cabra".

¿Se podrá cumplir con lo que solicita la mamá? De ser posible, finalmente, ¿cuántos moldes de queso de cada tipo comprará Felipe?

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la condición?

   _____

   _____

2. Plantea la ecuación para este caso.

   _____

   _____

3. ¿Qué valores cumplen con esta ecuación? ¿Se puede cumplir con lo solicitado por la mamá de Felipe?

   _____

   _____

Unidad 2

Sesión 3

Duración: 2 horas pedagógicas

REPRESENTAMOS GRÁFICAMENTE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y plantea las siguientes preguntas: ¿Qué actividades desarrollamos en la clase anterior? ¿Qué logramos aprender?
- Los estudiantes responden utilizando la técnica de lluvia de ideas. El docente organiza los equipos de trabajo, coloca en la pizarra la situación problemática que se planteó en la clase anterior y las dos ecuaciones que se formaron. Comenta que cada ecuación se había organizado en una tabla y que cada respuesta generaba un par ordenado. Entonces pregunta:

¿Cómo podríamos representar dichas ecuaciones en un plano cartesiano? ¿Qué tipo de gráfica obtendremos? ¿Qué significará la gráfica que se obtenga?

- El docente hace referencia a las actividades en las cuales se centrará la atención para el logro del propósito: "Hallar el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales usando el método gráfico".
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se evaluarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (65 minutos)

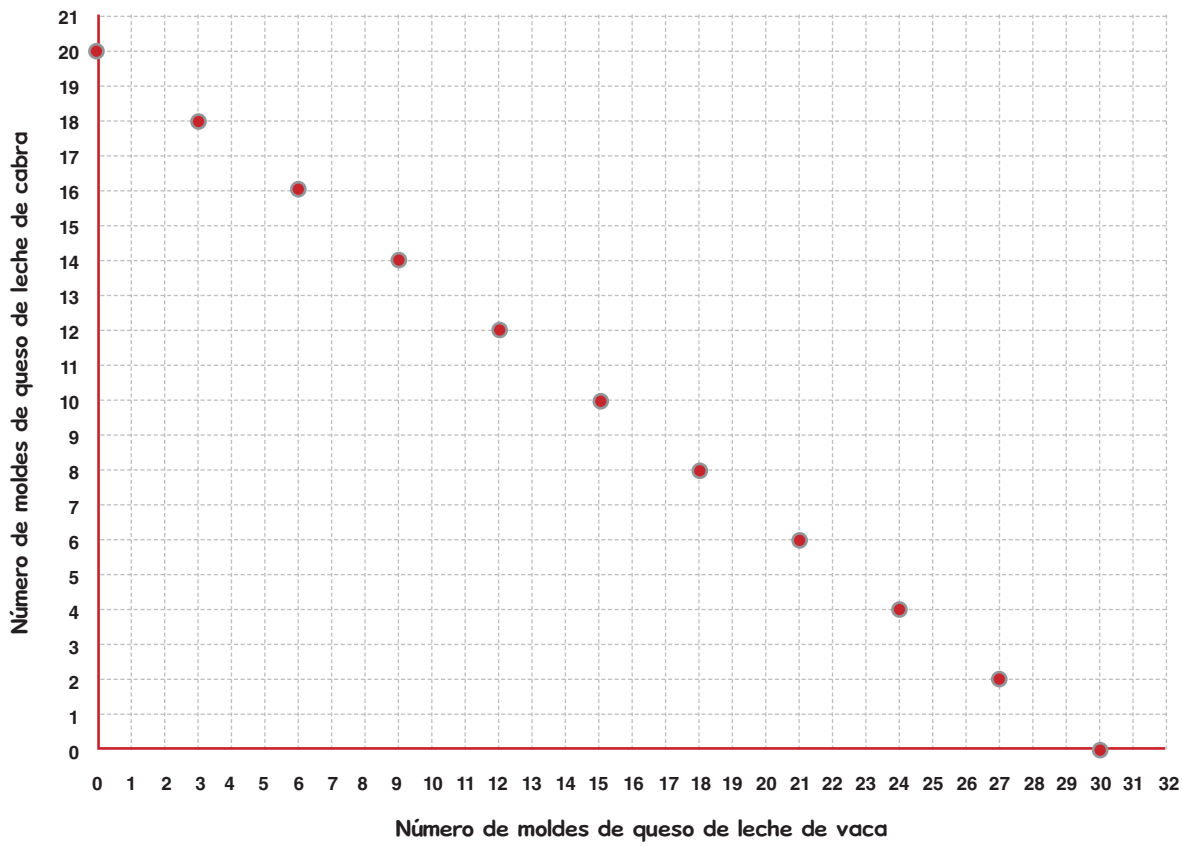
- El docente solicita que grafiquen las dos ecuaciones, que se encuentran en la pizarra (sistema de ecuaciones de la clase anterior), en el plano cartesiano N.° 1 que ya tienen preparado (tarea para la casa de la sesión anterior).

$$2v + 3c = 60 \ldots ①$$

$$v - c = 5 \ldots ②$$

- Para ello, podrían proceder como se indica a continuación:

  Los estudiantes, en primer lugar, ubican los once pares ordenados que obtuvieron como respuesta para la ecuación 1 en la sesión anterior.



Debe quedar claro que la representación está dada por una línea recta, la cual es graficada sobre los puntos que ya se tenían colocados en el plano cartesiano.

El docente orienta a los estudiantes para que expresen dicha recta mediante su ecuación principal.

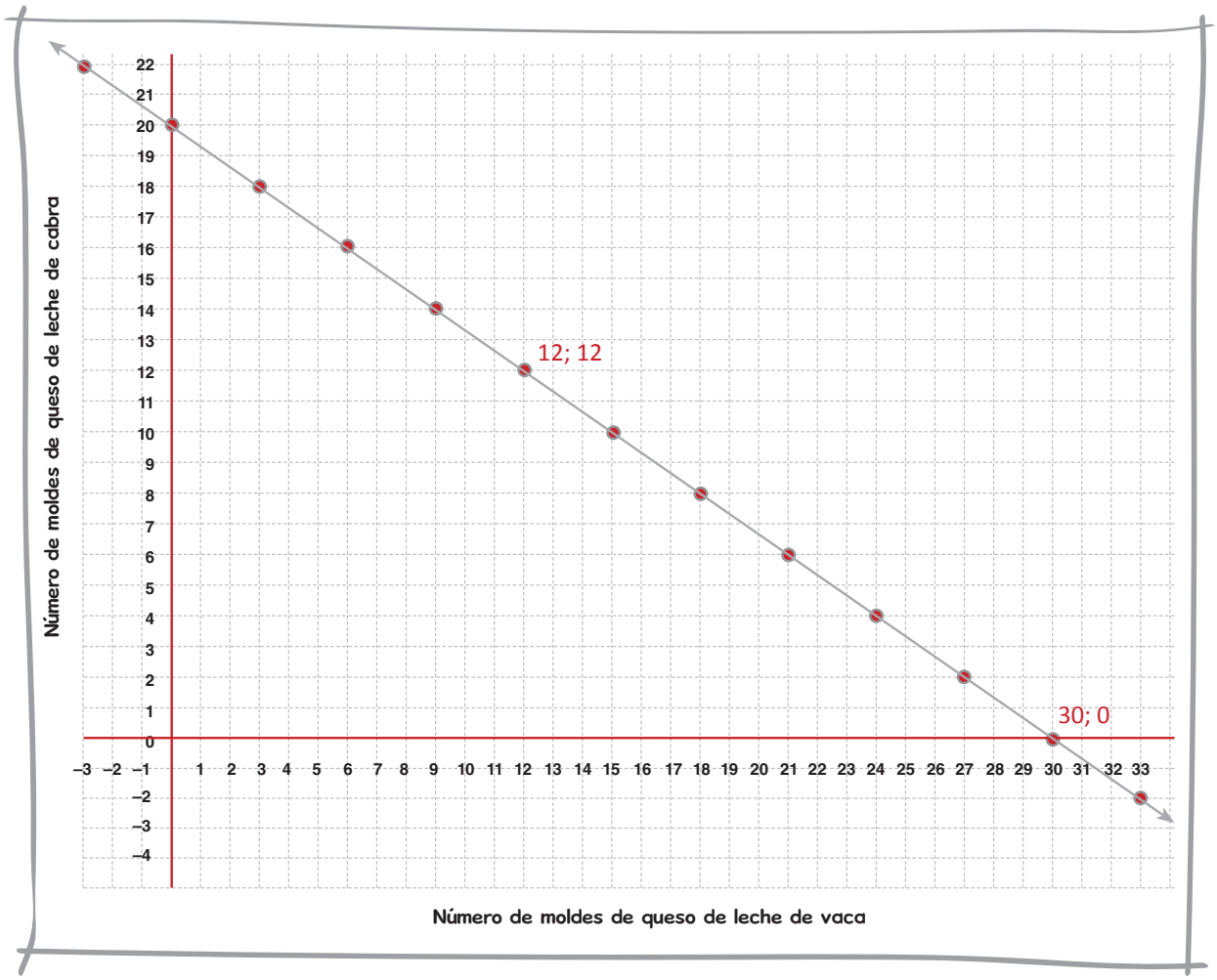
$2v + 3c = 60$ Despejando c:

$$3c = 60 - 2v$$

$$c = \frac{60 - 2v}{3}$$

$$c = 20 - \frac{2}{3}v$$

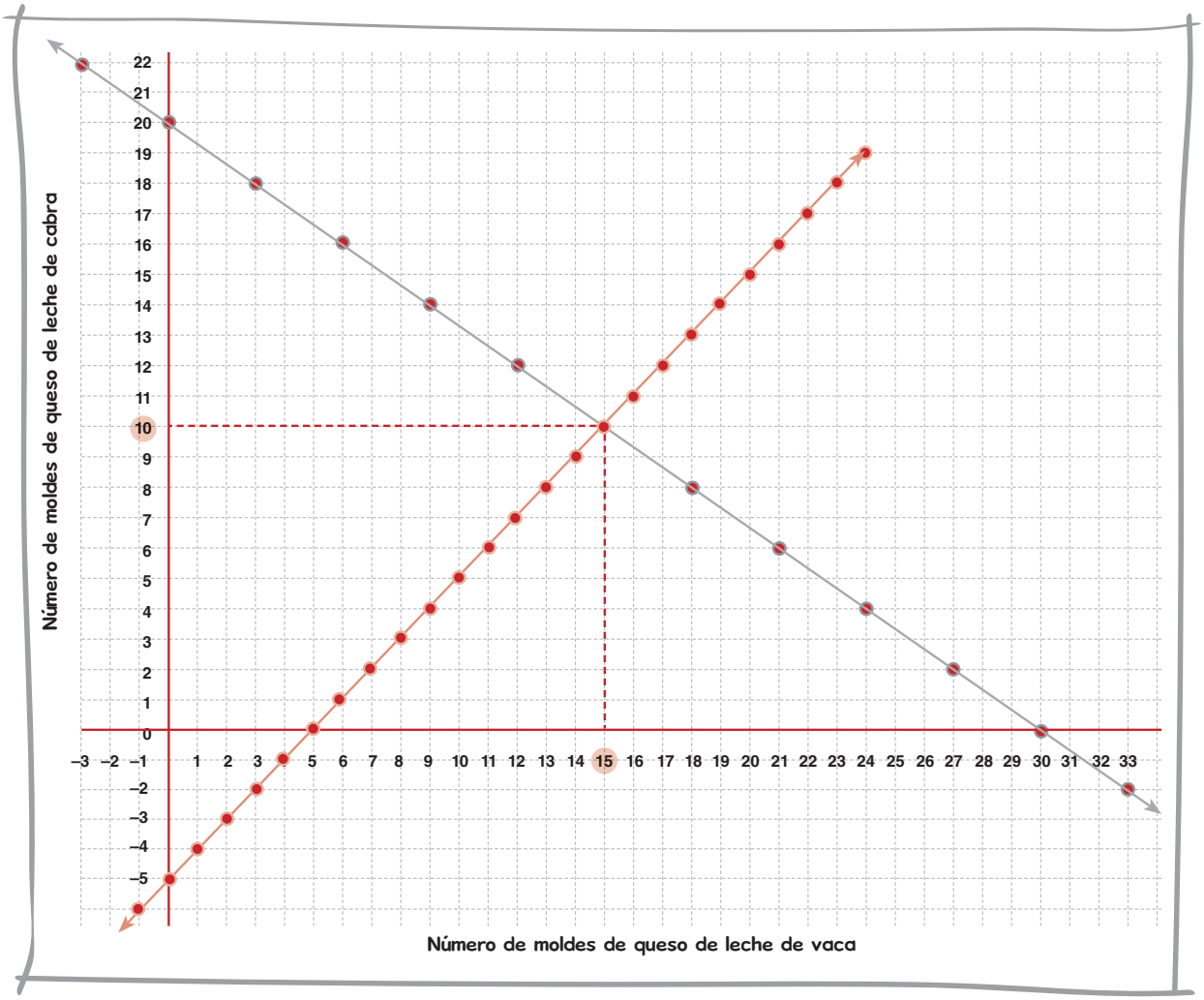
La representación de la ecuación 1, $c = 20 - \frac{2}{3}v$ queda así:



- El docente resalta que solo son necesarios dos puntos para trazar una línea recta y que lo tengan presente para los ejercicios posteriores.
- Para graficar la ecuación 2 ($v - c = 5$) los estudiantes proceden de forma similar que para la ecuación 1.

  Luego de despejar la ecuación 2 debe quedar así: $c = v - 5$.

  El gráfico debe quedar de la siguiente manera:



- El docente formula las siguientes preguntas:
  - ¿En qué puntos la gráfica de la ecuación 1 corta los ejes cartesianos?
  - ¿En qué puntos la gráfica de la ecuación 2 corta los ejes cartesianos?
  - ¿En qué punto se cortan las dos rectas? Interprétalo.
- Los estudiantes responden utilizando la técnica de lluvia de ideas.
- El docente anota las ideas fuerza y sistematiza la información, dejando claro que cada recta contiene las infinitas respuestas de cada ecuación lineal; y que el punto de intersección es la respuesta del sistema de ecuaciones.
- A continuación, resume los procedimientos para resolver el sistema de ecuaciones, usando el método gráfico:

1. Despejar "c" de las dos ecuaciones (ya que vamos a graficar rectas):

ECUACIÓN 1	**ECUACIÓN 2**
$2v + 3c = 60$	$v - c = 5$
$c = 20 - \frac{2}{3} v$	$c = v - 5$

2. Determinar dos puntos de la recta. Generalmente los valores más sencillos de determinar se obtienen cuando damos valores de cero tanto a "v" como a "c", aunque no siempre es así. Lo que se debe buscar es que los valores de las coordenadas sean enteros para poder ubicarlos fácilmente en el plano cartesiano.

   Nota: El docente debe indicar a los estudiantes que en ocasiones es necesario marcar un tercer punto cuando los dos puntos anteriores salen muy cercanos, como es el caso de la ecuación 2.

ECUACIÓN 1 2c + 3v = 60		
c	V = 20 – 2/3c	(C; V)
0	20	(0; 20)
30	0	(30; 0)

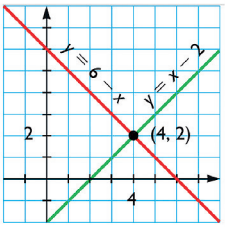
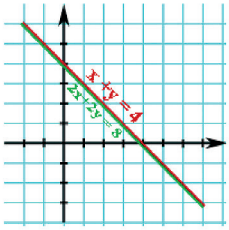
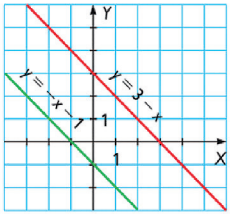
ECUACIÓN 2 c – v = 5		
c	c = v – 5	(c;v)
0	–5	(0; –5)
5	0	(5; 0)
20	15	(20; 15)

3. Graficar las dos rectas cuyas coordenadas ya se tienen y determinar el punto de intersección.
4. Interpretar el punto de intersección obtenido.

- El docente entrega a cada equipo la ficha de trabajo. Por sorteo se designa un problema a cada equipo.
- Cada grupo de trabajo plantea y representa el problema asignado en un papelote de acuerdo con los pasos anteriormente establecidos.
- El docente orienta a cada equipo y plantea las siguientes preguntas (según sea el caso):

  1. ¿Por qué las rectas se cortan en un solo punto? ¿Qué significa ese comportamiento para el problema planteado?
  2. ¿Por qué las rectas no llegan a cortarse? ¿Qué significa ese comportamiento para el problema planteado?
  3. ¿Por qué las rectas se superponen? ¿Qué significa ese comportamiento para el problema planteado?

- Los estudiantes abren su texto escolar en la página 58 y, junto con el docente, identifican el tipo de sistema de ecuaciones que le ha tocado trabajar a cada equipo.

Sistema compatible determinado	Sesión compatible indeterminado	Sistema incompatible
		
Tiene una solución. Su representación gráfica corresponde a dos rectas que se cortan en un único punto.	Tiene infinitas soluciones. Su representación gráfica corresponde a dos rectas coincidentes.	No tiene solución. Su representación gráfica corresponde a dos rectas paralelas.

- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Luego, un representante de cada equipo expone sus resultados, identificando el tipo de sistema.
- El docente plantea la siguiente pregunta:
  - ¿Qué condiciones deben cumplir las ecuaciones para que el sistema tenga una sola solución, infinitas soluciones o ninguna?
  - Cada equipo responde a la pregunta según las ecuaciones planteadas a partir del problema que les haya correspondido resolver.

CIERRE (15 minutos)

- El docente organiza las respuestas, las sistematiza y llega a las siguiente conclusiones:
  - La solución de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas se puede resolver de forma gráfica en el plano cartesiano, donde el punto de intersección de ambas rectas es la respuesta del sistema.
  - El sistema tiene una única solución cuando los coeficientes de las dos ecuaciones no son proporcionales.
  - El sistema no tiene solución cuando los coeficientes de una ecuación son proporcionales a los de la otra, mientras que los términos independientes no lo son.
  - El sistema tiene infinitas soluciones cuando los coeficientes y el término independiente de una ecuación son proporcionales a los de la otra.
- El docente formula preguntas para realizar la metacognición:
  - ¿Qué aprendimos el día de hoy?
  - ¿Cómo lo aprendimos?
  - ¿Qué dificultades tuviste?
  - ¿Cómo las superaste?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Resolver las páginas 126 y 127 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Plumones, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza.
- Ficha de trabajo.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Plantea un sistema de ecuaciones.		Grafica puntos en el plano cartesiano.		Determina la solución de un sistema de ecuaciones de forma gráfica.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

FICHA DE TRABAJO

Propósito:

- Plantear un sistema de ecuaciones a partir de una situación problemática.
- Resolver un sistema de ecuaciones utilizando el método gráfico.

Integrantes:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

Lee atentamente los siguientes problemas, plantea el sistema de ecuaciones y resuélvelos mediante el método gráfico. Utiliza los planos cartesianos que ya tienes elaborados para graficar las rectas.

1. Con la finalidad de tener una fuente de proteína para su alimentación, la familia de Felipe ha construido un corral, en el cual han empezado a criar cuyes y gallinas. En total tienen 18 animales y, contando su número de patas, se llega a 52. ¿Cuántos cuyes y gallinas está criando la familia de Felipe?

2. La abuelita de Felipe asiste a la feria dominical y compra 1 kilo de chía y 1 kilo de maca, por los cuales paga en total 20 soles. En el camino de regreso a su casa, se encuentra con su vecina, quien ha comprado también 3 kilos de cada uno de los mismos productos, por los que ha pagado un total de 60 soles. ¿Cuánto cuesta cada kilo de chía y de maca?

3. Doña Flor, su nuera y su nieto de 5 años van a la misma feria dominical. Al retorno, el nieto le comenta a su papá que su abuelita compró un kilo de quinua y un kilo de garbanzo, por los que pagó 18 soles. Y que su mamá compró 2 kilos de quinua y 2 kilos de garbanzo, y pagó 34 soles. El niño le pregunta a su padre: "¿Cuánto costaron el kilo de quinua y el kilo de garbanzo?". ¿Qué le respondió el padre? ¿Cómo llegó a esa respuesta?

Unidad 2 | Sesión 4

Duración: 2 horas pedagógicas

EMPLEAMOS PROCEDIMIENTOS PRÁCTICOS PARA LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y formula las siguientes preguntas: ¿Qué actividades llevamos a cabo en la clase anterior? ¿Qué logramos aprender?
- El docente continúa preguntando: ¿Cuánto tiempo lleva resolver un sistema de ecuaciones por el método gráfico? ¿Siempre es sencillo determinar el punto de intersección de las rectas? ¿Por qué? (Tomemos en cuenta que en el campo de los números reales los valores de las incógnitas pueden ser decimales, fracciones o radicales). ¿Qué pasaría si trabajamos con valores que no alcanzamos a graficar en el plano cartesiano; por ejemplo: cientos, miles o millones?
- Los estudiantes reflexionan sobre las preguntas propuestas, y llegan a la conclusión de que es necesario conocer otras formas de determinar la solución de un sistema de ecuaciones.
- Luego de ello, el docente presenta la siguiente situación problemática:

Se acerca la temporada de lluvias, por lo que la población se prepara para la época de sembrío. Don Eustaquio y don Moisés acudieron a la capital de la provincia a comprar semillas para sembrar. Don Eustaquio compró cuatro sacos de maíz y tres sacos de frejol, y don Moisés compró tres sacos de maíz y dos de frejol. La carga de don Eustaquio fue de 480 kilogramos, y la de don Moisés, de 340. ¿Cuánto pesaban cada saco de maíz y cada saco de frejol?

- El docente hace referencia a las actividades en las cuales se centrará la atención para el logro del propósito "Resolver sistemas de ecuaciones a través de métodos analíticos".
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente solicita que cada equipo lea atentamente el problema y establezca las ecuaciones correspondientes. Un representante del salón escribe las dos ecuaciones en la pizarra.
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Con la ayuda de los estudiantes, evalúa la pertinencia de cada una de las ecuaciones planteadas por el representante, y se llega a un solo sistema de ecuaciones:

x: peso del saco de maíz y: peso del saco de frejol

$$\begin{cases} 4x + 3y = 4803 \\ 3x + 2y = 340 \end{cases}$$

- A continuación, pide a los estudiantes abrir su texto escolar en las páginas 59, 60 y 61. Juntos revisan los procesos necesarios para resolver un sistema de ecuaciones por los métodos de reducción, sustitución e igualación.
- Una vez revisados los diferentes métodos, el docente solicita a cada equipo que resuelva la situación inicial utilizando uno de los tres métodos.

1. Método de sustitución:

Se necesita despejar una incógnita de una de las ecuaciones y reemplazarla en la otra.

$4x + 3y = 480$ ...①

$3x + 2y = 340$ ...②

Despejamos cualquiera de las incógnitas, en este caso "x" de la ① :

$x = \frac{480 - 3y}{4}$ ...③

Reemplazamos la ③ en la ②, y se obtiene:

$y = 80$

Reemplazamos el valor de "y" en ③, y se obtiene:

$x = 60$

2. Método de reducción:

Se necesita obtener coeficientes opuestos de una de las incógnitas en las dos ecuaciones para que, al sumarlas miembro a miembro, se elimine.

$4x + 3y = 480$ ...① $3x + 2y = 340$ ...②

Escogemos eliminar la incógnita "x". Para ello, multiplicamos por 3 la ecuación ①, y por −4 la ecuación ②, y se obtiene:

$12x + 9y = 1440$ ...① $-12x - 8y = -1360$ ...②

Sumando miembro a miembro, se obtiene: $y = 80$

Reemplazamos el valor de "y" en cualquiera de las ecuaciones, de preferencia una de las dos primeras. En este caso en ②, y se obtiene:

$x = 60$

3. Método de igualación:

Se necesita despejar una misma incógnita de las dos ecuaciones y luego igualar las expresiones obtenidas.

$4x + 3y = 480$ ...① $\qquad$ $3x + 2y = 340$ ...②

Despejamos cualquiera de las incógnitas. En este caso "y" en la ecuación ① y ②:

$$y = \frac{480 - 4x}{3} \quad ...③$$

$$y = \frac{340 - 3x}{2} \quad ...④$$

Igualamos las ecuaciones ③ y ④, y se obtiene: $x = 60$

Reemplazamos el valor de "x" en cualquiera de las ecuaciones anteriores. En este caso, escogemos la ecuación ③, y se obtiene: $y = 80$

- Finalmente: cada saco de maíz pesa 60 kg, y cada saco de frejol, 80 kg.
- Cada equipo presenta sus resultados y argumenta sus procedimientos.

CIERRE (15 minutos)

El docente y los estudiantes reflexionan sobre los aprendizajes, estableciendo algunas conclusiones:

- La aplicación de los métodos analíticos facilita el proceso de solución de un sistema de ecuaciones.
- En los tres métodos se busca obtener una nueva ecuación en la que aparezca una sola incógnita.
- El valor obtenido para dicha incógnita se reemplaza en alguna ecuación anterior para calcular la segunda.

Finalmente, el docente formula las siguientes preguntas:

- ¿Qué aprendimos el día de hoy?
- ¿Cómo lo aprendimos?
- ¿Qué dificultades tuvieron y cómo las superaron?
- ¿Cuál de los tres métodos estudiados les gusta más? ¿Por qué?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Resolver las páginas 124 y 125 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Plumones, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Resuelve un sistema de ecuaciones lineales aplicando adecuadamente el método de igualación.		Resuelve un sistema de ecuaciones lineales aplicando adecuadamente el método de sustitución.		Resuelve un sistema de ecuaciones lineales aplicando adecuadamente el método de reducción.		Explica con argumentos el razonamiento aplicado para resolver un problema.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									

Unidad 2 | Sesión 5

RESOLVEMOS UN CASO

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (10 minutos)

- El docente ingresa al salón, saluda a los estudiantes y les pregunta:

¿Qué es un caso? ¿De qué manera podrían registrar un caso de la comunidad? ¿Cómo se hace un caso o casuística?

- Los estudiantes responden utilizando la técnica de lluvia de ideas, y el docente sistematiza las ideas clave.
- Hace referencia a las actividades en las cuales se centrará la atención para el logro del propósito "Proponer un caso de la comunidad que deberá ser resuelto aplicando sistemas de ecuaciones".

- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (70 minutos)

- El docente entrega el anexo 2 (ficha de trabajo), que contiene el caso de Felipe trabajado en las sesiones anteriores.
- Pide a un estudiante que lo lea y revisan los procedimientos seguidos para desarrollarlo.
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- A continuación solicita a cada equipo que cree su propio caso y lo desarrollen siguiendo los procedimientos revisados en el anexo 2.
- Da las siguientes indicaciones:
  - Definir un caso en la comunidad en el cual se presente una situación que pueda ser resuelta por medio de un sistema de ecuaciones lineales.
  - La casuística no debe ser menor de ocho líneas.
  - Debe tener coherencia y lógica.
  - Debe partir del contexto de la comunidad.
  - La solución debe ser real; es decir, no puede obtenerse como respuesta “tres litros de leche negativos” o “tres vacas negativas”.
  - Los procedimientos para resolver el caso deben ser:
    - Definir el sistema de ecuaciones.
    - Utilizar uno de los tres métodos para resolverlo.
    - Graficar el sistema.
    - Explicar los procedimientos.
    - Concluir con coherencia y claridad.

- El caso será presentado en papelotes y se lo expondrá utilizando la técnica de museo.

CIERRE (10 minutos)

- El docente, con la participación activa de los estudiantes, elabora conclusiones de acuerdo con los casos presentados.
- Formula las siguientes preguntas reflexivas:
  - ¿Cuál es la utilidad del caso?
  - ¿En qué situaciones pueden utilizarse?
  - ¿En qué otras situaciones pueden utilizarse los sistemas de ecuaciones?
  - ¿Qué fue lo más difícil en esta sesión? ¿Por qué?
- Al finalizar la unidad, las casuísticas deben compartirse.

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes, se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Actividades adicionales de la página 127 del Manual para el docente (se las debe colocar en la pizarra).

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Plumones, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza, papel bond.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Propone un caso de la comunidad que puede ser resuelto usando sistemas de ecuaciones.		Resuelve sistemas de ecuaciones lineales de dos variables usando métodos analíticos.		Adapta recursos gráficos para un sistema de ecuaciones de dos variables y su conjunto solución.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

FICHA DE TRABAJO

EL CASO DE FELIPE Y LA COMPRA DE QUESO (EJEMPLO)

Integrantes:

- _____
- _____
- _____
- _____

I. Presentación del caso

La familia de Felipe no cría ganado, por lo que su mamá le ha encargado que vaya a la feria dominical para comprar queso. En un puesto de venta le ofrecen cada molde de queso de leche de vaca a 2 soles, y de leche de cabra a 3 soles. Su mamá le ha entregado 60 soles para que los gaste en la compra del queso sin que sobre ni un solo centavo. Felipe se pregunta: "¿Cuántos moldes de queso de cada tipo puedo comprar con la condición de gastar los 60 soles?".

Una vez que Felipe se percata de que hay varias formas de escoger la compra de los quesos, regresa a su casa para informar a su mamá de dicha situación. Entonces ella le dice: "Compra 5 moldes más de queso de leche de vaca que de cabra".

¿Se podrá cumplir con lo que solicita la mamá? De ser posible, finalmente, ¿cuántos moldes de queso de cada tipo comprará Felipe?

II. Solución del caso

Representación gráfica

El caso se resolverá mediante el método de la reducción.

Debemos asignar las variables y representar el sistema de ecuaciones:

v: Moldes de queso de leche de vaca

c: Moldes de queso de leche de cabra

$$\begin{cases} 2v + 3c = 60 \\ v - c = 5 \end{cases}$$

a. Buscamos eliminar la variable *v,* para lo cual multiplicamos la ecuación II por –2, para luego restar ambas ecuaciones, eliminar *v* y quedarnos con una sola variable.

$$\begin{cases} 2v + 3c = 60 \ .....① \\ v - c = 5 \ .....② \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2v + 3c = 60 \ldots..① \\ v(-2) - c\,(-2) = 5(-2) \ldots..② \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2v + 3c = 60 \ldots ① \\ -2v + 2c = -10 \ldots ② \end{cases}$$

b. Luego procedemos a sumar miembro a miembro las ecuaciones ① y ②, y obtenemos:

$$5c = 50$$

c. Se resuelve la igualdad. Como se quiere conocer el valor de *c*, aplicamos la siguiente propiedad:

Si a dos miembros de una ecuación se los dividen por una misma cantidad no nula, positiva o negativa, la igualdad subsiste.

En este caso se dividen ambos miembros por cinco.

$$\frac{5c}{5} = \frac{50}{5}$$

C = 10

d. Luego reemplazamos la cantidad de moldes de queso de cabra (***c***) en cualquiera de las dos ecuaciones. En este caso se reemplaza en la ecuación (II) inicial y se resuelve la ecuación.

$$v - c = 5 \ldots.②$$

$$v - 10 = 5$$

$$v - 10 + 10 = 5 + 10$$

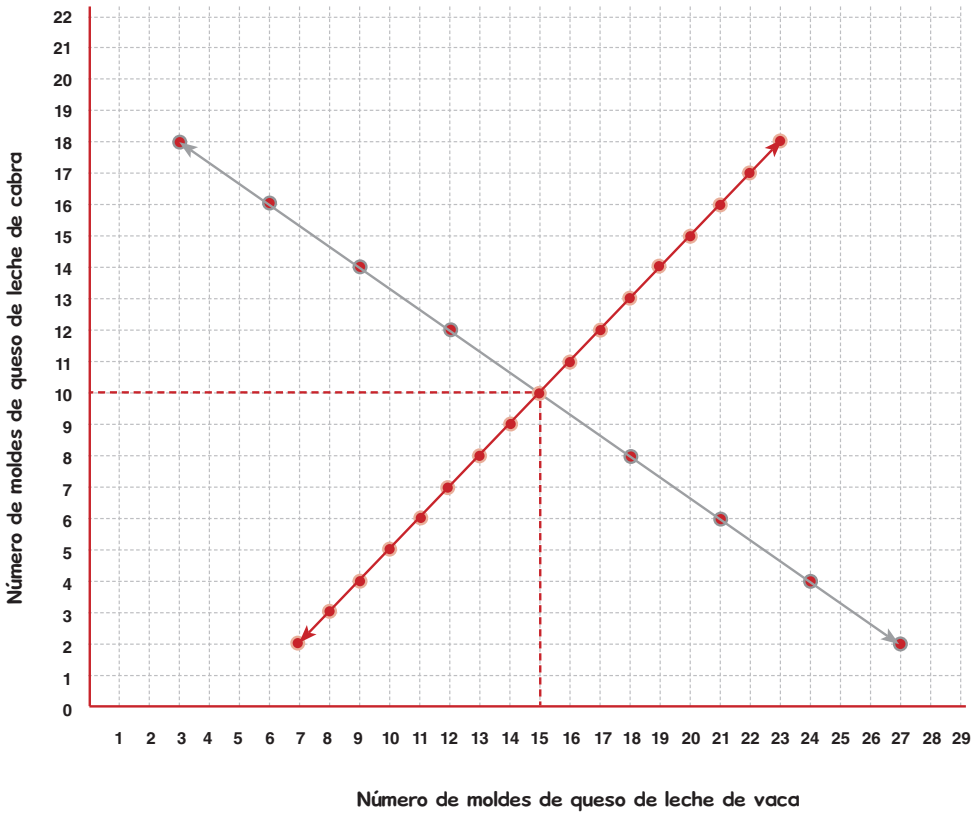
$$v = 15$$

e. Después de resolver el sistema de ecuaciones, tenemos los valores de las incógnitas *v* y *c;* por lo tanto, las respuestas son:

Cantidad de moldes de queso de leche de cabra: 10

Cantidad de moldes de queso de leche de vaca: 15

Representación gráfica



III. Conclusiones

- La cantidad de queso que debe comprar Felipe es la siguiente: 15 moldes de queso de leche de vaca y 10 moldes de queso de leche de cabra.
- Existe una única solución que cumple con el caso en discusión.
- Si solo se presentara una ecuación con dos variables, existirían varias soluciones.
- Los sistemas de ecuaciones permiten establecer relaciones entre dos variables.
- El aprendizaje de sistemas de ecuaciones permite que nos desenvolvamos en situaciones de contextos económicos y productivos.

5.° Grado de Secundaria

HALLAMOS EL VOLUMEN DE UN VASO A PARTIR DE UN CUERPO DE REVOLUCIÓN

SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

El agua es fuente de vida. Por eso, debemos cuidarla, preservarla y evitar su contaminación. Ello garantizará la presencia del líquido elemento en nuestro consumo diario y para las generaciones futuras.

Nuestro cuerpo es más agua que sustancia sólida. De hecho, aproximadamente el 65% de nuestro peso está constituido por agua. Beberla en abundancia para mantenernos hidratados en el transcurso del día es una práctica indispensable para que el cuerpo pueda desempeñar todas sus funciones y alcanzar un estado de salud óptimo. De ahí que tengamos que tomar agua diariamente. Se puede pasar varios días sin comer, pero no sin beber agua. Se sugiere, que en promedio, bebamos ocho vasos de agua al día, aunque esto varía según la actividad que realizamos y el consumo de alimentos que contengan bastante líquido en su composición.

¿Cuántos litros de agua bebemos si consumimos ocho vasos diarios? ¿La cantidad bebida dependerá de la forma y tamaño del vaso? ¿Cómo determinaríamos la capacidad de dicho vaso? ¿Qué relación existe entre el volumen y la capacidad del vaso? ¿Cómo podríamos determinar la cantidad de material utilizado para la construcción de dicho vaso? ¿Qué forma de recipiente nos ayuda a almacenar mayor volumen de agua?

APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

CAMPOS TEMÁTICOS

- Cuerpos geométricos truncados
- Tronco de cono: área y volumen

PRODUCTO

- Elaboración de un vaso en forma de tronco de cono

SECUENCIA DE LAS SESIONES

Sesión 1 (2 horas) **Título: Organizamos nuestras actividades para determinar volúmenes y áreas de troncos de cono**	**Sesión 2 (2 horas)** **Título: Determinamos los elementos de los cuerpos geométricos**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. **Actividades** • El docente realiza una introducción sobre la importancia del consumo racional del agua. • Los estudiantes se organizan en grupos de trabajo y acuerdan las normas de convivencia para realizar con éxito el trabajo colaborativo. • Los estudiantes proponen un conjunto de actividades en función de la situación significativa. • Elaboran una ruta de trabajo para el desarrollo de la unidad.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. **Campo(s) temáticos(s)** • Cuerpos geométricos • Elementos de un cono, cilindro y tronco de cono **Actividades** • Los estudiantes identifican los elementos de un cono, tronco de cono y cilindro. • Determinan los valores de los elementos de los tres cuerpos geométricos, a través de la medición de objetos reales. • Determinan la formación de los cuerpos geométricos a partir de la revolución de figuras planas. • Los estudiantes dan ejemplos de objetos que tienen forma de cono, cilindro o tronco de cono.
Sesión 3 (2 horas) **Título: Determinamos el área lateral y total de un vaso**	**Sesión 4 (2 horas)** **Título: Hallamos el volumen de un tronco de cono**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

- Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Campo(s) temáticos(s)

- Área lateral y total de un tronco de cono

Actividades

- Los estudiantes manipulan material concreto para cubrir un vaso descartable con papel.
- Demuestran gráficamente que la superficie del lateral del tronco de cono responde a un trapecio circular.
- Los estudiantes, guiados por el docente, deducen la expresión matemática que permite hallar el área lateral del tronco de cono.
- Los estudiantes hallan el área total del tronco de cono adicionando a la expresión anterior las áreas de las bases del tronco de cono.

- Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Campo(s) temáticos(s)

- Volumen de un tronco de cono

Actividades

- Los estudiantes en equipo resuelven distintas situaciones problemáticas contextualizadas relacionadas con volumen de tronco de cono.
- El docente monitorea el proceso planteando preguntas que promueven la reflexión.
- Los equipos socializan sus respuestas y llegan a conclusiones generales.

Sesión 5 (2 horas)
Título: Elaboramos un vaso en forma de tronco de cono

Competencia y capacidades

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

Campo(s) temáticos(s)

- Área y volumen de un tronco de cono.

Actividades

- El estudiante dibuja el desarrollo de un cono de prisma en papel cuadriculado.
- Los estudiantes, en equipos, elaboran un tronco de cono utilizando materiales diversos.
- El docente monitorea el proceso planteando preguntas que promueven la reflexión.
- Los equipos socializan sus productos y los aprendizajes logrados y establecen conclusiones generales.

EVALUACIÓN

Situación de evaluación	Competencias	Capacidades	Indicadores	Instrumentos de evaluación
• Determinan las dimensiones de un tronco de cono, volumen y área total a partir de objetos de su entorno con similares características.	• Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	• Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	• Diferencia y usa modelos basados en cuerpos geométricos de revolución al plantear y resolver problemas. • Expresa las propiedades y relaciones entre el cilindro, el cono y la pirámide y su respectivo tronco. • Representa gráficamente el desarrollo de cuerpos geométricos truncados y sus proyecciones. • Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas. • Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo del volumen y áreas del tronco de formas geométricas. • Usa formas geométricas, sus medidas y sus propiedades al explicar objetos del entorno.	• Listas de cotejo

MATERIALES BÁSICOS PARA UTILIZAR EN LA UNIDAD

Para el docente:

Escenariocultural.com. (2015). ¿Qué es escenario cultural?. Escenario Cultural. Recuperado el 21/09/20016, de https://goo.gl/kX68fX
Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?* Ciclo VII. Lima: Autor.
Ministerio de Educación. (2016). *Manual para el docente. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Para el estudiante:

Ministerio de Educación (2016). *Texto escolar. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.
Ministerio de Educación (2016). *Cuaderno de trabajo. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Otros:

Plumones, plumón indeleble, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza, vasos descartables (N.° 8 y 12), tijeras, cinta adhesiva, hojas de papel A4 (de periódico, encartes de centros comerciales, bond).

Unidad 3 | Sesión 1

Duración: 2 horas pedagógicas

ORGANIZAMOS NUESTRAS ACTIVIDADES PARA DETERMINAR VOLÚMENES Y ÁREAS DE TRONCOS DE CONO

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los invita a compartir alguna experiencia vivida en relación con la importancia del agua.
- Los estudiantes emiten su comentario de manera organizada en el orden que el docente asigne, quien organiza la información y anota las ideas fuerza en la pizarra.
- A continuación, el docente solicita a un estudiante que lea en voz alta la situación significativa:

> El agua es fuente de vida. Por eso, debemos cuidarla, preservarla y evitar su contaminación. Ello garantizará la presencia del líquido elemento en nuestro consumo diario y para las generaciones futuras.
>
> Nuestro cuerpo es más agua que sustancia sólida. De hecho, aproximadamente el 65 % de nuestro peso está constituido por agua. Beberla en abundancia para mantenernos hidratados en el transcurso del día es una práctica indispensable para que el cuerpo pueda desempeñar todas sus funciones y alcanzar un estado de salud óptimo. De ahí que tengamos que tomar agua diariamente. Se puede pasar varios días sin comer, pero no sin beber agua. Se sugiere, que en promedio, bebamos ocho vasos de agua al día, aunque esto varía según la actividad que realizamos y el consumo de alimentos que contengan bastante líquido en su composición.

El docente pregunta:

¿Cuántos litros de agua bebemos si consumimos ocho vasos diarios? ¿La cantidad bebida dependerá de la forma y tamaño del vaso? ¿Cómo determinaríamos la capacidad de dicho vaso? ¿Qué relación existe entre el volumen y la capacidad del vaso? ¿Cómo podríamos determinar la cantidad de material utilizado para la construcción de dicho vaso? ¿Qué forma de recipiente nos ayuda a almacenar mayor volumen de agua?

El docente menciona el propósito de la sesión:

> Elaborar un plan de actividades para diseñar cuerpos geométricos mediante el empleo de materiales del entorno y la aplicación de conocimientos de los campos temáticos “Cuerpos geométricos truncados” y “Tronco de cono”.

A continuación, se establecen acuerdos para llevar a cabo el trabajo en equipo.

- Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
- Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
- Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

El docente comunica que se evaluará el trabajo en equipo y la presentación del plan a través de una ficha (ver anexo 1).

DESARROLLO (55 minutos)

Haciendo uso de tarjetas, los equipos de trabajo responden las preguntas de la situación significativa.

El docente toma en cuenta las ideas plasmadas en las tarjetas y solicita que, sobre la base de ellas, cada equipo proponga un conjunto de actividades que podrían desarrollarse para resolver la situación significativa de la unidad. Además, deben presentar una ruta de trabajo a través de un organizador visual, el cual se compartirá en plenaria.

- Acompaña y monitorea el trabajo de los equipos mediante el registro de las manifestaciones observables según el instrumento de evaluación.
- Designa tres equipos para que socialicen sus propuestas mediante una exposición oral.
- Con la participación de los estudiantes, sistematiza los aportes y genera una ruta de trabajo para todo el salón. Dicha ruta va de la mano con la secuencia de las sesiones de aprendizaje (siguen el esquema del anexo 2).
- Luego presenta el modelo de plan de actividades que desarrollarán los estudiantes, lo cual le servirá de guía.

Plan de ruta de actividades

1. Reflexionar a través de situaciones del contexto y la presentación de la situación significativa y propósito. Proponer compromisos de trabajo que consoliden el aprendizaje y elaborar un plan de actividades para el desarrollo de los aprendizajes de la unidad.
2. Determinar los elementos de los cuerpos geométricos.
3. Seleccionar estrategias para resolver problemas que involucren el tronco de cono.
4. Manipular y representar los elementos de los cuerpos geométricos.
5. Seleccionar estrategias para resolver diversos problemas.
6. Elaborar y presentar un vaso en forma de tronco de cono.

CIERRE (15 minutos)

- Los estudiantes escriben en la pizarra los compromisos que asumirán para el logro del propósito de la unidad, resaltando los valores y las actitudes.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

Compromisos

Me comprometo a lo siguiente:

1. Trabajar en equipo.
2. Hacer uso adecuado del agua.
3. Sensibilizar a la población sobre el consumo adecuado del agua.

- El docente sistematiza la información y la coloca en un lugar visible. Asimismo, resalta la importancia de exhibir una actitud proactiva para garantizar el logro de los propósitos de la unidad.
- Finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes:
  - ¿Qué les pareció la clase de hoy?
  - ¿Qué aprendimos? ¿Consideran que es importante elaborar un plan de actividades?
  - ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos?
  - ¿Cómo nos sentimos al realizar el trabajo en equipo?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo y una ficha de coevaluación (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes traer para la próxima clase:
  - Una lata vacía de forma circular.
  - Un barquillo de helado.
  - Una plomada de albañil.
  - Vasos descartables.
  - Reglas o cinta métrica.
  - Tijeras.
  - Hilo.
- Pide a los estudiantes averiguar la forma del balde que utilizan para llevar agua en la casa.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Plumones de colores, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas de colores y menestras, etc.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Participa continuamente.		Cumple con el rol asignado.		Trabaja colaborativamente con su par.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

FICHA DE COEVALUACIÓN
(Trabajo en equipo)

Equipo de trabajo: _____

Escribe en cada indicador el logro de aprendizaje del estudiante de acuerdo con la siguiente escala:

C: En inicio **B: En proceso** **A: Logro esperado** **AD: Logro destacado**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Permite la opinión de sus compañeros.	Cumple con las tareas asignadas.	Aporta ideas para el plan.
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

ANEXO 2

PLAN DE ACTIVIDADES

(Estructura)

Situación	Propósito
Actividades y tiempo sugerido	
Actividad 1	**Actividad 2**	**Actividad 3**	**Actividad 4**
Producto:			

ANEXO 3

LECTURA PARA EL DOCENTE

Las famosas chullpas de Sillustani, Perú

La zona arqueológica de Sillustani se encuentra a 33 kilómetros de Puno, Perú. Es una de las necrópolis más importantes del mundo, famosa por sus noventa *chullpas* construidas como torreones circulares de piedras. Se postula que esta explanada, ubicada a 3900 m. s. n. m. y rodeada por la hermosa laguna de Umayo, fue elegida estratégicamente por los pobladores kollas para reverenciar a difuntos nobles, gobernantes o sacerdotes.

Las noventa *chullpas* o *ayawasis* (casas de los muertos) son grandes bloques tallados de piedra volcánica con forma de troncos de cono invertidos, o de falos, según algunos estudiosos. Fueron creadas por la cultura kolla (1200-1450 d. C.) a modo de monumentos funerarios. Este pueblo se desarrolló en la parte norte de la laguna en una localidad conocida como Hatuncolla.

Los habitantes de este lugar tenían la costumbre de momificar previamente a los cuerpos para luego colocarlos en posición fetal junto a sus pertenencias de oro, plata, utensilios de cerámica y alimentos.

En este sistema funerario se distinguen diversos tipos de entierros, desde el más rústico (preínca) hasta los mausoleos más sofisticados. La maestría arquitectónica adquiere una gran importancia, pues se verifica la mezcla inca con la kolla al distinguir chullpas cilíndricas y cuadradas, que mantienen hasta el día de hoy su forma original. Una de las cosas más sobresalientes es que la mayoría de ellas poseen una pequeña entrada orientada hacia el este, que los investigadores afirman servía para la comunicación del espíritu del difunto con el dios Sol. Destacan también sus revestimientos de argamasa con bloques de piedra labradas y colocadas en hilera con gran precisión y exactitud.

Otras de ellas contienen relieves en su parte superior con figuras totémicas como el lagarto.

Algunas piedras las llevaban rodando desde la parte noroeste de la península y se levantaban usando un método de rampla. Adosado al muro, se dice que construían un terraplén escarpado de piedra que quedaba perfectamente ensamblado, de modo que ni la uña pudiera incrustarse. Se piensa que de ahí quizás provenga su nombre *sillus* (uña) y *llustani* (resbaladero). Finalmente, según el investigador Kauffmann Doig, es interesante notar que la laguna que circunda las *chullpas* de Sillustani fue llamada *Umayo,* nombre que podría estar formado por la unión de las palabras quechuas *uma* (cabeza) y *uyo* o *ullo* (falo). Esto permitiría formular la hipótesis de un simbolismo fálico contenido en las *chullpas*, de tal manera que los difuntos habrían sido sepultados en una tumba en forma de falo gigante, alusivo al concepto de fecundidad y vida.

Muchos enigmas quedan por resolver, a pesar de los estudios precursores y fundamentales de Squier, Emilio Vásquez y Tschopik, así como de los más actuales, basados en excavaciones arqueológicas realizadas por Arturo Ruiz Estrada y Óscar Ayca Gallegos.

La ruta por la necrópolis de Sillustani

Se comienza desde una ruta preestablecida que comienza con las *galerías*, un lugar sagrado donde se realizaban los rituales. Los kollas dividieron el universo en tres partes: *hanan pacha* (mundo de arriba, en donde radican los seres celestes "astros"), *kay pacha* (el mundo en el que están los seres vivos) y *uku pacha* (el mundo de adentro). Probablemente, la función de las galerías era la de servir como depósito para ofrendas con los que tributaban a los espíritus del mundo de adentro. Luego, en el trayecto, en *samary pampa* (lugar de descanso), se encuentran los restos de tumbas funerarias rústicas de las épocas preínca e inca. Se continúa con la torre con rampa (un plano inclinado construido a base de piedras adosado al muro de la torre), el *Intiwatana* (visto actualmente como un gran templo ceremonial donde se realizaban actos rituales exclusivamente fúnebres). La visita concluye en el *mausoleo monumental*, que representa la máxima expresión arquitectónica kolla con influencia inca. Esta torre posee la figura de un lagarto que representa al dios tutelar que vigila la tumba. Mide 12 metros de alto y 7,50 metros de diámetro en su base, lo cual progresivamente va aumentando en su parte superior. Hasta el día de hoy esta torre funeraria sigue desafiando la gravedad.

Fuentes:

- *http://escenariocultural.com/?p=3144*
- *http://e.katucms.com/13/resources/images/katuimg_block21103_acd4782bbdc40db19e6ebeb28cd47533_jpg_497x337_100_7463.jpg*
- *http://static.panoramio.com/photos/large/95977789.jpg*
- *http://www.tudocente.com/wp-content/uploads/2012/12/moneda5.jpg*

Unidad 3

Sesión 2

Duración: 2 horas pedagógicas

DETERMINAMOS LOS ELEMENTOS DE LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.
	Comunica su comprensión sobre las formas y las relaciones geométricas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente saluda a los estudiantes y dialoga con ellos sobre las consecuencias de la escasez de agua en una comunidad, lo que afecta la siembra y la alimentación del poblador.
- Luego muestra un vaso descartable, una lata de base circular y una plomada de albañil o un cono de helados y pregunta:

¿Qué forma tiene el vaso mostrado? ¿Se parece a algún cuerpo geométrico conocido? ¿Qué objetos conoces que tienen estas formas o se asemejan a ellas?

- Los estudiantes responden utilizando la técnica de lluvia de ideas y el docente organiza y sistematiza la información resaltando las ideas fuerza, de acuerdo con el propósito de la sesión:

> Identificar elementos y características del cono, del cilindro y del tronco de cono en objetos con formas geométricas.

- El docente hace referencia a las actividades en las cuales los estudiantes centrarán su atención para el logro del aprendizaje esperado: cuerpos geométricos de revolución.

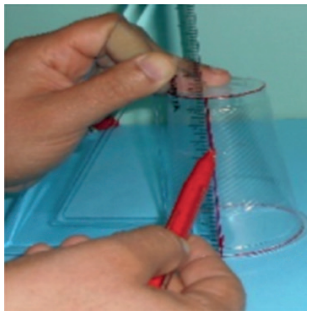
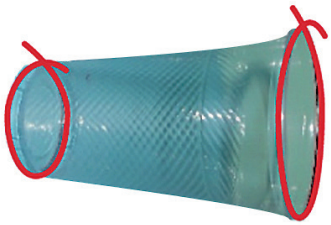
- Mediante la dinámica del rompecabezas, se forman seis equipos de trabajo con los siguientes nombres: cono, tronco de cono y cilindro (se repiten los nombres con colores diferentes).

- A continuación, el docente plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:
  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente da las siguientes indicaciones a los equipos de trabajo:

Medimos la diagonal	Medimos la altura	Hallamos la medida de los radios de las bases
		
Medición de la diagonal (generatriz) del vaso	Ubicamos el vaso en un plano rígido, apoyamos la escuadra y, por encima del vaso, cruzamos la regla u otro material no flexible. También se puede medir colocando el vaso del modo como se muestra a la derecha.	Con una pita rodeamos la boca del vaso, medimos la longitud de la pita entre los dos puntos de unión, que es la medida de la base mayor, y la dividimos por 2π para hallar la medida del radio. Repetimos el procedimiento para la base menor.

Luego de la medición, con apoyo de los estudiantes se escriben en la pizarra las medidas aproximadas:

- Lado diagonal del vaso: 9 cm
- Altura: 8 cm
- Radio de la base mayor: 3 cm
- Radio de la base menor: 2 cm

El docente solicita que midan los elementos de cada cuerpo geométrico mostrado en las tablas y completen los valores en las celdas (radio, altura, base, otros) de acuerdo con el nombre asignado al equipo:

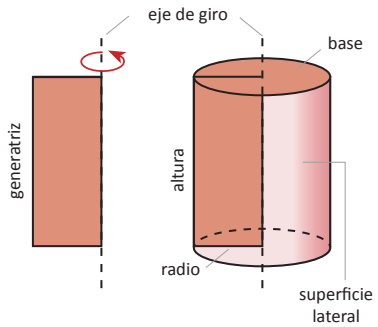
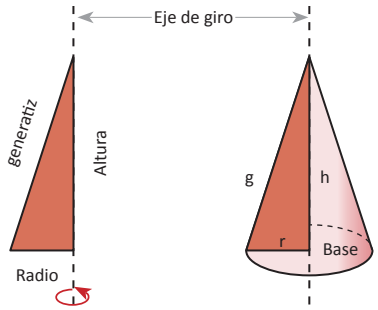
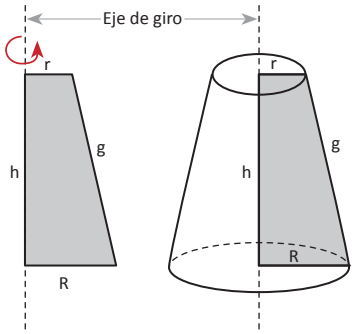
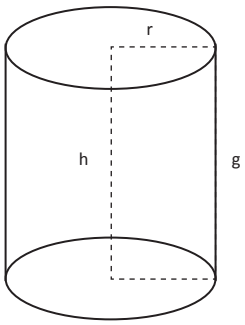
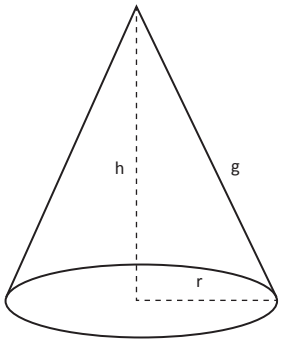
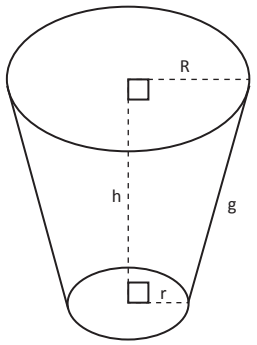
- 2 equipos “CILINDRO”
- 2 equipos “CONO”
- 2 equipos “TRONCO DE CONO”

	CILINDRO		

	CONO		

	TRONCO DE CONO		

- Una vez completa la tabla de datos, tres estudiantes, cada uno representando a un equipo de diferente forma geométrica, socializan en papelote los procesos ejecutados y los datos obtenidos en el cuerpo geométrico asignado.
- El docente hace las precisiones a partir de la socialización sobre los cuerpos geométricos y menciona que estos cuerpos se obtienen haciendo girar, sobre un eje, figuras planas: rectángulo triángulo rectángulo y trapecio (ver anexo 2). El docente ejecuta la demostración con el material previamente elaborado y, después de identificar los elementos principales de los cuerpos geométricos conjuntamente con los equipos de trabajo, presenta en la pizarra el resumen en una tabla:

El cilindro es un cuerpo geométrico que se forma cuando una recta, llamada *generatriz*, gira alrededor de otra recta que queda fija, llamada *eje*. También se puede decir que se genera por el giro de un rectángulo alrededor de uno de sus lados.	En geometría, un cono recto es un sólido de revolución generado por el giro de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Al círculo conformado por el otro cateto, se lo denomina *base*, y al punto donde confluyen las generatrices se lo llama *vértice* o *cúspide*.	El tronco de cono, cono truncado o tronco de Garófalo, es un cuerpo engendrado por la rotación de un trapecio rectángulo al usar como eje de giro el lado perpendicular a las bases.
		
		
RADIO BASE (r) **GENERATRIZ (g)** **ALTURA (h)**	**RADIO BASE (r)** **GENERATRIZ (g)** **ALTURA (h)**	**RADIO BASE MENOR (r)** **RADIO BASE MAYOR (R)** **GENERATRIZ (g)** **ALTURA (h)**

Fuente: *https://es.wikipedia.org/wiki/*

- Culminada la explicación de las características y elementos de los cuerpos geométricos, los estudiantes registran el resumen en sus cuadernos.
- Finalmente, dan ejemplos de objetos que tienen forma de cilindros, conos y troncos de cono, o que son parecidos a ellos.

CIERRE (15 minutos)

- Con orientación del docente, los estudiantes llegan a las siguientes conclusiones sobre el tronco de cono:

  - Un tronco de cono es una porción de cono comprendida entre la base y la sección transversal determinada por un plano paralelo a la base.
  - Los elementos de un cono son la generatriz, la altura y los radios de las bases.
  - Existen muchos objetos de nuestro entorno que tienen forma de tronco de cono.

- Para finalizar, el docente formula las siguientes preguntas:
  - ¿Qué dificultades tuviste?
  - ¿Cómo las superaste?
  - ¿Con cuál de los cuerpos geométricos estaré tomando mayor cantidad de agua?
  - ¿Qué elementos en común tienen los cuerpos geométricos?

- Los estudiantes responden voluntariamente.

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Para la próxima sesión deben traer papel o cartulina, tijeras, goma, cinta *masking tape,* calculadora, regla, transportador y agua hervida en frasco para ser bebida en el colegio.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática. ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Plumones de colores, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas de colores y menestras, etc. Vasos descartables, latas, cucurucho, zanahoria, plomada, plumón indeleble, tijeras, regla, escuadras, papel periódico u otros de reciclaje, calculadora científica, plumones, tarjetas, cartulinas, papelotes, pizarra, tiza, otros.
- Ficha de trabajo.

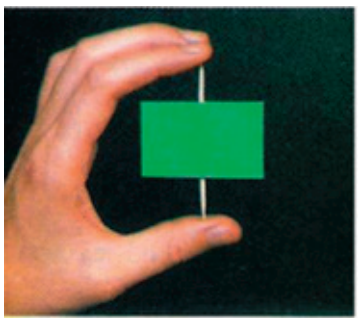
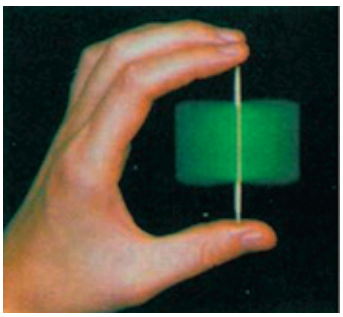
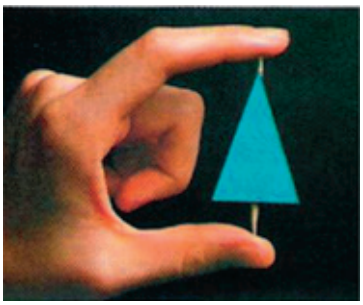
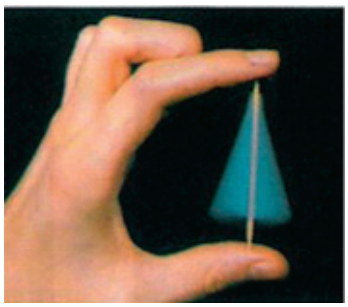
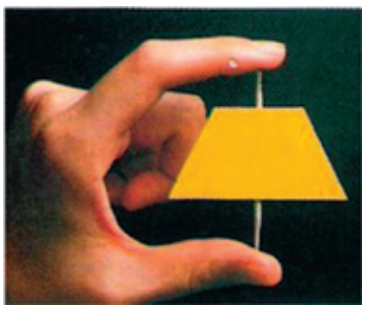
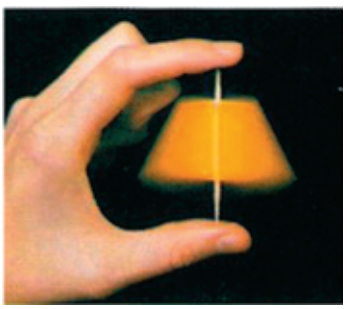
ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Establece relaciones entre los elementos de un cilindro, un cono y un tronco de cono.		Representa figuras planas que generan cuerpos de revolución.		Reconoce los cuerpos de revolución en los elementos de sus contextos.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

Formas en cartulina	Girar	Pasos ejecutados para obtener:
		**CILINDRO** • Recorta una cartulina de forma rectangular. • Pégala en un palillo de dientes (observa las imágenes). • Sujeta el palillo entre los dedos mientras soplas en el lateral. • Verás que al girar se forma un cilindro.
		**CONO** • Recorta una cartulina de forma triangular. • Pégala en un palillo de dientes (observa las imágenes). • Sujeta el palillo entre los dedos mientras soplas en el lateral. • Verás que al girar se forma un cono.
		**TRONCO DE CONO** • Recorta una cartulina de forma de trapecio. • Pégala en un palillo de dientes (observa las imágenes). • Sujeta el palillo entre los dedos mientras soplas en el lateral. • Verás que al girar se forma un tronco de cono.

Fuente: *http://ticmatec.blogspot.pe/2011/04/cuerpos-de-revoluacion-i-el-cilindro.html*

DETERMINAMOS EL ÁREA LATERAL Y TOTAL DE UN VASO

Unidad 3 | Sesión 3

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y formula las siguientes preguntas: ¿Qué actividades desarrollamos en la clase anterior? ¿Qué estrategias utilizamos para conocer los elementos de un tronco de cono? ¿Cuáles son? Los estudiantes responden voluntariamente.
- Hace referencia a la importancia de beber agua cada día (ocho vasos para llevar una vida saludable); invita a los estudiantes a beber el agua que trajeron y les recuerda que debemos promover su uso adecuado.
- Muestra un tarro de leche; retira la etiqueta, la extiende y solicita a los estudiantes que describan lo que observaron. Luego pregunta: ¿Cuál es la forma del tarro de leche y de la etiqueta? (cilindro y rectángulo).
- Entrega a cada equipo un vaso descartable (los cuales utilizaron en la segunda sesión) e indica que van a "forrar" su vaso completamente con papel.

- Luego pregunta:

¿Qué forma tiene el vaso mostrado? ¿Cuánto papel necesitamos para cubrir el vaso completamente (superficie)? ¿Qué forma tendrá la envoltura del vaso?

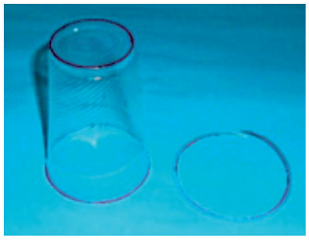
- Los estudiantes responden mediante lluvia de ideas, y el docente registra y sistematiza en la pizarra algunas respuestas como ideas fuerza para la sesión. Por ejemplo: cuerpo geométrico, medidas, áreas, etc.
- El docente indica el propósito de la sesión:

Determinar el área lateral y total de un troco de cono.

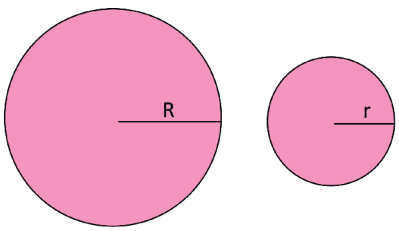
- A continuación, se establecen acuerdos para llevar a cabo el trabajo en equipo.
  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.
  - El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (65 minutos)

- El docente solicita a los estudiantes que retiren el borde superior del vaso descartable para trabajar con mayor exactitud. Luego proceden a recortar (si es posible, entregar la hoja del anexo 2).
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.



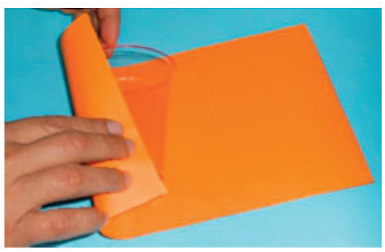
El docente indica que dibujen las circunferencias de las bases sobre el papel, como se muestra en la imagen. Luego deben recortar los círculos que representan las bases.



A continuación, les pide que forren con papel bond la superficie lateral del vaso.

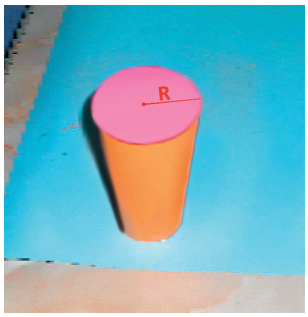
El docente debe permitir que los estudiantes por sí solos superen inconvenientes durante la actividad.

- Proceder a cubrir el vaso lateralmente con el papel y asegurar con cinta adhesiva para reproducir la superficie del modo más preciso posible.

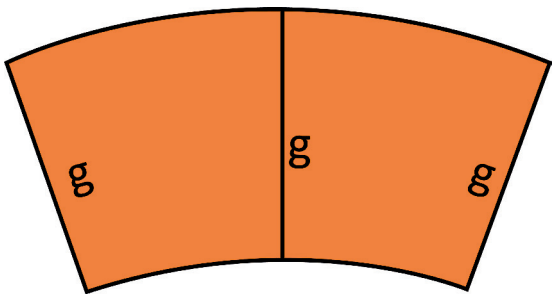


- Recortar la cubierta lateral del vaso de papel; para mayor facilidad, trazar el borde con lápiz o lapicero antes de terminar de recortar.

- El vaso forrado quedaría así:

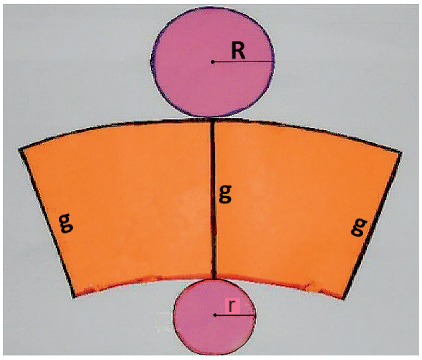


- Cortar el "vaso de papel" a lo largo de una generatriz y extenderlo. Marcar el borde y la generatriz central con plumón negro. Luego, proceder a obtener un duplicado para usarlo en la siguiente actividad.



- Si se volviera a forrar el vaso, quedaría así:

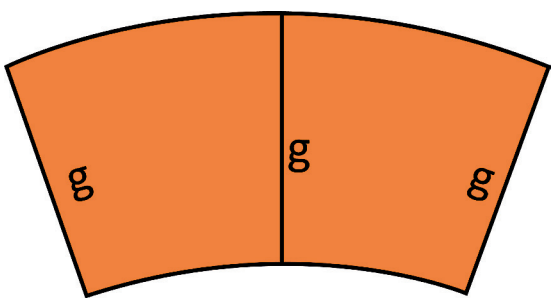
- El docente indica que peguen en una hoja de papel bond las partes necesarias para forrar el vaso, como se indica en la imagen, y señala que la figura hallada es el desarrollo de un tronco de cono.



- Manifiesta a los estudiantes que van a deducir una expresión matemática que permita calcular cuánto papel han utilizado para forrar su vaso. Es decir, será una expresión matemática que haga posible calcular las áreas lateral y total de un tronco de cono.

- Para iniciar esta parte, el docente solicita a los estudiantes que tengan a la mano la reproducción de la cubierta lateral del vaso. Les brinda unos minutos para que la analicen. Luego les pregunta: ¿Qué representa el papel que tienen en la mano? ¿Qué forma tiene? ¿Cómo son sus lados opuestos? ¿Con qué nombre se conoce a esta figura?

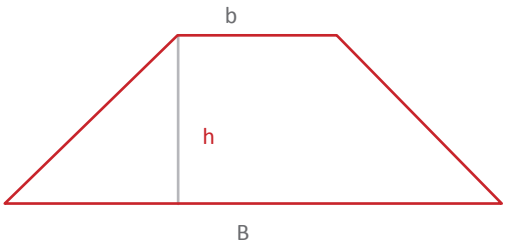
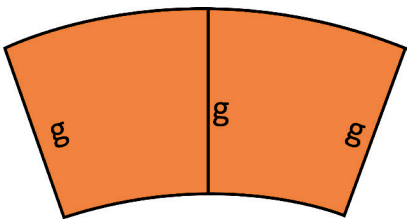
- Los estudiantes responden a través de una lluvia de ideas y el docente va anotando las ideas fuerza. Se concluye que el papel representa la cubierta lateral del vaso, es decir, su área lateral, que, a diferencia del cilindro, no tiene forma rectangular, sino que se parece a un trapecio cuyas bases son lados curvos y sus otros dos lados son rectas. Se precisa que a esta figura plana se la conoce con el nombre de *trapecio circular*.



- Los estudiantes identifican:
  - El arco que corresponde a la circunferencia de la base mayor.
  - El arco que corresponde a la circunferencia de la base menor.
  - Los segmentos que corresponden a la distancia entre los arcos (cada uno de ellos es una generatriz del tronco de cono que representa el vaso).

- Sobre la base del área del trapecio, los estudiantes deducen la fórmula del área lateral de un tronco de cono.

R: radio de la base mayor r: radio de la base menor	Perímetro de la base mayor $\longrightarrow$ $P_{base\ \bullet\ mayor} = 2\pi R$ Perímetro de la base menor $\longrightarrow$ $P_{base\ \bullet\ menor} = 2\pi r$

Área del trapecio	Área del trapecio circular
 $A_{trapecio} = \frac{(B + b)}{2} \cdot h$	 $A_L = \frac{(P_{base\ \ mayor} + P_{base\ \ menor})}{2} \cdot g$ $A_L = \frac{(2\pi R + 2\pi r)}{2} \cdot g$ $A_L = \frac{2\pi(R + r)}{2} \cdot g$ $A_L = \pi g(R + r)$

- A continuación, se procede a calcular el área: ¿Qué parte nos falta forrar para cubrir el vaso totalmente?
- Los estudiantes concluyen que lo que falta es cubrir las bases, cuyas áreas, al ser círculos, se calcularían de la siguiente manera:

Área de la base mayor	Área de la base menor
R: radio de la base mayor $A_{base\ mayor} = \pi R^2$	r: radio de la base menor $A_{base\ menor} = \pi r^2$

- Entonces, el área total viene a ser la suma del área lateral más el área de la base mayor más el área de la base menor:

$A_L = Al + A_{base\ mayor} + A_{base\ menor}$

$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$

Esta se podría factorizar y la fórmula quedaría así:

$A_T = \pi[g(R + r) + R^2 + r^2]$

- Los estudiantes calculan el área lateral del vaso utilizando las medidas que obtuvieron en la sesión 2.
- Finalmente, hallan el área total del vaso (pueden apoyarse en las páginas 104 y 105 del texto escolar).
- El docente coloca en la pizarra la actividad adicional del manual para el docente (página 163).

CIERRE (10 minutos)

El docente induce a los estudiantes a llegar a las siguientes conclusiones:

- El desarrollo de la superficie lateral de un tronco de cono es similar al de un trapecio de bases curvas, por lo que se lo conoce como *trapecio circular*.
- El área de un tronco de cono depende de las longitudes de los radios de sus bases y de la generatriz.
- La expresión matemática que permite calcular el área lateral de un tronco de cono es similar a la del trapecio.
- Para obtener el área total de un tronco de cono se adiciona al área lateral el área de las dos bases.

El docente formula las siguientes preguntas:

- ¿De qué manera lo aprendido será útil en sus vidas?
- ¿De qué manera lo aprendido se puede aplicar para el cálculo de la cantidad de material para la fabricación de vasos?

Los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas.

EVALUACIÓN

Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Los estudiantes deben resolver las páginas 162 y 163 del cuaderno de trabajo.
- El docente solicita que para la próxima sesión traigan papel o cartulina, tijeras, goma, cinta *masking tape*, calculadora, regla, transportador.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Calculadora científica, plumones, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

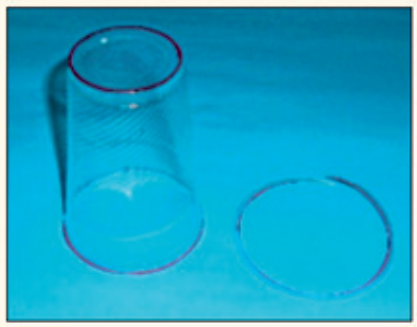
Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Identifica las características de un tronco de cono a partir de las características de un cono.		Realiza el desarrollo del tronco de cono a partir de un vaso.		Identifica la relación existente entre los elementos de un trapecio y un trapecio circular para el cálculo del área de un tronco de cono.		Plantea argumentaciones sobre las áreas del tronco de cono en distintas situaciones problemáticas.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

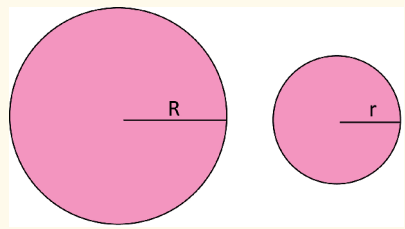
ANEXO 2

Pasos para la elaboración del tronco de cono

1. Recortar el vaso descartable.



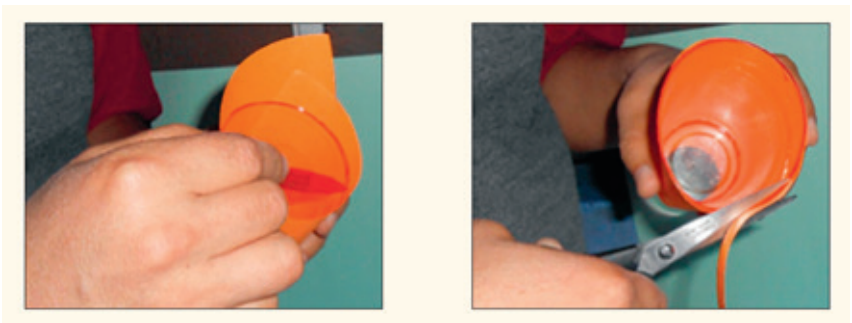
2. Marcar las bases de la circunferencia de la base mayor y la base menor con diferentes colores de lapicero o plumón.



3. Recortar el papel unos 6 cm de su ancho y largo.

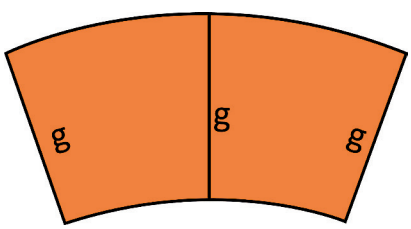
4. Cubrir el vaso lateralmente con el papel y asegurar con cinta adhesiva para reproducir la superficie lo más preciso posible.

5. Recortar la cubierta lateral del vaso de papel en las dos bases.

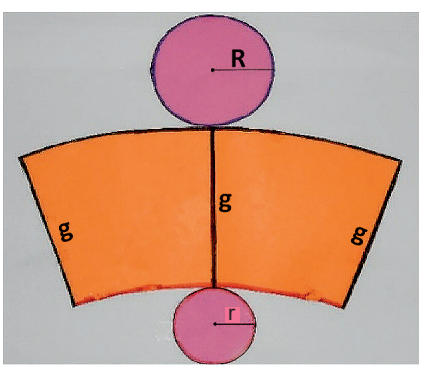


6. Forrar el vaso.

7. Cortar el “vaso de papel” a lo largo de una generatriz y extenderlo.



8. Pegar en una hoja de papel bond las partes necesarias y obtener una figura de un tronco de cono.



Unidad 3

Sesión 4

HALLAMOS EL VOLUMEN DE UN TRONCO DE CONO

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

DESARROLLO (25 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y plantea las siguientes preguntas:

¿Qué actividades desarrollamos la clase anterior? ¿Cómo podemos determinar el volumen de un tronco de cono? ¿Cuál es la expresión matemática que permite determinarlo?

- El docente comunica que recibirán la visita de doña Alicia, quien viene a solicitar ayuda. Ella ingresa al salón, saluda a los estudiantes y les comenta que tiene una dificultad con el agua y que desea contratar a su vecino para traerla del puquial ubicado a una hora de su vivienda. El pago será en función de la cantidad de viajes que efectúe para llenar el cilindro que tiene en casa. (Culmina y se retira del salón.)

- Los estudiantes, con ayuda del docente, formulan la situación problemática de la siguiente manera:

> La comunidad de Alicia no cuenta con un servicio de agua que llegue a las casas mediante tuberías, por lo que tiene que contratar a un vecino para traerla desde el puquial más cercano. Le proporciona al vecino dos baldes en forma de tronco de cono, con los que debe llenar un recipiente cilíndrico de 58 cm de diámetro y 79 cm de altura, que le sirve a ella como tanque de agua para el día. Cada balde tiene una altura de 40 cm, y los diámetros de sus bases están en la razón de 3 a 4. Alicia necesita saber cuántos viajes de ida y vuelta tendrá que efectuar el vecino si se sabe que el diámetro de la base menor de los baldes mide 21,6 cm y el nivel del agua alcanza una altura 5 cm menor que la altura del balde.

- El docente indica el propósito de la sesión: “Determinar el volumen de un tronco de cono”.
- A continuación, se establecen acuerdos para llevar a cabo el trabajo en equipo:

> - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
> - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
> - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (55 minutos)

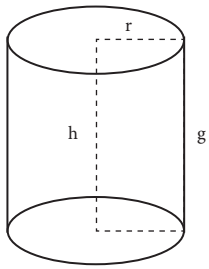
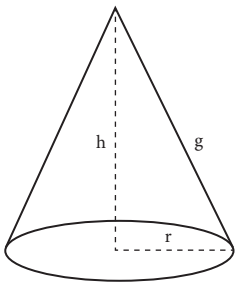
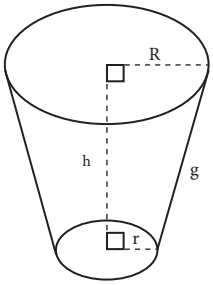
- Los estudiantes, organizados en equipos, releen la situación presentada. El docente plantea las siguientes preguntas, que ayudarán a la comprensión del problema:

  - ¿De qué trata el problema?
  - ¿Con qué datos contamos?
  - ¿Qué entiendes por la expresión “Están en la razón de 3 a 4”?

- ¿Cuáles serán los pasos que seguiremos para dar respuesta a la situación problemática?
- ¿Se cuenta con los datos suficientes para poder calcular el volumen de cada balde?

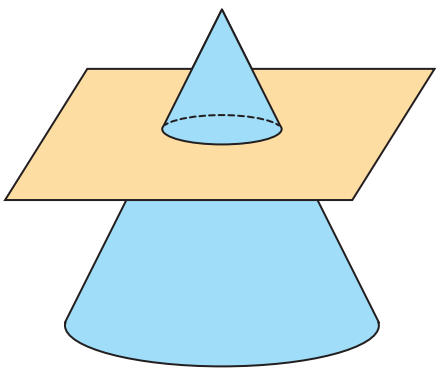
Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

Antes de la solución del problema, explica las relaciones matemáticas que permiten calcular el volumen. Para ello, utiliza las páginas 104 y 105 del texto escolar.

		
RADIO BASE (r) **GENERATRIZ (g)** **ALTURA (h)**	**RADIO BASE (r)** **GENERATRIZ (g)** **ALTURA (h)**	**RADIO BASE MENOR (r)** **RADIO BASE MAYOR (R)** **GENERATRIZ (g)** **ALTURA (h)**
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$	$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$	$V = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot (R^2 + r^2 + Rr)$

$$V_{tronco} = V_{cono\ grande} - V_{cono\ pequeño}$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi \cdot h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$$



Los estudiantes plantean una estrategia para resolver el problema de la señora Alicia.

Con la guía del docente determinan el volumen del recipiente cilíndrico:

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = 3{,}14 \cdot (29\ cm)^2 \cdot 79\ cm$$

$$V = 208\,618{,}46\ cm^3$$

- Los estudiantes establecen la equivalencia entre litros y cm^3, y determinan el volumen en litros del recipiente cilíndrico.
- Pueden recurrir a estrategias diversas para la conversión:

Regla de tres	Factor de conversión
1 litro ——— 1000 cm^3 x ——— 208 618,46 cm^3 x = 208,62 litros x = 209 litros aproximadamente	$208\,618{,}46\ cm^3 \cdot \frac{1\ litro}{1\,000\ cm^3}$ 208,62 litros x = 209 litros aproximadamente

- Luego calculan el diámetro mayor del balde, estableciendo la razón de 3 a 4:

d: diámetro menor

D: diámetro mayor

$$\frac{d}{D} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{21{,}6}{D} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4(21{,}6)}{3} = D$$

$$28{,}8 = D$$

entonces: R = 14,4

- Los estudiantes pueden elaborar una tabla para ordenar los datos del balde:

Altura	Diámetro de la base menor	Diámetro de la base mayor	Radio de la base menor	Radio de la base mayor
35 cm	21,6 cm	28,8 cm	10,8 cm	14,4 cm

Nota: El balde tiene una altura de 40 cm, pero el nivel del agua alcanza una altura 5 cm menor que la del balde.

- Determinar el volumen de agua que se transporta en cada balde:

$$V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$$

$$V = \frac{(3,14).(35\ cm)}{3}.\left[(14,4\ cm)^2 + (14,4\ cm).(10,8\ cm) + (10,8\ cm)^2\right]$$

$$V = 36,63\ cm\ .\left[207,36\ cm^2 + 155,52\ cm^2 + 116,64\ cm^2\right]$$

$$V = 36,63\ cm\ .\left[479,5\ cm^2\right]$$

$$V = 17\ 564,82\ cm^3$$

$$V = 17\ 565\ cm^3$$

- Los estudiantes convierten a litros mediante alguna de las estrategias anteriores y obtienen:

$$V = 17\ 565\ cm^3$$

$$V = 17,5\ litros\ aproximadamente$$

- Eso viene a ser el volumen de agua que se traslada en un balde. Los estudiantes concluyen que en cada viaje, como se usan dos baldes, se transportan 35 litros de agua aproximadamente.
- Finalmente, calculan el número de viajes de ida y vuelta que se necesitan para llenar el recipiente cilíndrico:

  Números de viajes = $\frac{209 \text{ litros}}{35 \text{ litros}}$

  Número de viajes = 5,97

  Redondeado: Número de viajes = 6

- Los estudiantes socializan sus procedimientos y concluyen que el vecino de Alicia efectuará 6 viajes para llenar de agua el recipiente cilíndrico.
- El docente hace referencia a la importancia de no contaminar las fuentes de agua, ya que esta, a su vez, es fuente de vida.
- Entrega una ficha de trabajo (anexo 2).
- Los estudiantes resuelven las diversas situaciones de la ficha mediante el uso de la expresión matemática para el cálculo del volumen de un tronco de cono.
- El docente hace el sorteo respectivo para que cada equipo presente uno de los problemas de la ficha de trabajo.

CIERRE (10 minutos)

- El docente propone la siguiente interrogante: “Si el balde tuviera forma de un cilindro, ¿se podrían efectuar menos viajes? Justifica tu respuesta”.

  Respuesta sugerida: El volumen de un vaso en forma de tronco de cono es menor que el de un vaso con forma de cilindro si las alturas son iguales y las bases del cilindro son del mismo tamaño que la base mayor del tronco de cono.

- El docente plantea las siguientes preguntas para realizar la metacognición:

  ¿Qué aspectos fueron de mayor dificultad?

  ¿Para qué nos es útil lo aprendido?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una ficha de observación (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita que para la próxima sesión traigan papel cuadriculado, tijeras, goma, cinta *masking tape*, regla, transportador, compás y calculadora.
- Pide que resuelvan las actividades de las páginas 164 y 165 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Calculadora científica, plumones, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza.
- Actor: Alicia.
- Ficha de trabajo.

ANEXO 1

FICHA DE OBSERVACIÓN

Escribe en cada indicador el logro de aprendizaje del estudiante de acuerdo con la siguiente escala:

C: En inicio **B: En proceso** **A: Logro esperado** **AD: Logro destacado**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Representa mediante expresiones matemáticas los enunciados del problema.	Utiliza correctamente la expresión matemática que permite calcular el volumen de un tronco de cono.
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

ANEXO 2

FICHA DE TRABAJO

ACTIVIDAD 1

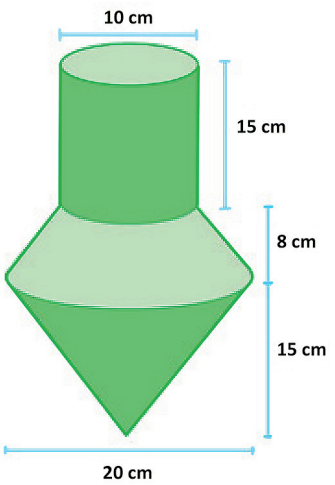
Lee atentamente las siguientes situaciones problemáticas, establece tus estrategias y resuélvelas utilizando la expresión matemática correspondiente:

1. En las zonas altoandinas se puede preparar gelatina sin necesidad de refrigeradora. Para ello, basta con dejarla en estado líquido durante la noche hasta la mañana siguiente, y el frío de la madrugada la solidificará. Anita decide preparar gelatina llenando al tope vasos descartables de 10 cm de altura, y de 7,2 cm y 4,6 cm de diámetro de sus bases. ¿Cuántos vasos de gelatina obtendrá si las indicaciones de preparación del sobre que ha comprado dicen que se debe preparar en 2 litros de agua?

2. Después de jugar un partido de fulbito a la salida del colegio, Carlos compra una botella de agua de 2,5 litros para repartirla con sus compañeros de equipo. Utiliza vasos descartables de 9 cm de altura, y de 6,2 cm y 4 cm de diámetro de sus bases. ¿Cuántos vasos de agua puede servir sabiendo que el nivel de agua llega hasta una altura 5 mm menor que la del vaso?

3. Los chimús fueron verdaderos maestros en el arte metalúrgico, por lo que han sido considerados como los más grandes orfebres de América precolombina. La imagen representa un kero de 16 cm de altura. Si lo consideramos como un tronco de cono, calcula su volumen aproximado sabiendo que sus diámetros están en la relación de 2 a 3 y la base menor mide 7 cm.

4. Diego ayuda a su padre en las labores del taller de carpintería de su propiedad. En una ocasión, un cliente les solicita que elaboren en madera y de una sola pieza la estructura de la figura de la derecha. Deseoso de aplicar sus conocimientos adquiridos, Diego decide calcular el volumen. ¿Qué valor obtendrá?



5. Si queremos confeccionar vasos que tengan una capacidad de 0,468 litros y que, además, los diámetros de sus bases mayor y menor tengan 8,4 cm y 5,6 cm respectivamente, ¿qué altura deberán tener dichos vasos? ¿Cuánto cartón se utilizará?

Unidad 3 | Sesión 5

ELABORAMOS UN VASO EN FORMA DE TRONCO DE CONO

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

El docente da la bienvenida y formula las siguientes preguntas:

Si tomáramos ocho vasos de agua con un vaso similar al mostrado, ¿cuánto de agua ingeriríamos diariamente? ¿Cómo podríamos determinarlo ¿Qué aprendizajes podemos utilizar para elaborar un vaso? ¿Qué cantidad de material utilizaremos para elaborar vasos?

- Los estudiantes brindan sus respuestas a través de la técnica de lluvia de ideas y el docente sistematiza la información resaltando las ideas fuerza de acuerdo con el propósito de la sesión.
- El docente hace referencia a las actividades en las cuales centrarán su atención y plantea el propósito de la sesión:

> Utilizar el área de un tronco de prisma en la elaboración de vasos.

- A continuación, se establecen acuerdos para llevar a cabo el trabajo en equipo.

> - Participar en los procesos de resolución de las actividades garantizando el trabajo colaborativo.
> - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
> - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Indica a los estudiantes que construirán un vaso. Luego les pide observar los elementos de la figura 1.

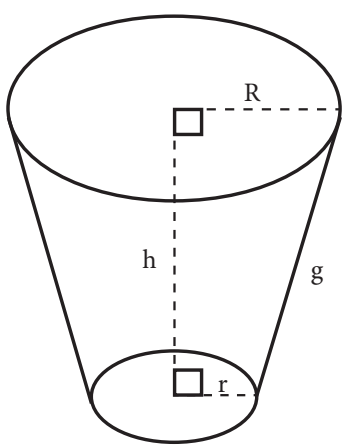


Figura 1

Presenta en un papelote cuadriculado un modelo del desarrollo de un tronco de cono (figura 2) y otro para cortar (figura 3).

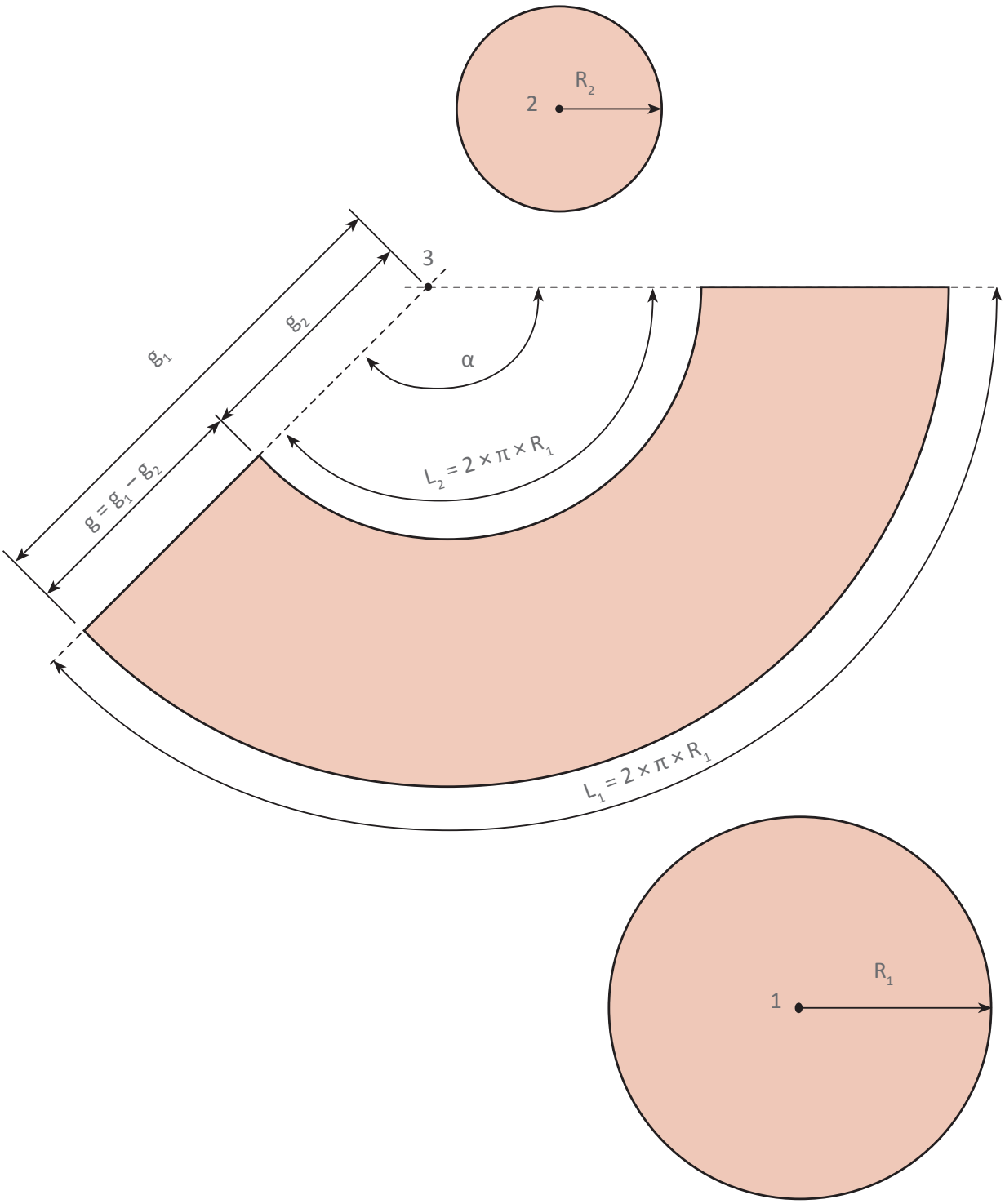


Figura 2

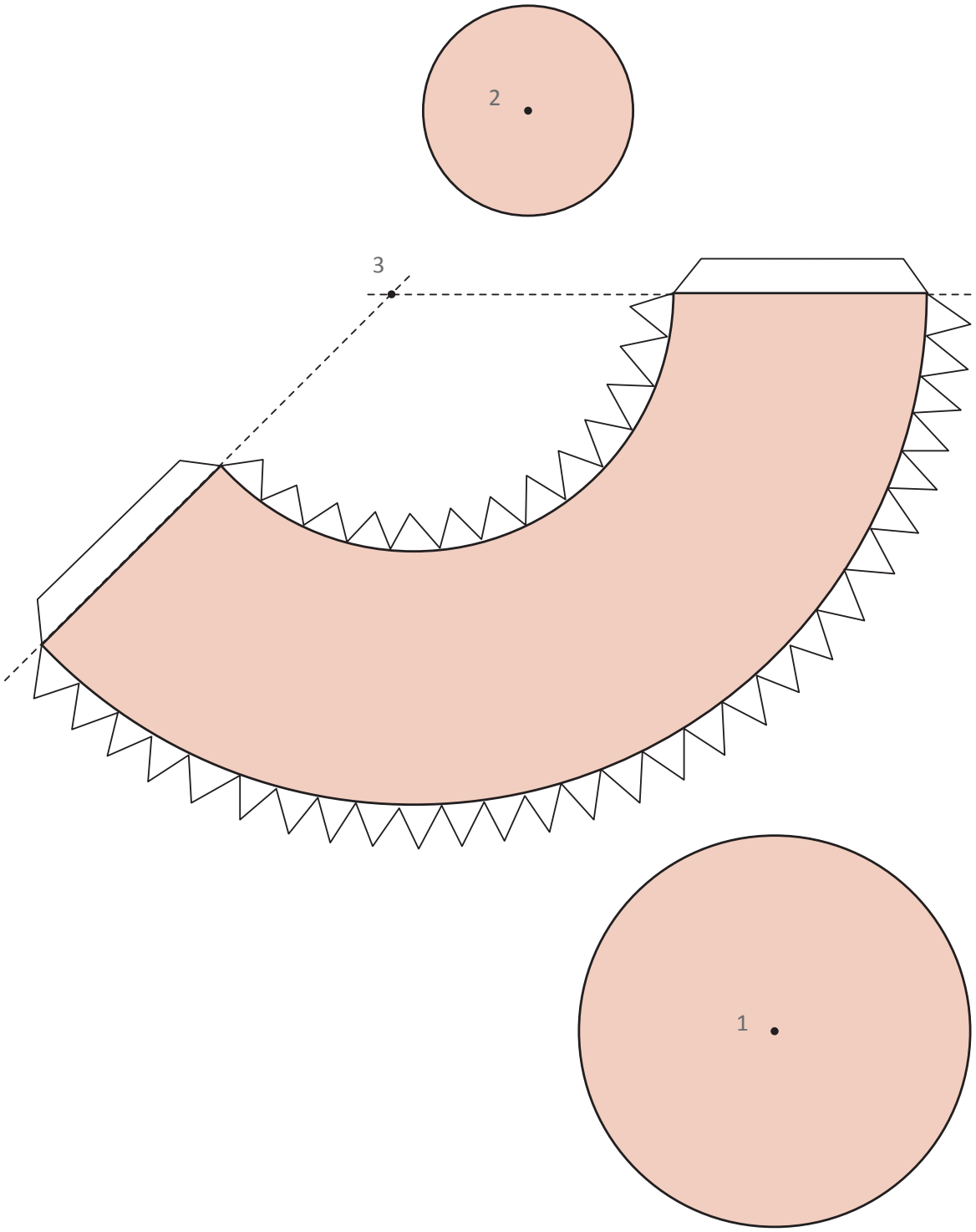


Figura 3

- Explica los elementos que intervienen en los modelos e indica que en equipos los reproduzcan en hojas cuadriculadas.
- Cuando culminan, los estudiantes proceden a efectuar los cortes respectivos para pegar y elaborar un vaso como el mostrado en la figura 4.

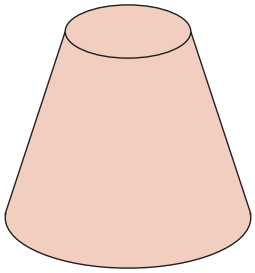


Figura 4

- Los estudiantes toman las medidas de los elementos del tronco de cono, el radio de la base mayor, el radio de la base menor, la altura y la generatriz en su reproducción de la figura 3. Asimismo, calculan el volumen y las superficies de las bases (lateral y total) del tronco de cono, y colocan esos valores en la tabla.

Lado diagonal del vaso (generatriz) =	
Altura =	
Medida radio de la base menor =	
Medida radio base mayor =	
Volumen cm^3 (aprox.)	
Área de las bases =	
Área lateral =	
Área total =	

- Los estudiantes llenan la ficha de coevaluación del anexo 1.
- El docente solicita determinar la cantidad de agua que se bebería en una semana y en un mes si se tomaran ocho vasos de agua diarios (expresar esas cantidades en litros). Cada equipo efectúa los cálculos según el vaso que han elaborado.

CIERRE (10 minutos)

- Para el cierre de la sesión, cada grupo presenta el vaso construido y la cantidad de agua que beberían al día si se usara ese vaso (argumentan sus respuestas).
- El docente formula las siguientes preguntas:

  - ¿Qué les pareció la sesión de hoy?
  - ¿Cómo se sintieron durante el desarrollo de todas las sesiones de la unidad?
  - ¿Qué dificultades tuvieron?
  - ¿Cómo las superaron?

- Los estudiantes responden utilizando la técnica de lluvia de ideas.

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes que con los vasos elaborados realicen una campaña de sensibilización a los pobladores de la comunidad, con el eslogan "Toma 8 vasos de H_2O al día".

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática. ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Vasos descartables, papelote cuadriculado, papeles cuadriculados de bloc o cuaderno, tijeras, regla, escuadras, transportador, compás, plumones, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas y celular o calculadora.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTE	Dibuja el desarrollo de un tronco de cono.		Construye un tronco de cono en papel o cartulina.		Calcula el área y el volumen de un tronco de cono.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							

ANEXO 2

FICHA DE COEVALUACIÓN
(Trabajo en equipo)

Equipo de trabajo: _____

Escribe en cada indicador el logro de aprendizaje del estudiante de acuerdo con la siguiente escala:

C: En inicio **B: En proceso** **A: Logro esperado** **AD: Logro destacado**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Permite la opinión de sus compañeros.	Cumple con las tareas asignadas.	Aporta ideas en la elaboración del vaso.
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

ANEXO 3

FICHA DE TRABAJO

Propósito

Elaborar un vaso de forma de tronco de cono, registrando los datos de las medidas.

Integrantes:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

Registrar en las celdas vacías, de acuerdo con el valor obtenido, los datos del vaso que se elaborará.

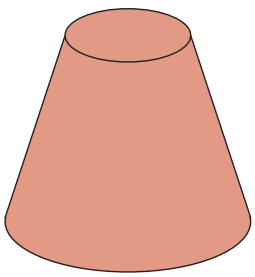


Figura 5

Lado diagonal del vaso (generatriz) =	
Altura =	
Medida radio de la base menor =	
Medida radio de la base mayor =	
Volumen cm^3 (aprox.)	
Área de las bases =	
Área lateral =	
Área total =	
Costo total del material que se utilizará	

5.° Grado de Secundaria

ORGANIZAMOS NUESTRO TRABAJO PARA CONOCER ASPECTOS SOCIOECONÓMICOS DE NUESTRA COMUNIDAD Y LOS TIPOS DE INTERÉS DEL SISTEMA FINANCIERO

SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

El 64 % de agricultores peruanos viven en la sierra. Esta actividad es el sostén del 80 % de hogares rurales, y lo que se produce es básicamente destinado para el autoconsumo. A grandes rasgos, el agricultor promedio que vive en la sierra, percibe muy bajos ingresos económicos; no tiene Educación Primaria completa (aunque los hijos superan el número de años de escolaridad de los padres); vive con limitado o nulo acceso a la red pública de agua, desagüe y electricidad; tiene un hogar precario y pequeñas extensiones de tierra distribuidas en parcelas dispersas de poco tamaño.

Asimismo, los hogares agrarios tienen estrategias de diversificación de ingresos; es decir, no son exclusivamente agricultores, sino que también se dedican a otras actividades, principalmente independientes y comerciales. Otro elemento que caracteriza a estos hogares, es la migración hacia otras zonas, con el objetivo de conseguir mayores ingresos, la cual puede ser temporal o permanente.

Ante esta realidad, con el objetivo de mejorar sus ingresos económicos, la familia de Patricia desea sembrar un producto que pueda tener demanda. Luego de buscar información, han decidido sembrar chía. Para ello, pretenden obtener un préstamo bancario que les permita invertir en semillas y la mejora de sus tierras de cultivo.

¿Qué precauciones se ha de tener antes de solicitar un crédito bancario? ¿Cómo averiguamos el costo total de los intereses que se pagarán? ¿Qué tipo de interés es el que cobran las entidades financieras?

APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIAS	CAPACIDADES
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones numéricas y las operaciones.
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.
	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.

CAMPOS TEMÁTICOS

- Muestreo aleatorio
- Encuestas
- Tablas de frecuencias
- Gráficos estadísticos
- Tasas de interés simple y compuesto
- Variación porcentual

PRODUCTO

- Panel informativo

SECUENCIA DE LAS SESIONES

Sesión 1 (2 horas)
Título: Organizamos nuestro trabajo para conocer aspectos socioeconómicos de nuestra comunidad

Competencia y capacidades

Resuelve problemas de cantidad.

- Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.

Actividades

- El docente organiza equipos de trabajo.
- Se establecen las normas de convivencia.
- Los estudiantes proponen un conjunto de actividades en función de la situación significativa.
- Los estudiantes, bajo la guía del docente, elaboran una ruta de trabajo para el desarrollo de la unidad.

Sesión 2 (2 horas)
Título: Elaboramos una encuesta para conocer aspectos socioeconómicos de nuestra comunidad

Competencia y capacidades

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
- Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.

Campo(s) temático(s)

- Encuestas

Actividades

- Los estudiantes identifican la variable de estudio.
- Los estudiantes redactan preguntas cerradas y abiertas, que serán aplicadas en su comunidad.
- Los estudiantes revisan las páginas 162 y 163 del texto escolar.
- El docente, junto con los estudiantes, establecen conclusiones y reflexiones sobre el aprendizaje.

Sesión 3 (2 horas) **Título: Aplicamos una expresión matemática para calcular el tamaño de una muestra y determinamos los elementos de ella**	Sesión 4 (2 horas) **Título: Interpretamos el error muestral**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.** • Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. • Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. • Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida. **Campo(s) temático(s)** • Tamaño de muestra • Selección de muestra **Actividades** • Los estudiantes, apoyados en su texto escolar, páginas 158 y 159, diferencian entre población y muestra. • Los estudiantes determinan el tamaño de la muestra aplicando una expresión matemática para tal fin. • Hallan una muestra aplicando técnicas de muestreo. • El docente, junto con los estudiantes, establecen conclusiones y reflexiones sobre el aprendizaje.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.** • Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. **Campo(s) temático(s)** • Error muestral **Actividades** • El docente plantea una situación inicial para identificar el error muestral y establecer su interpretación. • El docente resuelve distintas situaciones problemáticas que involucran el uso del error muestral, interpretando los resultados obtenidos. • Los estudiantes resuelven distintas situaciones problemáticas que involucran el uso del error muestral, interpretando los resultados obtenidos. • El docente, junto con los estudiantes, establecen conclusiones y reflexiones sobre el aprendizaje.
Sesión 5 (2 horas) **Título: Tabulamos datos socioeconómicos de nuestra localidad y elaboramos gráficos estadísticos**	**Sesión 6 (2 horas)** **Título: Calculamos el interés simple al solicitar un préstamo o ahorrar en el banco**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.** • Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. • Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida. **Campo(s) temático(s)** • Tablas de frecuencias • Gráficos estadísticos: tipos	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.** • Comunica la comprensión sobre los números y las operaciones. • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. **Campo(s) temático(s)** • Interés simple

Actividades

- El docente indica el propósito de la sesión, que consiste en tabular, graficar e interpretar los resultados obtenidos en la encuesta de la sesión anterior.
- Los estudiantes tabulan los resultados de la encuesta aplicada a la comunidad y los organizan en tablas de frecuencias.
- Elaboran gráficos estadísticos pertinentes a partir de las tablas de frecuencias elaboradas.
- Interpretan los resultados obtenidos a partir de las tablas y los gráficos estadísticos.
- El docente, junto con los estudiantes, establecen conclusiones y reflexiones sobre el aprendizaje.

Actividades

- El docente presenta a un poblador o agente de una entidad financiera para que comente sobre créditos y tasas de interés.
- El docente plantea una situación problemática que requiere la aplicación de interés simple.
- Los estudiantes, apoyados en el texto escolar y el cuaderno de trabajo, revisan ejemplos y resuelven, en equipos, los ejercicios de la ficha de trabajo.
- El docente, junto con los estudiantes, establecen conclusiones y reflexiones sobre el aprendizaje.

Sesión 7 (2 horas)

Título: Investigamos el interés compuesto al solicitar un préstamo o ahorrar en el banco

Competencia y capacidades

Resuelve problemas de cantidad.

- Traduce cantidades a expresiones numéricas.
- Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.
- Argumenta afirmaciones sobre relaciones numéricas y las operaciones.

Campo(s) temático(s)

- Interés simple
- Interés compuesto
- Variación porcentual

Actividades

- Los estudiantes, a partir de una situación problemática realizada como tarea en la sesión anterior, identifican las características del interés compuesto.
- Los estudiantes, usando un cuadro comparativo, resuelven una situación problemática, aplicando interés simple e interés compuesto.
- Los estudiantes aplican la regla de tres para determinar la variación porcentual de un capital final respecto al capital inicial.
- Resuelven las páginas 210 y 211 del cuaderno de trabajo.
- El docente, junto con los estudiantes, establecen conclusiones y reflexiones sobre el aprendizaje.

EVALUACIÓN

Situación de evaluación	Competencias	Capacidades	Indicadores	Instrumentos de evaluación
• Aplican una encuesta para conocer aspectos socioeconómicos de la población.	• Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	• Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas. • Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. • Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. • Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.	• Examina propuesta de gráficos estadísticos que involucran expresar características o cualidades de una muestra representativa. • Redacta preguntas cerradas y abiertas respecto de la variable estadística de estudio para los ítems de la encuesta. • Plantea conjeturas relacionadas con el estudio de muestras probabilísticas.	• Listas de cotejo
• Realizan una investigación sobre aspectos financieros de inversión en un negocio de producción de chía.	• Resuelve problemas de cantidad.	• Traduce cantidades a expresiones numéricas. • Comunica la comprensión sobre los números y las operaciones. • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones numéricas y las operaciones.	• Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para resolver problemas relacionados con tasas de interés simple y compuesto. • Emplea expresiones como capital, interés, monto y tiempo en modelos de interés compuesto. • Adapta y combina estrategias heurísticas para resolver problemas relacionados con tasa de interés simple y compuesto. • Justifica la variación porcentual constante en un intervalo de tiempo empleando procedimientos recursivos.	

MATERIALES BÁSICOS PARA UTILIZAR EN LA UNIDAD

Para el docente:

Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?* Ciclo VII. Lima, Perú: Autor.
Ministerio de Educación. (2016). *Manual para el docente. Matemática 5.* Lima, Perú: Editorial Santillana.

Para el Estudiante:

Ministerio de Educación. (2016). T*exto escolar. Matemática 5.* Lima, Perú: Editorial Santillana.
Ministerio de Educación. (2016). *Cuaderno de trabajo. Matemática 5.* Lima, Perú: Editorial Santillana.

Otros:

Plumones, plumón indeleble, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tiza, vasos descartables (N.° 8 y N.° 12), tijeras, cinta adhesiva, hojas de papel A4 (de periódico, encartes de centros comerciales, bond).

ORGANIZAMOS NUESTRO TRABAJO PARA CONOCER ASPECTOS SOCIOECONÓMICOS DE NUESTRA COMUNIDAD

Unidad 4 | Sesión 1

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.

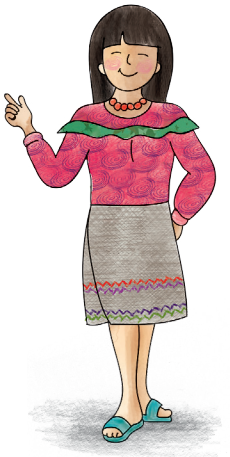
SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (25 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y comenta sobre las actividades económicas que se desarrollan en la comunidad, las cuales permiten satisfacer las necesidades básicas y el desarrollo de sus integrantes. La más importante es la agricultura.
- Luego pregunta:
  - ¿Cómo se puede conocer la realidad social y económica de nuestra comunidad? ¿Cuáles son los productos agrícolas de mayor demanda en la actualidad? ¿Los cultivos de sus familias son para el autoconsumo o para vender?
- El docente le pide a un estudiante que lea en voz alta la situación significativa (anexo 1).

El 64 % de agricultores peruanos viven en la sierra. Esta actividad es el sostén del 80 % de hogares rurales, y lo que se produce es básicamente destinado para el autoconsumo. A grandes rasgos, el agricultor promedio que vive en la sierra, percibe muy bajos ingresos económicos; no tiene Educación Primaria completa (aunque los hijos superan el número de años de escolaridad de los padres); vive con limitado o nulo acceso a la red pública de agua, desagüe y electricidad; tiene un hogar precario y pequeñas extensiones de tierra distribuidas en parcelas dispersas de poco tamaño.

Asimismo, los hogares agrarios tienen estrategias de diversificación de ingresos; es decir, no son exclusivamente agricultores, sino que también se dedican a otras actividades, principalmente independientes y comerciales. Otro elemento que caracteriza a estos hogares, es la migración hacia otras zonas, con el objetivo de conseguir mayores ingresos, la cual puede ser temporal o permanente.



El docente pregunta:

¿Conocen la realidad socioeconómica de la población a la cual pertenecen? ¿Qué actividades económicas desarrolla la población? ¿Qué productos agrícolas se producen? ¿Cuál es el rango de los ingresos económicos? ¿Cuál es el promedio de hijos por familia? ¿Cómo pueden obtener toda esta información?

Ante esta realidad, con el objetivo de mejorar sus ingresos económicos, la familia de Patricia desea sembrar un producto que pueda tener demanda. Luego de buscar información, ha decidido sembrar chía. Para ello, pretende obtener un préstamo bancario que le permita invertir en semillas y la mejora de sus tierras de cultivo.

¿Qué precauciones se ha de tener antes de solicitar un crédito bancario? ¿Cómo averiguamos el costo total de los intereses que se pagarán? ¿Qué tipo de interés es el que cobran las entidades financieras? Los estudiantes responden la siguiente pregunta: ¿Qué tendríamos que hacer para poder responder las interrogantes planteadas en la situación significativa?

- El docente menciona el propósito de la sesión: Elaborar un plan de actividades y evidenciar el logro de aprendizaje.
- A continuación, se establecen acuerdos para llevar a cabo el trabajo en equipo:
  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.
- Haciendo uso de tarjetas, los equipos de trabajo responden a las preguntas de la situación significativa.
- El docente toma en cuenta las ideas plasmadas en las tarjetas y solicita que, sobre la base de ellas, cada equipo proponga un conjunto de actividades que podrían desarrollarse para resolver la situación significativa de la unidad. Además, deben presentar una ruta de trabajo a través de un organizador visual, el cual se compartirá en plenaria.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (50 minutos)

- A partir de la actividad anterior, el docente analiza cada una de las ideas anotadas en la pizarra e induce a los estudiantes a determinar las actividades que se llevarán a cabo a lo largo de la unidad. Además, entrega la estructura sugerida del plan de actividades (anexo 3).

- Para ello, indica los aspectos que se han de averiguar: actividades económicas desarrolladas en cada familia, tipo de productos que siembra, ingresos económicos mensuales promedio, acceso a servicios básicos (agua, electricidad), número de hijos, nivel de instrucción, etc. Asimismo, se especifica el modo en que se obtendrá dicha información. Se señala que los estudiantes tendrán que investigar y recomendar estrategias para adquirir el crédito bancario que pretende solicitar la familia de Patricia.
- Los estudiantes, con el apoyo del docente, establecen el orden en el que se llevarán a cabo las actividades. Proponen una ruta de trabajo que identifica cada una de las actividades posibles de realizar.
- El docente establece la correspondencia entre las actividades y las capacidades matemáticas por desarrollarse y los aprendizajes esperados. Además, hace énfasis en la utilidad del campo temático en cada una de ellas.
- Resalta la importancia de la elaboración del producto final de la unidad: Estudio socioeconómico (aplicación de encuestas sobre aspectos socioeconómicos de la población) e investigación sobre financiamiento bancario y préstamos.
- Los estudiantes, en equipo, elaboran una ruta de trabajo a través de un organizador visual y lo comparten en plenaria.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Con participación de los estudiantes, sistematiza los aportes de todos los equipos y genera una ruta de trabajo, que va de la mano de la secuencia de las sesiones de aprendizajes.

CIERRE (15 minutos)

- Los estudiantes escriben en sus cuadernos los compromisos que asumirán para el logro del propósito de la unidad. Resaltan los valores y las actitudes:

Compromisos

Me comprometo a lo siguiente:

1. Trabajar en equipo.
2. Cumplir las tareas asignadas.
3. Reconocer y valorar las principales actividades económicas en la comunidad.
4. Investigar sobre los créditos bancarios y orientar a los pobladores de la comunidad a partir de lo investigado.

El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes:

- ¿Qué les pareció la clase de hoy?
- ¿Por qué es bueno conocer las actividades económicas locales y las posibilidades de adquirir préstamos del banco?
- ¿Consideran que es importante elaborar un plan de actividades?, ¿por qué? ¿De qué manera nos ayuda el plan al implementar y evaluar las actividades?
- ¿Cómo podemos utilizar lo que aprendimos? ¿Qué les pareció trabajar en equipo?
- ¿Fue más fácil el trabajo?

Para tener en cuenta:

- Si la situación lo amerita, las sesiones pueden ser reajustadas o retroalimentadas con la ruta de trabajo elaborada con los estudiantes.
- Para la siguiente sesión, el docente ha de coordinar la visita de un padre o una madre de familia miembro de la comunidad que desarrolle distintas actividades económicas o que venda sus productos en una feria.

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una ficha de coevaluación (anexo 2).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Traer para la siguiente clase la encuesta desarrollada en la sesión 8 de la unidad 1.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Pizarra, tiza, papelotes.

ANEXO 1

Situación significativa

El 64 % de agricultores peruanos viven en la sierra. Esta actividad es el sostén del 80 % de hogares rurales, y lo que se produce es básicamente destinado para el autoconsumo. A grandes rasgos, el agricultor promedio que vive en la sierra, percibe muy bajos ingresos económicos; no tiene Educación Primaria completa (aunque los hijos superan el número de años de escolaridad de los padres); vive con limitado o nulo acceso a la red pública de agua, desagüe y electricidad; tiene un hogar precario y pequeñas extensiones de tierra distribuidas en parcelas dispersas de poco tamaño.

Asimismo, los hogares agrarios tienen estrategias de diversificación de ingresos; es decir, no son exclusivamente agricultores, sino que también se dedican a otras actividades, principalmente independientes y comerciales. Otro elemento que caracteriza a estos hogares, es la migración hacia otras zonas, con el objetivo de conseguir mayores ingresos, la cual puede ser temporal o permanente.

Ante esta realidad y con el objetivo de mejorar sus ingresos económicos, la familia de Patricia desea sembrar un producto que pueda tener demanda. Luego de buscar información, ha decidido sembrar chía. Para ello, pretende obtener un préstamo bancario que le permita invertir en semillas y la mejora de sus tierras de cultivo.

¿Qué precauciones se ha de tener antes de solicitar un crédito bancario? ¿Cómo averiguamos el costo total de los intereses que se pagarán? ¿Qué tipo de interés es el que cobran las entidades financieras? Los estudiantes responden la siguiente pregunta: ¿Qué tendríamos que hacer para poder responder las interrogantes planteadas en la situación significativa?

ANEXO 2

FICHA DE COEVALUACIÓN
(Trabajo en equipo)

Escribe en cada indicador el logro de aprendizaje del estudiante de acuerdo con la siguiente escala:

C: En inicio **B: En proceso** **A: Logro esperado** **AD: Logro destacado**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Respeta la opinión de sus compañeros.	Cumple con las tareas asignadas.	Aporta ideas para el plan de actividades.
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

ANEXO 3

ESTRUCTURA SUGERIDA DE PLAN DE ACTIVIDADES

<table>
<tr><td>Fecha</td><td>Unidad</td><td>Área</td><td>Docente</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Propósito</td><td>Competencias</td><td>Capacidades</td></tr>
<tr><td colspan="2">Escribe la introducción y propósito aquí.</td><td>Escribe las competencias de la correspondiente unidad.</td><td>Escribe los estándares educacionales vistos aquí.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Guía del estudiante</td><td rowspan="4">Materiales y recursos

Escribe todos los materiales o recursos (incluidos de la web) que utilizarás.</td></tr>
<tr><td>ACTIVIDAD

Detallar</td><td colspan="2">Plantea un listado de actividades que te permitan alcanzar el producto de la unidad.</td></tr>
<tr><td>TAREAS

Detallar</td><td colspan="2">Organiza en un cronograma de actividades las tareas que ejecutarás.</td></tr>
<tr><td>Publicación</td><td colspan="2">Presenta el esquema del panel informativo.</td></tr>
</table>

TEXTO PARA EL DOCENTE

Agrobanco lanza programa Creditierra

Martes, 25 de septiembre de 2012 | 16:41

En el primer año de operaciones tiene previsto otorgar 40 millones de soles en créditos a los pequeños productores para la adquisición de tierras.

El presidente del Banco Agropecuario (Agrobanco), Hugo Wiener, informó hoy el próximo lanzamiento del programa Creditierra, que prevé colocar, en el primer año de operaciones, 40 millones de soles en créditos para la adquisición de tierras.

Señaló que el jueves 27 se aprobará la creación de Creditierra, como parte del reordenamiento del sector agrario, de manera que los pequeños productores tengan la posibilidad de ampliar sus minifundios.

"No solo hay que dejar espacio para aquellos inversionistas que vienen con recursos del exterior a comprar tierras, pues hay que apoyar también a los pequeños productores agropecuarios que no tengan más de diez hectáreas", indicó.

Sostuvo que se vende mucha tierra en el Perú, pero el mercado que se ha generado no permite participar al pequeño agricultor.

"La idea es dar financiamiento a los pequeños productores agropecuarios, inicialmente hasta por un plazo de diez años, esperando poder ampliar dicho plazo en función de los recursos que puedan conseguirse en los mercados de capitales", anotó.

Refirió que el préstamo será similar al de un crédito hipotecario y se financiará la adquisición del 80 % del valor de las tierras, como parte de un plan de negocios que asegure un flujo de retorno, con tasas de interés entre 12 y 14 % anual.

"El programa está dirigido a pequeños productores agrícolas o ganaderos de la costa, sierra o selva del país que están en el campo para que consoliden su presencia y así puedan enfrentar parcialmente el problema del minifundio", mencionó.

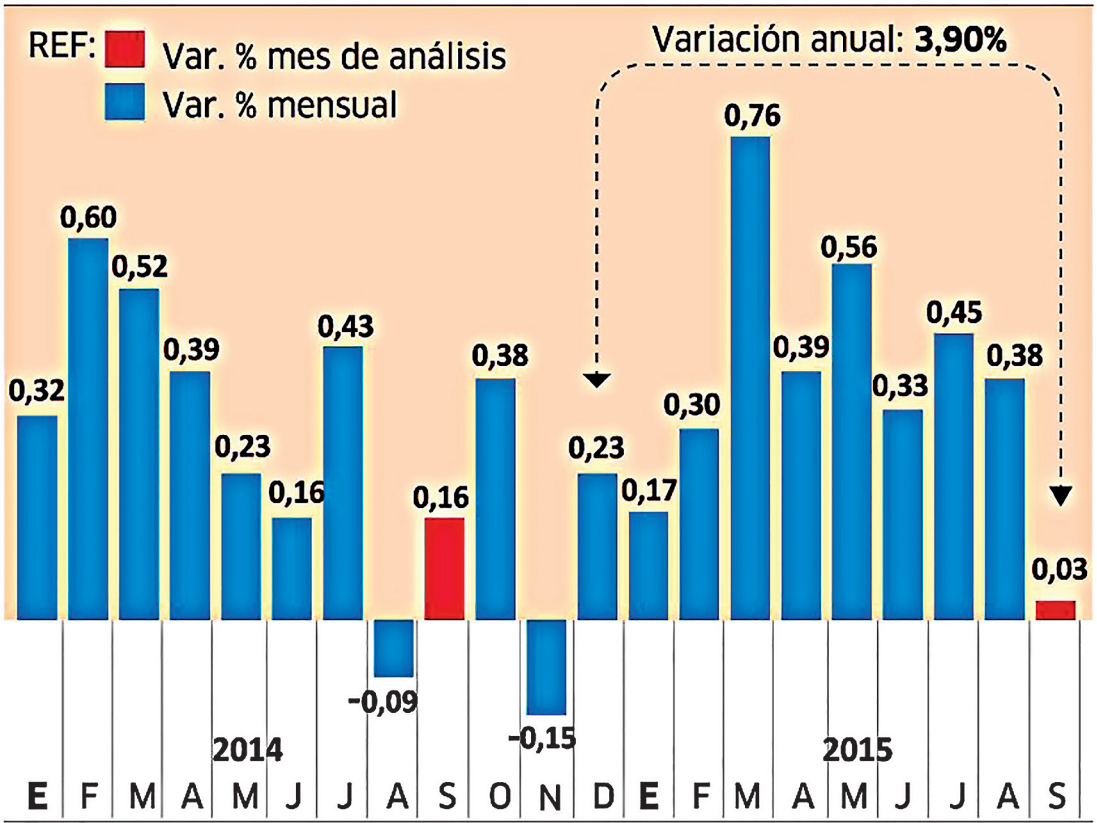
Manifestó que hay consenso sobre este tema al interior del directorio del Agrobanco y también se ha conversado con el ministro de Agricultura, Milton von Hesse, respecto a este tema.

"Si un pequeño productor tiene, por ejemplo, dos hectáreas podría adquirir una adicional, o si tiene cinco hectáreas podría adquirir dos o un poco más", explicó el funcionario luego de participar en el IX Desayuno Agrario denominado Desarrollo Agrario Sostenible.

Wiener apuntó que este programa se usa en otros países, aunque en el Perú la banca y las microfinanzas se han resistido mucho. No obstante, mostró su confianza en que estos actores del mercado se animarán a participar cuando el Agrobanco empiece a colocar créditos.

Fuente: *http://peru21.pe/economia/agrobanco-lanzara-programa-creditierra-2043796*

Variación % mensual del Índice de Precios al Consumidor de Lima Metropolitana 2014 -2015



Fuente: Instituto Nacional de Estadística e Informática. LA REPÚBLICA

La República / Alejandro Alemán

ELABORAMOS UNA ENCUESTA PARA CONOCER ASPECTOS SOCIOECONÓMICOS DE NUESTRA COMUNIDAD

Unidad 4 | Sesión 2

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (30 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y presenta al padre de familia (el docente debe coordinar el propósito, los recursos y la información que utilizará el padre de familia para su exposición de máximo 15 minutos. Asimismo, debe ayudarlo a planificar su exposición).
- El padre de familia saluda a los estudiantes y comenta que conversarán sobre las actividades económicas que realiza. Empieza a contarles sobre su procedencia, su conocimiento de los cambios en las actividades económicas y el desarrollo de la población, así como sobre su niñez y su experiencia educativa, las actividades económicas que desarrolla, la cantidad de parcelas que tiene, los productos que cosecha en ellas, dónde vende los excedentes de sus cosechas y el ingreso familiar promedio. Finalmente, los servicios básicos con los que cuenta (agua, electricidad y medios de comunicación).
- El docente agradece la participación del padre de familia.
- Solicita a los estudiantes que brinden sus apreciaciones acerca de lo comentado por el padre de familia, fomentando que combinen sus comentarios con experiencias familiares propias.

- El docente hace referencia a las actividades en las cuales se centrará la atención para el logro del propósito: “Elaborar una encuesta que permita recoger información sobre aspectos socioeconómicos de la comunidad utilizando procedimientos para recopilar datos”.
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (50 minutos)

- El docente solicita a los estudiantes que revisen las páginas 162 y 163 del texto escolar referentea preguntas abiertas y cerradas.
- Los estudiantes organizados en equipos plantean las preguntas que realizarán en la encuesta para conocer los aspectos socioeconómicos de la comunidad, considerando que deben estar dirigidas a los jefes de familia; para ello, definen las variables que debe intervenir en la encuesta. Luego revisan el modelo de encuesta que elaboraron en sesiones anteriores.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- A continuación, los estudiantes exponen sus trabajos y el docente consolida las ideas a través del diálogo dirigido.
- El docente sistematiza y consolida las preguntas de las encuestas y entrega un modelo de encuesta (anexo 2).
- Recomienda que si el entrevistado no supiera leer, el entrevistador dará lectura a cada pregunta.
- Una vez que se llega a un consenso acerca de los tipos de preguntas que sería conveniente formular en la encuesta y que deben cumplir ciertas características, se pide a los estudiantes que presenten la encuesta corregida y mejorada en la siguiente clase para la revisión por parte del docente.

- Para sistematizar y reforzar los conocimientos que los estudiantes tienen de sesiones anteriores, el docente presenta en un papelote una tabla con preguntas que serán respondidas por los estudiantes. El docente consolida las respuestas y utiliza tarjetas o escribe la respuesta esperada:

Pregunta	Respuesta esperada o inducida por el docente
¿Qué es una encuesta?	La encuesta es una técnica de recopilación de datos que tiene como fin conocer estados de opinión, características o hechos específicos mediante la aplicación de procesos, como observación, interrogación y registros de datos.
En este contexto, ¿qué entienden por variable?	Una característica observada en la población sobre la que se recogerá información.
¿Qué ejemplos de variable podrían mencionar?	Estado civil, número de hijos, grado de instrucción, actividad económica principal, etc.
¿Qué características deben tener las preguntas de una encuesta?	Deben ser claras y precisas, y de interés público. Nos deben ayudar a sacar conclusiones concretas. Las preguntas deben enfocarse en la variable que se está investigando.
¿Qué tipos de preguntas puede contener una encuesta?	Pueden ser de dos tipos: cerradas (con opciones) y abiertas (de respuesta libre).
¿Qué se hace después de haber aplicado una encuesta?	Es necesario tabular y codificar las respuestas obtenidas (tanto cerradas como abiertas).
¿Cómo se presentan los resultados de una encuesta?	En tablas de frecuencias y gráficos estadísticos.

CIERRE (10 minutos)

- Se realizan preguntas para finalizar: ¿Qué aprendimos el día de hoy? ¿Qué características presenta una encuesta? ¿Qué hicieron para formular preguntas para la encuesta? ¿Fue útil la visita del padre de familia?
- Los estudiantes responden a través de una lluvia de ideas.

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Corregir y mejorar la encuesta.
- Elaborar un informe de máximo una cara con información socioeconómica acerca de su familia.
- Traer calculadora para la próxima clase.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Pizarra, tiza, papelote.
- Actor: padre de familia.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Identifica las variables de estudio.		Formula preguntas cerradas y abiertas de acuerdo con las variables de investigación.		Identifica las características que deben tener las preguntas de una encuesta.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							

ANEXO 2

Encuesta sobre aspectos socioeconómicos de la población

Antes de contestar el cuestionario, por favor, lea detenidamente las preguntas y las distintas opciones de respuesta. Si el entrevistado no supiera leer, el entrevistador dará lectura a cada pregunta.

Responda el cuestionario con la mayor sinceridad posible.

Su colaboración es muy valiosa. Agradecemos sinceramente su ayuda.

Escriba lo que se le solicita o marque con un aspa (x) la alternativa que responda a la pregunta.

1. Edad: _____
2. Grado de instrucción:
   a. No ingresó al sistema educativo
   b. Primaria incompleta
   c. Primaria completa
   d. Secundaria incompleta
   e. Secundaria completa
   f. Superior incompleta
   g. Superior completa
3. Número de hijos
   a. 1
   b. 2
   c. 3
   d. 4
   e. 5
   f. 6 o más
4. ¿Cuenta con servicio eléctrico?
   a. Sí
   b. No

5. ¿Cuenta con conexión de agua a domicilio?
    a. Sí
    b. No
6. Marque los medios de comunicación que posee (puede marcar más de una alternativa):
    a. Radio
    b. Televisión
    c. Teléfono fijo
    d. Teléfono móvil
    e. Internet
7. ¿Tiene hijos que radican en la capital regional, provincial, distrital o en la ciudad de Lima?
    a. Sí
    b. No
8. ¿Cuántas parcelas (terrenos de cultivo) tiene?
    a. 1
    b. 2
    c. 3
    d. 4
    e. 5
    f. 6 o más
9. ¿Qué productos siembra en sus terrenos de cultivo (parcelas)? (Puede marcar más de una alternativa).
    a. Maíz
    b. Tubérculos (papa, olluco, oca, etc.).
    c. Frejoles
    d. Quinua
    e. Chía
    f. Frutales
    g. Otros (especifica) _____
10. Lo que siembra básicamente es para:
    a. Autoconsumo
    b. Venta

11. ¿Desarrolla otras actividades económicas además de la agricultura?

    a. Sí

    b. No

12. De ser afirmativa su respuesta anterior, ¿qué actividades económicas adicionales desarrolla?

    a. Ventas en bodegas

    b. Venta de productos de diversos en ferias dominicales

    c. Trabajos temporales en la misma localidad

    d. Trabajos temporales en otras localidades

    e. Compra y venta de ganados

    f. Otros (especifica) _____

13. ¿Cuál es su promedio de ingreso mensual familiar (incluidos los aportes que puedan otorgar los hijos o los subsidios del Estado?

    S/ _____

14. ¿Tiene pensado iniciar un negocio de sembrío y venta de algún producto agrícola? ¿Qué producto sembraría?

    a. Sí: _____

    b. No

15. De ser afirmativa su respuesta anterior, ¿solicitará algún crédito bancario para poder llevar adelante dicha empresa?, ¿en qué institución financiera?

    a. Sí: _____

    b. No

Muchas gracias por su tiempo

APLICAMOS UNA EXPRESIÓN MATEMÁTICA PARA CALCULAR EL TAMAÑO DE UNA MUESTRA Y DETERMINAMOS LOS ELEMENTOS DE ELLA

Unidad 4 | Sesión 3

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente da brevemente la bienvenida a los estudiantes; verifica el cumplimento de la tarea asignada, menciona la importancia de formular correctamente preguntas de investigación y les sugiere recordar los aprendizajes desarrollados en la sesión 7 de la unidad 1 (población y muestra).
- Luego el docente presenta un papelote con la situación problemática trabajada en la unidad 1 e invita a los estudiantes a leer dicha situación:

> Una ONG desea llevar a cabo un trabajo de investigación en el que se desea averiguar el número promedio de hijos que tienen las familias de la región, tanto de la zona rural como de la urbana. Según el último censo, en la región viven diez mil familias; se calcula que en la zona urbana viven ocho mil familias y el resto en las zonas rurales. Para ello, se decidió tomar una muestra de cuatrocientas familias, a las cuales se les aplicará una encuesta. Si tú estuvieras a cargo de dicha investigación, ¿cómo definirías la muestra? Argumenta tu respuesta.

- Los estudiantes responden a través de una lluvia de ideas cómo definirían la muestra.
- El docente sistematiza la información y escribe en la pizarra las ideas fuerza de acuerdo con el propósito de la sesión.
- Hace referencia a las actividades en las cuales se centrará la atención para el logro del propósito "Realizar procedimientos para determinar una muestra representativa de una población y aplicar técnicas de muestreo en el recojo de información".
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente comunica que hará el acompañamiento y la retroalimentación a los equipos y registrará en un instrumento la valoración del cumplimiento de los indicadores y compromisos.
- El docente, junto con los estudiantes, revisan las páginas 158 y 159 del texto escolar para diferenciar los conceptos de población y muestra.
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Indica que para hallar la muestra de una población conocida se utiliza la siguiente expresión:

$$n = \frac{N\ x\ 0,5^2}{\frac{(N-1)\ x\ E^2}{C^2} + 0,5^2}$$

Total de la población = N

Nivel de confianza = C

Tamaño de la muestra = n

Margen de error o intervalo de confianza = E

- Se sugiere presentar la expresión antes mencionada en una cartulina pegada en la pizarra. Al lado de ella, deben figurar cuatro tiras de cartulina con los siguientes títulos:
- El docente aclara los cuatro conceptos anteriores y brinda ejemplos adicionales para que los estudiantes tengan claro qué significa cada uno de ellos y la variable (letra) con la que han sido representadas.
- Presenta la siguiente situación:

> El dueño de una hacienda desea conocer la opinión de las 230 personas que trabajan para él respecto a la atención que reciben. Para ello, aplicará una encuesta a un grupo representativo de manera que los resultados estadísticos presenten un margen de error del 5 % y un nivel de confianza del 95 %. ¿Cuántas personas formarán la muestra?

- El docente menciona los pasos que se deben seguir para la resolución.

1. Identifica los datos en la situación:

   N: población

   E: 0,05 (margen de error o intervalo de confianza)

   C: 1,96 (95 %) (nivel de confianza)

   n: Tamaño de la muestra.

2. Reemplaza los datos identificados en la fórmula y se obtiene la respuesta haciendo uso de una calculadora:

   Por lo tanto, n = 144

- El docente concluye que el tamaño de la muestra estará conformada por 144 personas.
- El docente refuerza mencionando:

n: Tamaño de la muestra

N: Total de población

E: Margen de error o intervalo de confianza. Es el error que se prevé cometer. Se expresa en porcentaje y se escribe en la fórmula como número decimal.

C: Nivel de confianza. Representa el porcentaje de seguridad que existe para generalizar a toda la población los resultados obtenidos de la muestra. Generalmente, está relacionado con dos valores: nivel de confianza 1,96 si es un porcentaje de seguridad; del 95 % y 2,58 si es del 99 %.

El docente indica a los estudiantes que calculen el tamaño de la muestra de cada zona con los datos presentados en la tabla para la situación presentada en la tabla, tanto del medio urbano como del rural.

Dato		
ZONA	N.° de FAMILIAS	MUESTRA DE CADA ZONA
URBANO	8000	
RURAL	2000	
TOTAL	10 000	

Con la información de la tabla el docente distribuye el trabajo para cada equipo de la siguiente manera:

- **Equipo 1:** Calcular el tamaño de la muestra con un nivel de confianza del 95 % y un margen de error del 5 %.
- **Equipo 2:** Calcular el tamaño de la muestra con un nivel de confianza del 95 % y un margen de error del 3 %.
- **Equipo 3:** Calcular el tamaño de la muestra con un nivel de confianza del 99 % y un margen de error del 5 %.
- **Equipo 4:** Calcular el tamaño de la muestra con un nivel de confianza del 99 % y un margen de error del 3 %.

Los equipos realizan los cálculos, completan el cuadro anterior y presentan los resultados en un papelote.

El docente pregunta: ¿Por qué creen que el tamaño de la muestra se incrementa a medida de que se eleva el nivel de confianza y disminuye el margen de error?

Los estudiantes responderán a través de lluvia de ideas y el docente consolida la información. Se determinará que existen varias formas de calcular la muestra en estos casos. Puede ser: simple, sistemático y estratificado. (NOTA: si la I. E. cuenta con los medios, se puede visualizar el siguiente video en https://goo.gl/Ro8L5o).

El docente formula las preguntas que se muestran a continuación:

Pregunta	Respuesta esperada o inducida por el docente
¿Qué entiendes por una muestra?	Conjunto representativo de la población sobre el que se estudia una determinada propiedad o característica y permite inferir datos de una población.
¿En qué situaciones se considera necesario hacerlo?	Cuando la población es muy numerosa, o es muy difícil de controlar, o se disponga de un menor tiempo de estudio.
¿Qué tipos de muestreo aleatorio conoces?	Simple, sistemático y estratificado
¿Por qué es necesario usar muestras para estudiar una población?	Reduce costos, permite acortar el tiempo de estudio, procesar los datos en menor tiempo, de fácil control.

Los estudiantes completan la autoevaluación del trabajo realizado en la clase (anexo 2).

CIERRE (15 minutos)

Con participación de los estudiantes, el docente concluye que:

- El muestreo es una herramienta de la investigación. Nos permite extraer un subconjunto de la población que represente sus mismas características.
- Para determinar el tamaño de la muestra se necesita conocer la población (N), el margen de error (E) y el nivel de confianza (C).
- Luego de determinar el tamaño de la muestra se debe determinar cómo se seleccionará quiénes la conforman.

Se realizan preguntas:

- ¿Qué aprendimos el día de hoy?
- ¿Qué dificultades tuvieron?, ¿cómo las resolvieron?
- ¿En qué casos se hace necesario tomar muestras de una población?
- ¿Por qué creen que no se puede escoger libremente el tamaño de una muestra?

Los estudiantes responden a través de una lluvia de ideas.

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Con motivo de aplicar la encuesta elaborada en la sesión anterior, se pide a los estudiantes averiguar la población total de la comunidad, urbanización o asentamiento humano donde viven, y calcular el tamaño de la muestra con un margen de error del 5 % y un nivel de confianza del 95 %. Si la población fuera pequeña, no sería necesario efectuar este proceso, ya que la encuesta se aplicaría al total de la población.
- Se pide a los estudiantes revisar la lectura "Estudio de opinión pública sobre las elecciones presidenciales 2016" (anexo 3) y presentar un resumen en la siguiente sesión.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Pizarra, tiza, papelotes.
- Sitio web: Compañía peruana de estudio de mercados y opinión pública (http://cpi.pe/index.html). Del banco de datos, se sugiere el siguiente enlace: https://goo.gl/waOusL

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Diferencia población de muestra.		Determina que existen varias formas de calcular la muestra cuando se eleva el nivel de confianza y disminuye el margen de error.		Utiliza correctamente la expresión matemática (modelo) para calcular el tamaño de una muestra.		Explica en qué situaciónes es conveniente usar este tipo de muestreo.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

ANEXO 2

FICHA DE AUTOEVALUACIÓN

Docente: **Grado y sección:**

Responde las preguntas de manera reflexiva y responsable de acuerdo con la siguiente valoración:

Nunca: 0 **A veces: 1** **Siempre: 2**

INDICADORES	Nunca	A veces	Siempre
¿Comprendí el desarrollo de las actividades de la sesión?			
¿Procuré solucionar las dudas que tuve?			
¿Desarrollé todas las actividades propuestas?			
¿Acepté mis errores y los corregí?			
¿Trabajé con orden y limpieza?			
¿Compartí mis conocimientos con mis compañeros?			
¿Supe respetar las ideas de los demás?			
¿Aporté al trabajo de mi equipo?			
¿Fui tolerante, aunque no estaba de acuerdo?			
¿Participé activamente en toda la sesión?			
Puntajes parciales			
Puntaje final:			

ANEXO 3

ESTUDIO DE OPINIÓN PÚBLICA SOBRE LAS ELECCIONES PRESIDENCIALES 2016:

PREFERENCIAS POR CANDIDATOS - Perú Urbano - (22 al 27 de junio de 2015)

ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DEL ESTUDIO DE OPINIÓN PÚBLICA A NIVEL DEL PERÚ URBANO

1. OBJETIVOS DEL ESTUDIO

EVALUACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA DEL PAÍS

- Principales problemas que deberían ser resueltos por el gobierno del Presidente Ollanta Humala o por el próximo Presidente del país
- Medidas que debería tomar el gobierno del Presidente Ollanta Humala para enfrentar la delincuencia en nuestro país

ELECCIONES PRESIDENCIALES 2016: INTENCIÓN DE VOTO

- Intención de voto por candidatos para presidente del Perú
- Grado de seguridad con respecto a la intención de voto de los candidatos presidenciales
- Preferencia en una segunda vuelta para presidente del Perú:
  - ✓ Alan García del APRA y Keiko Fujimori de Fuerza Popular/ Fujimorismo
  - ✓ Keiko Fujimori de Fuerza Popular/ Fujimorismo y Pedro Pablo Kuczynski de Peruanos por el Kambio (PPK)
- Opinión respecto a la capacidad y honradez de los posibles candidatos a la presidencia del país

2. UNIVERSO INVESTIGADO

Población urbana del país, hombres y mujeres de 18 años a más que residen en las 5 zonas geográficas en las que se ha subdividido el país.

3. ÁMBITO Y COBERTURA GEOGRÁFICA DE LA MUESTRA ESTADÍSTICA INVESTIGADA

Ámbito Nacional con la siguiente cobertura geográfica:

- Lima Metropolitana conformada por 38 distritos de Lima y Callao
- 10 departamentos del Perú.
- 21 provincias en los 10 departamentos investigados
- 98 distritos en las 21 provincias investigadas

4. TÉCNICA DE LA ENCUESTA

Entrevista personal utilizando un cuestionario estructurado, en los propios hogares de las personas seleccionadas en la muestra estadística.

5. UNIVERSO INVESTIGADO, TAMAÑO DE LA MUESTRA ESTADÍSTICA, MARGEN DE ERROR Y TASA DE RESPUESTA

ZONAS	2014: POBLACIÓN URBANA DE 18 AÑOS A MÁS		MUESTRA ESTADÍSTICA URBANA	MARGEN DE ERROR ± %
	TOTAL	INVESTIGADA		
TOTAL PERÚ	**15,477,687**	**10,977,492**	**1,200**	**2.8**
LIMA METROPOLITANA	**6,734,391**	**6,734,391**	**550**	**4.2**
INTERIOR DEL PAIS	**8,743,296**	**4,243,101**	**650**	**3.8**
LIMA PROVINCIAS	491,279	0	0	0.0
COSTA NORTE Y SIERRA NORTE	3,381,076	2,030,339	220	6.6
SIERRA CENTRO Y SIERRA SUR	2,234,573	892,580	190	7.1
COSTA SUR	1,544,131	1,054,892	170	7.5
ORIENTE	1,092,237	265,290	70	11.7
Representatividad de la muestra sobre la población total urbana (%)		**70.9**		

Fuente: INEI (Censo 2007)
Elaboración: CPI (Proyecciones Junio 2014)

El **margen de error** ha sido calculado asumiendo un **nivel de confianza** de 95,5% y valores para p y q=0.5.

La tasa de respuesta en la presente encuesta fue de 70.7 %.

6. SISTEMA DE MUESTREO	El sistema de muestreo aplicado en la presente investigación es semi probabilístico, polietápico y por áreas. En el caso de Lima Metropolitana además es estratificado. Es semiprobabilístico porque todas las unidades de muestreo a excepción de la última que al no contar con un listado de personas, tiene una probabilidad conocida y diferente de cero de ser seleccionada. Es polietápico porque la selección de las unidades de muestreo se realiza en más de una etapa. Es por áreas porque se hace una selección independiente por zonas y/o ámbitos geográficos denominados niveles de inferencia.
7. ETAPAS Y MÉTODO DE MUESTREO	CPI selecciona a la persona de 18 años a más, considerando cuatro etapas de muestreo, las cuales se describen a continuación: **Primera Etapa**: Selección aleatoria sistemática con probabilidad, proporcional al tamaño de UPM's sobre el marco muestral CPI. (UPM: conglomerado de 80 viviendas promedio). Para determinar el número de UPM's a muestrear tomamos como base el número de encuestas a realizar dentro de la UPM (8 encuestas). **Segunda Etapa:** Selección aleatoria sistemática de viviendas dentro de la UPM por nivel socioeconómico utilizando un salteador aleatorio ("k") que varía según el nivel que prevalece en el UPM seleccionado. **Tercera Etapa:** Selección aleatoria simple del hogar de darse el caso dentro de una vivienda seleccionada. **Cuarta Etapa**: Selección de la persona de 18 años a más dentro del hogar seleccionado respetando la cuota según sexo y edad (cuota definida de acuerdo a la estructura poblacional del universo estimado en base a las proyecciones elaboradas en base a información oficial del INEI). En caso de encontrar a más de una persona que pertenece a la población objetivo, se aplica la tabla de Kish para seleccionar aquella a encuestar.
8. PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	En primer lugar realizamos un procesamiento de los datos en forma independiente para cada una de las cinco zonas consideradas en el estudio. La aplicación de los factores de ponderación permiten ajustar la estructura muestral obtenida a través del muestreo a la estructura poblacional estimada por CPI en base a información oficial del INEI.
9. SUPERVISIÓN DE CAMPO	30% de la producción de cada encuestador mediante el sistema de la re-entrevista, sea telefónica o directamente con el entrevistado.
10. FECHA TRABAJO DE CAMPO	22 al 27 de junio de 2015
11. NOMBRE DE LA EMPRESA ENCUESTADORA	Cía. Peruana de Estudios de Mercados y Opinión Pública S.A.C.
12. REGISTRO JNE	No. 100-REE/ JNE
13. NOMBRE DE LA PERSONA JURÍDICA QUE CONTRATA/ PUBLICA EL ESTUDIO	GRUPO RPP – RPP RADIO
14. PÁGINA WEB y EMAIL CPI	www.cpi.pe cpi@cpi.pe

Fuente: *http://cpi.pe/images/upload/paginaweb/archivo/23/opnac201507_03.pdf*

INTERPRETAMOS EL ERROR MUESTRAL

Unidad 4 | Sesión 4

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.

DESARROLLO (20 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y recoge la tarea de la clase anterior. Asimismo, comunica que ha revisado la encuesta entregada la sesión anterior y que está lista para ser aplicada.
- Pregunta a los estudiantes qué elementos intervienen en la expresión matemática que permite calcular el tamaño de una muestra.
- Los estudiantes responden de manera ordenada.
- El docente pregunta:

¿Qué entienden por error muestral? ¿Qué relación existirá entre error muestral y tamaño de la muestra?

- Los estudiantes responden a través de la técnica de lluvia de ideas.
- El docente presenta en un papelote la situación problemática (anexo 3).
- Situación de Inicio:

> Los resultados de un estudio estadístico sobre la producción diaria de leche en una muestra de vacas del centro ganadero "Piedras Negras" informan que el 91 % de ellas produce más de 7 litros. Si el margen de error con que se seleccionó la muestra fue del 2 % y la población está formada por 1020 vacas, ¿cuántas se espera que produzcan más de 7 litros?

- En equipos dialogan e intercambian opiniones y registran con la técnica del metaplán sus respuestas en la pizarra.
- El docente hace referencia a las actividades en las cuales centrarán su atención para el logro de los aprendizajes esperados, e indica que el propósito de la sesión será: "Interpretar el significado del error muestral y utilizar procedimientos para hallar el intervalo de confianza en diferentes situaciones problemáticas contextualizadas".
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

> - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
> - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
> - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

- Se evaluará el trabajo individual y grupal de los estudiantes mediante el uso del instrumento de evaluación del anexo 1.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente realiza preguntas para identificar datos de la situación propuesta.
- Presenta un esquema que permite dar solución a la situación de inicio presentada.

Primer paso: determinar el intervalo porcentual de la población.

Con la participación de los estudiantes llegan a la siguiente expresión:

$$[(91 - 2\,\%) - (91 + 2\,\%)] \rightarrow [89\,\% - 93\,\%]$$

Segundo paso: calcular y representar el 89 % y el 93 % del total de vacas.

Los estudiantes hallan el 89 % de 1020 = 908 y el 93 % de 1020 = 949.

El docente muestra una representación gráfica y ubica los resultados obtenidos.

Respuesta: Se espera que entre 908 y 949 vacas produzcan más de 7 litros.

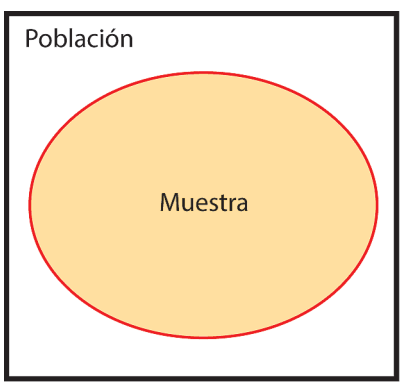
El docente vuelve a preguntar a los estudiantes: "Analizando la resolución del problema, ¿qué pueden entender ahora por error muestral?". La idea es orientarlos a que lleguen a respuestas como:

- Es la diferencia que puede haber entre el resultado que obtenemos al preguntar a una muestra de la población y el que obtendríamos si preguntáramos al total de ella.

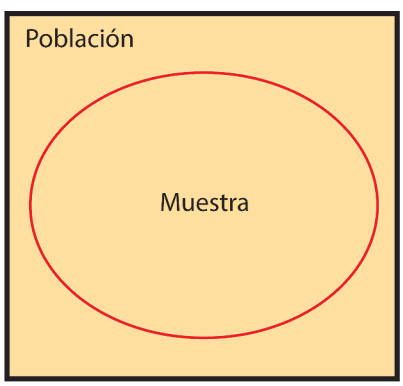
El docente presenta un ejemplo que será representado gráficamente (anexo 3).

Situación 1

> Si el 70 % de la muestra tiene como plato favorito la pachamanca, podemos afirmar, con un margen de error del 5 %, que se espera que guste de dicho plato entre el 65 % y el 75 % de la población.



El 70 % de la muestra gusta de la pachamanca.



Entre el 65 % y el 75 % de la población gusta de la pachamanca.

- El docente presenta en un papelote la siguiente situación (anexo 3).

  Situación 2:

> En una investigación en la comunidad de Alto Andino en Ayacucho los resultados de la muestra informan, con un margen de error del 5 %, que el 78 % de los encuestados participa en la ejecución de algún proyecto rural. ¿Cuántos de los 2345 individuos que forman la población se espera que participen en la ejecución de algún proyecto rural?

- Los estudiantes desarrollan la situación en equipos. Mientras trabajan, el docente visita los equipos, despeja dudas y monitorea el trabajo. Resalta la importancia del uso de esquemas para mejorar la comprensión al resolver el problema.
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Luego los estudiantes comparten las estrategias utilizadas en sus soluciones argumentando el proceso seguido y la interpretación que obtienen de los resultados obtenidos.
- Antes de terminar, el docente devuelve a cada equipo la encuesta corregida y los estudiantes se organizan para aplicarla en su comunidad. Es importante resaltar que todos deben participar en la aplicación.

CIERRE (10 minutos)

- Los estudiantes siguen un proceso de metacognición mediante las siguientes preguntas:
  - ¿Qué has aprendido sobre el error muestral? ¿Qué se puede interpretar a partir del error muestral?
  - ¿Qué dificultades has tenido?
  - ¿Cómo las has superado?
  - ¿En qué situaciones de la vida real puedo aplicar lo que he aprendido?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Los estudiantes desarrollan las situaciones del anexo 2.
- Reproducir la encuesta y aplicarla a la muestra seleccionada (o a la totalidad de la población, según sea el caso). Traer en la siguiente clase los resultados sin tabular.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Pizarra, tiza, papelote.
- Ficha de trabajo.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Identifica el valor del error muestral en una situación problemática.		Calcula el intervalo de confianza determinado por el error muestral.		Interpreta el significado del error muestral en el contexto de una situación problemática.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

FICHA DE TRABAJO

Propósito:

- Resolver distintas situaciones problemáticas que involucran interpretar el significado del error muestral.

Integrantes:

PROBLEMA 1:

En una investigación realizada en Chaquilbamba, los resultados de la muestra informan que, con un margen de error del 3 %, el 20 % tiene estudios superiores. ¿Cuántos de los 846 individuos que forman la población se espera que tengan estudios superiores? Justifica tu respuesta.

PROBLEMA 2:

Con un error muestral del 4 %, se efectúa una encuesta de satisfacción laboral a un equipo representativo de los 431 obreros que trabajan en una minera que se ubica en Marcona, y se obtiene que el 63 % se muestra satisfecho. ¿Cuántos obreros del total se espera que se muestren satisfechos? Explica tu respuesta.

PROBLEMA 3:

Con un error muestral del 3 %, se realiza un estudio de control de calidad del yogur que hay en un grupo de botellas de 1 L. Los resultados informan que el 5 % de dicha muestra contiene entre 1,05 L y 1,1 L. ¿Qué se espera que ocurra si se revisan todas las 5000 botellas de yogur que forman la población?

ANEXO 3

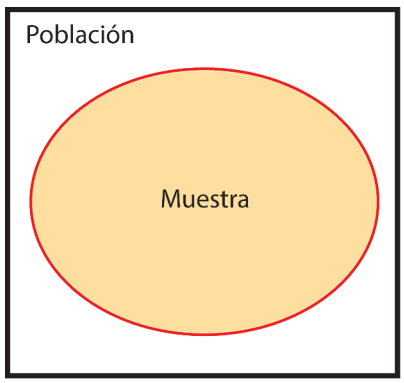
SITUACIONES PRESENTADAS EN EL DESARROLLO DE LA SESIÓN

Situación de inicio

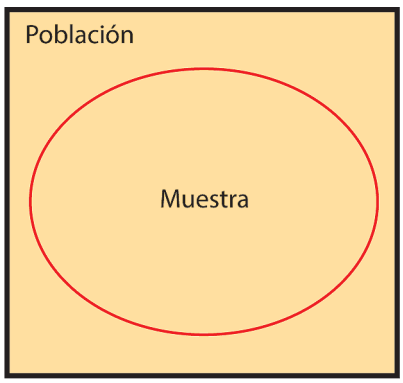
Los resultados de un estudio estadístico sobre la producción diaria de leche en una muestra de vacas del centro ganadero “Piedras Negras” informan que el 91 % de ellas produce más de 7 litros. Si el margen de error con que se seleccionó la muestra fue de 2 % y la población está formada por 1020 vacas, ¿cuántas se espera que produzcan más de 7 litros?

Situación 1

Si el 70 % de la muestra tiene como plato favorito la pachamanca, podemos afirmar, con un margen de error del 5 %, que se espera que guste de dicho plato entre el 65 y el 75 % de la población.



El 70% de la muestra gusta de la pachamanca.



Entre el 65% y el 75% de la población gusta de la pachamanca.

Situación 2

En una investigación en la comunidad de Alto Andino en Ayacucho los resultados de la muestra informan, con un margen de error del 5%, que el 78% de los encuestados participan en la ejecución de algún proyecto rural. ¿Cuántos de los 2345 individuos que forman la población se espera que participen en la ejecución de algún proyecto rural?

TABULAMOS DATOS SOCIOECONÓMICOS DE NUESTRA LOCALIDAD Y ELABORAMOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Unidad 4 | Sesión 5

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y conversa con ellos acerca de la aplicación de la encuesta efectuada. Hace referencia a las dificultades que pudieron tener y a los hallazgos encontrados. Asimismo, indica que en esta sesión deben presentar los datos.
- A continuación, el docente hace referencia a las actividades en las cuales centrarán su atención para el logro de los aprendizajes esperados, e indica que el propósito de la sesión será tabular los datos en una tabla de frecuencias y elaborar gráficos estadísticos.
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

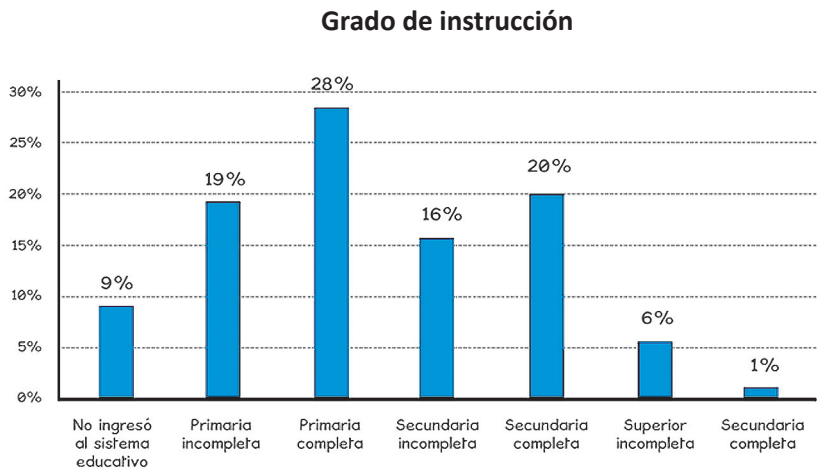
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente menciona que la tabulación de datos y la elaboración de tablas de frecuencias y de gráficos estadísticos conforman un proceso que ellos ya trabajaron en la sesión 9 de la unidad 1, y que pueden seguir de manera similar en la presente sesión.
- El docente realiza recojo de saberes previos a partir de una lluvia de ideas y anota en la pizarra las principales ideas fuerza (3 minutos).
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- El docente, para agilizar el trabajo, designa el número de las preguntas de la encuesta (anexo 2) que le corresponde simular a cada equipo. Asigna las preguntas de la siguiente forma:
  - Equipo N.° 1: Preguntas del 1 al 3
  - Equipo N.° 2: Preguntas del 4 al 6
  - Equipo N.° 3: Preguntas del 7 al 9
  - Equipo N.° 4: Preguntas del 10 al 12
  - Equipo N.° 5: Preguntas del 13 al 15
- Los estudiantes elaboran sus tablas de distribución de frecuencias en papelotes. A partir de las tablas elaboradas, escogen una de ellas para representarla en un gráfico estadístico.
- El docente monitorea el trabajo de los estudiantes para que seleccionen el gráfico más pertinente y representen la información contenida en la tabla.
- Si la I. E. cuenta con laptops XO, se recomienda utilizar las hojas de cálculo para la elaboración de los gráficos estadísticos y presentarlas haciendo uso de dispositivos multimedia.
  - Ejemplo:
    Tabla de frecuencias

Grado de instrucción	f_i	h_i	h %
No ingresó al sistema educativo	8	0,09	9 %
Primaria incompleta	17	0,19	19 %
Primaria completa	25	0,28	28 %
Secundaria incompleta	14	0,16	16 %
Secundaria completa	18	0,20	20 %
Superior incompleta	5	0,06	6 %
Superior completa	1	0,01	1 %
Total	**88**	**1**	**100 %**

Gráfico estadístico



- Mediante la técnica del museo, los equipos observan los trabajos de sus compañeros. Un integrante de cada equipo explica el proceso seguido para la elaboración e interpretación de los resultados obtenidos.
- Se menciona que la tabla y el gráfico muestran la misma información aunque representadas de forma distinta.

CIERRE (15 minutos)

- El docente, con la participación de los estudiantes, verifica los resultados obtenidos y hace énfasis en la interpretación de los resultados recalcando el propósito para el que fue elaborada la encuesta, así como para conocer aspectos socioeconómicos de nuestra comunidad y realizar interpretaciones.

- El docente, con la participación de los estudiantes, propone algunas conclusiones obtenidas del procesamiento de datos de la encuesta.
- Solamente el 9 % de los pobladores encuestados no accedió al sistema educativo.
- Un 28 % de las personas encuestadas manifestó que su máximo grado de instrucción es primaria completa. Un poblador de la comunidad tiene educación superior completa.
- El 27 % de la población encuestada concluyó su educación secundaria.
- El docente presenta un ejemplo de conclusión obtenida del gráfico estadístico:
- La encuesta nos permitió conocer el grado de instrucción de las personas que respondieron el cuestionario, para de ese modo ayudarnos a poder diseñar un plan de acción.
- El docente pide a los estudiantes ensayar interpretaciones a partir de la información consignada y emitir una conclusión por equipo.
- Los estudiantes realizan un proceso de metacognición mediante las siguientes preguntas:
  - ¿Qué dificultades he tenido? ¿Cómo las he superado?
  - ¿En qué situaciones de la vida real puedo aplicar lo que he aprendido?
  - ¿Cuál de los gráficos consideras que es más sencillo para representar datos?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Elaborar los gráficos estadísticos y las conclusiones obtenidas de las preguntas restantes (recuerde que cada equipo solo elaboró un gráfico de las tres preguntas que tabuló).
- Indagar en la comunidad si hay familias que recibieron algún préstamo del banco. Para la siguiente sesión, traer información de dos familias que hayan adquirido un préstamo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Pizarra, tiza, papelotes.
- Laptops XO.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Organiza la información en una tabla de distribución de frecuencias.		Elabora el gráfico estadístico de la información recogida en la encuesta.		Interpreta la información obtenida en la tabla o gráfico estadístico.		Formula conclusiones de la información obtenida en los gráficos estadísticos.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

ANEXO 2

Encuesta sobre aspectos socioeconómicos de la población

Antes de contestar el cuestionario, por favor, lea detenidamente las preguntas y las distintas opciones de respuesta. Si el entrevistado no supiera leer, el entrevistador dará lectura a cada pregunta.

Responda el cuestionario con la mayor sinceridad posible.

Su colaboración es muy valiosa. Agradecemos sinceramente su ayuda.

Escriba lo que se le solicita o marque con un aspa (x) la alternativa que responda a la pregunta.

1. Edad: _____
2. Grado de instrucción:
   a. No ingresó al sistema educativo
   b. Primaria incompleta
   c. Primaria completa
   d. Secundaria incompleta
   e. Secundaria completa
   f. Superior incompleta
   g. Superior completa
3. Número de hijos
   a. 1
   b. 2
   c. 3
   d. 4
   e. 5
   f. 6 o más
4. ¿Cuenta con servicio eléctrico?
   a. Sí
   b. No

5. ¿Cuenta con conexión de agua a domicilio?
    a. Sí
    b. No
6. Marque los medios de comunicación que posee (puede marcar más de una alternativa):
    a. Radio
    b. Televisión
    c. Teléfono fijo
    d. Teléfono móvil
    e. Internet
7. ¿Tiene hijos que radican en la capital regional, provincial, distrital o en la ciudad de Lima?
    a. Sí
    b. No
8. ¿Cuántas parcelas (terrenos de cultivo) tiene?
    a. 1
    b. 2
    c. 3
    d. 4
    e. 5
    f. 6 o más
9. ¿Qué productos siembra en sus terrenos de cultivo (parcelas)? (Puede marcar más de una alternativa).
    a. Maíz
    b. Tubérculos (papa, olluco, oca, etc.).
    c. Frejoles
    d. Quinua
    e. Chía
    f. Frutales
    g. Otros (especifica) _____
10. Lo que siembra básicamente es para:
    a. Autoconsumo
    b. Venta

11. ¿Desarrolla otras actividades económicas además de la agricultura?

    a. Sí

    b. No

12. De ser afirmativa su respuesta anterior, ¿qué actividades económicas adicionales desarrolla?

    a. Ventas en bodegas

    b. Venta de productos de diversos en ferias dominicales

    c. Trabajos temporales en la misma localidad

    d. Trabajos temporales en otras localidades

    e. Compra y venta de ganados

    f. Otros (especifica) _____

13. ¿Cuál es su promedio de ingreso mensual familiar (incluidos los aportes que puedan otorgar los hijos o los subsidios del Estado?

    S/ _____

14. ¿Tiene pensado iniciar un negocio de sembrío y venta de algún producto agrícola? ¿Qué producto sembraría?

    a. Sí: _____

    b. No

15. De ser afirmativa su respuesta anterior, ¿solicitará algún crédito bancario para poder llevar adelante dicha empresa?, ¿en qué institución financiera?

    a. Sí: _____

    b. No

Muchas gracias por su tiempo

TEXTO PARA EL DOCENTE

El mapa de progreso de estadística y probabilidad

El mundo que nos rodea presenta una cantidad de hechos caracterizados por la presencia de la incertidumbre y la creciente disponibilidad de datos e información. En este contexto, personas e instituciones enfrentamos exigencias para tomar decisiones en ambientes de incertidumbre. Somos testigos que algunas veces las cosas no ocurren según las predicciones realizadas; por ejemplo, los pronósticos del tiempo o el resultado de las elecciones a veces nos traen sorpresas. Por su parte, las comunidades científicas relativizan sus hallazgos y delimitan el ámbito de validez de los avances científicos que logran, abandonando la postura tradicional de considerar la ciencia como un cuerpo de conocimientos con validez absoluta. En ese contexto, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2003) declara que los aprendizajes que se logran a partir de la Estadística y el cálculo de probabilidades deben adquirir hoy mayor importancia de la que tenían en el pasado, pues se han constituido en herramientas que ayudan al estudiante a organizar y profundizar su conocimiento sobre la realidad que lo circunda; contribuyendo a la toma decisiones en escenarios de cambio y de abundante información.

El estudio de la Estadística y Probabilidad favorece el desarrollo personal, al posibilitar la mejora del razonamiento estadístico para una adecuada toma de decisiones a partir de una valoración de las evidencias objetivas; asimismo, sirve de instrumento para el aprendizaje de otras áreas curriculares. Diversas investigaciones destacan la importancia de su aprendizaje. Así, se ha señalado que la estadística permite a las personas desarrollar la capacidad para apreciar datos con mayores niveles de precisión, elaborar estimaciones razonables, usar la información extraída de los datos para apoyar un argumento (Holmes, 1986); reconocer los alcances y limitaciones de la Matemática, así como reconocer que la solución de los problemas no es siempre única o inmediata sino que existe una fuerte presencia de fenómenos aleatorios (Batanero y Moreno, 2007).

Finalmente, Vecino (2003) coincide con los anteriores en señalar que la temprana introducción de la estadística en la escolaridad desarrolla la confianza y capacidad de los estudiantes para llevar a

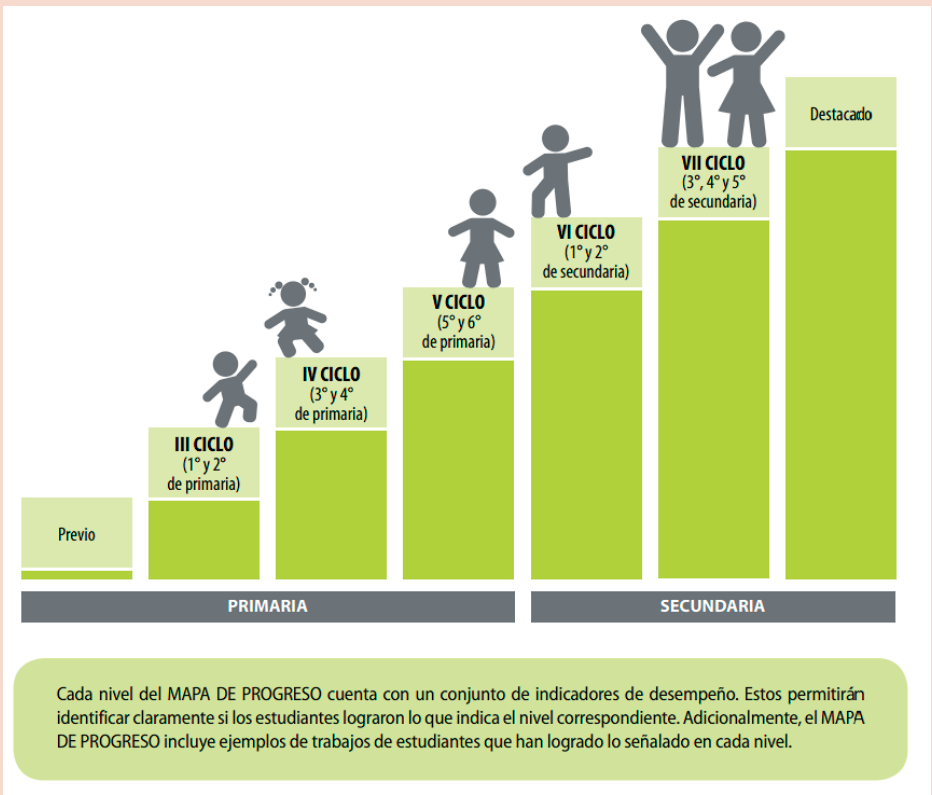
cabo una investigación. El Mapa de Progreso de Estadística y Probabilidad describe el desarrollo progresivo de la competencia para procesar e interpretar diversidad de datos transformándolos en información y analizar situaciones de incertidumbre para formular predicciones que permitan tomar decisiones adecuadas.

La descripción del progreso del aprendizaje en este dominio se realiza con base en tres aspectos:

a. **Recopilación y procesamiento de los datos**. Implica el desarrollo de capacidades para trabajar con los datos, recopilarlos, clasificarlos, organizarlos, representarlos y determinar sus medidas descriptivas en función del propósito, con la finalidad de brindar insumos para su interpretación.

b. **Interpretación y valoración de los datos**. Implica el desarrollo de capacidades para convertir en información los datos procesados mediante la lectura, interpretación, inferencia y valoración de la pertinencia y representatividad de los mismos con la finalidad de tomar decisiones.

c. **Análisis de situaciones de incertidumbre**. Implica el desarrollo de capacidades para identificar, describir, modelar una situación aleatoria, determinar sus componentes (espacio muestral, el contexto y sus restricciones) y estimar la probabilidad de ocurrencia de los sucesos relacionados con ella, con la finalidad de predecirlos y tomar decisiones. .



Fuente: IPEBA; MINEDU. (2013). Mapas de Progreso del Aprendizaje. Matemática: Estadística y probabilidad. Lima, Perú: CEPREDM. Recuperado el 22/09/2016 de *https://goo.gl/82JJOL*

CALCULAMOS EL INTERÉS SIMPLE AL SOLICITAR UN PRÉSTAMO O AHORRAR EN EL BANCO

Unidad 4 | Sesión 6

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de cantidad.	Comunica la comprensión sobre los números y las operaciones.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y comenta brevemente con ellos acerca de los resultados de la encuesta aplicada para conocer los aspectos socioeconómicos de la población.
  - A continuación, presenta a una persona que hablará sobre tipos de préstamos, tasas de interés, etc. (puede ser el personal de una entidad financiera).
  - En caso sea un poblador, puede comentar el monto que ha solicitado como préstamo, el número de cuotas, cuánto ha pagado por interés, en cuánto tiempo pagará el crédito solicitado, etc.
- Una vez culminada la participación del visitante, el docente y los estudiantes agradecen su presencia en el aula.
- El docente solicita a los estudiantes que mencionen todos aquellos términos financieros que hayan oído, así como alguna experiencia familiar que hayan tenido al respecto.
  - El docente hace referencia a las actividades en las cuales centrarán su atención para el logro de los aprendizajes esperados e indica que el propósito de la sesión será el siguiente: “Solucionar problemas utilizando procedimientos de estimación y cálculo referentes a tasas de interés simple”.
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

- Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
- Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
- Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

El docente presenta en un papelote la siguiente situación problemática:

Situación de inicio

Con el objetivo de mejorar sus ingresos económicos, la familia de Patricia desea sembrar un producto que pueda tener demanda. Luego de buscar información, ha decidido sembrar chía. Por ello, pretende obtener un préstamo bancario para invertir en semillas y en la mejora de sus tierras de cultivo. Luego de consultar en las cajas rurales y municipales de ahorro y crédito, la familia decide solicitar un préstamo de 20 000 soles para pagarlo mensualmente durante tres años a una tasa de interés del 16 % anual. ¿A cuánto ascienden los intereses que tendrá que pagar? ¿Cuál es el monto final que habrá pagado a la entidad financiera al concluir los tres años?

El docente realiza las siguientes preguntas orientadoras:

- ¿De qué trata el problema?
- ¿Para qué solicita el préstamo?
- ¿Cuál es la cantidad que solicitarán a la entidad financiera?
- ¿Cuál es la tasa de interés?
- ¿Por cuánto tiempo es el préstamo?
- ¿Por qué se paga un interés al solicitar un préstamo?
- ¿Qué precauciones debe tener antes de solicitar un crédito bancario?

Con aportes de los estudiantes y la asesoría del docente se llega a la conclusión de que se trata de un problema de interés simple.

Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

El docente organiza las respuestas de los estudiantes:

Interés simple

- Capital inicial (C_0): S/ 20 000
- Tasa de interés anual (r): 16 % = 0,16
- Tiempo (t): 3 años

- Al finalizar el primer año:
  Interés generado: 0,16 × 20 000 = 3200

- Se pagan los intereses, y el capital sigue siendo S/ 20 000
- Al finalizar el segundo año:
  Interés generado: 0,16 × 20 000 = 3200

- Se pagan los intereses y el capital sigue siendo S/ 20 000
- Al finalizar el tercer año:
  Interés generado: 0,16 × 20 000 = 3200

- Al final de los tres años, el préstamo solicitado se convierte en
  20 000 + 3200 + 3200 + 3200 = S/ 29 600
- Se tiene un interés de S/ 9600

- Se puede obtener directamente el interés pagado en los tres años
  I = 20 000 × 0,16 × 3 = 9600

- Si C_0 es el capital inicial, r es la tasa de interés anual, y t es el tiempo, entonces el interés simple es: $I = C_0 \cdot r \cdot t$

Luego de la solución de la situación inicial, el docente consolida con ideas fuerza:

- La tasa de interés (r) debe estar expresada en decimal.
- El tiempo de plazo (t) se debe expresar en las mismas unidades que la unidad de tiempo de la tasa de interés (r). Es decir, los dos deben estar en años, meses o días; si no lo estuvieran, se deberán hacer las conversiones o cambios necesarios.
- Del mismo modo, el docente indica que la palabra monto se refiere al total del capital inicial más los intereses, y que si no se especifica el tiempo de la tasa de interés, se asume que es anual.

El docente solicita a los estudiantes leer la página 34 del texto escolar y revisar los ejemplos de interés simple.

- Cada equipo de trabajo desarrolla una situación problemática de la actividad 1 del anexo 2.
- Terminado el tiempo otorgado, un estudiante de cada equipo socializa las estrategias y procedimientos utilizados en la solución de la situación presentada y argumenta el proceso seguido.
- El docente aclara y puntualiza algunos aspectos que pudieran no estar claros en las exposiciones que desarrollen los estudiantes.

CIERRE (10 minutos)

- El docente, con la participación de los estudiantes, llega a algunas conclusiones:
  - En el interés simple, el interés que genera el capital no se acumula a este. El capital permanece constante en todo el periodo.
  - Debe trabajarse en las mismas unidades de tiempo.
  - La tasa de interés (r) debe estar expresada en decimal.
  - El tiempo de plazo (t) se debe expresar en las mismas unidades que la unidad de tiempo de la tasa de interés (r). Es decir, los dos deben estar en años, meses o días; si no lo estuvieran se deben hacer las conversiones o cambios necesarios.
- El docente formula preguntas de metacognición:
  - ¿Qué aprendimos el día de hoy?
  - ¿Ayudamos a la familia de Patricia en su problema?
  - ¿Qué pasos debemos seguir para determinar el monto que pagaremos al banco al adquirir un préstamo con interés simple?
  - ¿De qué manera lo aprendido nos será útil?

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento la ficha de observación (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente pide que resuelvan la situación de la actividad 2.
- Solicita que resuelvan las páginas 198 y 199 del cuaderno de trabajo, para lo cual pueden consultar las páginas 34 y 35 del texto escolar.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de Trabajo. Matemática 5.
- Fichas, pizarra, tiza, papelotes.
- Actor: agente o poblador.

ANEXO 1

FICHA DE OBSERVACIÓN

Escribe en cada indicador el logro de aprendizaje del estudiante de acuerdo con la siguiente escala:

C: En inicio **B: En proceso** **A: Logro esperado** **AD: Logro destacado**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Utiliza correctamente la expresión matemática que permite calcular el interés simple.	Efectúa conversiones de unidades de tiempo cuando es necesario.	Transforma a decimal una tasa de interés expresado en porcentaje.
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

ANEXO 2

FICHA DE TRABAJO

Propósito:

Resolver situaciones problemáticas que involucran el uso de la expresión matemática que permite calcular el interés simple.

Integrantes:

ACTIVIDAD 1

Resuelve las siguientes situaciones problemáticas:

1. Se depositaron S/ 50 000 en una caja municipal de la ciudad de Tacna, durante un año y medio, a una tasa del 2,6 % anual a interés simple. ¿Cuánto se obtuvo de intereses?

2. ¿En cuánto se convertirá un capital de S/ 160 000 al 6 % anual durante un año y siete meses?

3. ¿Cuál es la tasa de interés simple mensual que se paga por un préstamo de S/ 250 000 si se han pagado S/ 15 000 de interés en 2 meses?

4. El señor Pérez tiene que pagar S/ 900 de interés por un préstamo de S/ 72 000 que fue cancelado a los 15 días. ¿A qué tasa de interés le prestaron el dinero?

5. Verónica recibió un préstamo al 7 % anual. Después de 45 días canceló la deuda pagando S/ 1575 de interés. ¿Cuál fue el capital que recibió de préstamo?

6. ¿A qué porcentaje anual se prestó un capital de S/ 5400 que en 1 año y 6 meses ha producido S/ 243 de interés?

ACTIVIDAD 2

Para trabajar en casa y reforzar tus aprendizajes:

1. Juanita, una madre de familia, desea depositar S/ 25 000 en una entidad bancaria. Ella quiere saber a cuánto asciende el interés simple producido por su dinero en un tiempo de 4 años y a una tasa del 6 % anual. ¿Podrías ayudar a Juanita a determinar dicho interés?
2. Un pequeño comerciante decide depositar en una entidad bancaria S/ 30 000 que ha ganado en su negocio. ¿Cuál será el interés simple producido por su dinero si lo deposita por un periodo de 90 días a una tasa de interés anual del 5 %?
3. Si Juan deposita S/ 2000 en una entidad bancaria, ¿cuál sería el interés simple generado si lo deposita por un periodo de 8 meses a una tasa de interés del 8 %?
4. Un padre de familia pidió un préstamo de S/ 20 000 para abrir un negocio. Si al cabo de un año terminó pagando la cantidad de S/ 22 400, ¿cuál es la tasa de interés que le cobraron?
5. Matías depositó la cantidad de S/ 30 000 en una entidad bancaria a una tasa de interés del 8 %. Si después de cierto tiempo ha recibido intereses de S/ 12 000, ¿cuánto tiempo ha estado invertido su dinero?

INVESTIGAMOS EL INTERÉS COMPUESTO AL SOLICITAR UN PRÉSTAMO O AHORRAR EN EL BANCO

Unidad 4 | Sesión 7

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente saluda a los estudiantes y comenta con ellos la tarea realizada sobre interés simple *vs.* interés compuesto, páginas 198 y 199 del cuaderno de trabajo.
- Los estudiantes manifiestan sus respuestas en forma libre y espontánea.
- A continuación, el docente pregunta qué diferencia existe entre el interés simple y el interés compuesto.
- Los estudiantes brindan sus respuestas a través de una lluvia de ideas, mientras el docente anota y sistematiza las respuestas en la pizarra (revisan las páginas 34 y 35 del texto escolar).
  - El docente señala las actividades en las cuales centrará su atención para el logro de los aprendizajes esperados e indica que el propósito de la sesión será el siguiente: “Solucionar problemas utilizando procedimientos de estimación y cálculo referentes a tasas de interés compuesto”.
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

- Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
- Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
- Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

El docente presenta la misma situación problemática de la sesión anterior, pero con ligeras variaciones en el enunciado:

Situación 1: (Anexo 2)

> Con el objetivo de mejorar sus ingresos económicos, la familia de Patricia desea sembrar un producto que pueda tener demanda. Luego de buscar información, han decidido sembrar chía. Por ello, pretenden obtener un préstamo bancario para invertir en semillas y en la mejora de sus tierras de cultivo. Luego de consultar en las cajas rurales y municipales de ahorro y crédito, deciden solicitar un préstamo de 20 000 soles para pagarlo mensualmente durante tres años a una tasa de interés compuesto del 16 % anual. ¿A cuánto ascienden los intereses que tendrán que pagar? ¿Cuál es el monto final que habrán pagado a la entidad financiera al concluir los tres años?

El docente formula preguntas exploratorias similares a las de la sesión anterior y añade la siguiente pregunta: ¿cuál es la diferencia de esta situación presentada con la situación problemática anterior?

El docente presenta en un papelote una tabla con las diferencias entre el interés simple y el interés compuesto (anexo 2), que será completada con la participación de los estudiantes (pueden utilizar calculadora).

El docente realiza preguntas para completar la tabla.

¿Cuál es el capital inicial?

¿Cuál es la tasa de interés anual?

¿En qué tiempo se pagará el préstamo?

Interés simple	Interés compuesto
Capital inicial (C_0): S/ 20 000 Tasa de interés anual (r): 16 % = 0,16 Tiempo (t): 3 años	Capital inicial (C_0): S/ 20 000 Tasa de interés anual (r): 16 % = 0,16 Tiempo (t): 3 años
Al finalizar el primer año: Interés generado: 0,16 · 20 000 = S/ 3200 Capital: S/ 20 000	Al finalizar el primer año: Interés generado: 0,16 · (20 000) = S/ 3200 Capital: 20 000 + 0,16 · 20 000 = S/ 23 200
Se pagan los intereses y el capital sigue siendo S/ 20 000 Al finalizar el segundo año: Interés generado: 0,16 · (20 000) = S/ 3200 Capital: S/ 20 000	El interés se capitaliza y el nuevo capital es S/ 23 200 Al finalizar el segundo año: Interés generado: 0,16 · (23 200) = 3712 Capital: 23 200 + 0,16 · 20 000 = 26 912
Se pagan los intereses y el capital sigue siendo S/ 20 000 Al finalizar el tercer año: Interés generado: 0,16 · (20 000) = S/ 3200 Capital: S/ 20 000	El interés se capitaliza y el nuevo capital es S/ 26 912 Al finalizar el tercer año: Interés generado: 0,16 · (26 912) = S/ 4305,92 Capital: 26 912+0,16 · 20 000 = S/ 31 217,92
Al final de los tres años el préstamo solicitado se convierte en: 20 000 + 3200 + 3200 + 3200 = S/ 29 600	Al final de los tres años el préstamo solicitado se convierte en 20 000 + 3200 + 3712 + 4305,92 = S/ 31 217,92
Con un interés de S/ 9600	Con un interés de S/ 11 217,92
Se puede obtener directamente el interés acumulado en los tres años: I = 20 000 · 0,16 · 3 = S/ 9600	Se puede obtener directamente el capital final al cabo de los tres años: $C_f = 20\,000 \cdot (1 + 0{,}16)^3$ = S/ 31 217,92
Si C_0 es el capital inicial, r es la tasa de interés anual y t es el tiempo, entonces, el interés simple es: $I = C_0 \cdot r \cdot t$	El capital final C_f, que se obtiene a partir de un capital inicial C_0, en t años a una tasa de interés anual r es: $\mathbf{C_f = C_0(1 + r)^t}$

- Los estudiantes plantean conjeturas sobre las relaciones entre los valores de cada elemento de la expresión matemática y las operaciones que se deben efectuar para hallar el interés simple y el interés compuesto.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- El docente sintetiza la información y menciona:

  En el caso del interés compuesto, el interés obtenido en cada periodo de tiempo se incrementa al capital inicial y se forma un nuevo capital al que se le aplica la tasa de interés, y así sucesivamente hasta que se cumpla la cantidad de años de duración del préstamo. A esto se denomina capitalización.

  Generalmente, el sistema bancario concede los préstamos con intereses compuestos. Así es también en el caso de los ahorros, pero el porcentaje de interés en este caso es mucho menor que en el de préstamos.
- A continuación, los estudiantes resuelven el siguiente problema presentado en un papelote:

  Situación 2:

  Determina el monto que se obtiene al invertir un capital de S/ 10 000 durante cuatro años con una tasa de interés anual de 6 %. Calcúlalo para el caso de que fuera interés simple e interés compuesto. Determina la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial para cada caso. Los estudiantes utilizan la calculadora científica para agilizar los cálculos.

- Luego de que los estudiantes resuelven el problema y aclaradas las dudas que pudiesen tener, el docente manifiesta que no siempre la capitalización en un interés compuesto se da anualmente, sino que es bastante usual utilizar otros periodos de tiempo:

n	El año se divide en
2	Semestres
3	Cuatrimestres
4	Trimestres
6	Bimestres
12	Meses
360	Días (año comercial)
365	Días (año civil)

Y que en ese caso (capitalización no anual) la expresión matemática del interés compuesto varía según:

$$C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n.t}$$

Los estudiantes desarrollan la situación 3, presentado en un papelote (anexo 2):

Pilar quiere depositar S/ 2400 en una institución financiera durante 5 años. Debe decidir entre la Caja Municipal, que le ofrece una tasa de interés del 8 % capitalizable semestralmente, o la Caja Regional, que le ofrece la misma tasa de interés pero capitalizable mensualmente. ¿Cuál opción le conviene a Pilar?

Los estudiantes completan la tabla mostrada para capitalización semestral y mensual (anexo 2).

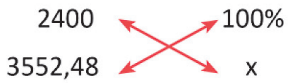
CAPITALIZACIÓN SEMESTRAL	CAPITALIZACIÓN MENSUAL
$C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n.t}$	$C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n.t}$
$C_0 = 2400$ t = 5 años r = 8 % = 0,08 n = 2 (hay 2 semestres en un año)	$C_0 = 2400$ t = 5 años r = 8 % = 0,08 n = 12 (hay 12 meses en un año)
$C_f = 2400 \left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{2.5}$ $C_f = 2400\,(1 + 0,04)^{10}$ $C_f = 2400\,(1,04)^{10}$ $C_f = 2400\,(1,4802)$ $C_f = 3552,48$	$C_f = 2400 \left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12.5}$ $C_f = 2400\,(1 + 0,0066)^{60}$ $C_f = 2400\,(1,0066)^{10}$ $C_f = 2400\,(1,4839)$ $C_f = 3561,36$

Al comparar ambos capitales finales, se ve que a Pilar le convendría la Caja Regional.

A continuación, el docente solicita a los estudiantes que calculen la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial para el caso de la capitalización semestral del problema anterior.

Se solicita calcular la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial. Entonces, el capital inicial es nuestra referencia; por lo tanto, dicho valor será nuestro 100 %.

Aplicando regla de tres:



$$x = \frac{3552,48\ x\ 100\ \%}{2400}$$

$$x = 148,02\ \% = 148\ \%$$

Entonces, la variación porcentual es 148 % − 100 % = 48 %

Respuesta: El capital final se incrementará en un 48 % con respecto al capital inicial después de 5 años.

Los estudiantes, en sus equipos, resuelven las páginas 210 y 211 del cuaderno de trabajo.

CIERRE (15 minutos)

El docente, con participación de los estudiantes, llega a algunas conclusiones:

- En el interés compuesto, el interés que genera el capital en cada periodo de tiempo se adiciona al capital inicial y se forma un nuevo capital al que se le aplica la tasa de interés, y así sucesivamente hasta que se cumpla la cantidad de tiempo del periodo.
- La capitalización no siempre es anual. Puede tener otros periodos de tiempo: semestral, trimestral, etc.
- El interés simple se retira al final de cada periodo. El capital se mantiene constante.

El docente formula las siguientes preguntas:

- ¿Qué conocimientos nuevos aprendiste en el desarrollo de la unidad?
- ¿Fue difícil determinar el estudio socioeconómico y la investigación sobre financiamiento bancario y préstamos?
- ¿Tuviste dificultades para determinar el estudio y la investigación?
- ¿En qué situación de tu vida será útil lo que has aprendido?
- ¿Cuáles sugerencias le darías a los agricultores para solicitar préstamos?

Nota: Es necesario observar el anexo 4.

EVALUACIÓN

- Para la evaluación formativa de los estudiantes se utilizará como instrumento una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Desarrollar los problemas de la sección de actividades (anexo 3).
- Elabora en equipo un panel informativo con los resultados obtenidos durante el desarrollo de la unidad.

MATERIALES Y RECURSOS

- Texto escolar. Matemática 5.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Fichas, pizarra, tiza, papelotes.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Utiliza correctamente la expresión matemática que permite calcular el interés compuesto.		Calcula el interés compuesto de periodos de capitalización distintos al anual.		IPlantea conjeturas sobre la relación entre los datos y las operaciones para hallar el interés simple y compuesto.		Determina la variación porcentual delinterés compuesto en un intervalo de tiempo.	
		Sí	NO	Sí	NO	Sí	NO	Sí	NO
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

ANEXO 2

Situación 1:

Con el objetivo de mejorar sus ingresos económicos, la familia de Patricia desea sembrar un producto que pueda tener demanda. Luego de buscar información, han decidido sembrar chía. Por ello, pretenden obtener un préstamo bancario para invertir en semillas y en la mejora de sus tierras de cultivo. Luego de consultar en las cajas rurales y municipales de ahorro y crédito, deciden solicitar un préstamo de 20 000 soles para pagarlo mensualmente durante tres años a una tasa de interés compuesto del 16 % anual. ¿A cuánto ascienden los intereses que tendrán que pagar? ¿Cuál es el monto final que habrán pagado a la entidad financiera al concluir los tres años?

Interés simple	Interés compuesto
Capital inicial (C_0): _____ Tasa de interés anual (r): _____ Tiempo (t): _____	Capital inicial (C_0): _____ Tasa de interés anual (r): _____ Tiempo (t): _____
Al finalizar el primer año:_____ Interés generado: 0,16 · 20 000 = _____ Capital: S/ 20 000	Al finalizar el primer año:_____ Interés generado: 0,16 · (20 000) = _____ Capital: 20 000 + 0,16 · 20 000 = S/ 23 200
Se pagan los intereses y el capital sigue siendo S/ 20 000 Al finalizar el segundo año: Interés generado: 0,16 · (20 000) = _____ Capital: S/ 20 000	El interés se capitaliza y el nuevo capital es S/ 23 200 Al finalizar el segundo año: Interés generado: 0,16 · (23 200) = _____ Capital: 23 200 + 0,16 · 20 000 = 26 912
Se pagan los intereses y el capital sigue siendo S/ 20 000 Al finalizar el tercer año: Interés generado: 0,16 · (20 000) = _____ Capital: S/ 20 000	El interés se capitaliza y el nuevo capital es S/ 26 912 Al finalizar el tercer año: Interés generado: 0,16 · (26 912) = _____ Capital: 26 912+0,16 · 20 000 = S/ 31 217,92
Al final de los tres años el préstamo solicitado se convierte en 20 000 + _____ + _____ + _____ = S/ _____	Al final de los tres años el préstamo solicitado se convierte en 20 000 + _____ + ____ + _____ = S/ _____
Con un interés de S/ _____	Con un interés de S/ _____
Se puede obtener directamente el interés acumulado en los tres años: I = 20 000 · 0,16 · 3 = S/ 9600	Se puede obtener directamente el capital final al cabo de los tres años: $C_f = 20\,000 \cdot (1 + 0{,}16)^3$ = S/ 31 217,92

Si C_0 es el capital inicial, r es la tasa de interés anual y t es el tiempo, entonces el interés simple es: $I = C_0 \cdot r \cdot t$	El capital final C_f, que se obtiene a partir de un capital inicial C_0, en t años a una tasa de interés anual r es: $C_f = C_0(1 + r)^t$

Situación 2:

Determina el monto que se obtiene al invertir un capital de S/ 10 000 durante cuatro años con una tasa de interés anual de 6 %. Calcúlalo para el caso de que fuera interés simple e interés compuesto. Determina la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial para cada caso. Los estudiantes utilizan la calculadora científica para agilizar los cálculos.

Situación 3:

Pilar quiere depositar S/ 2400 en una institución financiera durante 5 años. Debe decidir entre la Caja Municipal, que le ofrece una tasa de interés del 8 % capitalizable semestralmente, o la Caja Regional, que le ofrece la misma tasa de interés pero capitalizable mensualmente. ¿Cuál opción le conviene a Pilar?

CAPITALIZACIÓN SEMESTRAL	CAPITALIZACIÓN MENSUAL
$C_f = C_0\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n.t}$	$C_f = C_0\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n.t}$
C_0 = _____ t = ___años r = 8 % = 0,08 n = 2 (hay 2 semestres en un año)	C_0 = _____ t = _____ años r = 8 % = 0,08 n = 12 (hay 12 meses en un año)
$C_f = 2400\left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{2.5}$ $C_f = 2400\,(1 + 0,04)^{10}$ $C_f = 2400\,(1,04)^{10}$ $C_f = 2400\,(1,4802)$ $C_f = 3552,48$	$C_f = 2400\left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12.5}$ $C_f = 2400\,(1 + 0,0066)^{60}$ $C_f = 2400\,(1,0066)^{10}$ $C_f = 2400\,(1,4839)$ $C_f = 3561,36$

ANEXO 3

FICHA DE TRABAJO

Propósito:

- Resolver situaciones problemáticas que involucran el uso de la expresión matemática utilizando procedimientos de estimación y cálculo para hallar el interés compuesto.

Integrantes:

ACTIVIDADES

Resuelve las siguientes situaciones problemáticas:

1. Un agricultor solicita un préstamo de S/ 35 000 para comprar un tractor. La institución financiera le otorga dicho préstamo para pagarlo dentro de 7 años con un interés anual de 5 % capitalizable trimestralmente. ¿Cuánto debe pagar en la fecha acordada? Determina la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial.
2. Mariana deposita S/ 10 000 al 8 % de interés compuesto anual en una cuenta de ahorros. ¿Cuánto tendrá en su cuenta luego de 6 años? Determina la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial.
3. ¿Qué capital se obtiene al invertir S/ 40 000 durante 8 años al 15 % anual con periodos de capitalización trimestral? Determina la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial.
4. Miguel depositó cierta cantidad de dinero en una institución financiera que le ofrecía 15 % de interés compuesto anual. Calcula el capital inicial que depositó Miguel si después de tres años su capital acumulado fue de S/ 45 626,25. Determina la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial.
5. ¿Cuánto más se obtiene al colocar un capital de S/ 15 000 al 8 % de interés compuesto durante 7 años que al colocarlo a interés simple?
6. ¿En qué capital se convierte un depósito de S/ 12 450 colocado al 7,5 % anual durante tres años a interés compuesto? Determina la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial.
7. ¿Cuánto hay que invertir ahora para tener S/ 10 000 dentro de 10 años al 8 % de interés? Determina la variación porcentual del capital final con respecto al capital inicial.

ANEXO 4

INFORMACIÓN

PARA EL DOCENTE Y EL ESTUDIANTE

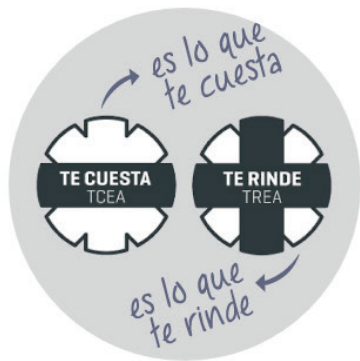
Las situaciones problemáticas presentadas únicamente tienen una función didáctica. El cálculo de los intereses generados, tanto para un préstamo como para ahorrar, es un proceso más bien complejo.

En el medio local peruano, a la tasa de interés ofrecida por las instituciones financieras para los créditos (préstamos) hay que agregar lo siguiente: impuestos (como el ITF), seguro de desgravamen, comisiones (mantenimiento de cuenta, como el envío de estado de cuenta, por uso de tarjeta de crédito, por retiro en un departamento distinto del lugar donde abrió la cuenta), etc. Con todo eso, se incrementa notoriamente el interés que se paga por un crédito. Por ello, se debe solicitar la TCEA (tasa de costo efectivo anual), que representa el costo total de cualquier tipo de crédito, considerando que el cliente efectúa sus pagos a la fecha de vencimiento.

Por otro lado, la tasa de interés ofrecida para los ahorros realmente tampoco es la que se ofrece, ya que efectúan cobros por mantenimiento de cuenta, uso de tarjeta, comisiones de envío de estado de cuenta, membresías, etc. Por eso, en ocasiones puede darse el caso de que el monto depositado en ahorro haya disminuido después de transcurrido un año del depósito. Para prevenir eso, hay que solicitar la TREA (tasa de rendimiento efectiva anual).

Los bancos queremos hablarte más simple...

El sector financiero es muchas veces complejo. Entender y manejar los términos y conceptos financieros puede ser difícil al inicio. Por ello, los bancos peruanos que participan en esta iniciativa han asumido el compromiso de simplificar la información de sus productos y servicios para que sus clientes puedan tomar mejores decisiones. En esta oportunidad te presentamos: TCEA y TREA para que tus decisiones bancarias sean más fáciles.



TCEA es lo que te cuesta

Tasa de Costo Efectivo Anual

Es la tasa que te indica cuánto cuesta un producto financiero. Es decir, la tasa que te permite saber cuál será el costo total que deberás pagar al adquirir una tarjeta de crédito, crédito vehicular, hipotecario o préstamo personal. Un solo número que te permitirá saber cuál es el crédito que más te conviene.

TCEA

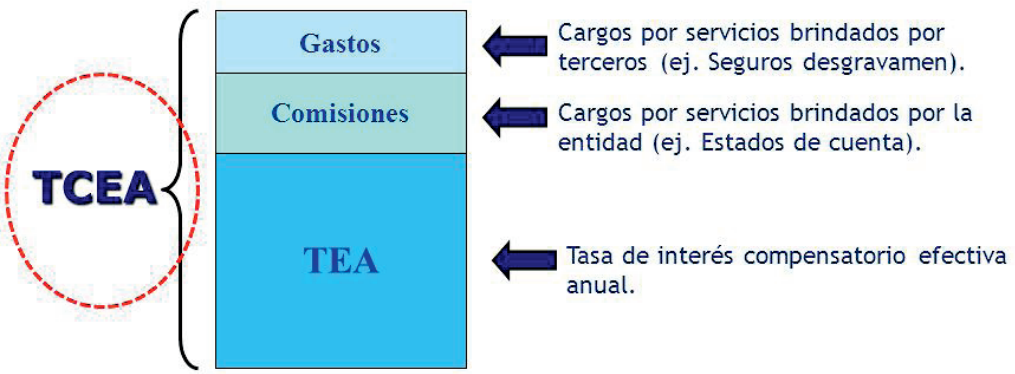
TREA es lo que te rinde

Tasa de Rendimiento Efectivo Anual

Es la tasa que te indica el monto que ganas por un depósito. Es decir, una tasa que te permite saber cuánto ganarás efectivamente por el dinero que deposites en un banco en cuentas de ahorro, depósito a plazo fijo y cuentas CTS. Un solo número que te permitirá saber cuál es el producto financiero para ahorrar que más te conviene.

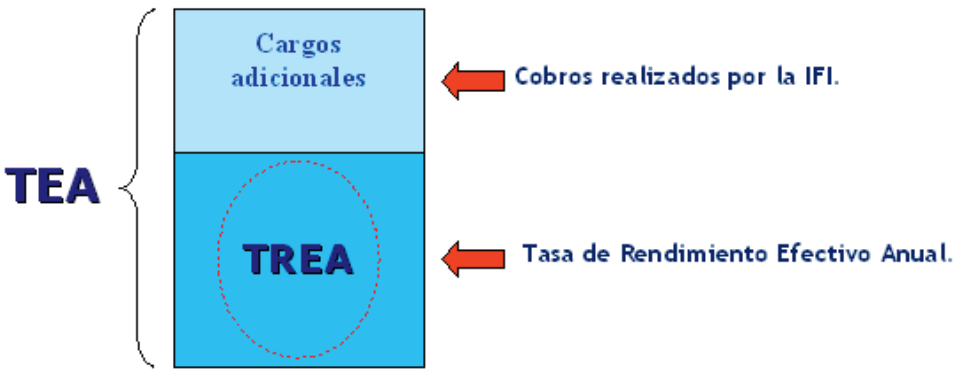
TREA

Tasa de costo efectivo anual (TCEA)



La Tasa de Costo Efectivo Anual (TCEA) es la tasa que incluye todo lo que se paga por un crédito.

La tasa de rendimiento efectivo anual (TREA)



La tasa de rendimiento efectivo anual (TREA) es la tasa efectiva anual (TEA) menos los cargos adicionales que realiza la IFI.

5.° Grado de Secundaria

MEDIMOS NUESTRO ENTORNO PARA CONOCER Y TOMAR DECISIONES

SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

Estela se encuentra haciendo una tarea de historia. Ella queda muy impresionada al leer algunos libros, pues se da cuenta de que el Perú es un país con una enorme diversidad cultural. Ha leído que esto se debe, principalmente, a que fue una de las cunas de la civilización mundial y asiento de uno de los imperios más extensos del mundo antiguo: el incaico. También reconoce que es un territorio con una gran diversidad geográfica, lo que se evidencia en la gran variedad de pisos ecológicos existentes, lo cual permitió a los habitantes del antiguo Perú, adaptarse y crear una cultura andina única y diversa. Como parte de esta herencia, hoy existe una gran cantidad de sitios arqueológicos e históricos en el país, que han sido declarados patrimonio cultural de la humanidad como reconocimiento a su autenticidad, riqueza y diversidad cultural, única en su género. Por ello, son motivo de orgullo y debemos conocerlos, preservarlos y difundirlos.

Uno de los centros históricos sobre el que Estela ha leído se encuentra en Lima, lejos de donde vive. Se trata del Santuario Arqueológico de Pachacámac, un gran complejo arquitectónico con muchos edificios que fueron construidos en diferentes épocas, desde los primeros años de nuestra era hasta el siglo XVI, por lo cual es un sitio con mucha importancia histórica.

A Estela le gustaría estudiar Arqueología. Por este motivo, se hace las siguientes preguntas: ¿Cuáles son las características de este lugar y de su historia? ¿Cuál es su ubicación y altitud? ¿Cómo es el relieve de sus edificaciones?

Además, quiere saber: ¿Cómo hacen los arqueólogos para conocer sus dimensiones (altitud, profundidad) y ángulo de posición? ¿Cuántas personas o turistas lo visitan mensualmente? ¿A cuánto ascienden las ganancias que se generan anualmente? Esta información le permitirá conocer todo el potencial turístico de este centro arquelógico, y le haría valorar más el país, sus costumbres y su legado.

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencias	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

CAMPOS TEMÁTICOS

- **Mapas y planos a escala.**
  - Desplazamiento, altitud y relieves
  - Diseños de regiones y formas bidimensionales
- **Perímetros y áreas de figuras geométricas compuestas**
- **Razones trigonométricas**
  - Ángulos, razones trigonométricas
  - Razones trigonométricas de ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios
- **Función cuadrática**
  - Función cuadrática considerando la forma $f(x) = x^2$, $f(x) = ax^2 + c$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $f(x) = ax^2 + p$, y a la de $f(x) = ax^2$, $f(x) = a(x–p)^2 + p$, $f(x) = a(x-p)^2 + q$, $\forall a \neq 0$.
  - Dominio y rango
  - Relación entre los elementos de una función cuadrática: eje de simetría, intercepto, vértice, orientación de la parábola.

PRODUCTO(S) MÁS IMPORTANTE(S)

Maqueta a escala del Santuario Arqueológico de Pachacámac

SECUENCIA DE LAS SESIONES

Sesión 1 (2 horas) **Título: Organizamos nuestro trabajo para determinar y ubicar lugares turísticos**	**Sesión 2 (2 horas)** **Título: Ubicamos el Santuario Arqueológico de Pachacámac**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. **Actividades** • El docente presenta la situación significativa y una ficha de lectura relacionada con el Santuario Arqueológico de Pachacámac. • Los estudiantes organizados en equipos de trabajo discuten sobre el propósito de la unidad y proponen un conjunto de actividades en función de la situación significativa. • Los estudiantes elaboran una ruta de trabajo, resaltando las actividades destinadas a la elaboración del producto.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. **Campo(s) temático(s)** • Mapas y planos. Desplazamiento, altitud y relieve **Actividades** • El docente brinda a los estudiantes información (lectura, exposición del docente o video) sobre el Santuario Arqueológico de Pachacámac. Los estudiantes dan a conocer sus apreciaciones y comentarios. • Los estudiantes toman medidas del mapa y, haciendo uso de escalas, determinan la distancia de un lugar a otro. • Los estudiantes analizan mapas y planos y establecen premisas y conclusiones respecto a las rutas de acceso y a las limitaciones que puedan observarse. • Los estudiantes explican los procedimientos empleados para abordar la situación problemática de la sesión.

Sesión 3 (2 horas) **Título: Hallamos el área y el perímetro del Santuario Arqueológico de Pachacámac**	Sesión 4 (2 horas) **Título: Construimos un teodolito casero**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. **Campo(s) temático(s)** • Planos. Diseño de regiones y formas bidimensionales • Áreas y perímetros **Actividades** • El docente presenta una situación problemática relacionada con el Santuario Arqueológico de Pachacámac y hace entrega de un plano del lugar. • Los estudiantes revisan el plano del Santuario Arqueológico de Pachacámac y proceden a calcular su área y perímetro, con cierta aproximación, haciendo uso de escalas y polígonos compuestos. • El docente presenta un papelote donde se muestran las fórmulas matemáticas para calcular áreas de los polígonos principales. • Los estudiantes socializan sus resultados y discuten sobre las estrategias empleadas. El docente retroalimenta.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. **Campo(s) temático(s)** • Ángulos agudos • Ángulo de elevación **Actividades** • El docente presenta una situación problemática relacionada con el cálculo de alturas desconocidas y el instrumento que se debe emplear. • El docente propone la construcción de un teodolito casero con el material desglosable de su cuaderno de trabajo. • Los estudiantes construyen un teodolito casero considerando las indicaciones del docente y haciendo uso del material desglosable de su cuaderno de trabajo. • Los estudiantes realizan observaciones de objetos de su entorno haciendo uso del teodolito construido para calcular de manera sencilla alturas desde distancias inaccesibles. Anotan sus mediciones en una tabla.

Sesión 5 (2 horas) **Título: Determinamos alturas sin estar en el Santuario Arqueológico de Pachacámac**	Sesión 6 (2 horas) **Título: Elaboramos una maqueta del Santuario Arqueológico de Pachacámac**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. **Campo(s) temático(s)** • Razones trigonométricas de ángulos agudos y notables. **Actividades** • El docente propone preguntas relacionadas con la forma en que se debería calcular la altura de diferentes objetos o de diversas construcciones, recordando la utilidad del teodolito elaborado por los estudiantes. • Los estudiantes discuten sobre la forma de determinar la altura de diversos objetos a partir de los datos recogidos. • Los estudiantes realizan los cálculos respectivos, registran sus resultados y socializan sus respuestas. • Los estudiantes plantean y resuelven situaciones similares usando razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. **Campo(s) temático(s)** • Mapas y plano a escala • Razones trigonométricas de ángulos agudos • Uso de instrumentos de medición y dibujo **Actividades** • El docente presenta a un escultor o carpintero de la comunidad para que dialoguen con los estudiantes sobre su oficio y actividades que acostumbra realizar. • Los estudiantes identifican, numeran y resaltan los bordes de las representaciones gráficas y las principales edificaciones que aparecen en el mapa del Santuario Arqueológico de Pachacámac. • Toman las medidas en el plano y las trasladan a la nueva escala que usarán en la maqueta (según el tamaño de la base que se usará). • Los estudiantes construyen con diversos materiales las edificaciones tomando en cuenta las medidas tomadas y la ubicación respectiva en el plano del Santuario Arqueológico de Pachacámac. • Los estudiantes presentan sus maquetas explicando detalladamente los procedimientos empleados para la construcción.

Sesión 7 (2 horas) Título: Maximizamos los ingresos turísticos del Santuario Arqueológico de Pachacámac	Sesión 8 (2 horas) Título: Graficamos la función cuadrática de maximización de ganancias
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. **Campo(s) temático(s)** • Función cuadrática: $f(x) = x^2$, $f(x) = ax^2 + c$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ • Variable dependiente, variable independiente **Actividades** • El docente presenta una situación problemática relacionada con la cantidad de entradas vendidas para el ingreso al santuario Arqueológico de Pachacámac y a las ganancias que se pueden obtener. • Los estudiantes organizan la información relacionada con la situación o fenómeno que va a modelarse, con la finalidad de obtener la maximización de ganancias. • Los estudiantes, en equipos, proceden a la tabulación, asignando datos relacionados con el costo de entrada de adultos y establecen relaciones para modelar la función.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. **Campo(s) temático(s)** • Gráfica de una función cuadrática. **Actividades** • El docente presenta las funciones cuadráticas obtenidas en la sesión anterior relacionadas con la maximización de costos producto de la venta de entradas a Pachacámac, con la finalidad de representarlas gráficamente. • Realizando operaciones los estudiantes tabulan la función cuadrática relacionada con las entradas del adulto. • Los estudiantes elaboran la gráfica en el plano cartesiano haciendo uso del papel milimetrado y proceden a describir sus características.

Sesión 9 (2 horas) Título: Comprimimos y expandimos la gráfica de una función cuadrática	Sesión 10 (2 horas) Título: Sustentamos la elaboración de una maqueta a escala
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. **Campo(s) temático(s)** • Parámetros de funciones cuadráticas. **Actividades** • Los estudiantes presentan una situación problemática relacionada con la construcción de un museo en el Santuario Arqueológico de Pachacámac. • Los estudiantes obtienen las funciones cuadráticas (modelos) a partir de los datos establecidos. • Los estudiantes experimentan variaciones de los parámetros de funciones cuadráticas representadas a partir de casos relacionados con la construcción de un museo del Santuario Arqueológico de Pachacámac. • Los estudiantes representan gráficamente las funciones cuadráticas y proceden a justificar las características que presentan de acuerdo con la variación de los parámetros.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. **Campo(s) temático(s)** • Mapas y planos a escala • Razones trigonométricas **Actividades** • El docente solicita a los estudiantes que den lectura a la situación significativa presentada en la primera sesión, con la finalidad de recordar el propósito de la sesión y hacer un recuento de todo lo trabajado. • Los estudiantes comentan en equipos de trabajo sobre el propósito de la unidad y las actividades desarrolladas. • Los estudiantes muestran las maquetas elaboradas y mejoradas haciendo uso de escalas. • Los estudiantes se organizan en grupos y evalúan la maqueta del Santuario Arqueológico de Pachacámac utilizando la rúbrica proporcionada. • El docente retroalimenta durante el proceso. • Los estudiantes reflexionan sobre los aprendizajes logrados en la unidad.

EVALUACIÓN

Situación de evaluación	Competencias	Capacidades	Indicadores	Instrumentos de evaluación
• Hallan la altura de estructuras (árboles, casas, postes) y su representación gráfica a escala con los puntos referencias y representación de los ángulos de elevación. • Elaboran una maqueta haciendo uso de escalas.	• Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	• Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	• Propone actividades relacionadas con la situación significativa y la elaboración de la maqueta • Secuencian las actividades señalando la relación de las actividades propuestas con los aprendizajes que se van a lograr. • Determina la distancia entre dos puntos en un plano. • Prueba diferentes trayectorias factibles para llegar a un determinado punto. • Descompone una figura compuesta en figuras conocidas. • Halla el perímetro y el área de figuras compuestas. • Construye un teodolito casero funcional. • Calcula las alturas de objetos aplicando las propiedades de los triángulos rectángulos. • Expresa la utilidad de los instrumentos de medición. • Usa el teorema de Pitágoras para verificar sus resultados. • Justifica el uso de razones trigonométricas para resolver los problemas propuestos. • Realiza mediciones, cálculos y otras estrategias para construir la maqueta. • Explica las estrategias usadas para determinar las medidas.	• Lista de cotejo • Rúbrica

• Determinan un modelo cuadrático para maximizar ganancias en una situación simulada sobre los las finanzas del Santuario Arqueológico de Pachacámac. • Representan gráficamente la función cuadrática de maximización de ganancias identificando e interpretando las coordenadas de sus vértices.	• Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	• Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	• Determina la función cuadrática que modela la maximización de ingresos para un caso propuesto. • Construye tablas de valores para expresar variaciones en dos variables. • Elabora la tabla de valores de una función cuadrática propuesta. • Grafica en un plano cartesiano una función cuadrática propuesta. • Justifica el modelo hallado para identificar las coordenadas de los vértices de una función cuadrática propuesta. • Representa gráficamente la función cuadrática a partir de la variación de “a”. • Compara diversas gráficas de dilatación y contracción de funciones cuadráticas.	• Lista de cotejo • Ficha de observación

MATERIALES BÁSICOS PARA UTILIZAR EN LA UNIDAD

Para el docente:

Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?* Ciclo VII. Lima, Perú: Autor.
Ministerio de Educación. (2016). *Texto escolar. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.
Ministerio de Educación. (2016). *Cuaderno de trabajo. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.
Ministerio de Educación. (2016). *Manual para el docente. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Para el estudiante:

Ministerio de Educación. (2016). *Texto escolar. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.
Ministerio de Educación. (2016). *Cuaderno de trabajo. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Sitios web:

Lejos de la rutina. (2011). [Película]. Perú. Recuperado el 22/09/2016, de https://goo.gl/IBph9k
Ministerio de Cultura. (2015). Museo Pachacámac. Recuperado el 21/09/2016, de https://goo.gl/Dfl0xt

Otros:

Plano del Santuario Arqueológico de Pachacámac.
Fotocopias de fichas informativas y otros anexos.
Folletos, separatas, láminas, equipo de multimedia, etc.
Calculadora gráfica para equipos de estudiantes.
Papel milimetrado, plumones, cartulinas, papelotes, cinta adhesiva, pizarra, tiza.

ORGANIZAMOS NUESTRO TRABAJO PARA DETERMINAR Y UBICAR LUGARES TURÍSTICOS

Unidad 5 | Sesión 1

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (25 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego plantea las siguientes preguntas para propiciar la reflexión:

¿Qué zona turística hay en nuestra región o provincia? ¿Dónde se encuentra ubicada? ¿A qué distancia se encuentra de nuestro colegio? ¿Cuáles serán sus dimensiones? ¿Qué área, altura o profundidad tiene? ¿Cómo podríamos determinarla?

- A continuación, el docente presenta la situación significativa en un papelote y pide a un estudiante que voluntariamente lea (se sugiere que la situación significativa esté siempre a la vista de los estudiantes y que se acompañe de una lámina con una imagen de referencia).

Estela se encuentra haciendo una tarea de historia. Ella queda muy impresionada al leer algunos libros, pues se da cuenta de que el Perú es un país con una enorme diversidad cultural. Ha leído que esto se debe, principalmente, a que fue una de las cunas de la civilización mundial y asiento de uno de los imperios más extensos del mundo antiguo: el incaico. También reconoce que es un territorio con una gran diversidad geográfica, lo que se evidencia en la gran variedad de pisos ecológicos existentes, lo cual permitió a los habitantes del antiguo Perú adaptarse y crear una cultura andina única y diversa. Como parte de esta herencia, hoy existe una gran cantidad de sitios arqueológicos e históricos en el país, que han sido declarados patrimonio cultural de la humanidad como reconocimiento a su autenticidad, riqueza y diversidad cultural, única en su género. Por ello, son motivo de orgullo y debemos conocerlos, preservarlos y difundirlos.

Uno de los centros históricos sobre el que Estela ha leído se encuentra en Lima, lejos de donde vive. Se trata del Santuario Arqueológico de Pachacámac, un gran complejo arquitectónico con muchos edificios que fueron construidos en diferentes épocas, desde los primeros años de nuestra era hasta el siglo XVI, por lo cual es un sitio con mucha importancia histórica.

A Estela le gustaría estudiar Arqueología. Por este motivo, se hace las siguientes preguntas: ¿Cuáles son las características de este lugar y de su historia? ¿Cuál es su ubicación y altitud? ¿Cómo es el relieve de sus edificaciones?

Además, quiere saber: ¿Cómo hacen los arqueólogos para conocer sus dimensiones (altitud, profundidad) y ángulo de posición? ¿Cuántas personas o turistas lo visitan mensualmente? ¿A cuánto ascienden las ganancias que se generan anualmente? Esta información le permitirá conocer todo el potencial turístico de este centro arquelógico, y le haría valorar más el país, sus costumbres y su legado.

- El docente reparte un papelito a cada estudiante. Cada uno tiene escrito el nombre de un lugar arqueológico del Perú: Machu Picchu, Pachacámac, Kuélap, Choquequirao, Sacsayhuamán, etc. Cada nombre debe estar repetido 3 o 4 veces hasta completar la cantidad de estudiantes del aula. De preferencia, usar nombres de centros arqueológicos de la zona o cercanos.
- Los equipos conversan a partir de la siguiente pregunta:

  ¿Cómo es el lugar que nos ha tocado, de qué tamaño es
  y a qué distancia está de nuestro colegio?

- Los estudiantes escriben en sus cuadernos sus posibles respuestas haciendo estimaciones con ayuda de un mapa del Perú y libros o folletos con información que llevó el docente. Luego de revisar rápidamente la información y conversar durante unos 3 o 4 minutos, el docente pide a

los estudiantes que den sus respuestas, las cuales va anotando en la pizarra. El docente hace notar que cada lugar es diferente, tienen diferentes características, dimensiones y ubicación. Por ello, es importante conocer de manera exacta ciertos datos.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales regirán durante la unidad y serán revisadas y retroalimentadas por los estudiantes para llegar a un consenso:
  - Se organizan en equipos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia para comunicar los resultados.
  - Al interior de cada equipo, se organizan de tal manera que todos tengan el mismo nivel de participación en los procesos de resolución de la situación significativa, así como en la elaboración y construcción de los productos de la unidad, garantizando así un trabajo colaborativo.
  - Se respetan los acuerdos y las normas de convivencia del equipo en todo momento. Además, deben seguirse las reglas establecidas por el docente cuando realicen su trabajo experimental fuera del aula.
  - Se respetan los acuerdos y los tiempos establecidos para cada actividad, garantizando un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.
  - Se identifican los aprendizajes que se lograrán en cada sesión para lograr el propósito de la unidad.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (40 minutos)

- El docente pregunta a los estudiantes:

¿Qué sabemos acerca del Santuario Arqueológico de Pachacámac?

- Entrega una ficha de lectura con información básica sobre el Santuario Arqueológico de Pachacámac (anexo 1), con la finalidad de conocer sus características más importantes.
- El docente presenta y explica el propósito de la unidad:
  - Conocer las características del Santuario Arqueológico de Pachacámac a partir de estimaciones matemáticas, así como aproximarse a su potencial turístico en términos financieros a partir de la formulación de un modelo matemático.

- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Los estudiantes escriben en tarjetas (mitad de una hoja) las actividades que podrían realizar, relacionadas con las preguntas de la situación significativa y el propósito de la unidad. Para ello, revisan el texto escolar y el cuaderno de trabajo, así como otros libros de la biblioteca escolar.

En este primer momento, no se indican las páginas o capítulos que deben revisar, ya que el propósito de esta actividad es que los estudiantes demuestren sus saberes previos y encuentren por sí mismos las relaciones entre el problema real y los aprendizajes que podrían lograr en la unidad.

- Luego, en equipos de trabajo, revisan sus tarjetas y las ordenan para determinar una ruta de trabajo e identificar cada una de las actividades que se realizarán a lo largo de la unidad.
- Cada equipo propone el orden en el cual se llevarán a cabo las actividades para responder las preguntas de la situación significativa y lograr el propósito de la unidad.
- A continuación, el docente plantea un plan de actividades para desarrollarse en toda la unidad:

ACTIVIDADES PARA DESARROLLARSE EN LA UNIDAD

- Ubican el Santuario Arqueológico de Pachacámac con la ayuda de un mapa.
- Hallan el área aproximada del Santuario Arqueológico de Pachacámac, identificando figuras geométricas conocidas en el plano a escala.
- Construyen un goniómetro.
- Determinan la altura de lugares que se encuentran en su I. E. haciendo uso del goniómetro.
- Hallan las alturas de las construcciones del Santuario Arqueológico de Pachacámac a partir de estimaciones.
- Construyen una maqueta a escala del Santuario Arqueológico de Pachacámac.
- Hallan la función cuadrática que expresa la maximización de ganancias para el mantenimiento del Santuario Arqueológico de Pachacámac.
- Grafican la función cuadrática para maximizar las ganancias por las entradas al Santuario.
- Realizan variación de parámetros y la traslación de una parábola, para conocer más sobre la función cuadrática.
- Determinan un modelo matemático de la maximización de ganancias del Santuario Arqueológico de Pachacámac usando funciones cuadráticas.

- El docente indica que revisen los capítulos 5, 8 y 9 de su texto escolar, así como las unidades 5, 6 y 7 de su cuaderno de trabajo. Los estudiantes dialogan y asocian las actividades y las habilidades matemáticas que se desarrollarán (ubicación en el mapa, medir distancias, medir ángulos, realizar cálculos aplicando razones, graficar funciones cuadráticas, etc.).
- Los estudiantes dialogan sobre la utilidad de los conocimientos (lectura de mapas, descripción de trayectorias, razones trigonométricas y función cuadrática) en cada una de las actividades.
- Luego comparten en plenario sus propuestas: un equipo sorteado al azar presenta su propuesta. Después salen al plenario únicamente los equipos que tengan una propuesta diferente y explican solo las diferencias que tienen con la propuesta presentada inicialmente.

- El docente resalta las actividades destinadas a la elaboración del producto final de la unidad "Maqueta a escala del Santuario Arqueológico de Pachacámac":
  - Extraer datos de un plano del Santuario Arqueológico de Pachacámac.
  - Determinar las dimensiones de las construcciones y su ubicación utilizando escalas.
  - Determinar la altura de construcciones de su escuela y comunidad.
- Finalmente, el docente reitera el propósito de la unidad, detallando la necesidad de establecer compromisos que consoliden los aprendizajes esperados.

CIERRE (25 minutos)

- Los estudiantes, con apoyo del docente, sistematizan todos los aportes y generan una ruta de trabajo para toda el aula, la cual va de la mano con la secuencia de las sesiones de aprendizaje. Esta se escribe en un papelote, el cual será ubicado en un lugar del aula durante toda la unidad.
- Escriben en tarjetas los compromisos que asumirán para el logro del propósito de la unidad, resaltando los valores y las actitudes.
- El docente sistematiza en un papelote los compromisos con la participación de todos los estudiantes, y lo coloca en un lugar visible del salón, junto con la ruta de actividades.

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 2) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
- Indagar y registrar en su cuaderno información sobre el Santuario Arqueológico de Pachacámac (ubicación, distancias a los lugares más conocidos, etc.).

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Fichas, pizarra, tiza, papelotes, cinta adhesiva, etc.
- Mapa del Perú, libros o folletos con información sobre centros arqueológicos.

ANEXO 1

FICHA DE LECTURA

SANTUARIO ARQUEOLÓGICO DE PACHACÁMAC

Descripción del sitio

Pachacámac es el complejo arqueológico más grande e importante de Lima. Ocupa un área de 465,32 hectáreas, con un perímetro de 12 925,41 metros lineales, y es administrado por el Ministerio de Cultura. Cuenta con un museo y gabinetes para el análisis, registro y almacenaje del material. El sitio posee un circuito de visitas que se inicia en el museo y continúa con los siguientes atractivos:

- Conjunto de adobes Lima-Adobitos
- Pirámide con rampa N.° 1
- Calle Norte-Sur
- Taurichumpi
- Calle Este-Oeste
- Templo Viejo
- Templo Pintado
- Templo del Sol
- Plaza de los Peregrinos
- Acllawasi

A lo largo del circuito podemos identificar tres sectores delimitados por antiguas murallas:

La zona ceremonial, que comprende los recintos que se encuentran dentro de la primera muralla. Estos son el Templo del Sol, el Templo Pintado, el Templo Viejo y el área denominada “El Cuadrángulo”.

La zona administrativa, ubicada fuera de la primera muralla y dentro de la segunda, constituida principalmente por 17 pirámides con rampa y otras estructuras de carácter administrativo, entre las que figuran depósitos, plazas, almacenes, etc. En esta zona se encuentran también la Plaza de los Peregrinos, el palacio de Tauri Chumpi y el Acllawasi.

La zona que encierra la tercera muralla, con arquitectura más sencilla, corresponde probablemente al área de uso doméstico, y al parecer fue utilizada por los peregrinos que llegaban a la zona.

Fuente: *http://pachacamac.cultura.pe/santuario-arqueologico/descripcion-del-sitio*

ANEXO 2

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Propone actividades relacionadas con la elaboración de la maqueta.		Secuencia las actividades señalando la relación de las actividades propuestas con los aprendizajes que se van a lograr.		Sustenta la relación entre las actividades propuestas y los conocimientos.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

Unidad 5 | Sesión 2

Duración: 2 horas pedagógicas

UBICAMOS EL SANTUARIO ARQUEOLÓGICO DE PACHACÁMAC

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los invita a observar el video “Lejos de la rutina” (se sugiere observar los cuatro primeros minutos), al cual lleva el siguiente enlace: https://goo.gl/IBph9k

  En el caso de que no se cuente con recursos multimedia, el docente prepara una pequeña exposición sobre el Santuario de Pachacámac. Los estudiantes también pueden recopilar información. Se puede encontrar toda la información necesaria en el siguiente sitio web: https://goo.gl/Dfl0xt

  También puede utilizar la ficha informativa utilizada en la sesión anterior y otros documentos o textos con la información.

- Los estudiantes se distribuyen en cuatro grupos, de manera que al interior de cada uno dialoguen e intercambien opiniones sobre lo observado en el video o escuchado en la exposición del docente. Luego responden las siguientes preguntas:

¿Dónde se ubica el Santuario Arqueológico de Pachacámac? ¿Cómo podemos llegar hasta ahí? ¿Qué rutas son las más recomendables? ¿Cuánto tiempo dura el viaje? ¿Cuántos kilómetros tiene dicho desplazamiento? ¿A qué altura se encuentra el punto más alto del Santuario Arqueológico de Pachacámac?

- A continuación, el docente comunica el propósito de la sesión:

  Usar mapas y planos en problemas de medida y desplazamiento, calculando distancias y reconociendo limitaciones de tramos o rutas haciendo uso de escalas.

- Luego plantea las siguientes pautas, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:
  - Se organizan en equipos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia para comunicar los resultados.
  - Al interior de cada equipo, se organizan de tal manera que todos tengan el mismo nivel de participación en el proceso de resolución de la situación problemática.
  - Se respetan los acuerdos y las normas de convivencia del equipo.
  - Se respetan los acuerdos y los tiempos establecidos para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (50 minutos)

- El docente plantea a los estudiantes la siguiente situación:

> Estela, estudiante del quinto grado de Educación Secundaria, se ha enterado de que irá de viaje a Lima con sus padres. Como a ella le interesan los lugares arqueológicos, le gustaría visitar el Santuario Arqueológico de Pachacámac, y lo comenta con sus papás, quienes le piden que busque información sobre dicho lugar, especialmente sobre cómo llegar a él desde el Centro de Lima, lugar en donde se van a hospedar.
>
> Estela consulta en Internet y encuentra algunos mapas del lugar, pero tiene algunas dificultades para interpretarlos ¿Puedes ayudarla?

- El docente pide a los estudiantes que planteen sus comentarios respecto a esta situación y los anota en la pizarra. Además, propicia la discusión pidiendo mayor sustento de las ideas y planteando nuevas interrogantes a partir de ellas.

- Luego les entrega a cada grupo unos mapas o planos de Lima, y les solicita que ubiquen la Plaza Mayor y el Santuario Arqueológico de Pachacámac, así como las diferentes rutas de acceso partiendo de la mencionada plaza. Puede utilizar también el mapa 1 del anexo 2. Además, pide que marquen con diferentes colores las diversas rutas que van encontrando en los mapas suministrados. En caso de que tengan acceso a computadoras e Internet, luego de haber realizado la ubicación en el mapa impreso, pueden utilizar también Google Maps, para ubicar el lugar y encontrar las rutas posibles. Utilizando la escala del mapa 1, pueden estimar cada una de las rutas marcadas y verificar la distancia que Google Maps marca para cada ruta.

- El docente indica que Estela, luego de revisar varias rutas, decide que la manera más rápida de llegar al Santuario Arqueológico de Pachacámac es usar el metro o tren eléctrico. Para ello, traza la siguiente ruta:
  - Salida de la Plaza Mayor hasta la estación del Metro en Grau (en taxi)
  - Desde estación Grau hasta la estación Villa El Salvador (en metro)
  - Desde la estación de Villa El Salvador hasta el Santuario (en colectivo)

- Además, le han contado que también puede observar la refinería de Conchán e ir a almorzar en un rico restaurante cercano, lugares a los que puede llegar caminando o en mototaxi (motocar). Por ello, decide calcular las distancias que va a recorrer.

- El docente pregunta a los estudiantes si recuerdan cómo trabajar con escalas. Escucha las ideas de los estudiantes y luego verifica si conocen cómo trabajar con escalas. Para ello, les indica:

$$e = \frac{d}{r}$$

Donde

e: escala

d: tamaño del dibujo

r: tamaño real

- A continuación, el docente presenta la siguiente tabla:

Lugar 1	Lugar 2	Distancia recorrida en el mapa (cm)	Recorrido real (km)	Escala utilizada
Lima Metropolitana (Plaza Mayor)	Santuario de Pachacámac	14 cm	38 km	
Lima Metropolitana (Plaza mayor)	Estación de Metro de Grau			
Estación de Metro de Grau	Villa El Salvador			
Villa El Salvador	Santuario de Pachacámac			
Santuario de Pachacámac	Refinería de Conchán			
Santuario de Pachacámac	Restaurante			

- El docente solicita a los estudiantes que, usando los mapas y las escalas, y los instrumentos de medición, estimen los recorridos y rutas entre los otros lugares propuestos.
- Luego pregunta: ¿La medida del recorrido hallado, será la distancia entre los lugares que visitará Estela? Los estudiantes responden y el docente retroalimenta, de manera que reconozcan que la distancia es la longitud del segmento de recta comprendido entre dos puntos.
- Pide a los estudiantes medir las distancias entre los lugares marcados en los mapas y compararlos con los recorridos.
- Después de revisar los mapas y completar la tabla, el docente solicita a los estudiantes discutir en equipo las siguientes preguntas y anotar las respuestas en sus cuadernos:
  - ¿En qué se diferencia el recorrido de la distancia?
  - ¿Cuáles son las rutas más complicadas de realizar?
  - ¿Cuáles son las carreteras o rutas directas?
  - ¿Cuáles son las zonas aledañas al Santuario Arqueológico de Pachacámac?
  - ¿Cuáles son las rutas más accesibles al Santuario Arqueológico de Pachacámac?
- Durante el desarrollo de esta actividad, el docente monitorea el trabajo de los estudiantes resolviendo dudas y consultas o volviendo a explicar conceptos o definiciones. Asimismo, registra el desempeño de cada uno aplicando una lista de cotejo (anexo 1).
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- A continuación, organiza un plenario para que los equipos de estudiantes compartan sus respuestas. Registra el desempeño de cada estudiante en la lista de cotejo.
- Luego anota en un papelote las respuestas consensuadas y lo pega en algún lugar visible del aula.

CIERRE (20 minutos)

- El docente comparte con los estudiantes las siguientes conclusiones:
  - Un mapa es una representación, generalmente parcial, de la superficie terrestre a una escala definida.
  - Existen diferentes tipos de mapas; algunos de ellos son:
    - Mapa físico
    - Mapa político
    - Mapa topográfico
    - Mapa histórico
    - Mapa temático

- El uso de colores, símbolos y trazos auxiliares permite reconocer lugares principales, así como accidentes geográficos y otras características del terreno. También incluye información sobre construcciones, tales como poblaciones, carreteras, puentes, etc.
- Se trabaja con aproximaciones; por lo tanto, siempre existirá un margen de error, que depende de la precisión con la que se dibuje el mapa.

El docente realiza preguntas para la metacognición:

- ¿Qué les pareció el trabajo realizado? ¿Qué actividades permitieron construir los aprendizajes el día de hoy?
- ¿Qué dificultades se presentaron durante el proceso?, ¿cómo logramos superarlas?
- ¿Es importante conocer cómo ubicarse en un mapa y estimar las distancias?
- ¿De qué manera lo realizado en la clase nos ayuda a revalorizar las zonas arqueológicas de nuestra localidad?

EVALUACIÓN

- El docente registra en una lista de cotejo (anexo 1) la información del desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Indagar y registrar en su cuaderno información sobre las diversas construcciones ubicadas en el Santuario Arqueológico de Pachacámac, señalando sus características
  - Resolver la ficha de las páginas 276 y 277 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Fichas, pizarra, tiza, papelotes, cinta adhesiva, etc.
- Mapa de Lima. Mapas impresos (anexo 2).
- Mapa impreso de la localidad en donde se encuentra la escuela.
- Computadoras.
- Reglas, escuadras, lápices de color.
- Lejos de la rutina (2011). [Película]. Perú. Recuperado el 22/09/2016, de https://goo.gl/IBph9k
- Ministerio de Cultura. (2015). Museo Pachacámac. Recuperado el 23/09/2016, de https://goo.gl/Dfl0xt

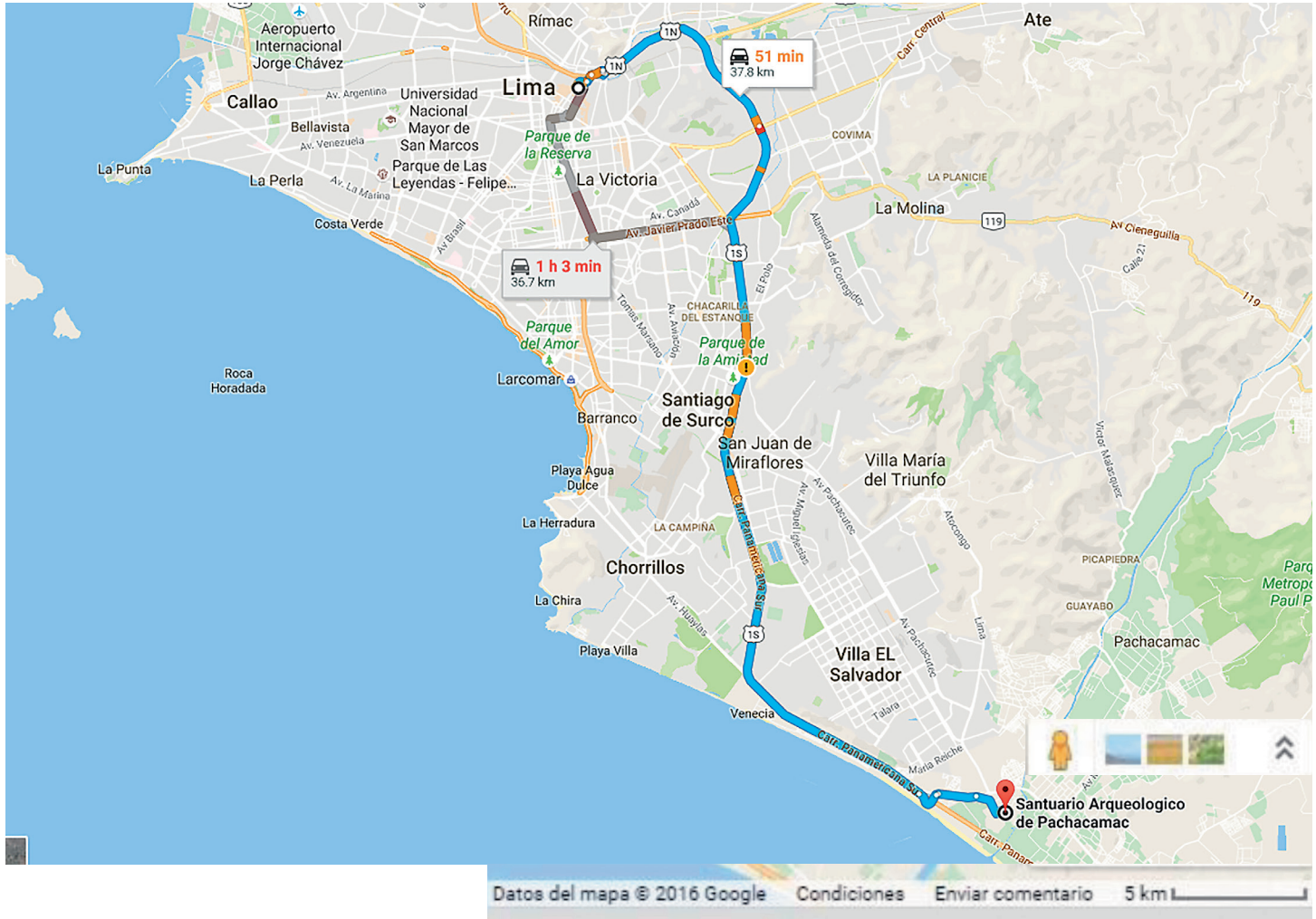
ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

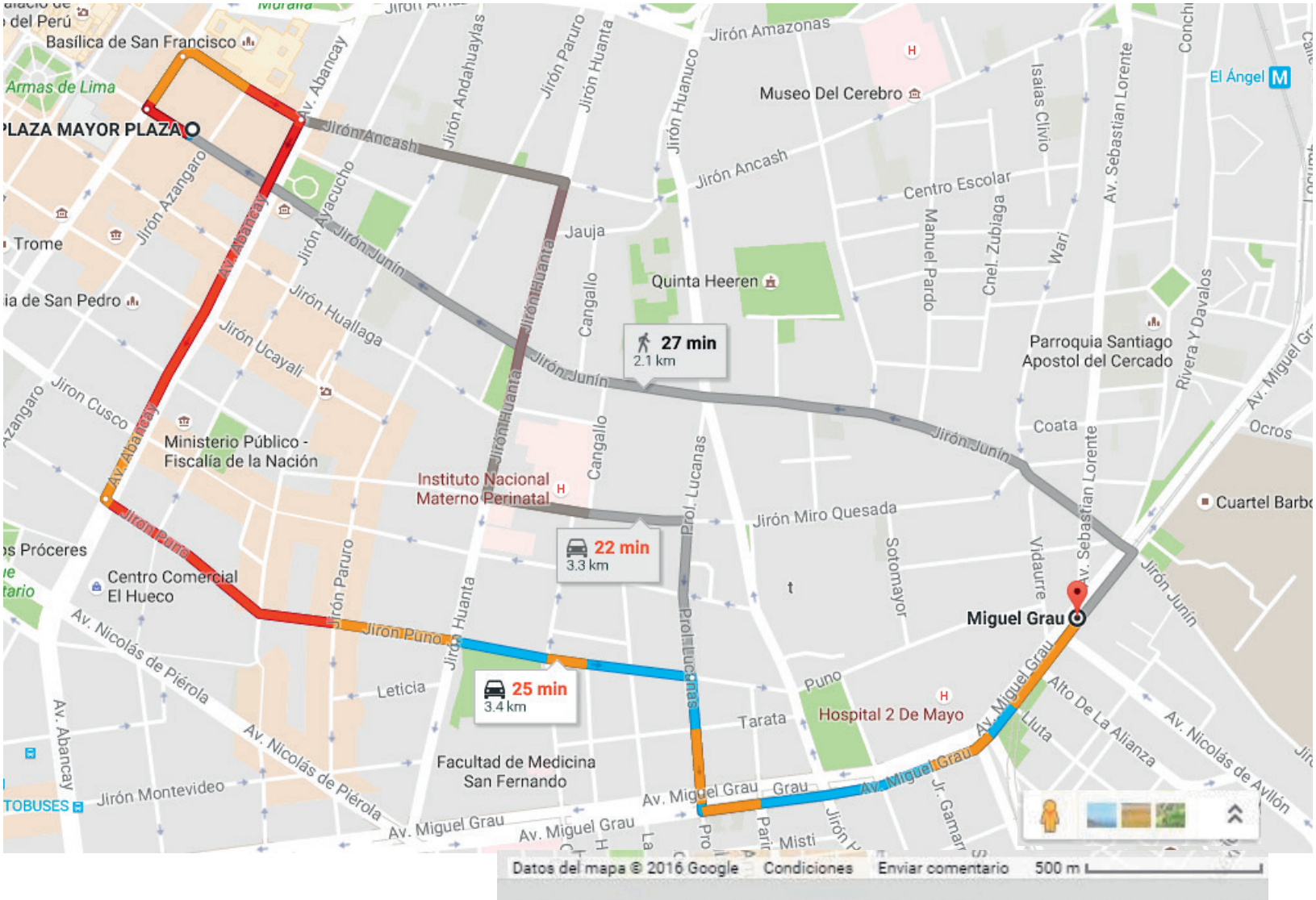
Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Combina estrategias para determinar la distancia entre dos puntos en el mapa haciendo uso de escalas.		Prueba diferentes trayectorias factibles para llegar a un determinado punto haciendo uso de escalas.		Lee mapas a diferente escala e integra información para ubicar lugares.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

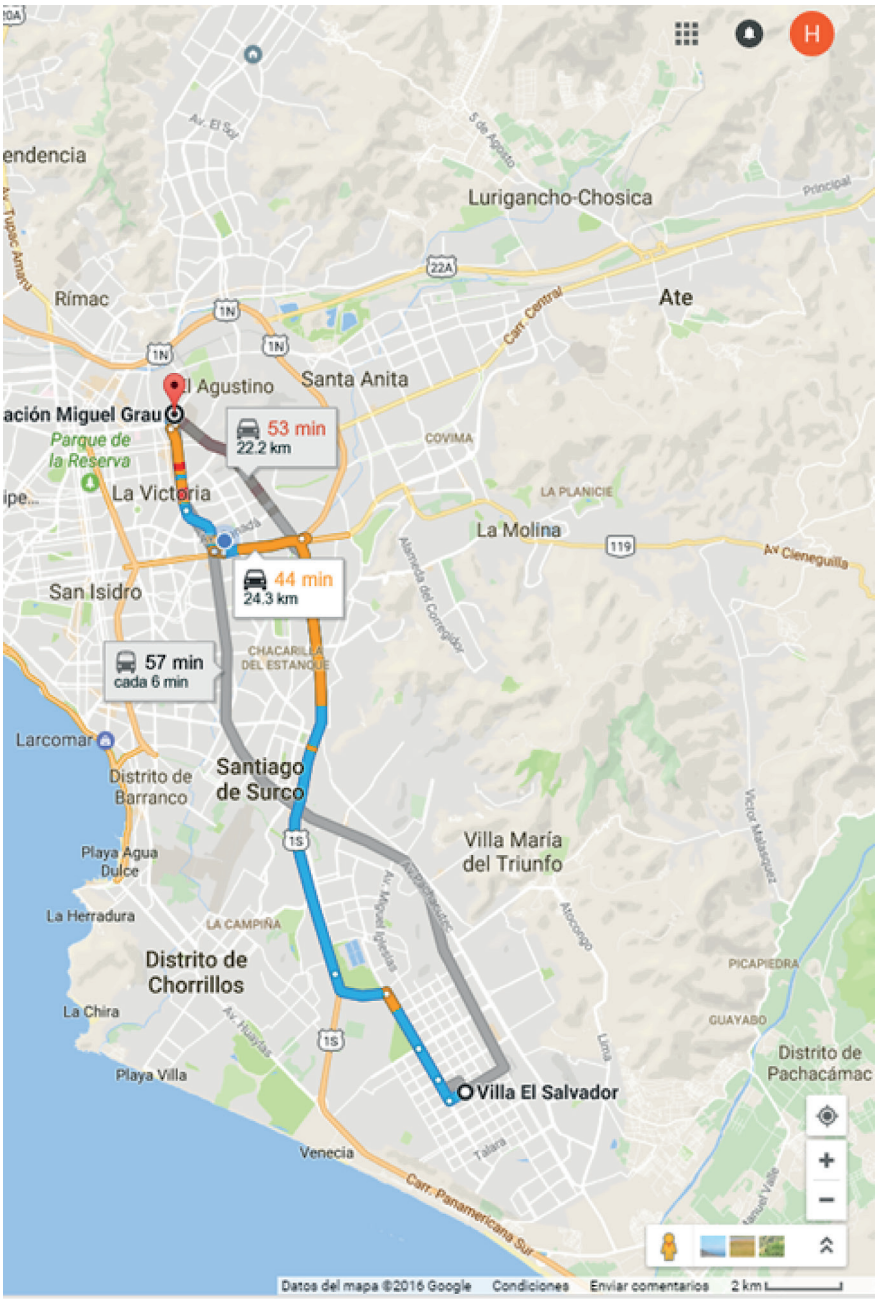
MAPA 1


Aeropuerto Internacional Jorge Chávez
Callao
Rímac
Lima
Ate
51 min
37.8 km
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Bellavista
Parque de la Reserva
La Punta
La Perla
Parque de Las Leyendas - Felipe...
La Victoria
COVIMA
LA PLANICIE
La Molina
Costa Verde
Av. Javier Prado Este
1 h 3 min
36.7 km
Av Cieneguilla
CHACARILLA DEL ESTANQUE
Parque del Amor
Parque de la Amistad
Roca Horadada
Larcomar
Barranco
Santiago de Surco
San Juan de Miraflores
Villa María del Triunfo
Playa Agua Dulce
La Herradura
LA CAMPIÑA
Chorrillos
PICAPIEDRA
GUAYABO
Pachacamac
La Chira
Playa Villa
Villa EL Salvador
Venecia
Carr. Panamericana Sur
Santuario Arqueologico de Pachacamac
Datos del mapa © 2016 Google
Condiciones
Enviar comentario
5 km

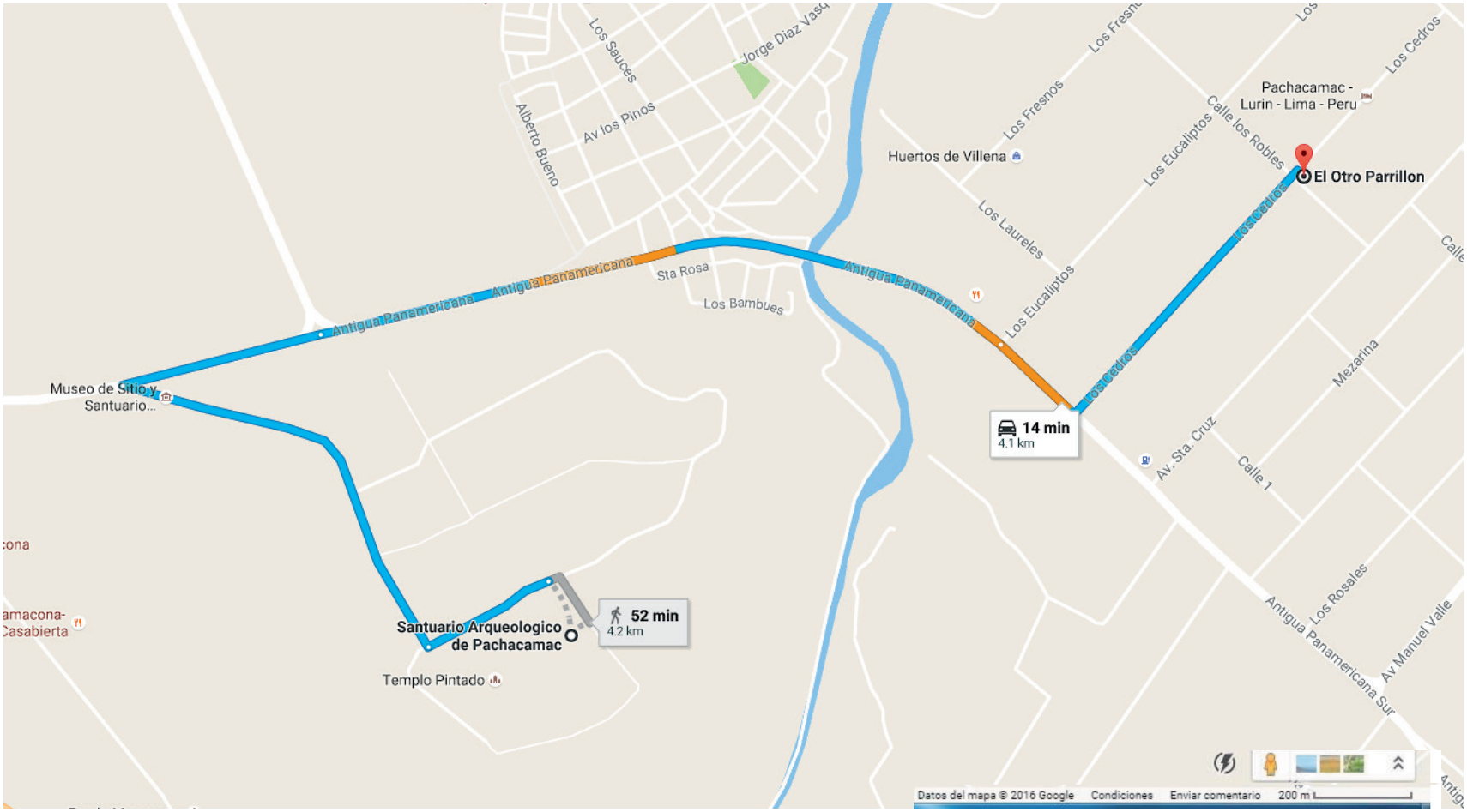
PLANO 1


Basílica de San Francisco
Armas de Lima
PLAZA MAYOR PLAZA
Jirón Ancash
Jirón Azángaro
Av. Abancay
Jirón Ayacucho
Jirón Junín
Jirón Huallaga
Jirón Ucayali
Jiron Cusco
Jiron Puno
Jirón Andahuaylas
Jirón Paruro
Jirón Huanta
Jirón Huanuco
Jirón Amazonas
Museo Del Cerebro
Centro Escolar
Jauja
Quinta Heeren
Cangallo
Manuel Pardo
Cnel. Zubiaga
Wari
Isaías Clivio
Av. Sebastian Lorente
Rivera Y Davalos
El Ángel
Parroquia Santiago Apostol del Cercado
Coata
Ocros
Cuartel Barbo
Ministerio Público - Fiscalía de la Nación
Instituto Nacional Materno Perinatal
Prol. Lucanas
Jirón Miro Quesada
Sotomayor
Vidaurre
Miguel Grau
Centro Comercial El Hueco
Leticia
Tarata
Puno
Hospital 2 De Mayo
Alto De La Alianza
Lluta
Av. Nicolás de Piérola
Av. Miguel Grau
Facultad de Medicina San Fernando
Jirón Montevideo
Misti
Av. Nicolás de Avilón
TOBUSES
27 min
2.1 km
22 min
3.3 km
25 min
3.4 km
Datos del mapa © 2016 Google
Condiciones
Enviar comentario
500 m

MAPA 2


Lurigancho-Chosica
Rímac
Ate
Santa Anita
53 min
22.2 km
Parque de la Reserva
La Victoria
La Molina
44 min
24.3 km
San Isidro
57 min
cada 6 min
Larcomar
Distrito de Barranco
Santiago de Surco
Villa María del Triunfo
Playa Agua Dulce
La Herradura
Distrito de Chorrillos
La Chira
Playa Villa
Venecia
Villa El Salvador
Distrito de Pachacámac
Datos del mapa ©2016 Google
Condiciones
Enviar comentarios
2 km

PLANO 2


Los Sauces
Jorge Diaz Vasq
Alberto Bueno
Av los Pinos
Los Fresnos
Pachacamac - Lurin - Lima - Peru
Los Cedros
Huertos de Villena
Calle los Robles
El Otro Parrillon
Los Eucaliptos
Los Laureles
Antigua Panamericana
Sta Rosa
Los Bambues
Museo de Sitio y Santuario...
14 min
4.1 km
Mezarina
Av. Sta. Cruz
Calle 1
Antigua Panamericana Sur
Los Rosales
Av Manuel Valle
Santuario Arqueologico de Pachacamac
52 min
4.2 km
Templo Pintado
Datos del mapa © 2016 Google
Condiciones
Enviar comentario
200 m

Unidad 5 | Sesión 3

HALLAMOS EL ÁREA Y EL PERÍMETRO DEL SANTUARIO ARQUEOLÓGICO DE PACHACÁMAC

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

El docente da la bienvenida a los estudiantes y presenta la siguiente situación:

Estela siguió con su investigación sobre el Santuario Arqueológico de Pachacámac y otros posibles lugares para visitar en su viaje a Lima. Ha leído una noticia sobre una serie de denuncias, realizadas por pobladores, que alertaron sobre el riesgo de invasión que corren otros sitios arqueológicos en Lima.

En la noticia se precisa que el sitio arqueológico en riesgo de invasión es la Fortaleza de Campoy, en San Juan de Lurigancho, y que ya hay invasiones en progreso en los sitios arqueológicos de Huacones (Cañete), Necrópolis de Miramar (Ancón), Cerro Tinaja (Puente Piedra) y Lomas de Pacta (Punta Hermosa). Asimismo, se señala que entre las obras no autorizadas con destrucción de vestigios arqueológicos se encuentran Pachacámac (Lurín), la Huaca Independencia (Breña) y Alfonso Cobián (Chaclacayo).

Por otro lado, ha encontrado información que señala que el Ministerio de Cultura ha registrado, hasta este momento, 274 alertas de invasiones durante el año. De estas, 214 fueron en zonas arqueológicas, 59 en inmuebles históricos y una en zona paleontológica. Ella sabe que los sitios arqueológicos son propiedad del Estado de acuerdo con la ley, independientemente de que se ubiquen en terreno público o privado. También sabe que los monumentos son intangibles, inalienables e imprescriptibles, y que su alteración o destrucción se halla penada por la ley, pudiendo castigarse hasta con ocho años de cárcel y 1000 UIT (3 950 000 soles) como sanción administrativa.

Estela piensa que sería bueno construir un cerco perimétrico de seguridad en el Santuario Arqueológico de Pachacámac, además de proteger las zonas con mayor riesgo. Por ello, se pregunta:

- ¿Cuáles son las dimensiones del Santuario Arqueológico de Pachacámac?
- ¿Cuál es su perímetro?
- ¿Cuáles serían las zonas que corren más riesgo de ser invadidas?

- Los estudiantes conforman los mismos equipos de trabajo de las clases anteriores. Intercambian opiniones sobre la situación presentada por el docente y luego discuten en torno a las siguientes preguntas:
  - ¿Cómo podemos ayudar a Estela?
  - ¿Qué conocimientos y habilidades matemáticas son necesarias para hacerlo?
  - ¿Qué recursos o herramientas necesitamos y cómo podemos conseguirlas?
- El docente comunica el propósito de la sesión:

  Leer planos, describir trayectorias y determinar áreas y perímetros haciendo uso de escalas.
- Indica a los estudiantes que deben tener en cuenta estos aprendizajes y las siguientes pautas de trabajo:
  - Al interior de cada equipo de trabajo, se organizan de manera que todos tengan el mismo nivel, de participación en la manipulación y construcción de figuras geométricas a partir del mapa.
  - Se respetan las opiniones y los acuerdos del equipo.
  - Se respetan los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.
- El docente pregunta a los estudiantes qué opinan sobre las pautas de trabajo y toma en cuenta sus aportes, para modificarlas o adaptarlas.
- Les comunica la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

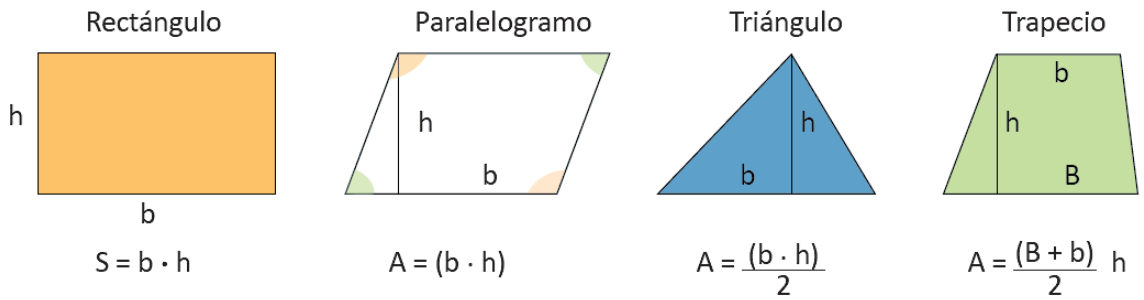
- El docente explica de manera breve la importancia del uso de planos en la construcción de edificaciones o en su mantenimiento. Esta actividad puede ser reemplazada por una lectura previamente seleccionada por el docente acerca de la utilización de planos.
- Cada equipo recibe un plano a escala del Santuario Arqueológico de Pachacámac (anexo 2) y el docente pide que marquen el perímetro de dicho santuario. Luego pregunta: ¿Cómo se puede hallar el área de su superficie? ¿De qué manera nos ayudará el plano a escala?
- Los estudiantes se toman un tiempo para analizar y discutir en equipo. También se ayudan consultando el texto escolar. Luego el docente da un tiempo para compartir las respuestas y llegar a ideas consensuadas.
- Luego plantea las siguientes preguntas:

  - ¿Qué forma tiene la zona comprendida por el Santuario Arqueológico de Pachacámac? ¿Es una figura conocida por ustedes?
  - Si tuviéramos que cercar el complejo, ¿qué zona cercarías según el plano?, ¿qué material y cuánto se necesitaría para dicho fin?
  - Si no es así, ¿cómo podríamos hacer para hallar el área y perímetro del Santuario?
  - ¿Qué lugares de la periferia del Santuario Arqueológico de Pachacámac son vulnerables para ser invadidos? ¿Cómo se podría evitar dicha invasión?
  - Si realizamos algunos trazos, ¿encontraremos alguna figura conocida? ¿Cuáles serían esos trazos? ¿Qué figuras geométricas encontramos?
  - ¿Será la única forma o existirán otras maneras que nos aproximen más hacia el objetivo?

- Cada equipo propone un modo de solucionar el problema (plan), a partir de las preguntas.
- El docente monitorea el trabajo de cada grupo; recuerda a los estudiantes las pautas de trabajo en equipo y acompaña los procesos de estos.
- Pide a cada equipo que explique su plan de solución. Una vez que todos han compartido cómo resolverán el problema, retroalimenta y complementa la información dada por los estudiantes.
- Luego pide que hallen de manera aproximada el perímetro y área del Santuario Arqueológico con ayuda del plano.
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

- Monitorea el trabajo de cada equipo. Si los estudiantes presentan alguna dificultad, vuelve a plantear las preguntas iniciales que ayudarán a la reflexión de los estudiantes. Asimismo, presenta, de ser necesario, un papelote con la siguiente información:

  Área de figuras poligonales.



$S = b \cdot h$ $\quad A = (b \cdot h)$ $\quad A = \frac{(b \cdot h)}{2}$ $\quad A = \frac{(B + b)}{2}\ h$

- Con las orientaciones del docente, y teniendo en cuenta la escala, los estudiantes proceden a realizar los trazos correspondientes haciendo uso de regla, compás y otros instrumentos de dibujo y medida.
- Cada grupo tiene la libertad de proponer estrategias diferentes para calcular el área correspondiente.
- Para continuar, los estudiantes dibujan en un papelote la silueta del Santuario Arqueológico de Pachacámac. Luego, utilizando colores, resaltan los trazos realizados y colorean las áreas de las figuras conocidas que han identificado. Realizan los cálculos correspondientes. Se toman 15 minutos para esta actividad.
- Luego un representante de cada equipo pega su papelote en la pizarra y expone las estrategias y las figuras geométricas utilizadas, dando a conocer los resultados.
- Los estudiantes desarrollan una segunda actividad, con apoyo del plano a escala, en torno a las siguientes preguntas:

  - Si se tuvieran que colocar garitas de seguridad, ¿qué lugares serían los más apropiados?, ¿podrías argumentar tu respuesta?
  - ¿A qué distancia de la puerta principal ubicarías dichas garitas de control?

- Los estudiantes, organizados en equipos, vuelven a observar y analizar la información relevante en el plano. Luego buscan las estrategias adecuadas y pertinentes para solucionar el caso propuesto. Finalmente, el docente les brinda un tiempo para compartir las respuestas y llegar a ideas consensuadas.

- Durante el desarrollo de esta actividad, el docente monitorea el trabajo de los estudiantes resolviendo dudas y consultas o volviendo a explicar conceptos o definiciones. Asimismo, registra el desempeño de cada estudiante, retroalimenta y promueve la reflexión de ellos.
- Invita a los estudiantes a comparar los resultados de cada equipo y promueve la reflexión acerca de la diversidad de respuestas planteando estas preguntas:
  - ¿Por qué hay respuestas diferentes?
  - ¿Qué grupos tienen respuestas parecidas?, ¿por qué?
- Da lectura a las dimensiones reales del Santuario Arqueológico de Pachacámac y pregunta:
  - ¿Cuál de las respuestas se aproximará más al valor real del área?
  - ¿Por qué no se pudo hallar un resultado exacto?
- Los estudiantes dialogan al interior de sus equipos; luego, mediante una lluvia de ideas, expresan sus opiniones.

CIERRE (10 minutos)

- El docente recoge las opiniones y promueve el razonamiento y la argumentación al hacer preguntas como las siguientes:
  - ¿Habrá alguna otra estrategia de solución? ¿Cómo podríamos disminuir el margen de error?
- Recoge la información, la sistematiza y juntos llegan a las siguientes conclusiones:
  - Un mapa o plano a escala sirve para hacer una representación aproximada de la realidad; con este fin, se utilizan escalas.
- La escala señala el número de veces que se ha reducido el tamaño de la superficie real.
- La escala numérica se representa en cifras; por ejemplo, 1/100 000 o 1:100 000. Esto indica que una unidad medida en el mapa (por ejemplo, 1 cm) representa 100 000 de las mismas unidades en la superficie terrestre (es decir, 1 km en el mismo ejemplo).
- En la mayor parte de los mapas o planos, la escala se indica en el margen y, muchas veces, viene acompañada de una escala gráfica lineal, que es un segmento dividido que muestra la longitud sobre el mapa de las unidades terrestres de distancia. En ocasiones, el extremo de la barra presenta una subdivisión para que el usuario pueda medir las distancias con mayor precisión.
- Finalmente, los estudiantes responden y discuten brevemente sobre estas preguntas:
  - ¿Qué conocimientos matemáticos estuvieron involucrados en las actividades de la sesión?
  - ¿En qué espacio o circunstancia de nuestra vida en la comunidad puede servirnos este aprendizaje?
  - ¿Cómo aportan estos aprendizajes al propósito de nuestra unidad?

EVALUACIÓN

- El docente registra en una lista de cotejo (anexo 1) la información del desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Resolver la ficha de las páginas 274 y 275 de su cuaderno de trabajo.
  - Consultar en la biblioteca el tema relacionado con las razones trigonométricas de ángulos agudos y notables.
  - Traer para la siguiente clase: transportador, sorbete o tubo, cinta adhesiva, un objeto pequeño y pesado, tijera, pabilo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Plumones, cartulinas, papelotes, cinta adhesiva, pizarra, tiza, reglas, escuadras, compás, etc.

ANEXO 1

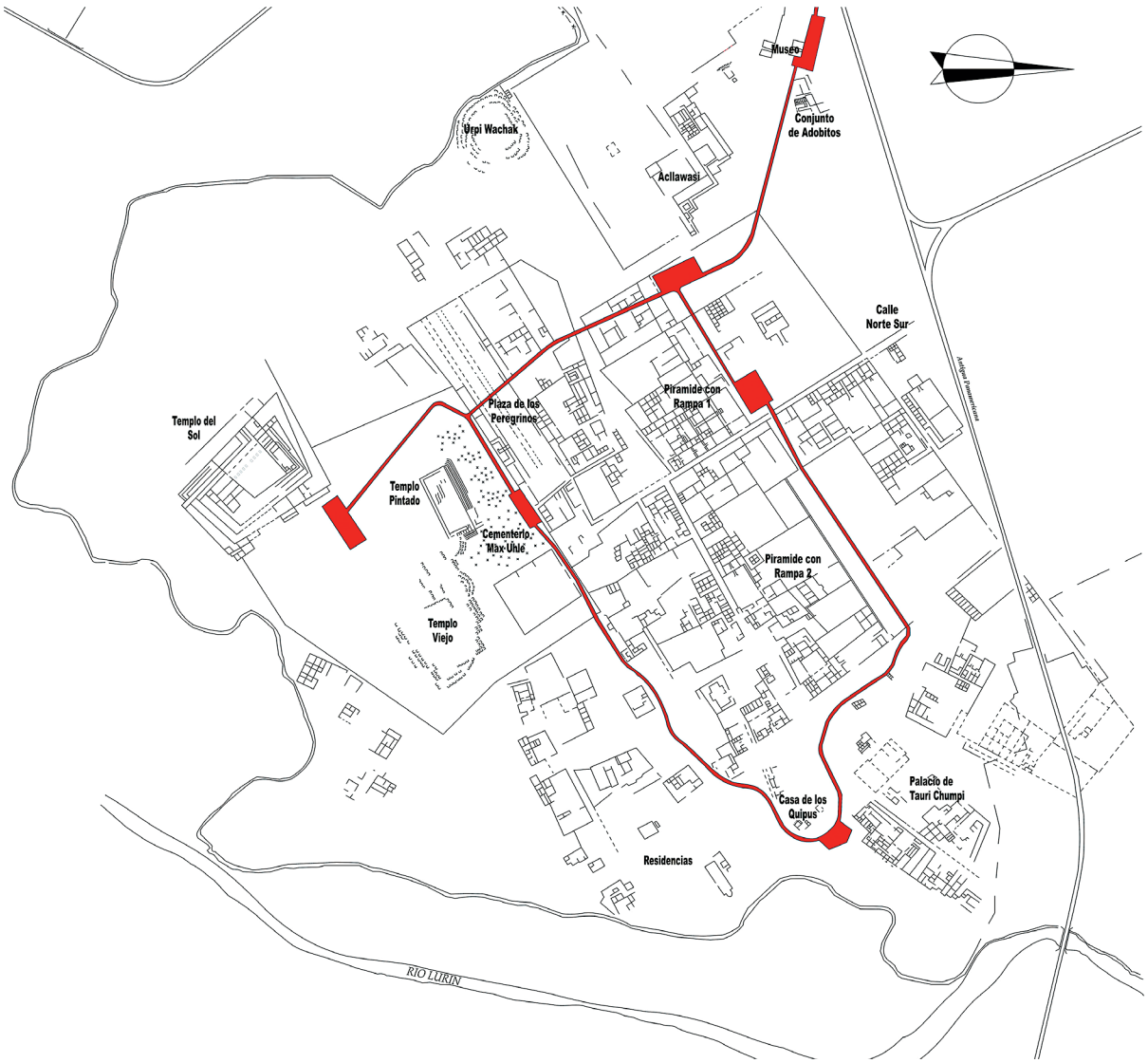
LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	ESTUDIANTES / INDICADORES	Lee planos a diferente escala e integra información para ubicar lugares.		Combina estrategias para descomponer un plano en figuras compuestas.		Combina estrategias para determinar el área y perímetro de planos haciendo uso de escalas.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

PLANO DEL COMPLEJO ARQUEOLÓGICO DE PACHACÁMAC



Fuente: *http://pachacamac.cultura.pe/sites/default/files/plano_santuario.jpg*

Pachacámac

Arqueólogo:	Juan Carlos Espejo Cornejo			Plano:	
Sitio Arqueológico:	Pachacámac				02
Diseño:	Planta; Vista Horizontal				
Dibujo:	JCEC	Escala:	1/	Fecha:	Dic. 2005

Fuente: *http://www.geocities.ws/contextos_peru/ctxt1-2.htm*

CONSTRUIMOS UN TEODOLITO CASERO

Unidad 5 | Sesión 4

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

DESARROLLO (15 minutos)

El docente da la bienvenida a los estudiantes. Luego les presenta la siguiente situación problemática:

> Estela no descansa en su investigación sobre el Santuario Arqueológico de Pachacámac. Con su compañero Víctor, han ido averiguando acerca de las diferentes construcciones arquitectónicas del santuario, así como sobre sus características y dimensiones (largo, ancho y altura). Mientras leían esta información, se preguntaban: ¿Cómo hacen los investigadores para calcular estas medidas, especialmente la altura? ¿Contarán con una cinta métrica muy larga? ¿Usarán una escalera muy alta? Estela le consulta a la docente de Matemática, quien le comenta que los arquitectos o ingenieros encargados de esas tareas, utilizan instrumentos especiales que les permiten medir sin necesidad de arriesgarse subiendo a alturas muy elevadas. Estela se pregunta: ¿Cuál será ese instrumento? En su viaje, cuando visite el Santuario Arquitectónico de Pachacámac, le gustaría utilizarlo para medir las construcciones.

- El docente plantea, además, las siguientes preguntas:

¿Qué construcciones arquitectónicas presenta el Santuario Arqueológico de Pachacámac? ¿Tienen idea de la altura de cada una de ellas? ¿Cómo podríamos determinar la altura de las construcciones arquitectónicas desde una determinada distancia?

- Los estudiantes dialogan en grupo e intercambian opiniones sobre la situación presentada por el docente. Luego discuten alrededor de las preguntas y responden a manera de lluvia de ideas. El docente escribe en la pizarra las ideas fuerza.
- Para continuar, presenta un teodolito real y explica de forma detallada y breve su uso y sus fundamentos matemáticos. Si fuera posible, pide el apoyo de algún trabajador o profesional que lo utilice en su trabajo para que explique cómo lo emplea.
- El docente comunica el propósito de la sesión:

  Construir un teodolito casero para calcular alturas de objetos reales construyendo modelos mediante formas geométricas, considerando nociones de las razones trigonométricas.
- Asimismo, menciona que durante la clase cada estudiante logrará:
  - Utilizar el instrumento elaborado por ellos mismos para determinar diferentes alturas de estructuras de su comunidad.
  - Representar la información recogida haciendo uso de razones trigonométricas.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes.
  - Al interior de cada equipo de trabajo, se organizan de tal manera que todos tengan igual nivel de participación en la construcción del teodolito.
  - Respetan los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (65 minutos)

- Los estudiantes discuten respecto de las siguientes situaciones problemáticas presentadas en cartillas, y el docente las reparte a los equipos de forma aleatoria:

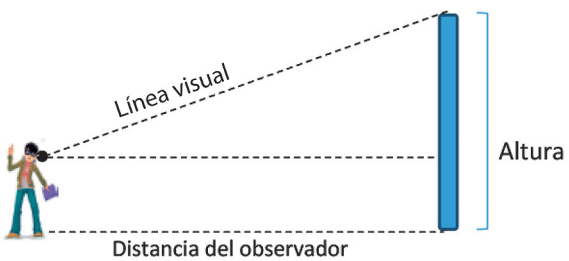
1. El alcalde de la Municipalidad Distrital de San Rafael desea cambiar la cuerda del asta de la bandera de la Plaza de Armas del centro poblado de Cochacalla-Ambo, pues ya está muy vieja y gastada. Para ello, necesita saber la altura del asta, la cual se encuentra empotrada con

cemento en el piso. Con dicho fin, solicita apoyo a un estudiante del quinto grado. ¿Cómo medirías la altura del asta?

2. En los trabajos de reconstrucción del Santuario Arqueológico de Pachacámac, se ha encontrado un viejo poste de luz cerca de una de las construcciones del lugar. El encargado de los trabajos de reconstrucción ha decidido tumbarlo, pero tiene temor de que caiga sobre el edificio cercano. Por ello, ha decidido tomar la medida de la distancia entre el poste y la construcción más cercana y compararlo con la altura del poste. ¿Cómo medirías la altura de un poste o un árbol alto en los alrededores de tu colegio?

3. El jefe del área de Promoción Cultural del Santuario Arqueológico de Pachacámac ha propuesto construir un mirador de tres pisos en el centro del lugar, con estructura de metal y madera. Cuando el maestro de obra encargado está terminando de armar la parte más alta, se percata de que el mirador solo podría funcionar de día, porque no hay luz en el santuario. Sin embargo, el jefe de Promoción Cultural le dice que sería una buena idea colocar iluminación en puntos estratégicos para promover el turismo de noche. Por ello, le pide calcular la cantidad de cable y, sobre todo, el largo que como mínimo debería tener la tubería para hacer llegar el cable de electricidad hasta el tercer piso. ¿Cómo medirías la altura?

- Los estudiantes brindan ideas iniciales. El docente sistematiza las respuestas y fomenta el diálogo sobre las diversas posibilidades de determinar las alturas de las construcciones de su comunidad o de otro lugar.
- El docente realiza un gráfico en el que describe las magnitudes implicadas para determinar la altura del asta del centro poblado, y pregunta a los estudiantes qué figura es la que están observando:



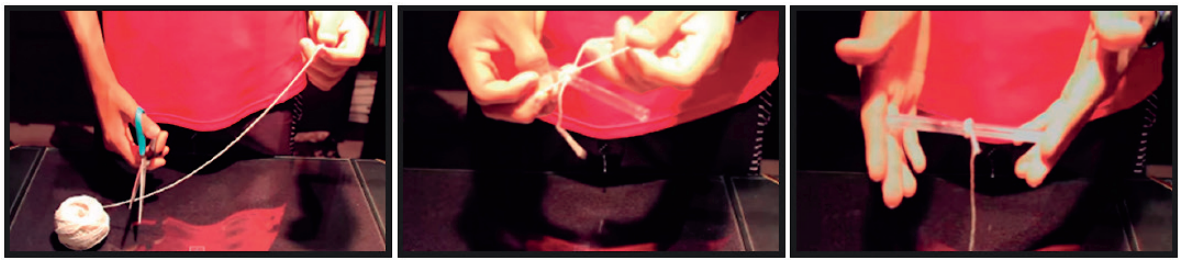
- Los estudiantes reconocen que es un triángulo rectángulo, y el docente les pregunta si hay alguna manera de encontrar la altura si conocemos la distancia del observador. Para responder, consultan el texto escolar y su cuaderno de trabajo.
- Los estudiantes identifican el teodolito como el instrumento que les ayudará a determinar alturas de lugares inaccesibles. El docente les indica que, como no se cuenta con un teodolito para cada uno de ellos, durante esta sesión cada estudiante construirá uno utilizando los materiales que han traído y el desglosable 14 de la página 365 del cuaderno de trabajo.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

Organiza los grupos de trabajo; pide que abran su cuaderno de trabajo en las páginas 220 y 221, y que coloquen los siguientes materiales sobre sus carpetas:

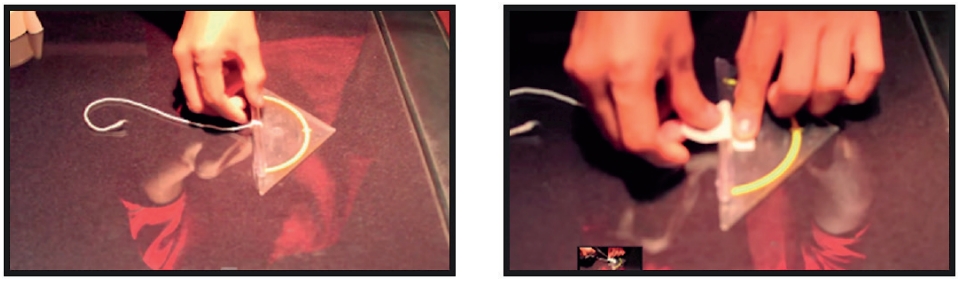
- Transportador
- Sorbete o palito
- Cinta *masking tape*
- Objeto pequeño y pesado
- Tijera
- Pabilo

Siguiendo las indicaciones del cuaderno de trabajo, cada estudiante va elaborando el teodolito paso a paso. El docente les recomienda que tengan cuidado en la manipulación de los materiales.

Paso 1: Cortar un pedazo de pabilo y amarrarlo al centro del tubo.



Paso 2: Pegar el tubo en el geotriángulo del desglosable con ayuda de la cinta *masking tape*.



Paso 3: Amarrar el extremo del pabilo al objeto pequeño y pesado.

Goniómetro finalizado

Durante el desarrollo de esta actividad, el docente monitorea el trabajo de los estudiantes resolviendo dudas y consultas o volviendo a explicar los procedimientos de construcción. Asimismo, valora el desempeño de cada uno, a partir de la aplicación de la lista de cotejo (anexo 1). Finalizado el tiempo de construcción, cada pareja presenta su teodolito terminado.

Para continuar, el docente pregunta:

- ¿Cómo determinamos el ángulo con el teodolito?
- ¿Cómo se manipula?

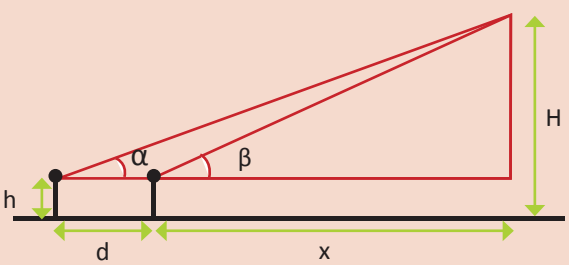
ACTIVIDAD 1 (en parejas)

El docente propone observar y seguir las indicaciones de la ficha de las páginas 220 y 221 del cuaderno de trabajo. Miden la altura de objetos o construcciones cercanas (para lo cual se sugiere salir al patio o a la Plaza de Armas del centro poblado por el espacio de 10 minutos aproximadamente).

ACTIVIDAD 2 (en grupos de cuatro estudiantes)

1. Ubíquense a una determinada distancia frente al objeto que van a observar (no es necesario que conozcan esta distancia). Señalen con una marca el punto A. Luego aléjense de este tantos metros como indica el cuadro adjunto, e indiquen con una marca el punto B (como señala el gráfico). Haciendo uso del teodolito, determina los ángulos formados desde los puntos referenciales α y β.

   El objeto de observación será distinto para los grupos en función de la situación significativa: algunos medirán el asta de la Plaza de Armas o de la institución educativa: otros un árbol, y otros, la casa más alta de la comunidad o la construcción más alta del colegio.



2. Anoten sus medidas según como se indica en la siguiente tabla:

Objetos medibles	Altura de los pies a los ojos del observador	Distancia entre A y B	Ángulo a partir de A (α)	Ángulo a partir de B (β)
El asta de la bandera de la Plaza de Armas o de la I. E.		2 m		
Un árbol cercano a la I. E.		3 m		
La casa más alta de la comunidad o la construcción más alta de la I. E.		4 m		

ACTIVIDAD 3

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿En qué punto (A o B) se evidencia mayor ángulo?, ¿por qué?

_____

_____

2. Si el observador ubicado en el punto A se aleja del objeto observado, ¿qué sucede con el ángulo?

_____

_____

3. Si el observador ubicado en el punto B se acerca al objeto observado, ¿qué sucede con el ángulo?

_____

_____

4. ¿Podrías afirmar que, a mayor altura del objeto observado, mayor ángulo de elevación en cualquiera de los casos? Fundamenta tu respuesta.

_____

_____

5. Si la distancia entre los puntos A y B se incrementa, ¿la diferencia entre los ángulos α y β disminuye o aumenta?, ¿por qué?

_____

_____

6. Si la distancia entre los puntos A y B disminuye, ¿la diferencia entre los ángulos α y β disminuye o aumenta?, ¿por qué?

_____

_____

7. ¿En algún caso el ángulo α o β podrán medir 90°? Justifica tu respuesta

_____

_____

8. ¿Qué características tienen los ángulos obtenidos en la experiencia?

_____

_____

- Los estudiantes anotan sus respuestas y realizan sus representaciones en su cuaderno.
- Durante el desarrollo de estas actividades, el docente monitorea el trabajo de los estudiantes resolviendo dudas o volviendo a explicar conceptos y definiciones. Asimismo, evalúa el desempeño de cada estudiante a partir de la lista de cotejo (anexo 1).
- Sobre la base de las mediciones realizadas y los resultados obtenidos por los diferentes equipos, los estudiantes discuten sobre las preguntas y comparan sus respuestas.

CIERRE (10 minutos)

- Cada equipo escribe sus conclusiones en sus cuadernos.
- El docente, juntamente con los estudiantes, arriban a las siguientes conclusiones:
  - Los ángulos agudos son aquellos que miden menos de 90°.
  - El ángulo que forma la línea visual con el horizonte se denomina ángulo de elevación.
  - El teodolito hace posible medir ángulos a partir de puntos visuales y determinar la altura desde una cierta distancia.

El docente finaliza la sesión planteando las siguientes preguntas:

- ¿Qué aprendimos hoy?
- ¿Cómo lo aprendimos?
- ¿De qué manera lo aprendido nos sirve en nuestra vida cotidiana?
- ¿Cuáles fueron las dificultades durante el trabajo en equipo?

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 221 y 222 del cuaderno de trabajo.
  - Indagar y registrar en su cuaderno información sobre las razones trigonométricas.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Plumones, cartulinas, papelotes, cinta adhesiva, pizarra, tiza.
- Cinta métrica o güincha, reglas, escuadras, compás, etc.
- Pabilo, pesa u objeto pesado.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: Grado y sección:

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Establece relaciones entre las características y atributos medibles de un teodolito casero para su construcción.		Establece relaciones entre las características y atributos medibles de objetos reales usando nociones de RT.		Expresa la construcción del teodolito haciendo uso de regla y compás y de material concreto.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

Unidad 5 | Sesión 5

Duración: 2 horas pedagógicas

DETERMINAMOS ALTURAS SIN ESTAR EN EL SANTUARIO ARQUEOLÓGICO DE PACHACÁMAC

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego les plantea las siguientes preguntas:
  - ¿Qué actividades realizamos la clase anterior? ¿Para qué utilizamos el goniómetro o teodolito casero?
- Los estudiantes dan a conocer sus repuestas a través de una lluvia de ideas.
- El docente, mostrando y manipulando el teodolito casero, identifica los diferentes tipos de ángulos que se forman al realizar observaciones desde diferentes puntos referenciales.

A continuación, pregunta:

¿Cómo podremos determinar la altura a partir de los datos recogidos en la experiencia anterior?

- Los estudiantes dialogan en equipo e intercambian opiniones.
- El docente comunica el propósito de la sesión:

  Calcular la altura de objetos haciendo uso de las razones trigonométricas y del teorema de Pitágoras.
- Además, muestra a los estudiantes el instrumento de evaluación que empleará durante la sesión (anexo 1) y plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:
  - El trabajo será individual, pero podrán hacer consultas o intercambiar opiniones con sus compañeros de trabajo y con el docente.
  - Si tuvieren dudas, levantarán la mano y las expresarán en voz alta, y se buscarán las respuestas entre todos.
  - Respetan los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje.

DESARROLLO (55 minutos)

- El docente explica a los estudiantes que en el Perú hay varios proyectos para construir teleféricos. Precisamente, uno de los más desarrollados es el teleférico de Kuélap, el cual ayudará a los turistas a llegar a esa importante zona arqueológica.
- Pide a los estudiantes que abran su cuaderno de trabajo en la página 224 y lean la situación problemática. Dialoga con los estudiantes sobre esta situación, acerca de los elementos que deben ser considerados para la construcción de un teleférico.
- Formula las siguientes preguntas:
  - ¿Cómo podemos determinar la altura o las distancias que nos solicitan?
  - ¿Han resuelto alguna situación parecida?
  - ¿Qué estrategias utilizaron?
  - ¿Se podrá resolver este problema aplicando el teorema de Pitágoras?
  - ¿Se puede resolver usando razones trigonométricas? ¿Cómo se utilizaría?
- El docente pide a los estudiantes que revisen en su texto escolar las definiciones y aplicaciones de las razones trigonométricas.
- Propone la siguiente actividad:

  José tiene 1,4 m de estatura y necesita saber la altura del árbol que se encuentra en el patio de la I. E. Para ello, se ubica a 6 m de distancia del pie de dicho árbol y, haciendo uso de su teodolito casero, observa la parte más alta y obtiene un ángulo de elevación de 37°.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

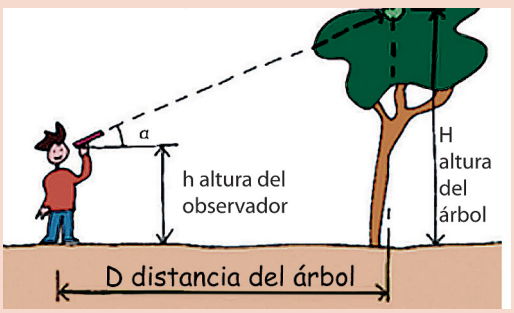
- Durante el desarrollo de esta actividad, se espera que los estudiantes modelen la situación propuesta mediante formas geométricas que permitan calcular la altura del árbol. En todo momento, el docente absuelve dudas y acompaña a los equipos de trabajo.
- Pregunta a los estudiantes: ¿Cómo puedo demostrar que los valores obtenidos para los tres lados del triángulo rectángulo son los correctos? Propone usar el teorema de Pitágoras para verificar que se cumple dicha relación: $a^2 = b^2 + c^2$.
- Los estudiantes reemplazan los valores obtenidos en el triángulo rectángulo para demostrar que los lados del triángulo hallados al aplicar las razones trigonométricas son los adecuados.
- El docente presenta también en un papelote los valores de las razones trigonométricas de los triángulos rectángulos notables (30° y 60°; 37° y 53°; 45°; 16° y 74°) para facilitar la solución del problema.
- Los estudiantes resuelven la situación tomando como referencia las indicaciones de la ficha de las páginas 224 y 225 del cuaderno de trabajo.
- A manera de ejemplo, el docente presenta el desarrollo de la situación:

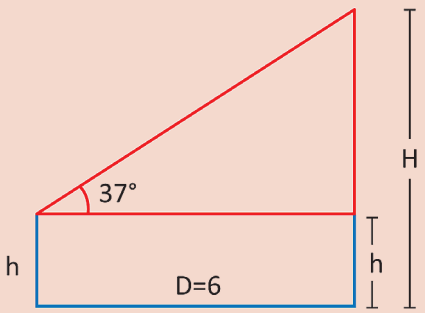
Datos recogidos:

D = 6 m

α = 37°

h = 1,4 (altura del observador)





$$tan\,\alpha = \frac{H-h}{D}$$

$$tan\,37° = \frac{H-1,4}{6}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{H-1,4}{6}$$

H = 5,9 metros

- Luego los estudiantes argumentan la validez de la solución del problema y de la aplicación del teorema de Pitágoras, respondiendo las siguientes preguntas:
  - ¿Qué tipo de polígono representa la gráfica realizada?
  - ¿Será posible calcular la altura del árbol usando otra razón trigonométrica distinta de la tangente? Justifica tu respuesta.

- ¿Cómo se procedería si la persona que observa el árbol es la alumna Maricielo, que tiene una estatura de 1,60 m? Da a conocer tus argumentos.

Luego el docente solicita que se agrupen en parejas y resuelvan el problema propuesto de la ficha de las páginas 226 y 227 de su cuaderno de trabajo. Les indica que deben resolverlo solo con ayuda de su compañero y del texto escolar. Monitorea y registra el desempeño de los estudiantes haciendo uso de la lista de cotejo.

Al terminar la solución, elige a dos estudiantes para sustentar y argumentar sus resultados y los procesos que realizaron.

CIERRE (15 minutos)

El docente pregunta:

- ¿Habrá casos en los que se utilice el seno o el coseno para su solución?

Los estudiantes dialogan al respecto.

El docente expresa las siguientes conclusiones.

- Se llaman razones trigonométricas a aquellas que relacionan las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo con los ángulos agudos de este.
- Las razones trigonométricas son usualmente utilizadas en topografías e ingeniería, astronomía, en sistemas de navegación y para medir distancias.
- Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo no siempre son notables, por lo que se hace necesario utilizar calculadora o tablas para determinar sus razones trigonométricas.

El docente plantea algunas preguntas metacognitivas:

- ¿Cómo aplicamos la trigonometría para abordar y resolver las situaciones problemáticas propuestas?
- ¿Cuál fue la utilidad del teorema de Pitágoras en estos procesos de resolución?
- ¿En qué otros contextos o situaciones de nuestra vida cotidiana podemos emplear estos conocimientos?

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Resolver las actividades de la ficha de trabajo del anexo 2.
  - Coordinar con su equipo de trabajo para que reúnan todos los materiales y construyan una maqueta de un sitio arqueológico de su región. También les pide que lleven el plano que utilizaron en la sesión 3.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Plumones, cartulinas, papelotes, cinta adhesiva, pizarra, tiza, reglas, escuadras, compás, etc.
- Calculadora científica, tabla de valores de las razones trigonométricas para ángulos que no son notables.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

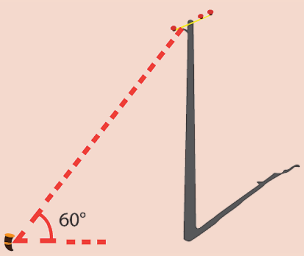
N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Combina procedimientos para determinar la altura de diferentes objetos haciendo uso de las razones trigonométricas.		Usa teorema de Pitágoras para verificar sus resultados.		Plantea afirmaciones sobre el uso de las razones trigonométricas al resolver problemas de contexto.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

FICHA DE TRABAJO

1. Si ubicándose a 4,5 metros de distancia de la caseta de control de la localidad de Colquijirca-Cerro de Pasco, se observa un punto más alto formando un ángulo de elevación de 53° con respecto al piso en un punto A, ¿cuál será la altura de la caseta?

2. Se ha usado una soga para levantar un poste de luz de 7,05 m caído en la puerta de entrada del centro cívico de la localidad de Rondos-Lauricocha. Si la soga que une la estaca con el punto más alto del poste forma un ángulo de elevación de 60° con el piso, ¿cuánto mide la soga aproximadamente?



ELABORAMOS UNA MAQUETA DEL SANTUARIO ARQUEOLÓGICO DE PACHACÁMAC

Unidad 5 | Sesión 6

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego les plantea la siguiente situación problemática:

> En el colegio, el tutor ha pedido a los estudiantes que investiguen y expongan sobre los intereses de cada uno para continuar estudios superiores. Estela quiere ser arqueóloga y está muy emocionada con el viaje que realizará a Lima, en el que podrá visitar el Santuario Arqueológico de Pachacámac. Ya que ha investigado bastante sobre el tema, decide incluir en su exposición todo lo que ha aprendido. Sin embargo, cree que para explicar mejor lo que significa ser arqueólogo, sería bueno presentar una maqueta del santuario.
>
> ¿Podrías ayudar a Estelita en esta tarea? ¿Qué conocimientos matemáticos son necesarios para realizar esta construcción? ¿Qué materiales necesita?

- Los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas. El docente anota las respuestas en la pizarra y complementa la situación con las siguientes preguntas:

¿Cuál ha sido el propósito de las sesiones anteriores? ¿Qué actividades realizamos para lograrlo? ¿Cómo se relaciona con la tarea de construir una maqueta del Santuario Arqueológico de Pachacámac?

- El docente dialoga con los estudiantes en función de sus respuestas. A continuación, les presenta a un artesano, un ceramista, un escultor o un carpintero de la comunidad, quien les contará cómo realiza su trabajo, qué herramientas utiliza y cómo organiza su taller para elaborar una maqueta. De no ser posible esta visita, el docente dialogará con los estudiantes para inferir la forma en que estos técnicos elaborarían una maqueta.
- Luego el artesano se despide de los estudiantes, quienes se organizan en equipos y se distribuyen responsabilidades.
- Seguidamente, el docente comunica el propósito de la sesión:

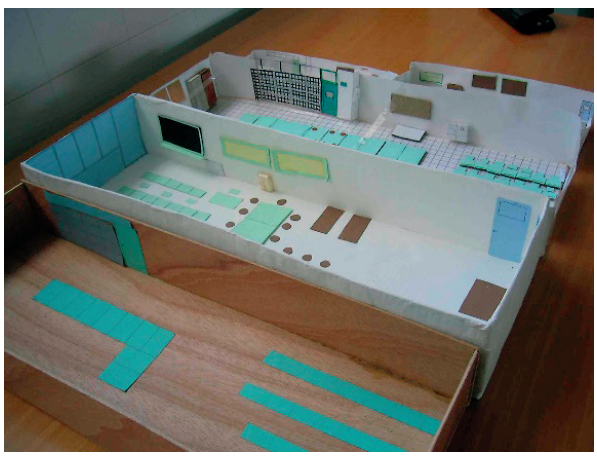
  Elaborar una maqueta del Santuario Arqueológico de Pachacámac haciendo uso de escalas, adaptando y combinando diferentes tipos de polígonos y formas geométricas.

- Plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes.
  - Todos los estudiantes participan activamente del proceso de construcción de la maqueta y rotan sus roles según cada actividad realizada.
  - Los equipos regulan sus acciones según la indicación del docente.
  - Todos mantienen el orden y la limpieza del aula.
  - Utilizan, de manera preferente, materiales reciclados.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente presenta en un papelote una rúbrica de evaluación, en donde se consideran los aspectos para evaluar en la construcción de la maqueta (anexo 2).
- Los estudiantes se organizan al interior de los equipos de trabajo.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Proporciona diversas fotografías de las construcciones del Santuario, en las cuales se dan las medidas reales: altura, largo, ancho.

Los estudiantes construyen las réplicas a escala de los diferentes edificios que componen el complejo. Para ello, ubican las construcciones correspondientes en el plano que utilizaron en la sesión 3 de la unidad (anexo 3) y realizan las actividades propuestas:



1. Identificar, numerar y resaltar los bordes de las representaciones gráficas de las edificaciones que aparecen en el mapa del Santuario Arqueológico de Pachacámac.
2. Tomar las medidas de las representaciones y trasladarlas a la escala que se empleará en la maqueta (según el tamaño de la base que se utilizará).
3. Construir las edificaciones con el material elegido (triplay, cartón, arcilla, etc.), teniendo en cuenta las medidas tomadas y la ubicación respectiva en el plano del lugar.

Los estudiantes usan reglas, escuadras, transportadores, papeles, cartones, triplay, goma, etc., y recuerdan el uso de escalas, el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas para representar con mayor precisión el complejo.

Para corroborar realiza la siguiente pregunta:

- ¿Cuál es la escala que usarán para elaborar la maqueta?
- ¿Qué pasos deben seguir para obtener las piezas que formaran parte de la construcción de la maqueta?

- Los estudiantes plantean afirmaciones que permitan evidenciar el buen uso de la escala.
- Durante el desarrollo de estas actividades, el docente monitorea y retroalimenta el trabajo de los estudiantes haciendo preguntas, resolviendo dudas o volviendo a explicar los conceptos que sean necesarios. Asimismo, registra el desempeño de cada estudiante a partir de la aplicación de una lista de cotejo.
- Terminada la construcción, los estudiantes se organizan para presentar sus maquetas a todos sus compañeros. Un representante de cada equipo explica a sus compañeros lo siguiente:
  - Las estrategias utilizadas para determinar las medidas de las edificaciones representadas en el plano.
  - Las estrategias usadas para determinar las nuevas medidas que se emplearán en su representación concreta (maqueta).
  - Los procedimientos empleados para la construcción de la maqueta.
  - Las estrategias usadas para que la representación sea lo más precisa posible.
- Al término de cada exposición, el docente brinda un tiempo para que los estudiantes planteen preguntas y se aclaren dudas.

CIERRE (10 minutos)

- El docente sistematiza la información de la sesión y, con participación de los estudiantes, llega a dos conclusiones principales:
  - La trigonometría nos brinda los conocimientos necesarios para trabajar construcciones con medidas de ángulos y trazos precisos.
  - Instrumentos como el transportador, la escuadra y el teodolito nos ayudan a brindar precisión a dichas representaciones gráficas o concretas.
- Finalmente, los estudiantes responden y discuten brevemente en torno a las siguientes preguntas:
  - ¿Qué y cómo aprendimos el día de hoy?
  - ¿Qué nos ayudó para el proceso de construcción?
  - ¿Cómo ayudan las habilidades desarrolladas al cumplimiento del propósito de nuestra unidad?
  - ¿En qué espacio o circunstancia de nuestra vida en la comunidad puede servirnos este aprendizaje?
- Luego aplican una ficha de evaluación grupal.

EVALUACIÓN

- El docente evalúa el desempeño de los estudiantes haciendo uso de una lista de cotejo (anexo 1).
- Indica que la evaluación final de la maqueta se realizará en la última sesión de la unidad, por lo cual tienen tiempo de mejorarla; se sugiere tomar en cuenta los criterios de evaluación establecidos en la rúbrica presentada.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 232 y 233 de su cuaderno de trabajo.
  - Revisar en su texto escolar qué es una función cuadrática y en qué situaciones de la vida cotidiana se aplica.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Reglas, escuadras, trasportador y teodolito.
- Base de madera de 50 cm x 70 cm (como mínimo) para la maqueta (puede ser de triplay u otro material similar).
- Cartón, triplay y otros materiales reciclados para elaborar las maquetas.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	ESTUDIANTES / INDICADORES	Combina y adapta estrategias para determinar longitudes y áreas a partir de un plano haciendo uso de escalas.		Combina estrategias y recursos para construir la maqueta.		Plantea afirmaciones sobre las formas geométricas con base en experiencias haciendo uso de escalas.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

RÚBRICA

CRITERIO	NIVEL DE DESEMPEÑO			
	C: En inicio	B: En proceso	A: Logro esperado	AD: Logro destacado
Calidad del producto	• La maqueta representa de forma imprecisa la disposición de las estructuras y espacios del Complejo Arqueológico de Pachacámac, de acuerdo con los planos tomados como referencia.	• La maqueta representa de forma poco precisa la disposición de las estructuras y espacios del Complejo Arqueológico de Pachacámac, de acuerdo con los planos tomados como referencia.	• La maqueta representa de forma precisa la disposición de las estructuras y espacios del Complejo Arqueológico de Pachacámac, de acuerdo con los planos tomados como referencia.	• La maqueta representa de forma muy precisa la disposición de las estructuras y espacios del Complejo Arqueológico de Pachacámac, considerando detalles muy específicos, de acuerdo con los planos tomados como referencia.
Precisión en el manejo de escalas	• Las distancias y alturas de las construcciones no son proporcionales a lo real, de acuerdo con la información recopilada sobre el Complejo Arqueológico de Pachacámac.	• Las distancias y alturas de algunas de las construcciones son proporcionales a lo real, de acuerdo con la información recopilada sobre el Complejo Arqueológico de Pachacámac.	• Las distancias y alturas de las construcciones sí son proporcionales a lo real, de acuerdo con la información recopilada sobre el Complejo Arqueológico de Pachacámac.	• Las distancias y alturas de las construcciones son proporcionales a lo real, y considera otros elementos, como personas, letreros, de acuerdo con la información recopilada sobre el Complejo Arqueológico de Pachacámac.
Sustentación	• Muestra varias dificultades y errores en los planteamientos o cálculos y en los términos usados durante la explicación que afectan en gran medida la comprensión de su exposición.	• Muestra varias dificultades o errores en los planteamientos o cálculos, o en los términos usados durante la explicación que en algunos casos afectan la comprensión de su exposición.	• Muestra algunas dificultades o errores en los planteamientos o cálculos, o en los términos usados durante la explicación; sin embargo, no afectan la comprensión de su exposición.	• No se muestra ningún tipo de error en los planteamientos ni en los cálculos; tampoco en los términos usados durante la explicación.
Manejo de recursos	• Se observa que faltan recursos que apoyen la producción o que el manejo inadecuado no aporta a su entendimiento. • Su producción no concluye ni muestra un avance apropiado dentro del tiempo previsto.	• Muestra dificultades en el manejo de los recursos materiales elegidos para apoyar su producción. • Su producción se extiende un poco más del tiempo previsto.	• Maneja eficientemente los recursos materiales elegidos para apoyar su producción. • Su producción se extiende un poco más del tiempo previsto.	• Maneja eficientemente los recursos materiales elegidos para apoyar su producción. • Maneja eficientemente el tiempo y logra concluir su producción en el plazo previsto.

PLANO DEL SANTUARIO ARQUEOLÓGICO DE PACHACÁMAC

Pachacámac			
Arqueólogo: Juan Carlos Espejo Cornejo			Plano: 02
Sitio Arqueológico: Pachacámac			
Diseño: Planta; Vista Horizontal			
Dibujo: JCEC	Escala: 1/	Fecha: Dic. 2005	

Fuente: *http://www.geocities.ws/contextos_peru/ctxt1-2.htm*

MAXIMIZAMOS LOS INGRESOS TURÍSTICOS DEL SANTUARIO ARQUEOLÓGICO DE PACHACÁMAC

Unidad 5 | Sesión 7

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego presenta la siguiente situación problemática:

Estela ha estado averiguando más sobre los diferentes lugares arqueológicos del país. Sabe, además, que nuestro país es reconocido internacionalmente por la riqueza cultural de los antiguos peruanos. Por ejemplo, Machu Picchu es uno de los destinos turísticos más importantes del mundo y fue elegido como una de las Nuevas 7 Maravillas del Mundo, reconocimiento otorgado el 7 de julio del 2007. Además, el Perú albergó a Caral, una de las civilizaciones más antiguas del mundo, fechada entre los 3000 a 1800 a. C. Sus vestigios están en el valle de Supe, al norte de Lima. Otro descubrimiento importante lo constituyen los templos moche al norte del país, que tiene construcciones en forma de pirámides trunca y una riqueza en joyas y orfebrería, para rendir homenaje a sus líderes, como la Dama de Cao y el Señor de Sipán. Al leer toda esta información, Estela se siente aún más orgullosa de nuestra cultura. Sin embargo, le preocupa que todavía existan lugares arqueológicos que no han podido ser investigados, o que están en riesgo de invasiones, ya que el presupuesto con el que se cuenta es limitado.

Estela cree que, para ser una buena arqueóloga, no solo debe preocuparse por la investigación y estudio de los vestigios, sino también por difundir la riqueza cultural de nuestra

historia. Para ello, cree que una forma de incrementar los recursos, es aumentar la cantidad de visitas a cada lugar turístico. Un claro ejemplo es Machu Picchu, que tiene gran afluencia de visitantes, peruanos y extranjeros. Cree que podría proponer un proyecto para incrementar el número de visitantes y promocionar la actividad comercial en las zonas cercanas a los lugares arqueológicos, como hacer descuentos en las entradas de universitarios y adultos. Por ejemplo, en Pachacámac, en una experiencia anterior, por cada S/ 0,50 de disminución en los precios de las entradas, se incrementaron 20 visitantes en cada uno de los casos.

Según la estadística, en promedio diario ingresan al Santuario de Pachacámac 250 escolares, 100 universitarios y 150 adultos. Se sabe que el lugar tiene una capacidad para 1000 personas, y que los precios de las entradas son los siguientes:

- Niños (escolares): S/ 1
- Universitarios: S/ 5
- Adultos: S/ 10

¿Cuál debe ser la rebaja para obtener el máximo ingreso de dinero diario en cada uno de los casos? ¿Cuánto dinero ingresa al mes aproximadamente?

- Los estudiantes dialogan en equipos sobre las preguntas planteadas.
- El docente comunica el propósito de la sesión:
- Reconocer características de funciones cuadráticas y sus representaciones, así como su pertinencia a usarlas como modelo matemático para un caso de la vida real.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:
  - Se respetan las opiniones diversas de cada uno de los integrantes.
  - Se respetan los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.
  - Se elige democráticamente un representante de equipo para la presentación del trabajo.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- Los estudiantes leen el problema planteado al inicio e identifican los datos proporcionados.

DATOS

- Por cada S/ 0,50 de descuento, se incrementan 20 visitantes más.
- Diariamente ingresan 250 escolares, 100 universitarios y 150 personas del público en general.
- Capacidad del complejo: 1000 personas.
- Precios de las entradas

- Niños (escolares): S/ 1
- Universitarios: S/ 5
- Adultos: S/ 10

Los estudiantes, con apoyo del docente, tabulan valores de acuerdo con las condiciones del problema. Para ello, el profesor plantea primero el siguiente ejemplo:

Tabla 1

Adultos: S/10 soles			
N.° de filas	**Número de visitantes**	**Costo - Descuento**	**Total de ingresos**
1	150	10 – 0 = 10	1500
2	150 + 20 = 170	10 – 0,5 = 9,5	1615
3	150 + 40 = 190	10 – 1 = 9	1710
4	150 + 60 = 210	10 – 1,5 = 8,5	1785
5	150 + 80 = 230	10 – 2 = 8	1840
6	150 + 100 = 250	10 – 2.5 = 7.5	1875
7	150 + 120 = 270	10 – 3 = 7	**1890**
8	150 + 140 = 290	10 – 3.5 = 6,5	1885
9	150 + 160 = 310	10 – 4 = 6,0	1860
10	150 + 180 = 330	10 – 4,5 = 5,5	1815
11	150 + 200 = 350	10 – 5 = 5	1750

Los estudiantes analizan los valores obtenidos e identifican el ingreso mayor. Con ayuda del docente, los estudiantes llegan a la siguiente conclusión:

Para obtener un mayor ingreso se debe hacer una rebaja de S/ 3; así se lograría 270 visitantes.

El docente pregunta:

- ¿Será posible obtener un ingreso mayor al observado?
- ¿Cuánto sería el descuento?
- ¿Cuántos visitantes ingresarían? Los estudiantes justifican sus respuestas.

Los estudiantes tabulan posibles valores entre las filas 7 y 8. Ubican el punto medio entre las filas 7 y 8. Realizan los cálculos correspondientes e incrementan una fila.

7.	150 + 120 = 270	10 – 3 = 7	**1890**
8.	150 + 140 = 290	10 – 3,5 = 6,5	**1885**
9.	150 + 160 = 310	10 – 4 = 6,0	1860

El docente orienta con la siguiente indicación: ¿Qué pasa si buscamos otros valores de incremento y descuento? Por ejemplo:

Si por una rebaja de 0,5 soles se incrementan 20 personas, entonces, ¿por una rebaja de 0,25 soles se incrementan 10 personas?, ¿y por una rebaja de 0,125 soles se incrementan 5 personas?

Los estudiantes dialogan sobre la validez de la afirmación del docente y utilizan estos razonamientos para generar nuevas filas entre la fila 7 y la 8:

7	150 + 120 = 270	10 – 3 = 7	1890
	150 + 125 = 275	10 – 3,125 = 6,875	1890,625
	150 + 130 = 280	10 – 3,25 = 6,75	1890
8	150 + 140 = 290	10 – 3.5 = 6,5	1885
9	150 + 160 = 310	10 – 4 = 6,0	1860

El docente plantea las siguientes preguntas:

- ¿Cómo interpretan dichos resultados?
- ¿Podemos decir que existe un ingreso mayor que S/1890?

Luego los estudiantes analizan los valores obtenidos en su tabla llegando a la conclusión de que el mayor ingreso se da cuando se hace una rebaja de 3,125 soles al precio de la entrada.

Los estudiantes reflexionan que, de darse el caso de un descuento de 3,125, la entrada costaría S/ 6,875, pero según nuestro sistema monetario tendría que aproximarse a S/ 6,9.

Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

Para continuar, el docente forma parejas y formula las siguientes preguntas sobre la función cuadrática, que cada estudiante desarrollará en su cuaderno.

- ¿Encuentras alguna regularidad en el incremento del número de visitantes? Justifica tu respuesta.
- Se espera que los estudiantes se percaten de que el número de visitantes se incrementa de 20 en 20 según las veces en que se aumenta el descuento de 0,5.
- ¿Encuentras alguna regularidad en la disminución del costo de la entrada?
- Se espera que los estudiantes se percaten de que el costo de la entrada disminuye de 0,5 en 0,5 según el número de descuentos.
- ¿Cómo podríamos generalizar para un descuento “X”?

Los estudiantes, en equipos, inducen una propuesta para el modelo de la función.
Se espera que realicen los siguientes procesos:

Tabla 2

Entrada adultos: S/ 10			
N.°	**N.° Visitantes**	**Costo - Descuento**	**Total de ingreso**
1	150 + 0	10 – 0 = 10	150 x 10 = 1500
2	150 + 20(2)(0,5) = 170	10 – 0,5 = 9,5	[150 +20(2)(0,5)] [10 – 0,5] = 1615
3	150 + 20(2)(1) = 190	10 – 1 = 9	[150 + 20(2)(1)] [10 – 1] = 1710
4	150 + 20(2)(1,5) = 210	10 – 1,5 = 8,5	[150 + 20(2)(1,5)] [10 – 1,5] = 1785
5	150 + 20(2)(2) = 230	10 – 2 = 8	[150 + 20(2)(2)] [10 – 2] = 1840
6	150 + 20(2)(2,5) = 250	10 – 2,5 = 7,5	[150 + 20(2)(2,5)] [10 – 2,5] = 1875
7	150 + 20(2)(3) = 270	10 – 3 = 7	[150 + 20(2)(3)] [10 – 3] = 1890
	150 + 20(2)(3,125) = 275	**10 – 3,125 = 6,875**	**[150 + 20(2)(3,125)] [10 – 3,125] = 1890,625**
	150 + 20(2)(3,25) = 280	**10 – 3,25 = 6.75**	**[150 + 20(2)(3,25)] [10 – 3,25] = 1890**
8	150 + 20(2)(3,5) = 290	10 – 3,5 = 6,5	[150 + 20(2)(3,5)] [10 – 3,5] = 1885
9	150 + 20(2)(4) = 310	10 – 4 = 6	[150 + 20(2)(4)] [10 – 4] = 1860
10	150 + 20(2)(4,5) = 330	10 – 4,5 = 5,5	[150 + 20(2)(4,5)] [10 – 4,5] = 1815
11	150 + 20(2)(5) = 350	10 – 5 = 5	[150 + 20(2)(5)] [10 – 5] = 1750
...	...	...	...
x-1	150 + 20(2)(x) = 150 + 40x	10 – x	[150 + 40x] [10 – x] = Y

- Los estudiantes identifican la variable dependiente y la variable independiente. Justifican la designación de cada una de ellas:

Donde

Y: Ingresos (variable dependiente)

X: Descuentos (variable independiente)

"El ingreso depende de los descuentos"

- Los estudiantes, considerando el proceso anterior, determinan el modelo matemático de dicha función:

$$Y = (150 + 40x)(10 - x)$$

$$y = 1500 - 150x + 400x - 40x^2$$

$$Y = -40x^2 + 250x + 1500$$

- Los estudiantes analizan la expresión obtenida y, con mediación del docente, llegan a la siguiente conclusión:

Una función cuadrática es aquella que puede escribirse como una ecuación de la forma:

$f(x) = ax^2 + bx + c$; denominación polinómica de la ecuación cuadrática,

donde a, b y c (llamados términos) son números reales cualesquiera, y "a" es distinto de cero (puede ser mayor o menor que cero, pero no igual a cero). El valor de "b" y de "c" sí puede ser cero.

En la ecuación cuadrática, cada uno de sus términos tiene un nombre.

Así, ax^2 es el término cuadrático; bx, el término lineal, y c, el término independiente.

- Revisan también estas definiciones en su texto escolar.
- Los estudiantes identifican los valores de a, b y c de la situación planteada:

$$A = -40 \quad b = 250 \quad c = 1500$$

- Durante el desarrollo de esta actividad, el docente monitorea el trabajo de los estudiantes resolviendo dudas o volviendo a explicar conceptos y definiciones. Asimismo, evalúa el desempeño de cada uno aplicando la lista de cotejo (anexo 1).
- El docente solicita que realicen en equipos el mismo proceso para las entradas correspondientes a universitarios y encuentren el modelo que permita determinar el máximo ingreso posible y el descuento realizado.

Entrada universitarios: S/ 5			
N.°	**Número de visitantes**	**Costo - Descuento**	**Total de ingresos**
1	100 + 0	5 – 0 = 5	100 x 5 = 500
2	100 + 20(2)(0,5) = 120	5 – 0,5 = 4,5	[100 + 20(2)(0,5)] [5 – 0,5] = 540
...	.....	.....	.....

CIERRE (10 minutos)

- Cada equipo presenta su cuadro respectivo; el docente sistematiza la información y llega a las siguientes conclusiones:
  - Las funciones cuadráticas pueden ser usadas para modelar datos y ser analizados en una gran variedad de aplicaciones de la vida real.
  - Una función cuadrática es una función polinómica de grado 2, cuya expresión general es: $y = ax^2 + bx + c$; los coeficientes a, b y c son números reales.
- El docente plantea algunas preguntas metacognitivas:
  - ¿Logramos resolver el caso inicialmente propuesto?, ¿cómo lo hicimos?
  - ¿Cuáles fueron las dificultades y cómo las superamos?
  - ¿Cómo usamos la matemática para lograr nuestro propósito?

EVALUACIÓN

- El docente evalúa el desempeño de los estudiantes haciendo uso de una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 182 y 183 de su cuaderno de trabajo.
  - Indagar en el texto escolar y registrar información en su cuaderno sobre gráficas de funciones cuadráticas.
  - Traer para la próxima sesión papel milimetrado u hoja cuadriculada.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Calculadora científica o digital.
- Papelotes, plumones, cinta adhesiva.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Establece relaciones entre datos y las transforma a expresiones algebraicas que incluyen funciones cuadráticas.		Expresa con representaciones tabulares su comprensión sobre funciones cuadrática.	
		SÍ	NO	SÍ	NO
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

Unidad 5

Sesión 8

GRAFICAMOS LA FUNCIÓN CUADRÁTICA DE MAXIMIZACIÓN DE GANANCIAS

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Pregunta cómo les fue con la tarea de la clase anterior y soluciona las dudas que tuvieron.
- A continuación, coloca en la pizarra las expresiones de las funciones cuadráticas, en su forma polinómica, realizadas la clase anterior, y pide a los estudiantes que observen en sus cuadernos sus respectivas tablas (1 y 2 de la sesión anterior):

$Y = 40x^2 + 250x + 1500$

$Y = 40x^2 + 100x + 500$

- Luego el docente solicita que participen de forma voluntaria para explicar los procesos realizados en la determinación de dichos modelos.
- Después de la participación de algunos estudiantes, pide que identifiquen los elementos de la función cuadrática y respondan las siguientes interrogantes:

¿Cómo representamos gráficamente una función cuadrática? ¿Todas las funciones cuadráticas tienen las mismas características o se diferencian según el modelo? ¿La gráfica tiene algún nombre en particular? ¿Cómo se determinan los valores de los coeficientes de la función cuadrática en su representación gráfica?

- Después el docente comunica el propósito de la sesión:
  - Graficar funciones cuadráticas a partir de un modelo, tabulación y dando a conocer sus características.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes.

- Se respetan las opiniones de cada uno de los integrantes.
- Se pone especial cuidado en la precisión, el orden y la limpieza de la representación gráfica de la función cuadrática.
- Se respetan los tiempos estipulados para cada actividad y garantizar así un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.
- Se elige democráticamente a un representante de cada equipo para la presentación del trabajo.

- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente solicita a los estudiantes que observen la siguiente la tabla e identifiquen los pares ordenados.

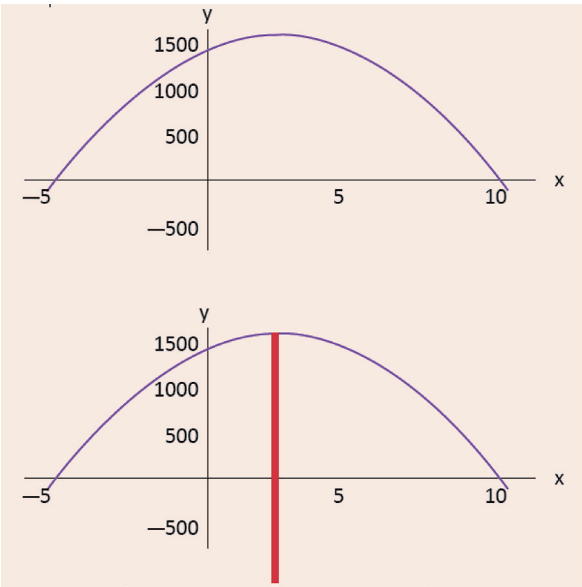
Entrada adultos: S/ 10	
Descuento (x)	**Ingresos (y)**
0	1500
0,5	1650
1	1710
1,5	1785
2	1840
2,5	1875
3	1890
3,125	1890,625
3,25	1890
3,5	1885
4	1860
4,5	1815
5	1750

- A continuación, les pide que ubiquen los pares ordenados en un plano cartesiano en papel milimetrado y pone énfasis en la precisión de la ubicación de los puntos. Les solicita que tengan en cuenta el rango de valores para poder determinar la escala de cada uno de los ejes. Luego les indica que unan los puntos. En caso tengan computadoras en el colegio, pueden utilizar GeoGebra para realizar las gráficas.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Después, el docente solicita a los estudiantes que discutan acerca de las siguientes preguntas:
  - ¿Qué pasaría si tabulamos valores negativos para “x”?
  - ¿Qué sucede con la gráfica?
  - ¿Pueden darse valores negativos para “x” en el problema planteado?
- El docente espera que los estudiantes lleguen a la siguiente conclusión:

  En la vida real no puede darse el caso de descuentos en soles que sean “negativos”, pero en términos puramente matemáticos, sí es posible.
- Luego el docente indica que agreguen algunos valores negativos para la variable “x” en la tabulación y completen el gráfico, prolongando hasta cortar el eje “x”.
- Observan las características de una parábola:

  Todas las funciones parabólicas tienen un eje de simetría vertical, una línea imaginaria que pasa a través de la mitad de la forma de U y la divide en dos mitades, que son imágenes de espejo una de la otra. El eje de simetría siempre pasa por el vértice. Cualquier par de puntos con el mismo valor de “y”, estarán a la misma distancia del eje.

Los estudiantes deben obtener de la función f(x) = 1500 + 250 x + 40 x^2 el siguiente gráfico:



El docente pide a los estudiantes que, a partir del gráfico, respondan la siguiente pregunta:

- ¿Qué características tiene la gráfica obtenida?

(Se espera que los estudiantes identifiquen la parábola como la representación gráfica de la función cuadrática e identifiquen el vértice como el punto más alto o el punto más bajo según sea el caso). El docente especifica que el vértice es el punto más alto de la parábola si esta se abre hacia abajo, pero será el punto más bajo si se abre hacia arriba.

El docente hace énfasis en la simetría de la parábola y plantea las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son las coordenadas del vértice de nuestra gráfica?
- ¿Qué interpretación tiene para la situación planteada? Justifiquen su respuesta.

(Se espera que los estudiantes identifiquen las coordenadas del vértice (3,125; 1890,625) en la gráfica realizada y que reconozcan que la abscisa representa el descuento realizado, y la ordenada representa el ingreso máximo obtenido, el punto más alto de la parábola).

Durante el desarrollo de esta actividad, el docente monitorea el trabajo de los estudiantes resolviendo dudas o volviendo a explicar conceptos y definiciones. Asimismo, evalúa el desempeño de cada uno aplicando la lista de cotejo (anexo 1).

Les solicita realizar los mismos procedimientos con la segunda función presentada al inicio de la sesión (entrada de universitario).

CIERRE (10 minutos)

- El docente sistematiza la información y despeja las dudas de los estudiantes. Juntos llegan a las siguientes conclusiones:
  - Las funciones cuadráticas son muy útiles para resolver diversas situaciones que responden a algún tipo de regularidad entre dos variables.
  - Las funciones cuadráticas son útiles cuando trabajamos con situaciones donde se evidencia algún tipo de regularidad, para determinar áreas máximas y, frecuentemente, aparecen en problemas de movimiento que implican gravedad o aceleración.
  - El vértice de la parábola representa el punto más alto o punto más bajo de la parábola, según su posición.
- El docente plantea algunas preguntas metacognitivas:
  - ¿Qué aprendimos el día de hoy?
  - ¿Cómo podríamos realizar estas tareas con mayor precisión?
  - ¿Cómo podríamos aplicar en nuestra vida cotidiana lo aprendido?

EVALUACIÓN

- El docente evalúa el desempeño de los estudiantes haciendo uso de una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
- Resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 188 y 189 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Papel milimetrado.
- Una calculadora científica por equipo (opcional).
- Reglas, escuadras, compás, fichas, pizarra, tiza, papelotes, plumones, cinta adhesiva.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Expresa con representaciones tabulares y gráficas su comprensión sobre las funciones cuadráticas.		Plantea afirmaciones sobre las características de una función cuadrática.	
		SÍ	NO	SÍ	NO
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

Unidad 5 | Sesión 9

Duración: 2 horas pedagógicas

COMPRIMIMOS Y EXPANDIMOS LA GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

APRENDIZAJES ESPERADOS

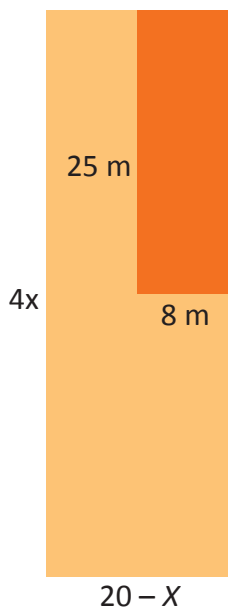
Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (10 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego les presenta la siguiente situación problemática:

Estela ha conseguido una revista actual en la que ha salido un reportaje del Santuario Arqueológico de Pachacámac. En ella, ha leído que, como parte de las estrategias de promoción cultural, se ha previsto construir un museo dentro del lugar. Este se construirá en un terreno rectangular de determinadas dimensiones, que no se especifican en la revista. La construcción propiamente dicha tendrá un área de 200 m^2 y todo lo demás será área verde, tal como se muestra en el gráfico de la derecha. Estelita se pregunta:



1. ¿Cuál es el valor que debe tomar "x" para lograr el máximo posible de área verde? ¿Cuál es la expresión matemática de dicha situación?
2. Si se multiplica el largo del terreno por $\frac{3}{2}$, y se duplica el largo del terreno construido, ¿cuál debe ser el valor de la variable "x" para obtener el máximo posible de área verde? En este caso, ¿cuál es la expresión matemática de la función?
3. Si se duplica el largo del terreno con respecto al caso inicial, y se triplica el largo del terreno construido, ¿qué valor debe tomar "x" para lograr el máximo posible de área verde? En este caso, ¿cuál es el modelo?
4. ¿Qué tienen en común las tres expresiones matemáticas?

- Los estudiantes dialogan en equipo acerca de la pregunta planteada.
- Seguidamente, el docente comunica el propósito de la sesión:
  - Describir características gráficas de funciones cuadráticas a partir de sus parámetros, empleando estrategias y procedimientos.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje y les muestra a los estudiantes el instrumento de evaluación que empleará durante la sesión (anexo 1). Asimismo, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes.
  - Se respetan las opiniones diversas de cada uno de los integrantes.
  - Se pone especial cuidado en la precisión, el orden y la limpieza de la representación gráfica de la función cuadrática.
  - Se respetan los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.

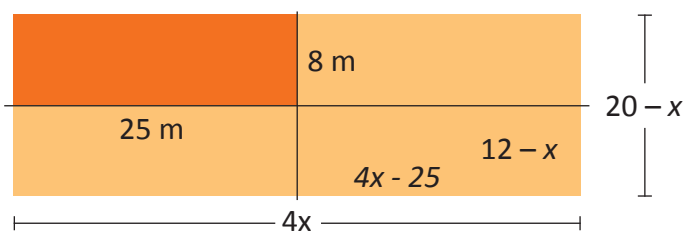
DESARROLLO (60 minutos)

- Los estudiantes leen el problema planteado e identifican el modelo.
- El docente media los procesos realizando preguntas que promueven el análisis y el razonamiento de los estudiantes en torno al primer caso.

Primer caso

- ¿Cómo hallamos el área de la región comprendida para el área verde?
- ¿Qué estrategia podemos utilizar?
- ¿Existe una sola manera de obtenerla? Explicar.

- Los estudiantes recurren a diversas estrategias, como seccionar el área verde en pedazos rectangulares e intentar hallar sus dimensiones. Determinan el área en cada caso y suman.



También pueden utilizar esta otra forma: por diferencia de áreas (es la más directa). Se dan cuenta de que si hallamos el área total y luego le restamos el área construida, obtendremos el área verde.

$$Y = 4x\,(20 - x) - 25\,(8);\ Y = 4x\,(20 - x) - 200$$

- El docente plantea las siguientes preguntas:
  - ¿Cuál es la ecuación matemática para este caso?
  - ¿Qué valor debe tomar "x" para obtener la máxima área verde posible?

Los estudiantes, con el asesoramiento del docente y los aprendizajes de la clase anterior, hallan la ecuación de la función cuadrática en su forma canónica: $f(x) = a(x - h)^2 + k$ y determinan los vértices de la parábola:

$$Y = 80x - 4x^2 - 200;\ Y = -4x^2 + 80x - 200$$

Divide toda la expresión por –4

$$\frac{y}{-4} = \frac{-4x^2}{-4} + \frac{80x}{-4} - \frac{200}{-4}$$

$$\frac{y}{-4} = x^2 - 20x + 50$$

$$\frac{y}{-4} = x^2 - 2(10)(x) + 100 - 100 + 50$$

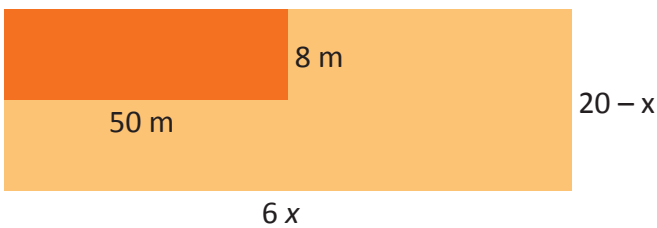
$$\frac{y}{-4} = (x - 10)^2 - 50$$

$$\boxed{y = -4(x - 10)^2 + 200 \ldots\ldots (1)} \rightarrow V(h,k)=(10;200)$$

Los estudiantes determinan, a partir del vértice, que el valor que debe tomar *"x"* es 10 m para obtener el máximo de área verde posible, que en este caso es 200 m.

Segundo caso

- ¿Cuál es la ecuación de la función cuadrática para el segundo caso?
- ¿En qué ha variado?
- ¿Qué coordenadas tiene su vértice?
- ¿Qué valor debe tomar "*x*", en este caso, para obtener el máximo de área verde?



$y = 6x\,(20 - x) - 50(8),\ y = 120x - 6x^2 - 400,\ y = -6x^2 + 120x - 400$

Dividen toda la expresión por –6.

$$\frac{y}{-6} = \frac{-6x^2}{-6} + \frac{120x}{-6} - \frac{400}{-6}$$

$$\frac{y}{-6} = x^2 - 20x + \frac{200}{3}$$

$$\frac{y}{-6} = x^2 - 2(10)(x) + 100 - 100 + \frac{200}{3}$$

$$\frac{y}{-6} = (x - 10)^2 - \frac{100}{3}$$

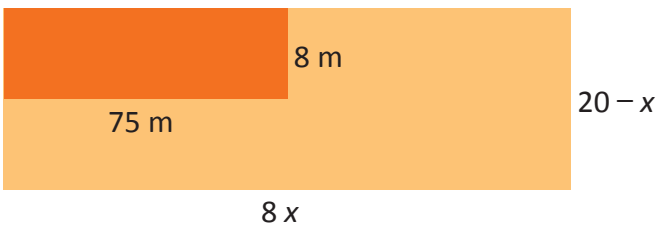
$$y = -6(x - 10)^2 + 200$$

$$\boxed{y = -6(x - 10)^2 + 200 \ldots\ldots (2)} \rightarrow V(h,k)=(10;200)$$

Los estudiantes determinan, a partir del vértice, que el valor que debe tomar *"x"* es 10 m para obtener 200 m de área verde, la cual es la máxima área posible:

Tercer caso

- ¿Cuál es la ecuación de la función cuadrática para el tercer caso?
- ¿En qué ha variado?
- ¿Qué coordenadas tiene su vértice?
- ¿Qué valor debe tomar *"x"*, en este caso, para obtener el máximo de área verde?



$y = 8x\,(20 - x) - 75(8)$, $y = 160x - 8^2x - 600$, $y = -8x^2 + 160x - 600$

Dividen toda la expresión por −8.

$$\frac{y}{-8} = \frac{-8x^2}{-8} + \frac{160x}{-8} - \frac{600}{-8}$$

$$\frac{y}{-8} = x^2 - 20x + 75$$

$$\frac{y}{-8} = x^2 - 2(10)(x) + 100 - 100 + 75$$

$$\frac{y}{-8} = (x - 10)^2 - 25$$

$$y = -8(x - 10)^2 + 200$$

$\boxed{y = -8(x - 10)^2 + 200 \ldots\ldots (3)}$ → V(h,k)=(10;200)

Los estudiantes determinan, a partir del vértice, que el valor que debe tomar *"x"* es 10 m para obtener el máximo de área verde posible, que en este caso es 200 m.

El docente pregunta a los estudiantes:

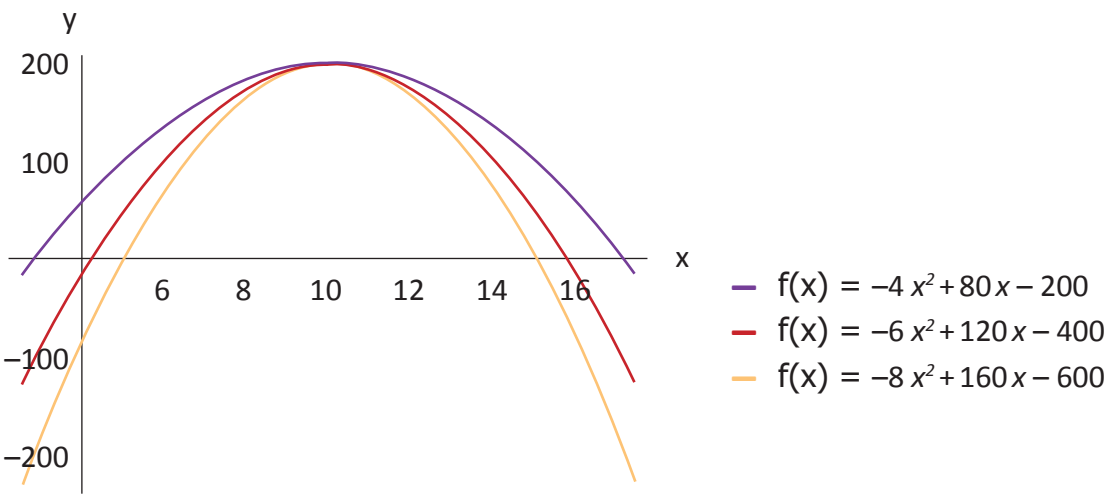
- ¿Qué tienen en común las expresiones matemáticas de las funciones cuadráticas obtenidas? Justifiquen sus respuestas.

$\boxed{y = -4(x - 10)^2 + 200 \ldots\ldots (1)}$

$\boxed{y = -6(x - 10)^2 + 200 \ldots\ldots (2)}$

$\boxed{y = -8(x - 10)^2 + 200 \ldots\ldots (3)}$

- Los estudiantes comparan cada una de las expresiones y proceden a realizar la representación gráfica haciendo uso de un mismo plano cartesiano. Luego observan las similitudes y semejanzas, y se percatan de que lo único que las diferencia es el parámetro (valor de "a"). En los tres casos, se obtiene el mismo vértice.
- Luego de realizar la gráfica, analizan el comportamiento de las funciones según vaya variando el valor de "a".
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Formula las siguientes preguntas:
  - ¿Qué signo tiene el valor de "a"?
  - ¿Qué pasa con la parábola cuando el valor de "a" se incrementa? y ¿qué ocurre si el valor de "a" disminuye?
- Los estudiantes responden a las preguntas y plantean afirmaciones sobre su comportamiento en el plano cartesiano.
- A continuación, se presenta la gráfica que deben realizar los estudiantes. (En caso de que la I. E. cuente con un centro de recursos informáticos, pueden realizar las gráficas usando GeoGebra).



- Durante el desarrollo de esta actividad, el docente monitorea el trabajo de los estudiantes; absuelve dudas y evalúa el desempeño haciendo uso de la lista de cotejo.
- Pide a los estudiantes que resuelvan la actividad de las páginas 190 y 191 de su cuaderno de trabajo (hasta el punto 6). Si no, distribuye las gráficas entre los grupos. Para ello, entrega un papelote a cada grupo, con el eje de coordenadas ya graficado, de manera que solo tengan que completar la(s) gráfica(s) que les indicó el docente. Todos los ejes de coordenadas deben ser iguales, de manera que luego permitan la comparación de todas las gráficas.

CIERRE (20 minutos)

El docente consolida la información:

- Las funciones cuadráticas se dilatan o se contraen según el valor que tome “a”.
- Para determinar si una función cuadrática es la dilatación o la contracción de otra, se debe escribir en su forma canónica:
- $f = (x) = a(x - h)^2 + k$, para identificar que las coordenadas del vértice son las mismas y que solo varía el parámetro.
- Muchas situaciones del entorno tienen el comportamiento de una función cuadrática.

El docente plantea algunas preguntas metacognitivas:

- ¿Cómo resolvimos la situación propuesta al inicio de la sesión?
- ¿Qué conocimientos y habilidades fueron necesarios construir o poner en práctica para cumplir con el propósito?
- ¿Cómo se relacionan estos aprendizajes con el propósito de la unidad?

EVALUACIÓN

El docente evalúa el desempeño de los estudiantes haciendo uso de una lista de cotejo (anexo 1).

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

El docente solicita a los estudiantes:

- Resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 190 y 191 del cuaderno de trabajo.
- Traer para la siguiente sesión la maqueta que fue elaborada y mejorada, con la finalidad de evaluarla mediante la rúbrica mostrada en la sesión 6.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Papel milimetrado (tres hojas por cada estudiante).
- Una calculadora científica por equipo (opcional).
- Reglas, escuadras, compás, fichas, pizarra, tiza, papelotes, plumones, cinta adhesiva, etc.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Expresa con representaciones tabulares y gráficas su comprensión sobre la variación de funciones cuadráticas a partir de parámetros.		Expresa la dilatación y contracción de diversas gráficas relacionadas con la función cuadrática.		Plantea afirmaciones sobre las características y el comportamiento de las funciones cuadráticas.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

SUSTENTAMOS LA ELABORACIÓN DE UNA MAQUETA A ESCALA

Unidad 5 | Sesión 10

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente saluda a los estudiantes y pregunta cómo les fue al resolver la tarea de la clase anterior. Les indica que luego la revisará.
- Solicita a uno de los estudiantes que vuelva a leer la situación significativa de la unidad:

Estela se encuentra haciendo una tarea de historia. Ella queda muy impresionada al leer algunos libros, pues se da cuenta de que el Perú es un país con una enorme diversidad cultural. Ha leído que esto se debe, principalmente, a que fue una de las cunas de la civilización mundial y asiento de uno de los imperios más extensos del mundo antiguo: el incaico. También reconoce que es un territorio con una gran diversidad geográfica, lo que se evidencia en la gran variedad de pisos ecológicos existentes, lo cual permitió a los habitantes del antiguo Perú, adaptarse y crear una cultura andina única y diversa. Como parte de esta herencia, hoy existe una gran cantidad de sitios arqueológicos e históricos en el país, que han sido declarados patrimonio cultural de la

humanidad como reconocimiento a su autenticidad, riqueza y diversidad cultural, única en su género. Por ello, son motivo de orgullo y debemos conocerlos, preservarlos y difundirlos.

Uno de los centros históricos sobre el que Estela ha leído se encuentra en Lima, lejos de donde vive. Se trata del Santuario Arqueológico de Pachacámac, un gran complejo arquitectónico con muchos edificios que fueron construidos en diferentes épocas, desde los primeros años de nuestra era hasta el siglo XVI, por lo cual es un sitio con mucha importancia histórica.

Además, quiere saber: ¿Cómo hacen los arqueólogos para conocer sus dimensiones (altitud, profundidad) y ángulo de posición? ¿Cuántas personas o turistas lo visitan mensualmente? ¿A cuánto ascienden las ganancias que se generan anualmente? Esta información le permitirá conocer todo el potencial turístico de este centro arquelógico, y le haría valorar más el país, sus costumbres y su legado.

- El docente plantea las siguientes preguntas a los estudiantes y les indica que las respondan mediante una lluvia de ideas.

¿Esta situación significativa les recuerda algo? ¿Cuál era nuestro propósito al inicio de la unidad? ¿Qué actividades hemos realizado durante esta unidad? ¿Cuáles fueron los compromisos asumidos por cada uno de nosotros? ¿Cuál sería el producto de nuestro trabajo en esta unidad de aprendizaje?

- El docente organiza, sistematiza la información y resalta las ideas fuerza, de acuerdo con los aprendizajes esperados.
- Comunica el propósito de la sesión:
  - Evaluar los aprendizajes de la unidad, incluyendo la elaboración de la maqueta del Santuario Arqueológico de Pachacámac y el modelo algebraico y gráfico de la función de maximización de ganancias propuesta.
- El docente hace referencia a las actividades en las que los estudiantes centrarán su atención durante la sesión:
  - Revisar y evaluar, en equipos, las maquetas elaboradas del Santuario Arqueológico de Pachacámac.

- Realizar una actividad sobre funciones cuadráticas para demostrar cuánto aprendimos sobre ellas.

- Luego plantea las siguientes pautas de trabajo con los estudiantes:
  - Formar equipos para revisar un trabajo que no sea el propio.
  - Dialogar con respecto al trabajo tomando como referencia todos los materiales usados durante toda la unidad.

- A continuación, entrega a cada grupo tres copias de la rúbrica de evaluación (anexo 1).

- Asimismo, menciona que durante la sesión cada estudiante deberá:
  - Proponer ideas, comentarios y sugerencias para la evaluación profunda del desempeño de los estudiantes del aula.
  - Poner en práctica sus propios aprendizajes.
  - Reflexionar sobre los aprendizajes construidos durante la unidad.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente entrega a los estudiantes la rúbrica de evaluación y la tabla para que registren los puntajes.

- Presenta en un papelote la rúbrica y explica a los estudiantes qué deben tener en cuenta para identificar el nivel de logro en cada uno de los aspectos considerados, según la descripción en la tabla. Les indica que pueden utilizar sus propios apuntes y los diferentes instrumentos de medición. También les indica que, si lo consideran pertinente, pueden agregar algún comentario que le sirva al grupo que elaboró la maqueta para mejorarla.

- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

- Solicita a cada equipo que evalúe el trabajo de otro grupo utilizando la rúbrica. Para ello, colocan en la parte superior los nombres de los integrantes del equipo por evaluar y señalan con un aspa el nivel de desempeño que consideran tiene la maqueta en cada aspecto evaluado. Tienen 5 minutos para este trabajo. Por ello, deberán organizarse para distribuir las tareas, ser muy precisos y rápidos al tomar decisiones y llegar a consensos.

- Al terminar los 5 minutos, se solicita a un representante de cada equipo que sustente sobre la elaboración de su maqueta (esta evaluación puede estar a cargo del docente en el criterio de sustentación).

CIERRE (10 minutos)

- El docente hace las siguientes preguntas y pide las respuestas voluntarias de los estudiantes:
  - ¿Cuál fue el propósito de esta unidad?, ¿creen que logramos cumplirlo?
  - ¿Qué dificultades surgieron en el proceso?, ¿cómo las superamos?
  - ¿Qué opinan del trabajo colaborativo con sus compañeros de equipo? ¿Qué se logró y qué falta lograr?
  - ¿Qué aprendizajes específicos han construido al final de esta unidad?
  - ¿De qué manera lo que hemos aprendido tiene impacto en nuestro desarrollo como estudiantes?
  - ¿De qué manera tiene impacto en nuestra familia o comunidad?
- Finalmente, con orientación del docente, los estudiantes llegan a las siguientes conclusiones:
  - Para lograr nuestro propósito, debimos investigar acerca de un lugar de importancia histórica y cultural para el país, y aplicar conocimientos sobre geometría y trigonometría para describirlo y elaborar una maqueta a escala.
  - Asimismo, nos pusimos en una situación simulada sobre las finanzas de dicho lugar, a fin de aplicar conceptos sobre funciones cuadráticas para generar propuestas de mejora financiera.

EVALUACIÓN

- El docente evalúa todas las maquetas de los estudiantes utilizando una rúbrica (anexo 1). Luego sistematiza las apreciaciones de cada grupo, para encontrar la calificación final en función de la siguiente escala:

  C: En inicio

  B: En proceso

  A: Logro esperado

  AD: Logro destacado

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Preparar una exposición breve de la maqueta para la semana de Juegos Florales o el Día del Logro que organiza la I. E., para lo cual pide que lo conserven o lo guarden en un lugar seguro.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Rúbrica para la evaluación de exposiciones (anexo 1).
- Calculadora, regla, transportador, papel milimetrado.

ANEXO 1

RÚBRICA PARA EVALUAR LA ELABORACIÓN Y SUSTENTACIÓN DE LA MAQUETA

CRITERIO	NIVEL DE DESEMPEÑO			
	C: En inicio	B: En proceso	A: Logro esperado	AD: Logro destacado
Calidad del producto	• La maqueta representa de forma imprecisa la disposición de las estructuras y espacios del Complejo Arqueológico de Pachacámac, de acuerdo con los planos tomados como referencia.	• La maqueta representa de forma poco precisa la disposición de las estructuras y espacios del Complejo Arqueológico de Pachacámac, de acuerdo con los planos tomados como referencia.	• La maqueta representa de forma precisa la disposición de las estructuras y espacios del Complejo Arqueológico de Pachacámac, de acuerdo con los planos tomados como referencia.	• La maqueta representa de forma muy precisa la disposición de las estructuras y espacios del Complejo Arqueológico de Pachacámac, considerando detalles muy específicos, de acuerdo con los planos tomados como referencia.
Precisión en el manejo de escalas	• Las distancias y alturas de las construcciones no son proporcionales a lo real, de acuerdo con la información recopilada sobre el Complejo Arqueológico de Pachacámac.	• Las distancias y alturas de algunas de las construcciones son proporcionales a lo real, de acuerdo con la información recopilada sobre el Complejo Arqueológico de Pachacámac.	• Las distancias y alturas de las construcciones sí son proporcionales a lo real, de acuerdo con la información recopilada sobre el Complejo Arqueológico de Pachacámac.	• Las distancias y alturas de las construcciones son proporcionales a lo real, y considera otros elementos como personas, letreros, de acuerdo con la información recopilada sobre el Complejo Arqueológico de Pachacámac.
Manejo de recursos	• Se observa que faltan recursos que apoyen la producción o que el manejo inadecuado no aporta a su entendimiento. • Su producción no concluye ni muestra un avance apropiado dentro del tiempo previsto.	• Muestra dificultades en el manejo de los recursos y materiales elegidos para apoyar su producción. • Su producción se extiende un poco más del tiempo previsto.	• Maneja eficientemente los recursos y materiales elegidos para apoyar su producción. • Su producción se extiende un poco más del tiempo previsto.	• Maneja eficientemente los recursos y materiales elegidos para apoyar su producción. • Maneja eficientemente el tiempo y logra concluir su producción en el previsto.
Sustentación	• Muestra varias dificultades y errores en los planteamientos o cálculos y en los términos usados durante la explicación, que afectan en gran medida la comprensión de su exposición.	• Muestra varias dificultades o errores en los planteamientos o cálculos, o en los términos usados durante la explicación, que en algunos casos afectan la comprensión de su exposición.	• Muestra algunas dificultades o errores en los planteamientos o cálculos, o en los términos usados durante la explicación; sin embargo, no afectan la comprensión de su exposición.	• No se muestra ningún tipo de error en los planteamientos ni en los cálculos; tampoco en los términos usados durante la explicación.

5.° Grado de Secundaria

TRABAJAMOS ARMONIOSAMENTE PARA RELACIONAR LA MÚSICA CON LA MATEMÁTICA

SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

LA MÚSICA

La docente de Arte de quinto grado de Educación Secundaria es aficionada a la música. Les ha propuesto a sus estudiantes formar una pequeña banda que realice presentaciones en las fechas festivas de la institución educativa. Se muestran muy animados y varios se apuntan en la lista para practicar luego de clases. Los talleres de práctica comienzan y todo parece ir bien al principio; sin embargo, la mayoría tiene muchas ganas, pero sabe muy poco acerca de música, compases, ritmos, frecuencias, notas, acordes y otros. Solo Ricardo y Ángela saben tocar instrumentos, y una estudiante más, Lucía, puede cantar bien. No obstante, en vez de mostrarse dispuestos a enseñar a sus compañeros, se apartan del equipo con su guitarra, quena y zampoña para ensayar solos. Constantemente menosprecian al resto y se burlan de sus errores durante los ensayos. Por si fuera poco, el nivel de motivación del equipo ha disminuido: varios estudiantes faltan a los ensayos, han dejado de practicar en casa y, cada vez que tocan como banda, la calidad de su trabajo musical deja mucho que desear.

La docente ha pensado que es necesario volver a motivarlos y, además, desarrollar en ellos conocimientos sobre teoría musical para que puedan emplearlos en los ensayos de su banda. Ha conversado con su colega de Matemática, y en una reunión con los estudiantes de la banda se plantearon las siguientes preguntas: ¿Cómo lograremos producir secuencias musicales armónicas? ¿Por qué es importante afinar los instrumentos antes de tocarlos? ¿Cómo llegarán los sonidos a los oídos de nuestro público? ¿Qué es una onda sonora? ¿Cómo la representamos matemáticamente? ¿Qué caracterizan a una melodía aguda y a una grave?, ¿existen diferencias en sus graficas matemáticas? ¿De qué depende el volumen de los sonidos? ¿Qué relación matemática hay entre el tono y la frecuencia de un sonido musical? Además, ¿cómo debe ser el trato en la banda? ¿Cómo podrían aprovecharse las capacidades y el potencial de Ricardo, Ángela y Lucia? ¿Cuál es la actitud y trato que debemos promover con los integrantes al interior de la banda musical?

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencias	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones numéricas y las operaciones.

CAMPOS TEMÁTICOS

- **Progresiones geométricas**
  - Representación gráfica de una progresión geométrica
  - Suma de infinitos términos de una progresión geométrica en la que $|r|<1$
- **Funciones trigonométricas**
  - Función trigonométrica seno y coseno, y de la forma $f(x) = \pm A\text{sen}(Bx + C) + D$
  - Amplitud, frecuencia, periodo, deslizamiento vertical y cambio de fase
- **Sucesiones convergente y divergente**
  - Términos
  - Índice de término
  - Regla de formación
- **Notación exponencial y científica**
  - Magnitudes derivadas
  - Operaciones

PRODUCTO

Análisis matemático de una composición musical sobre el buen trato

SECUENCIA DE LAS SESIONES

Sesión 1 (2 horas) **Título: Organizamos nuestro trabajo para conocer sobre las melodías musicales**	**Sesión 2 (2 horas)** **Título: Identificamos sucesiones en los tiempos de notas musicales**
Competencia y capacidad **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. **Actividades** • El docente presenta la situación significativa relacionada con la música. • Los estudiantes analizan la situación significativa y plantean preguntas y lluvia de ideas con posibles respuestas. • Los estudiantes dialogan con un músico profesional o aficionado de la comunidad acerca de la relación entre la música y la matemática. • Los estudiantes, con el apoyo del docente, definen el propósito de la unidad de aprendizaje y proponen un conjunto de actividades en función de la situación significativa.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. **Campo(s) temático(s)** • Sucesiones convergentes **Actividades** • El docente presenta una situación problemática relacionada con la música y las festividades de la comunidad (el Día de la Madre). • El docente presenta a un músico de la comunidad con la finalidad de mostrar a los estudiantes la forma como se afina un instrumento musical, interpretar una melodía y explicar la relación con la matemática. • Los estudiantes identifican una sucesión convergente a partir de su regla de formación, mediante la tabulación. • Analizan información sobre escala natural y la frecuencia en una nota musical e identifican la expresión matemática para determinar la frecuencia de cada nota en la escala cromática.

Sesión 3 (2 horas) Título: Determinamos una sucesión de frecuencias de una escala temperada	Sesión 4 (2 horas) Título: Hallamos los intervalos musicales haciendo uso de la progresión geométrica
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. **Campo(s) temático(s)** • Sucesión convergente y divergente. Término enésimo **Actividades** • El docente plantea una situación problemática relacionada con las notas musicales y entrega una ficha de lectura “Escala temperada” para identificar la relación de frecuencias. • Los estudiantes dan lectura de la ficha y modelan la expresión matemática para hallar la frecuencia sucesiva de dos notas musicales temperadas. • Los estudiantes hallan los términos de una sucesión para determinar si son o no convergentes haciendo uso de la tabulación. • Realizan la representación gráfica y analizan la convergencia o divergencia de la sucesión; socializan sus productos y establecen conclusiones.	**Competencia y capacidad** **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. **Campo(s) temático(s)** • Sucesión convergente y divergente. Término enésimo • Progresión geométrica. Representaciones tabulares y gráficas **Actividades** • El docente plantea una situación problemática relacionada con los acordes y la tablatura musical, y presenta una tabla de intervalos de las ocho notas musicales. • Los estudiantes establecen relaciones entre los términos de la sucesión geométrica con la finalidad de hallar el término enésimo. • Los estudiantes realizan representaciones gráficas; luego analizan e interpretan su comportamiento. • Los estudiantes interpolan términos de una sucesión a partir de los términos extremos conocidos.

Sesión 5 (2 horas) **Título: Calculamos la suma de términos de una progresión geométrica**	Sesión 6 (2 horas) **Título: Escuchamos melodías**
Competencia y capacidad **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. **Campo(s) temático(s)** • Progresión geométrica. Suma de infinitos términos **Actividades** • El docente plantea una situación problemática relacionada con la música. • Los estudiantes analizan e identifican las características de una progresión geométrica para demostrar la fórmula de la suma de términos y de la suma de infinitos términos. • Los estudiantes utilizan recursos gráficos para analizar el comportamiento de la progresión geométrica.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. **Campo(s) temático(s)** • Funciones trigonométricas. Función seno **Actividades** • El docente plantea una situación problemática relacionada con las vibraciones y ondas que emiten los sonidos, y proporciona una ficha de lectura. • Los estudiantes observan el video “Ondas, sonido y música” y dan lectura a la ficha con la finalidad de reconocer cómo llegan las melodías a nuestros oídos. • Los estudiantes identifican las características de una onda sonora y sus cambios periódicos, y describen la relación que hay entre el volumen del sonido y la amplitud de onda.

Sesión 7 (2 horas) Título: Graficamos la función seno	Sesión 8 (2 horas) Título: Interpretamos gráficas de funciones trigonométricas
Competencia y capacidad **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. **Campo(s) temático(s)** • Funciones trigonométricas. Función seno. Representaciones gráficas y elementos. **Actividades** • El docente plantea una situación problemática relacionada con la música haciendo uso de una guitarra y presenta una imagen en un papelote sobre los sinusoides. • Los estudiantes observan la imagen y dan a conocer sus características. • Los estudiantes realizan tabulaciones y representan gráficamente la función seno en el plano cartesiano dando a conocer sus características.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. • **Campo(s) temático(s)** • Funciones trigonométricas. Función seno y coseno **Actividades** • El docente plantea una situación problemática relacionada con la amplitud, el periodo, el punto de corte, el dominio y el rango de la función seno y coseno. Además, presenta una gráfica correspondiente a dos tipos de ondas sonoras. • Los estudiantes establecen la equivalencia entre cos(x) y sen(x +). • Se presentan diversos tipos de gráficos correspondientes a la función seno y coseno en diferentes posiciones, y establecen el modelo correspondiente. • Los estudiantes resuelven un problema relacionado con la onda de la corriente eléctrica: hallan el periodo, la frecuencia, la amplitud y el modelo de la función.

Sesión 9 (2 horas) **Título: Identificamos las vibraciones por segundo, mínimas y máximas, que puede percibir el oído humano**	Sesión 10 (2 horas) **Título: Calculamos los niveles de intensidad de sonidos**
Competencia y capacidades **Resuelve problemas de cantidad.** • Traduce datos a expresiones numéricas. • Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. **Campo(s) temático(s)** • Notación exponencial y científica • Magnitudes derivadas **Actividades** • El docente presenta una situación problemática relacionada con la práctica musical y un representante de la Municipalidad del Área del Medioambiente; de no ser posible, presenta una infografía. • Los estudiantes diferencian el umbral de audición y el umbral del dolor e identifican los valores mínimos y máximos que el oído humano puede escuchar. • Los estudiantes expresan a través de notación científica la presión acústica, el nivel de intensidad de sonido y la intensidad de sonido. • Los estudiantes identifican las unidades de medida de las magnitudes derivadas relacionadas con el sonido y establecen equivalencias.	**Competencia y capacidades** **Resuelve problemas de cantidad.** • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones numéricas y las operaciones. **Campo(s) temático(s)** • Notación exponencial y científica. Operaciones • Aplicación de las propiedades en $\mathbb{R}$ **Actividades** • El docente presenta una situación problemática relacionada con el nivel de intensidad del sonido. • Los estudiantes se desplazan por diferentes lugares con la finalidad de identificar diferentes sonidos y sus respectivos niveles de intensidad. • Los estudiantes calculan las diferencias de los niveles de intensidades en variados entornos; lo expresan en beles y decibeles (transformación y operaciones con notación científica). • Los estudiantes resuelven los problemas propuestos en la ficha de trabajo relacionados con la intensidad de sonido y la potencia, justificando las propiedades algebraicas.

Sesión 11 (2 horas)
Título: Evaluamos nuestro trabajo

Competencia y capacidad

Resuelve problemas de cantidad.

- Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.

Actividades

- El docente presenta la situación significativa inicial con la finalidad de recordar el propósito de la unidad.
- Los estudiantes discuten sobre el propósito de la unidad y las actividades más relevantes desarrolladas en cada una de las sesiones.
- Consolidan sus aprendizajes y el producto de la unidad, autoevaluando su trabajo, a partir de una rúbrica propuesta por el docente.

EVALUACIÓN

Situación de evaluación	Competencias	Capacidades	Indicadores	Instrumentos de evaluación
• Establecen si una sucesión es convergente o divergente a partir de ejemplos. • Hallan la suma e interpolan términos de una PG. • Grafican ondas sonoras, identifican sus características relacionadas con las funciones sinusoidales o cosenoidales. • Realiza el análisis matemático de una composición musical.	• Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	• Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	• Examina propuestas relacionadas con la regla de formación de una sucesión convergente y divergente para hacer predicciones de comportamientos o extrapolar datos. • Adapta y combina estrategias heurísticas para solucionar problemas referidos a progresión geométrica con recursos gráficos y otros. • Interpola términos formados por una progresión geométrica, sucesión convergente y divergente. • Vincula datos y expresiones a partir de condiciones de cambios periódicos al expresar un modelo referido a funciones trigonométricas. • Traza la gráfica de una función de la forma $f(x)=\pm A \operatorname{sen}(Bx+C)+D$, e interpreta A, B, C y D en términos de amplitud, frecuencia, periodo, deslizamiento vertical y cambio de fase.	• Listas de cotejo y rúbrica

• Expresa mediante notación exponencial y científica cantidades grandes y pequeñas. • Plantea afirmaciones al usar las propiedades de las operaciones en el cálculo de niveles de intensidad y potencia.	• Resuelve problemas de cantidad.	• Traduce cantidades a expresiones numéricas. • Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones numéricas y las operaciones.	• Relaciona datos a partir de condiciones con magnitudes grandes o pequeñas, al plantear un modelo referido a la notación exponencial y científica. • Expresa comparaciones de datos provenientes de medidas, la duración de eventos y de magnitudes derivadas y sus equivalencias usando notaciones y convenciones. • Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados con la notación exponencial y científica. • Justifica las propiedades algebraicas de los $\mathbb{R}$ a partir de reconocerlas en $\mathbb{Q}$.	

MATERIALES BÁSICOS PARA UTILIZAR EN LA UNIDAD

Para el docente

Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?* Ciclo VII. Lima, Perú: Autor.

Ministerio de Educación. (2016). *Manual para el docente. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Para el estudiante

Ministerio de Educación. (2016). *Texto escolar. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Ministerio de Educación. (2016). *Cuaderno de trabajo. Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Santillana.

Sitios web

La música y la matemática. (2013). [Película]. Argentina. Recuperado el 22/09/2016, de https://goo.gl/R9Bx5p

Música y Matemática. Donald y Pitágoras. (2015). [Película]. España. Recuperado el 22/09/2016, de https://goo.gl/3LAj7X

Taller: Ondas, sonido y música. (2012). [Película]. España. Recuperado el 22/09/2016, de https://goo.gl/TREYgr

Otros

Plumones, cartulinas, papelotes, cinta adhesiva, pizarra, tizas, etc.

Actores: músicos profesionales de la escuela o la comunidad, ingeniero de sonido, representante de la Municipalidad del Área de Medioambiente, docente de Arte.

ORGANIZAMOS NUESTRO TRABAJO PARA CONOCER SOBRE LAS MELODÍAS MUSICALES

Unidad 6 | Sesión 1

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (30 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes.
- A continuación, presenta la situación significativa en un papelote y pide a un estudiante que voluntariamente lea (se sugiere que la situación significativa esté siempre a la vista de los estudiantes y que se acompañe de una lámina con una imagen de referencia).

LA MÚSICA

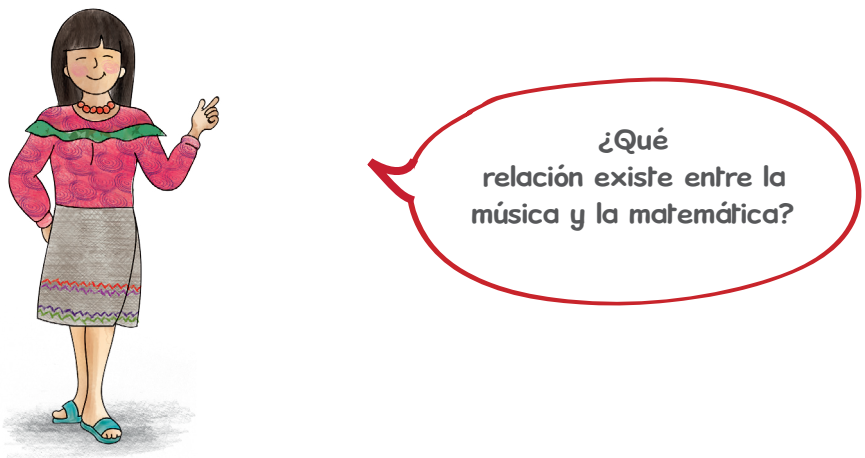
La docente de Arte de quinto grado de Educación Secundaria es aficionada a la música. Les ha propuesto a sus estudiantes formar una pequeña banda que haga presentaciones en las fechas festivas de la institución educativa. Se muestran muy animados y varios se apuntan en la lista para practicar luego de clases. Los talleres de práctica comienzan y todo parece ir bien al principio; sin embargo, la mayoría tiene muchas ganas pero sabe muy poco acerca de música, compases, ritmos, frecuencias, notas, acordes y otros. Solo Ricardo y Ángela saben tocar instrumentos, y una estudiante más, Lucía, puede cantar bien. No obstante, en vez de mostrarse dispuestos a enseñar a sus compañeros, se apartan del equipo con su guitarra, quena y zampoña para ensayar solos. Constantemente, menosprecian al resto y se burlan de sus errores durante los ensayos. Por si fuera poco, el nivel de motivación del equipo ha disminuido: varios estudiantes

faltan a los ensayos, han dejado de practicar en casa y, cada vez que tocan como banda, la calidad de su trabajo musical deja mucho que desear.

La docente ha pensado que es necesario volver a motivarlos y, además, desarrollar en ellos conocimientos sobre teoría musical para que puedan emplearlos en los ensayos de su banda. Ha conversado con su colega de Matemática, y en una reunión con los estudiantes de la banda se plantearon las siguientes preguntas:

¿Cómo lograremos producir secuencias musicales armónicas? ¿Por qué es importante afinar los instrumentos antes de tocarlos? ¿Cómo llegarán los sonidos a los oídos de nuestro público? ¿Qué es una onda sonora? ¿Cómo la representamos matemáticamente? ¿Qué caracterizan a una melodía aguda y a una grave?, ¿existen diferencias en sus gráficas matemáticas? ¿De qué depende el volumen de los sonidos? ¿Qué relación matemática hay entre el tono y la frecuencia de un sonido musical? Además, ¿cómo debe ser el trato en la banda? ¿Cómo podrían aprovecharse las capacidades y el potencial de Ricardo, Ángela y Lucía? ¿Cuál es la actitud y trato que debemos promover con los integrantes al interior de la banda musical?

- Los estudiantes participan mediante la técnica de lluvia de ideas. El docente anota las respuestas en la pizarra y consolida las interrogantes en una pregunta:



- Los estudiantes responden voluntariamente a través de una lluvia de ideas.
- Para continuar, presenta a un músico (si es posible, invitar a uno de la comunidad) y le pide dialogar con los estudiantes. Pide al músico que explique a los estudiantes el funcionamiento de los instrumentos y su relación con áreas de aprendizaje como la matemática.
- Los estudiantes dialogan con el músico expositor y plantean preguntas voluntariamente.
- IMPORTANTE: Si no es posible contar con la participación de un músico de la comunidad, el docente les muestra a los estudiantes el video: “La música y la matemática”, al cual lleva el siguiente enlace: https://goo.gl/R9Bx5p

- A partir de cualquiera de las dos actividades, el docente promueve al diálogo en relación con la utilidad de la matemática para hacer música. Luego plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales regirán en la unidad y se consensuarán con los estudiantes:
- Los estudiantes se organizan en equipos de trabajo y acuerdan una forma o estrategia para comunicar los resultados.
- Se organizan de tal manera que todos los integrantes tengan igual nivel de participación en los procesos de resolución de la situación significativa, garantizando así un trabajo colaborativo.
- Respetan los acuerdos, las normas de convivencia y los tiempos estipulados para cada actividad, lo cual garantiza un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.
- Identifican los campos temáticos que se abordarán en la unidad para lograr su propósito.
- El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión.

DESARROLLO (45 minutos)

- El docente induce a los estudiantes a proponer actividades en relación con la situación significativa, y, con su apoyo, realizan una ruta de trabajo seleccionando las actividades que serán posibles realizar.
- El docente establece la correspondencia entre las actividades y las habilidades matemáticas que se desarrollarán:

  - Examinar la regla de formación de una sucesión.
  - Analizar, comparar y contrastar los cambios periódicos en funciones trigonométricas.
  - Relacionar y expresar datos con cantidades grandes y pequeñas con magnitudes derivadas.

- Los estudiantes deben considerar que las actividades propuestas permitan abordar campos temáticos como sucesiones, funciones trigonométricas, notación científica y exponencial, magnitudes derivadas, etc.

Los estudiantes elaboran un plan de actividades para desarrollarse durante toda la unidad:

Actividades para desarrollarse en la unidad

(Propuesta)

1. Examinar la regla de formación de una sucesión convergente y divergente relacionando las longitudes de las cuerdas vibrantes y las frecuencias.
2. Tabular datos en una sucesión convergente y divergente determinando frecuencias en una escala cromática.
3. Hallar el valor de un término de una sucesión en una escala natural y frecuencia de una nota musical.
4. Determinar una progresión geométrica y sus representaciones tabulares y gráficas considerando sucesos relacionados con la música.
5. Calcular la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica considerando sucesos relacionados con la música.
6. Resolver problemas de progresión geométrica con ayuda de recursos gráficos.
7. Analizar los cambios periódicos de una función trigonométrica a partir de las ondas sonoras.
8. Realizar gráficos de la función seno a través de una onda sonora de un sonido puro.
9. Realizar gráficos de la traslación horizontal y vertical de una onda sonora de un sonido puro.
10. Resolver diferentes situaciones aplicando gráficas de las funciones trigonométricas.
11. Identificar las vibraciones por segundo mínimas y máximas que percibe el oído humano haciendo uso de notaciones científicas y magnitudes derivadas.
12. Calcular los niveles de intensidad de sonidos aplicando notación exponencial y las propiedades de los números reales.

El docente resalta las actividades que se desarrollarán y da énfasis al propósito de la unidad, que consiste en elaborar un documento con el análisis matemático de una canción referida al buen trato, para lo cual los estudiantes deberán:

- Hallar las diferentes frecuencias de una escala templada.
- Graficar ondas sonoras e identificar sus características.
- Graficar la traslación horizontal y vertical de ondas senoidales y analizar su nivel de desplazamiento.
- Elaborar una lista de diferentes situaciones correspondiente a las diferentes magnitudes, así como un cuadro comparativo.

- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Luego los estudiantes conversan sobre canciones que ellos conozcan y estén relacionadas con el buen trato. El docente también presenta propuestas para validarlas con los estudiantes.
- Por votación, los estudiantes eligen la canción que analizarán sobre la base de los conceptos matemáticos que se trabajarán en la unidad.

CIERRE (15 minutos)

- Los estudiantes, en equipo, trasladan la lista de actividades a una ruta de trabajo como un organizador visual y lo comparten en plenaria.
- El docente, con participación de todos los equipos, sistematiza los aportes y genera una ruta de trabajo para todo el salón (dicha ruta va de la mano con la secuencia de las sesiones de aprendizajes).
- Los estudiantes escriben en tarjetas los compromisos que asumirán para el logro del propósito de la unidad, tales como:
  - Optimizar el trabajo en equipo promoviendo la participación de todos los integrantes y acordando la estrategia apropiada para comunicar los resultados.
  - Demostrar responsabilidad en el cumplimiento de las actividades consideradas para el desarrollo de la unidad.
- El docente sistematiza la información con la participación de todos los estudiantes y la coloca en un lugar visible.

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
- Indagar y registrar en su cuaderno información sobre las ondas sonoras.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Fichas, pizarra, tiza, papelotes, cinta adhesiva, etc.
- La música y la matemática. (2013). [Película]. Argentina. Recuperado el 22/09/2016, de https://goo.gl/R9Bx5p

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Propone actividades relacionadas con el análisis matemático de una composición musical.		Secuencia las actividades señalando responsables, tiempo y recursos.		Asume compromisos de participación para lograr el propósito de la unidad.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

Unidad 6 | Sesión 2

Duración: 2 horas pedagógicas

IDENTIFICAMOS SUCESIONES EN LOS TIEMPOS DE NOTAS MUSICALES

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego les plantea la siguiente situación problemática:

> Con la finalidad de participar en las festividades del Día de la Madre, en las cuales se dará cita gran parte de la comunidad, Ricardo y Ángela traen las guitarras de sus padres para usarlas en los ensayos. Carlos y Julia también las tienen, y han decidido ensayar —junto a Ricardo y Ángela— una parte de la canción elegida para presentarla en la actuación. Sin embargo, a la hora de iniciar la canción, se percatan de que las guitarras suenan distintas. Ricardo y Ángela concluyen —apresuradamente— que sus guitarras están bien afinadas, pues son de sus padres, quienes son músicos, y señalan que las desafinadas son las de sus compañeros. Estos no saben mucho de afinación, pero se sienten mal por el comentario escuchado. Al inicio, intentan discutir con ellos pero terminan por desanimarse e irse a sus casas antes de que termine el ensayo. ¿Cómo podría arreglarse este conflicto entre los estudiantes? ¿Cómo podemos usar la matemática para afinar instrumentos? ¿Qué conocimientos matemáticos se relacionan con la música?

- Los estudiantes responden a través de una lluvia de ideas.
- El docente plantea las siguientes preguntas en función de la situación problemática.

¿De qué dependerá la afinación de un instrumento? ¿De qué dependerá que este emita series armónicas? ¿se relaciona con el tamaño de las cuerdas y sus vibraciones? ¿Cuál fue el aporte de Pitágoras? ¿Qué relación existe entre sus frecuencias? ¿Existe algún tipo de sucesión numérica? ¿Podrían fundamentar sus respuestas?

- A continuación, el docente les presenta un video sobre la afinación musical, titulado: "Música y Matemática. Donald y Pitágoras", donde se explica cómo nació la afinación musical. Pueden acceder a él mediante este enlace: https://goo.gl/3LAj7X
- En caso no se tenga acceso a Internet, el docente preparará una presentación en la cual se aborde esta temática.
- Los estudiantes dialogan e intercambian opiniones al interior del equipo.
- Luego el docente comunica el propósito de la sesión:
  - Examinar situaciones cotidianas y determinar relaciones matemáticas referidas a la música, haciendo uso de sucesiones.
- Asimismo, menciona que la evaluación de la sesión se dará a partir de la manera como cada estudiante:
  - Identifique sucesiones a partir del sonido de un instrumento musical.
  - Relacione los sonidos musicales con sucesiones convergentes o divergentes.
  - Extrapole términos en una sucesión propuesta.
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente pregunta a los estudiantes:
  - ¿Qué es la afinación y la serie armónica?
- Los estudiantes responden utilizando la técnica de lluvia de ideas.
- Para continuar, el docente les presenta un papelote con la siguiente información:

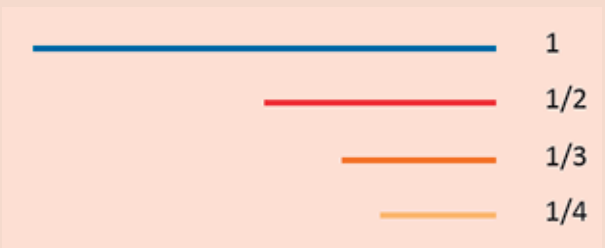
Cuando los instrumentos están afinados, se logra ajustar el tono de un sonido hasta que coincida con una nota de referencia. Esto permite una correcta sintonía, es decir, ni muy aguda ni muy grave con respecto a la nota de referencia.

La serie armónica es un fenómeno acústico que explica, entre otras cosas, el timbre de los instrumentos. Cuando escuchamos un sonido, oímos en realidad una serie de sonidos llamados armónicos superpuestos.

- El docente revisa junto con los estudiantes la página 30 del texto escolar, sobre sucesiones convergentes y divergentes.
- Presenta al profesor de música de la escuela o a un músico de la comunidad, para que experimentalmente enseñe a los estudiantes cómo se afina un instrumento musical.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

Experimentación:

- Cada equipo toca sus instrumentos y analiza los sonidos de cada una de las cuerdas (instrumento de cuerda).
- Analizan la relación del tipo de sonido (grave o agudo) con el tamaño de la cuerda.
- Con la orientación del docente, analizan y representan gráficamente la experiencia de Pitágoras.
- Analizan la sucesión numérica formada por dicha partición.
- Identifican la frecuencia de armónicos descubierta por Pitágoras.



- Con asesoría del docente, los estudiantes desarrollan la siguiente actividad:

- El docente coloca en la pizarra los siguientes valores:

1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	...	$\frac{1}{100}$	...	$\frac{1}{10000}$	...

- Los estudiantes responden las siguientes preguntas:

- ¿Qué relación encuentras entre estos números?
- Si continuáramos haciendo particiones a la cuerda, por ejemplo: $\frac{1}{100}$, ¿a qué número se aproximaría dicho valor?
- Si hipotéticamente lo dividiéramos en diez mil partes, ¿a qué número nos aproximaríamos?

- Los estudiantes, orientados por el docente, realizan los siguientes procesos:

- Hallan los cocientes en cada uno de los casos:

1	0,5	0,33	0,25	...	0,01	...	0,0001

- Los estudiantes analizan cada uno de los casos y determinan que cada vez que crece el denominador, en este caso el valor de "n", el número se hace más pequeño y tiende a cero.

- Identifican en esta expresión una sucesión convergente porque tiende a aproximarse al cero.

Formalizando:

$$a(n) = \frac{1}{n} = 1: 0,5; 0,33; 0,25; \ldots 0,01; \ldots 0,0001; \ldots$$

Es convergente porque tiene un límite finito que, en este caso, es cero.

A medida que aumenta el valor de *n*, la tendencia es acercarse a cero.

El docente coloca en la pizarra el siguiente cuadro:

Relaciones de longitudes vibrantes y frecuencias

Se supone una cuerda de longitud L que, al vibrar en toda su extensión, emite una frecuencia *f*.

Longitud vibrante	Frecuencia	Intervalo
L	f	...
5L/6	6f/5	Tercera menor
4L/5	5f/4	Tercera mayor
3L/4	4f/3	Cuarta justa
2L/3	3f/2	Quinta mayor
L/2	2f	Octava justa

Los estudiantes responden las siguientes preguntas:

1. ¿Qué relación hay entre la longitud de la cuerda vibrante que muestra el cuadro? ¿Es una sucesión convergente? Justifica tu respuesta.
2. ¿Qué relación existe entre los valores de las frecuencias que muestra el cuadro? ¿Es una sucesión convergente? Justifica tu respuesta.

Primera pregunta:

- Con la orientación del docente, los estudiantes realizan los siguientes procesos:

- Escriben en tarjetas los valores de la longitud de la cuerda y, con ayuda del docente, determinan la regla de formación:

- Con el apoyo del docente, dan valores a "n" (valores grandes) y analizan hacia dónde converge: Verifican el $a(n) = = \frac{n}{n+1}$

Consideran los valores para "*n*": 1000 y 10 000 (valores sugeridos)

$n = 1000 \rightarrow \quad \boldsymbol{a(1000)} = \frac{1000}{1001} = 0{,}999000999...$

$n = 10\,000 \rightarrow \boldsymbol{a(10000)} = \frac{10\,000}{10\,001} = 0{,}999900009999...$

En $a(n) = \frac{n}{n+1}$; si: n = 1, 2, 3, ...

→ a(n) = 0,5; 0,66; 0,75; 0,83;... 0,999000999; ... ; 0,999900009999; ...

- Analizan, con la ayuda del docente, los valores obtenidos y se percatan de que la sucesión tiende a 1, es decir, converge en 1.

Segunda pregunta:

- Los estudiantes realizan los siguientes procesos orientados por el docente:

  - Escriben en tarjetas los valores de la frecuencia y, con ayuda del docente, determinan la regla de formación:

1	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	...	$\frac{n+1}{n}$

  - Consideran los valores para "*n*": 1000 y 10 000

  n = 1000 → $a(1000) = \frac{1001}{1000}$ = 1,001

  n= 10 000 → $a(1000) = \frac{10001}{10000}$ = 1,0001

- Los estudiantes, con la ayuda del docente, analizan los valores obtenidos y se percatan de que la sucesión tiende a 1, es decir, converge en 1.

El docente plantea la pregunta:

- ¿Cómo calculamos el valor de la frecuencia en los intervalos de cada nota?

  Para ello, el docente orienta a los estudiantes para que realicen los siguientes procesos:

  - Analizan el modelo presentado para determinar si el valor de la frecuencia es la misma respecto a cada nota musical:

$$f(n,o) = 440.\left(\sqrt[12]{2}\right)^{(0-4).12+(n-10)}$$

$$f(n,o) = 440\ .\ 2^{(0-4)+\left(\frac{n-10}{12}\right)}$$

  - A partir de la lectura, los estudiantes identifican las variables: Ejemplo:

Do_0	Do_1	Do_2	Do_3	Do_4	Do_5	Do_6	Do_7	Do_8	Do_9	Do_{10}

El docente les plantea las siguientes preguntas:

- Si mantenemos constante la nota Do = 1, ¿cómo queda la expresión matemática?
- ¿Cuáles serían los valores de las frecuencias de la nota Do de sus ocho octavas?
- ¿Qué relación guardan dichos números?
- ¿Qué clase de sucesión es?

Para ello, realizan los siguientes procesos:

- Identifican el valor de la nota Do según la tabla presentada.

- Reemplazan dicho valor en la expresión matemática inicial, y establecen la nueva expresión:

$$f(n) = 440 \,.\, 2^{(0-4)+\frac{(1-10)}{12}} = 440 \,.\, 2^{(0-4)+\frac{(-9)}{12}}$$

- Dan valores para "*n*", tabulan y determinan las frecuencias de la nota Do en sus ocho octavas.

- Completan la siguiente tabla (con una aproximación de dos dígitos después de la coma decimal).

Nota	Frecuencia (Hz)
Do_0	16,35
Do_1	32,70
Do_2	65,40
Do_3	130,81
Do_4	261,62
Do_5	523,25
Do_6	...
Do_7	....
Do_8	.....
Do_9	.....
Do_{10}	.....

- Responden la siguiente pregunta:

  ¿Se podría construir otra regla de formación a partir de los valores obtenidos? Analizan cada uno de los valores; observan que la relación existente entre ellos es exactamente el doble del anterior. Con la ayuda del docente, inducen la regla de correspondencia.

Nota	Frecuencia (Hz)
Do_0	16,35
Do_1	2(16,35) = 32,70
Do_2	4(16,35) = 65,40
Do_3	8(16,35) = 130,81
Do_4	16(16,35) = 261,62
Do_5	32(16,35) = 523,25
Do_6	...
Do_7	....
Do_8	.....
Do_9	.....
Do_{10}	.....

$\{a\ n\} = 2^0(16{,}351\ 598);\ 2^1(16{,}351598);\ 2^2(16{,}351598)\ldots + 2^n(16{,}351598)$

- Los estudiantes, con la mediación del docente, llegan a establecer la siguiente regla de formación de la sucesión:

  $f(n) = 2^n\ k$; donde K = cte = 6,351 598 y n = 0;1,;2;3;4; …;10

- Reconocen la divergencia de la sucesión.

El docente les plantea la siguiente actividad:

Considerando la regla de formación $f(n) = 2^n\ k$, hallar:

a. $f(7)$

b. $f(9)$

Los estudiantes, en equipos, reemplazan los valores para "n" según corresponda. Un integrante de cada equipo explica con argumento los procedimientos realizados y comparten su respuesta.

Durante el desarrollo de esta actividad, el docente apoya permanentemente a los equipos absolviendo dudas y planteando estrategias de solución.

Finalmente, solicita al músico invitado o a uno de los estudiantes interpretar una melodía musical (otra opción podría ser llevar una grabadora para escuchar la melodía). Luego los estudiantes responden las siguientes preguntas:

- ¿Qué les pareció la melodía?
- ¿Qué numeración presenta la escala?
- ¿Responde a una sucesión en particular?

CIERRE (10 minutos)

- ¿Dicha sucesión de números es convergente o divergente?

Con la finalidad de afianzar el aprendizaje, el docente solicita al músico invitado o a uno de los estudiantes interpretar una melodía musical (otra opción podría ser llevar una grabadora para escuchar la melodía). Los estudiantes responden las siguientes preguntas:

- ¿Qué les pareció la melodía?
- ¿Qué numeración presenta la escala?
- ¿Responde a una sucesión en particular?
- ¿Dicha sucesión de números es convergente o divergente?

Los estudiantes se percatan, gracias a la indicación del docente, de que las notas de la escala están formadas por la numeración 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21;…

- Se percatan de que cada uno de los términos, a partir del tercero, se obtienen a partir de la suma de los dos anteriores. Por ejemplo: 3 = 1 + 2; 5 = 2 + 3; 8 = 3 + 5; etc.
- El docente explica brevemente que se trata de la sucesión de Fibonacci, y menciona su aplicación en diferentes campos, uno de las cuales es el de la música.
- Con la ayuda del docente, determinan su regla de formación:

$$X_n = X_{n-1} + X_{n-2}$$

- El docente orienta a los estudiantes para llegar a las siguientes conclusiones:
  - Una sucesión convergente es aquella que tiende a aproximarse a un valor fijo.
  - Una sucesión divergente es aquella que tiende a aproximarse al infinito.
  - La cuerda vibra en medios, tercios, cuartos, etc., y cada vibración produce armónicos. Estas longitudes de onda producen una secuencia de armónicos.

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 56 y 57 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Multimedia, calculadora científica.
- Papelotes, plumones, cinta adhesiva, tiza, pizarra, etc.
- Instrumentos musicales: guitarra y flauta (o quena), principalmente.
- Actor: Músico de la comunidad o profesor de música de la escuela.
- Música y Matemática. Donald y Pitágoras. (2015). [Película]. España. Recuperado de https://goo.gl/3LAj7X

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Traduce la sucesión de las notas de la escala cromática a la regla general de una sucesión convergente.		Expresa a partir de representaciones gráficas y tabulares su comprensión para determinar si una sucesión es convergente o divergente evaluando su tendencia.		Expresa su comprensión para calcular los términos de una sucesión propuesta a partir de su regla de correspondencia.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

Unidad 6 | Sesión 3

DETERMINAMOS UNA SUCESIÓN DE FRECUENCIAS DE UNA ESCALA TEMPERADA

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego presenta la siguiente situación problemática:

> Luego del conflicto en el ensayo anterior, Carlos y Julia conversaron con Ángela y Ricardo y lograron hacer las paces con la finalidad de realizar una buena presentación en la actividad por el Día de la Madre. Para limar asperezas, Ricardo decidió ayudarlos a mejorar en su práctica con la guitarra. Lo primero que les enseñó es a afinar sus instrumentos a una escala de 440 Hz, algo que Carlos y Julia no sabían. Para ello, les llevó un afinador electrónico, y les mostró cómo se usa. Durante esa práctica de afinación, Carlos se quedó asombrado de cómo podía hacer la diferencia el hecho de que su guitarra estuviera afinada o no, y le surgieron muchas preguntas como estas: ¿Por qué debe afinarse a 440 Hz? ¿Cómo se oyen las notas a otras frecuencias? ¿Cómo hallamos estas frecuencias? ¿Podemos usar la matemática para esta tarea?

- Considerando la situación propuesta, el docente plantea las siguientes preguntas:
  - ¿Cómo hallamos la frecuencia de dos notas sucesivas?
  - ¿Qué tipo de relación existe entre ellas?
- Los estudiantes dialogan e intercambian opiniones al interior del equipo.
- A continuación, el docente comunica el propósito de la sesión: "Generalizar características de sucesiones, hallar términos en sucesiones propuestas y justificar sus procedimientos".
- Asimismo, menciona que la evaluación de la sesión se dará a partir de la manera como cada estudiante:
  - Analice la expresión matemática para determinar la frecuencia entre dos notas musicales sucesivas.
  - Halle la frecuencia de dos notas musicales sucesivas en la escala temperada.
  - Identifique y justifique el tipo de sucesión y su regla de formación.
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente entrega una ficha de lectura (anexo 2) para que los estudiantes identifiquen la relación de las dos frecuencias de dos notas sucesivas: f_n y f_{n+1}, en la cual se cumple que:

$$f_{n+1} = f_n\, k$$

  - Donde n = 0, 1, 2, 3...; $K = Cte$, y f_0 es la frecuencia de la nota menor o tónica.
- El músico invitado explica con su guitarra las doce frecuencias de la escala temperada mencionada en la ficha y, luego, con otro instrumento (puede ser una quena o zampoña), a fin de que los estudiantes escuchen la diferencia de sonidos y la forma como se logran. Además, menciona que para lograr una armonía en la música debe existir una buena comunicación y un trabajo en equipo colaborativo. (Si no es posible contar con un músico se puede trabajar únicamente con la información dada en la ficha informativa).
- Los estudiantes realizan preguntas al invitado para aclarar dudas e inquietudes al respecto.

- Terminada esta explicación, los estudiantes se disponen a realizar las actividades de la sesión.
- Los estudiantes toman como nota tónica a Do, y $f_0 = 261$ (según el dato de la clase anterior), y responden las siguientes preguntas:
  - ¿Cuál será el valor de la frecuencia cuando n es igual a cero (f_0=__)?
  - ¿Cuál será el valor de la frecuencia cuando n es igual a uno?
- A continuación, completan la siguiente tabla:

Tabla 1

n	$f_{n+1} = f_n k$
0	
1	
2	
...	
n	

- Para continuar, los estudiantes ordenan los valores en la tabla 2 e inducen la expresión general de la frecuencia de la escala temperada:

Tabla 2

n	$f_{n+1} = f_n k$	Otra forma de expresar
0	$f_1 = 261k$	$f_1 = 261k$
1	$f_2 = (261k)\,k$	$f_2 = 261k^2$
2	$f_3 = (261k).k).k$	$f_3 = 261k^3$
...	...	...
n	$f_{n+1} = f_0 k^{n+1}$	$f_m = 261\,k^m$

- El docente plantea las siguientes interrogantes:
  - ¿Qué valor asume K en la expresión?
  - ¿Cómo quedaría expresada la forma general de la frecuencia de una escala temperada si reemplazamos el valor de K?
  - ¿Debemos participar todos para cumplir los roles para los objetivos del trabajo?
- Los estudiantes responden las preguntas asumiendo la nota tónica Do; por lo tanto, identifican el valor de $f_0 = 261$ (según el dato de la clase anterior) y el valor de K = 1,059. Reemplazan dicho valor en la expresión matemática:

$$f_m = 261(1{,}059)^m$$

- Hallan el valor de la frecuencia de la escala templada según las siguientes notas musicales:

Tabla 3

Nota musical	Valor de "n"	Frecuencia de escala templada
Re	2	
Mi	5	
La	9	
Si	11	

- Cada equipo encuentra la frecuencia para la siguiente sucesión (asumiendo que *m* toma infinitos valores). Luego realizan la gráfica correspondiente y analizan su convergencia o divergencia.

	Frecuencias
m = 0	*261,62(1,059) ^{0} =261,62*
m = 1	
m = 2	
m = 3	
m = 4	
.....	
m = 10	

- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Cada equipo presenta sus resultados en un papelote y justifican sus procedimientos.
- A continuación, el docente solicita a los estudiantes que determinen si las siguientes sucesiones son convergentes, para lo cual asigna una sucesión a cada equipo de trabajo.

a. $a_n = \dfrac{n+2}{2n-1}$

b. $a_n = (-1)^{n-1}2^n$

c. $1, -1, \dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, -\dfrac{1}{3}, \ldots$

d. $a_n = \dfrac{n^2}{n^2+2}$

- En esta actividad el docente estará atento a las preguntas de los estudiantes; acompañará el aprendizaje e inducirá a tabular considerando los diez primeros términos de la sucesión y a graficar para determinar el tipo de sucesión que representa.
- Los estudiantes eligen a un representante para sustentar el trabajo realizado y dar a conocer la respuesta.

CIERRE (10 minutos)

- Con la finalidad de afianzar el aprendizaje, el docente indica revisar y analizar las páginas 28, 29 y 30 del texto escolar con la finalidad de colocar en tarjetas las características de una sucesión convergente y divergente.
- El docente sistematiza la información resaltando que, según la regla de formación, se puede deducir la convergencia o divergencia de una sucesión; además, induce a los estudiantes a llegar a la siguiente conclusión:
  - Las sucesiones que se aproximan a cero son consideradas sucesiones convergentes.
  - Las sucesiones que se tienden al infinito son consideradas sucesiones divergentes.
- El docente finaliza la sesión planteando algunas preguntas metacognitivas:
  - ¿Qué aprendimos el día de hoy?
  - ¿Quién nos ayudó en este aprendizaje?
  - ¿De qué manera lo realizado en la clase nos ayuda en nuestra vida cotidiana?
  - ¿Cómo contribuye al propósito de nuestra unidad de aprendizaje?

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 58 y 59 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Ficha de lectura (anexo 2).
- Papelotes, plumones, cinta adhesiva, pizarra, tiza, etc.
- Instrumentos: guitarra y quena o zampoña.
- Actor: músico de la comunidad o profesor de música de la escuela.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	ESTUDIANTES / INDICADORES	Determina la frecuencia entre dos notas musicales sucesivas.		Registra el tipo de sucesión y la regla de formación.		Justifica sus procedimientos respondiendo a preguntas relacionadas con la frecuencia de notas musicales.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

FICHA DE LECTURA

ESCALA TEMPERADA

La escala corrientemente empleada en Occidente es la escala temperada. En esta escala existen once frecuencias intermedias entre una nota y su octava superior. Las doce frecuencias de la escala temperada se denotan así:

Do – do# - re – re# - mi – fa – fa#- sol – sol# - la – la# - si

El signo # indica una nota sostenida.

En esta escala se intercalan notas entre do y re, re y mi y sol; sol y la; la y si. Pero no se intercalan notas entre si y do, y tampoco entre mi y fa, ya que la distancia entre estos sonidos es de un semitono. Como resultado de estas modificaciones, todos los sonidos sucesivos de la escala temperada están separados entre sí por una distancia de un semitono. En otras palabras, entre dos notas sucesivas cualesquiera de la escala temperada, existe siempre, exactamente, el mismo intervalo.

En la escala temperada las frecuencias f_n y f_{n+1} de dos notas sucesivas verifican la siguiente relación:

$$f_{n+1} = f_n k$$

Donde n = 0, 1, 2, 3...; K = Cte., y f_0 es la frecuencia de la nota menor o tónica

$$f_{n+1} = f_0\, k^{n+1} \qquad f_m = f_0\, k^m \qquad m=0;\ 1;\ 2;\ 3;\ ..$$

Esta ecuación caracteriza la relación entre las diferentes frecuencias de la escala templada. En esta expresión f_0 es la frecuencia de la nota menor o nota tónica; y la constante K tiene el valor K = 1,059. Los valores de las frecuencias de ciertas notas musicales se expresan según la siguiente tabla:

Nota musical	Frecuencia en hertz
do	261
re	293
mi	328,8
fa	348,3
sol	391,1
la	438,9
si	492,7
DO	522

Fuente: *http://www.audiocosas.es/villagarlopa/index.php/2012-01-17-18-40-44/organologia/93-diseccionando-el-ducemele.*

Unidad 6 | Sesión 4

Duración: 2 horas pedagógicas

HALLAMOS LOS INTERVALOS MUSICALES HACIENDO USO DE LA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

DESARROLLO (20 minutos)

El docente da la bienvenida a los estudiantes y plantea la siguiente situación problemática:

El ejemplo que dio Ricardo, al enseñar a Carlos y Julia cómo afinar sus guitarras, hizo que Ángela también cambiara su actitud y decidiera cooperar con sus compañeros durante los ensayos, con la finalidad de realizar una buena presentación en la actuación por el Día de la Madre, a la cual acuden muchos pobladores de la comunidad. Así, pues, un día, Julia y Carlos empezaron a discutir porque habían encontrado, para la misma canción, dos guías musicales distintas. En una, Carlos halló los acordes, mientras que en otra, Julia encontró la tablatura, y no sabían distinguir si eran lo mismo o no. Al verlos en ese problema, Ángela les explicó la diferencia y lo que son un intervalo armónico y un intervalo melódico. ¿Qué opinas de la nueva actitud de Ángela? ¿Qué tiene que ver la matemática con la diferencia entre armonía y melodía? ¿Cómo aplicamos lo aprendido sobre frecuencias?

- A continuación, el docente coloca en la pizarra el valor de los intervalos en las ocho notas musicales y plantea las siguientes interrogantes:

¿Qué relación existe entre cada valor de los intervalos observados? Suponiendo que tengamos veinte notas musicales, ¿es posible hallar la frecuencia en la nota veinte? ¿cómo procederíamos para reconocer el valor de la frecuencia?

  - Luego el docente comunica el propósito de la sesión: "Establecer relaciones entre datos y transformarlas a expresiones algebraicas (modelos) para representar sucesiones e interpolar términos de dichas expresiones algebraicas".

- Asimismo, menciona que la evaluación de la sesión se dará a partir de la manera como cada estudiante:
  - Establece relaciones entre los términos de una sucesión para reconocer el valor de una posición.
  - Emplea recursos gráficos e interpola términos de una progresión geométrica.

- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente comunica a los estudiantes que colocará en un lugar visible la siguiente información:
  - Intervalo es la diferencia de altura o frecuencia entre dos notas musicales. Se mide cuantitativamente en grados o notas naturales y, cualitativamente, en tonos y semitonos.

Pide a los estudiantes que, teniendo en cuenta la tabla de intervalos de las ocho notas, respondan la siguiente pregunta:

Intervalos de las ocho notas							
L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
1,06	1,126	1,196	1,27	1,349	1,433	1,522	1,618

- ¿Qué relación existe entre cada valor de los intervalos observados?

Términos	Dividendo/divisor	Cociente
T_2/T_1	1,126/1,06	1,062
T_3/T_2	1,196/1,126	1,062
...	...	...
T_8/T_7	1,618/1,522	1,062

Los estudiantes observan que los términos forman una sucesión que va en progreso. Analizan una posible secuencialidad intentando determinar la posible regularidad.

Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

Los estudiantes completan la tabla dividiendo cada término por su anterior y aproximando hasta en tres dígitos después de la coma.

El docente hace referencia que 1,062 es la razón de los intervalos de las ocho notas musicales. Les pregunta:

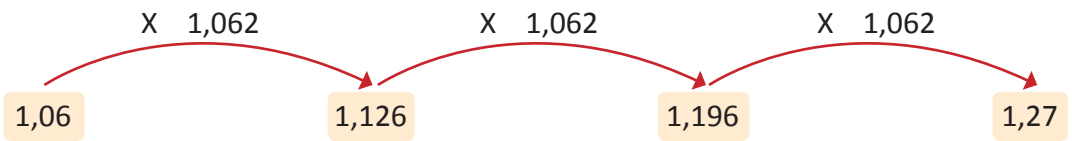
- ¿Qué tipo de progresión es?
- ¿Qué denominación toma este cociente?

Los estudiantes concluyen que el cociente entre los términos de una progresión geométrica se denomina razón geométrica y es una constante (pueden revisar su texto escolar en la página 32).

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} = \dots = \frac{T_n}{T_{n-1}}$$

Los estudiantes comprenden que para hallar la serie de una progresión geométrica, basta con multiplicar el primer término por la razón.

Así:



Para continuar, el docente les solicita que desarrollen lo siguiente:

- Determina la expresión general para hallar el término enésimo de la progresión geométrica.

Los estudiantes, con la mediación del docente, realizan la siguiente inducción para hallar el término enésimo:

$T_2 = T_1 r$

$T_3 = T_2 r = (T_1 r) r = T_1 r^2$

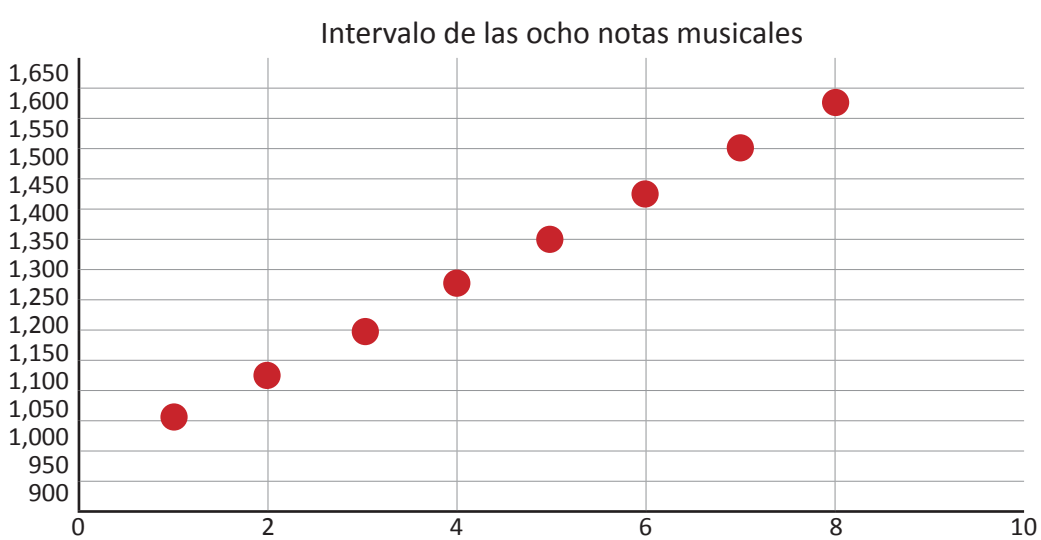
$T_4 = T_3 r = (T_1 r^2) r = T r^3$

... = ...

$T_n = T_1 r^{n-1}$

Representa gráficamente dicha progresión geométrica:

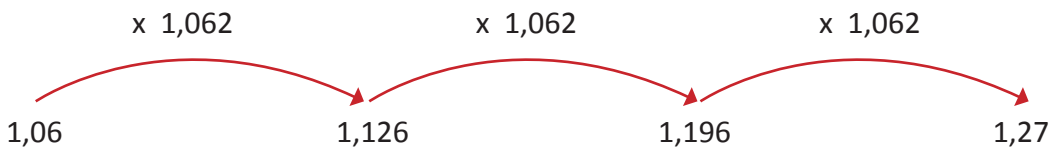
- El docente pregunta: ¿Cómo podríamos representar gráficamente dicha progresión?
- Los estudiantes ubican en un plano cartesiano el valor de cada intervalo de las respectivas notas musicales (pueden hacer uso de Excel).



El docente pregunta:

- ¿Cuántos términos hay entre 1,06 y 1,27? (ejemplo anterior)
- Si solo se conocieran los dos extremos de una progresión geométrica, ¿cómo podríamos hallar los términos medios comprendidos entre ellos?

Los estudiantes, con mediación del docente, realizan la inducción (ejemplo anterior):



Considerando la expresión general:

$$T_n = T_1 r^{n-1}$$

Despejamos r

$$r^{n-1} = \frac{T_n}{T_1} \ldots\ldots (1)$$

donde n representa el número de términos.

Los estudiantes hallan el valor numérico de términos de posición no contemplados en la regularidad.

El docente plantea las siguientes actividades, las cuales serán desarrolladas en grupos:

1. **Hallar el valor numérico de las siguientes progresiones geométricas:**

   a. Del duodécimo término de la siguiente progresión geométrica: $\frac{1}{128}$, $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{132}$ …

   b. Del sexto término de la siguiente progresión geométrica: 81, 27, 9…

2. **Resuelve:**

Los pianos están fabricados para tocar con doce notas musicales en vez de ocho; por lo tanto, la razón de intervalo varía. Si se sabe que el primer valor del intervalo es 1,06, y el último, 2, halla los doce intervalos de la escala temperada.

Intervalo de las 12 notas musicales	
I_1	1,06
I_2	
I_1	

a. Completa el cuadro:

b. Halla la razón geométrica

c. Representa gráficamente la progresión geométrica de los doce intervalos

Cada equipo presenta sus resultados argumentando sus procedimientos.

Durante el desarrollo de esta actividad, el docente ayuda a los equipos de trabajo que lo requieran. Además, va contrastando las respuestas de cada equipo y sistematiza la información; resalta la importancia de una adecuada aproximación en los cálculos realizados.

CIERRE (10 minutos)

El docente, juntamente con los estudiantes, arriban a las siguientes conclusiones:

- Una progresión geométrica es una sucesión en la que cada término se halla multiplicando el anterior por una cantidad fija llamada "razón".
- La progresión geométrica se puede representar y tabular gráficamente.
- La representación tabular es ordenar reconociendo relaciones entre la posición de los términos de los datos en filas y columnas.
- La representación gráfica permite observar el comportamiento de la progresión geométrica.
- La extrapolación se basa en suponer el curso de un acontecimiento o valores que pueden estar hacia adelante o atrás, pero fuera del rango de valores conocidos.

El docente plantea las siguientes preguntas metacognitivas:

- ¿Qué aprendimos hoy?
- ¿Cómo lo aprendimos?
- ¿De qué manera lo aprendido nos sirve en nuestra vida cotidiana?
- ¿Cuáles fueron las dificultades durante el trabajo en equipo?

EVALUACIÓN

El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

El docente solicita a los estudiantes resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 62 y 63 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Plumones, papelotes, cinta adhesiva, pizarra, tiza, etc.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	ESTUDIANTES / INDICADORES	Establece relaciones entre datos y los transforma a expresiones algebraicas (modelos) del término enésimo de una progresión geométrica.		Combina estrategias heurísticas y recursos gráficos para representar una progresión geométrica.		Interpola términos de una progresión geométrica.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

Unidad 6 | Sesión 5

Duración: 2 horas pedagógicas

CALCULAMOS LA SUMA DE TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (20 minutos)

El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego les plantea la siguiente situación problemática:

Carlos ha seguido practicando con su guitarra diferentes canciones para mejorar. Gracias a la ayuda que ha tenido de parte de Ricardo, ha logrado mucho en poco tiempo. Ahora, quiere tener esa misma actitud de apoyo y ha pensado en poner a prueba lo aprendido enseñándole a Julia, quien no ha podido asistir a los ensayos en las últimas semanas por haber estado delicada de salud. Carlos ha organizado su tiempo para ir a casa de Julia un par de veces a la semana y brindarle algunas lecciones de lo que él aprendió. En su primera visita, le explica que la cuerda de su guitarra vibra en mitades, tercios, cuartas, etc., y que cada vibración produce "armónicos". Le explica que estas longitudes de onda producen una secuencia de armónicos $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ... de la longitud de la cuerda, y que estos sonidos son más agudos y mucho más suaves que el sonido de la cuerda completa, los cuales —generalmente— la gente no escucha.

Julia se da cuenta de que es posible formar una progresión geométrica de razón ½ y se pregunta: ¿Qué términos de la secuencia de armónicos consideraríamos? Asumiendo que se extiende al infinito, se pregunta: ¿Converge o diverge? ¿Por qué?

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$$

Asimismo, se pregunta: ¿Cómo podríamos determinar la suma de todos los términos? Y si fuera la progresión geométrica de razón $\frac{1}{5}$:

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \ldots$$

¿cómo podríamos determinar la suma de todos los términos? Por último, se pregunta: ¿Será posible que la suma de términos de la progresión aritmética también muestre una regularidad?

- El docente comunica el propósito de la sesión: "Calcular la suma de términos de progresiones geométricas adaptando diferentes estrategias para resolver problemas relacionados".

Asimismo, menciona que la evaluación de la sesión se dará a partir de la manera como cada estudiante:

- Aplique la fórmula de suma de términos de una progresión geométrica.
- Proponga y utilice estrategias para resolver problemas con progresiones geométricas.

Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

- Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
- Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
- Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

DESARROLLO (60 minutos)

Los estudiantes dialogan al interior del equipo y, considerando la razón dada, hallan los términos de la sucesión, los cuales escriben en tarjetas que colocan en el centro de la mesa de trabajo:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	...

Considerando los criterios de sesiones anteriores, los estudiantes analizan si la sucesión converge o diverge. Concluyen que la sucesión converge a cero.

Determinan que se trata de una progresión geométrica decreciente gracias a que la razón es menor que 1.

Con la ayuda del docente, los estudiantes realizan la inducción del modelo matemático para la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica cuando $r < 1$.

$$T_2 = T_1 r$$
$$T_3 = T_2 r$$
$$T_4 = T_3 r$$
$$T_5 = T_4 r$$
$$\ldots \ldots = \ldots \ldots$$
$$T_n = T_{n-1} r$$

$$T_2+T_3+T_4+T_4+\ldots+T_n = T_1 r+T_2 r+T_4 r+T_{n-1} r$$
$$S-T_1 = r(T_1+T_2+T_3+T_4+\ldots)-T_n r$$
$$S-T_1 = rS-T_n r$$
$$S-rs = T_1-T_n r$$
$$S(1-r) = T_1-T_n r$$
$$S = \frac{T_1-T_n r}{(1-r)} \cdots (1)$$

Los estudiantes expresan (1) en términos T_1 y reemplazan $T_n = T_1 \cdot r^{(n-1)}$

$$S = \frac{T_1 - T_1 . r^{n-1} . r}{(1-r)}$$

A continuación, el docente indica que esta expresión permite reconocer la suma para "n" valores conocidos, es decir, para términos finitos:

El docente expresa en la pizarra el siguiente desafío:

- 3; 0,3; 0,03; 0,003; 0,0003
- ¿Será esta secuencia una progresión geométrica?
- ¿Cuál será la suma para el término 2, 5, 10?
- ¿Será posible sumar para infinitos términos?

Los estudiantes afirman que sí lo es y reconocen que su razón es 1/10.

Tabla 1

Progresión geométrica con razón menor que 1	Suma de los infinitos términos
3	
0,3	3,3
0,03	3,33
0,003	3,333
0,0003	3,3333
0,00003	3,33333
...	...
0,000...0003	3,333...333

- A continuación, el docente plantea la siguiente pregunta para iniciar la explicación:

  ¿Cuál será la suma si hablamos de infinitos términos?

  Suma de infinitos términos de la situación = $3,\hat{3}$

  Operan la expresión 2:

$$S = \frac{T_1 - T_1 r^n}{(1-r)} = \frac{T_1(r^n - 1)}{r-1} = \frac{T_1(0-1)}{r-1}$$

El docente señala que, como se trata de una progresión geométrica que tiende al infinito, cuya razón es menor que 1, entonces:

$$S = \frac{T_1}{(1-r)}$$

- El docente pide a los estudiantes revisar y analizar la página 33 del texto escolar y revisan juntos los ejemplos sobre la suma de *n* términos de una progresión geométrica.
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Orienta a los estudiantes para que hallen la suma de la progresión geométrica inicial, haciendo uso de la expresión matemática obtenida:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	...

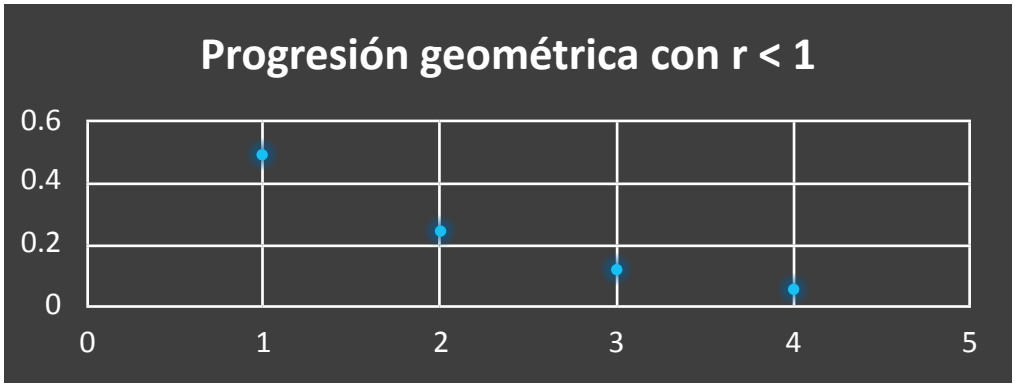
$$S = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1$$

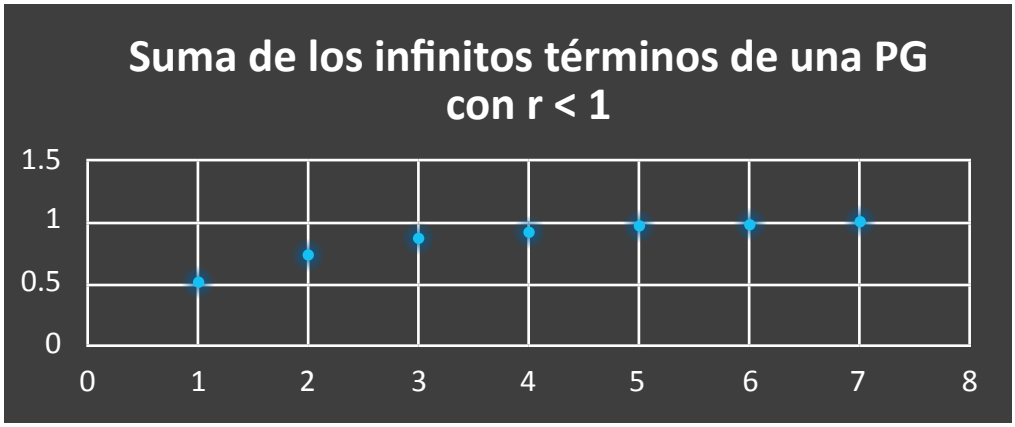
- Los estudiantes demuestran el resultado obtenido completando la tabla 2:

Tabla 2

Progresión geométrica con razón menor que 1	Suma de los infinitos términos
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}=0,75$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$	$\frac{7}{8}=0,875$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$	$\frac{15}{16}=0,937$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$	$\frac{31}{32}=0,937\,5$
...	...
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+.....$	= 1

Los estudiantes representan gráficamente la progresión geométrica:





- Luego constatan en las gráficas correspondientes que la tendencia de la PG es hacia cero, y la tendencia de la suma de los infinitos términos es hacia 1.
- El docente compara las respuestas, despeja dudas y consolida la información.
- Durante el desarrollo de esta actividad, el docente gestiona el aprendizaje respondiendo a las preguntas de los estudiantes. Asimismo, observa y evalúa el desempeño aplicando la lista de cotejo (anexo 1).

CIERRE (10 minutos)

- El docente presenta las siguientes conclusiones:
  - La progresión geométrica que tiende al infinito puede ser creciente o decreciente.
  - La razón geométrica puede ser mayor o menor que 1.
  - Si la razón es mayor que 1, la progresión geométrica es creciente; y si la razón geométrica es menor que 1, entonces la progresión geométrica es decreciente.
  - La progresión geométrica se puede representar de manera tabular y gráficamente.
  - La representación tabular es ordenar de manera lógica los datos en filas y columnas.
  - La representación gráfica permite observar el comportamiento de la progresión geométrica.
- El docente finaliza la sesión planteando las siguientes preguntas metacognitivas:
  - ¿Qué diferencia hay entre una sucesión y una progresión?
  - ¿Cuáles han sido las principales dificultades al realizar las actividades de esta sesión?
  - ¿Cómo lo relacionamos con las sesiones anteriores?

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
- Resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 64 y 65 del cuaderno de trabajo.
- Consultar a su profesor de arte o música la secuencia de armónicos o intervalos de la canción que eligieron para la unidad.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Papelotes, plumones, cinta adhesiva, pizarra, tiza, etc.

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	ESTUDIANTES / INDICADORES	Establece relaciones entre datos y lo transforma a expresiones algebraicas (modelos) de la suma de los términos de una PG.		Establece relaciones entre datos y lo transforma a expresiones algebraicas (modelos) de la suma de infinitos términos de una PG.		Combina estrategias heurísticas y recursos gráficos para representar una progresión geométrica y la suma de sus infinitos términos.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

Unidad 6

Sesión 6

ESCUCHAMOS MELODÍAS

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (10 minutos)

El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes y presenta la siguiente situación:

Los ensayos de la banda escolar de música del quinto grado de Secundaria continúan. La situación parece haber mejorado respecto a la inicial. Julia se ha reincorporado a las clases y ensayos luego de haber mejorado de su enfermedad, y los demás integrantes la reciben con mucho cariño. Luego de varias semanas de haberse conformado esta agrupación, tendrán una primera presentación en su escuela por el Día de la Madre, y los habitantes de la comunidad se muestran con mucha expectativa. Llegado el día, tocan las canciones previstas y cumplen con la función entre los aplausos de algunos de los padres y profesores de la escuela. La docente de música ha grabado la presentación para que los estudiantes puedan escucharse a sí mismos. Cuando se les coloca la grabación, la banda se da con la sorpresa de que su música no se escucha como ellos esperaban, ni como la escuchaban al estar tocando. Algunos sonidos son muy altos, otros muy bajos, la voz de la vocalista casi no se oye y, finalmente, la evaluación final no es buena; por lo que varios de los integrantes empiezan a discutir tratando de encontrar a

un “culpable” de esta situación. Sin embargo, Carlos y Julia calman al equipo y plantean la siguiente pregunta: ¿Cómo podemos mejorar la calidad de sonido de nuestra banda? Carlos menciona que todos tenemos la capacidad de escuchar sonidos y que, por ejemplo, en un concierto real se escuchan diferentes tonalidades, altas y bajas. Sin embargo, no se han preguntado: ¿Cómo llegan estos sonidos a nuestros oídos? ¿Qué es el sonido? ¿Qué es una onda sonora? ¿Qué caracteriza a una melodía aguda y a una grave? ¿Cómo se evidencia el volumen del sonido en la onda sonora? ¿Hay algún fundamento matemático detrás de esto? ¿Cómo lo afrontaremos en equipo?

- Los estudiantes dialogan e intercambian opiniones al interior del equipo. Comparten sus ideas y el docente anota las participaciones más importantes en la pizarra.
- El docente comunica el propósito de la sesión: “Expresar, comparar y vincular características de funciones trigonométricas y de sus representaciones gráficas periódicas”.
- Asimismo, menciona que la evaluación de la sesión se dará a partir de la manera como cada estudiante:
  - Establezca relaciones, transformando a expresiones gráficas el comportamiento de los sonidos que responden a modelos de funciones trigonométricas.
  - Exprese con representaciones gráficas las vibraciones y las ondas sonoras.
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Conformar cinco equipos de trabajo.
  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

DESARROLLO (70 minutos)

- El docente saluda a los estudiantes y recuerda junto a ellos la situación significativa y en qué consiste el producto final.
- A continuación, presenta el siguiente video: “Ondas, sonido y música”, al cual lleva el siguiente enlace: https://goo.gl/9BHnzd (si no fuere posible proyectar el video, el docente presentará la información en un papelote o de manera verbal).
- Los estudiantes comentan el video o la presentación del docente y dan a conocer sus ideas. El docente anota las más importantes en la pizarra.

- Luego entrega una copia de la ficha de lectura (anexo 2) a un representante de cada equipo de trabajo y brinda 10 minutos para que revisen la información y dialoguen al respecto. Los estudiantes responden las siguientes preguntas:
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

Equipo 1:

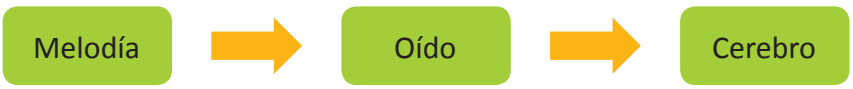
Utilizando un esquema creativo:

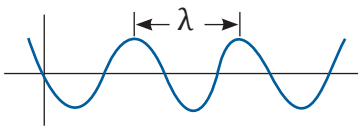
- ¿Qué es el sonido?
- ¿Cómo llegan los sonidos a nuestros oídos?
- ¿Cómo es el comportamiento de una onda de sonido?

Procesos que se deben evidenciar en los estudiantes:

- Extraen las ideas principales del video y de la ficha de lectura (anexo 2).
- Analizan cada uno de los casos presentados.
- Organizan la información y establecen relaciones entre las ideas.
- Presentan la información y responden las preguntas.

Ejemplo:



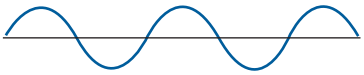


Equipo 2

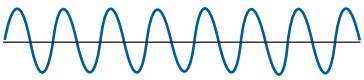
- ¿A qué se denomina altura del sonido?
- ¿Cuál es la diferencia entre la onda de un sonido agudo y la de uno grave?
- Represente gráficamente cada uno de los casos.

Procesos que se deben evidenciar en los estudiantes:

- Leen, analizan y extraen las ideas principales (anexo 2).
- Extraen información con respecto a la altura de un sonido. La escriben en tarjetas.
- Establecen diferencias entre un sonido agudo y grave haciendo uso de la gráfica de una onda sonora.
- Establecen la relación entre la amplitud y la longitud de onda.
- Presentan la información argumentando la diferencia entre un sonido agudo y otro grave.



sonido grave



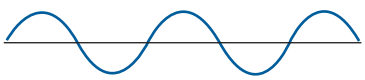
sonido agudo

Equipo 3

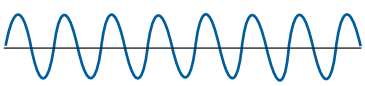
- ¿A qué se denomina intensidad del sonido?
- ¿Cuál es la diferencia entre una onda sonora fuerte y débil?
- ¿Cómo se evidencia el volumen en la onda sonora?
- ¿A qué se denomina umbral del sonido y a qué del dolor?

Procesos que se deben evidenciar en los estudiantes:

- Leen analizan y extraen las ideas principales (anexo 2).
- Extraen información con respecto a la intensidad del sonido. La escriben en tarjetas.
- Establecen diferencias entre un sonido fuerte y débil haciendo uso de la gráfica de una onda sonora.
- Establecen la relación entre la amplitud de la onda sonora y el volumen del sonido.
- Explican con argumentos la diferencia entre el umbral del sonido y del dolor.
- Presentan la información haciendo uso de gráficos y esquemas.



sonido grave



sonido agudo

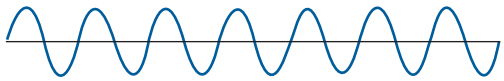
Equipo 4

- ¿En qué se diferencia un tono puro de uno no puro?
- Identifiquen algunas situaciones en las que se evidencie un sonido puro y no puro.
- Grafiquen las ondas sonoras generadas por cada uno de los casos.

Procesos que se deben evidenciar en los estudiantes:

- Leen, analizan y extraen las ideas principales (anexo 2).
- Extraen información con respecto al tono de un sonido. La escriben en tarjetas.
- Establecen diferencias entre un tono puro y no puro haciendo uso de la gráfica de una onda sonora.

- Establecen la relación entre una vibración principal y el conjunto de ondas de menor intensidad y mayor frecuencia.
- Presentan la información haciendo uso de gráficos y esquemas.



sonido fuerte (intensidad alta)

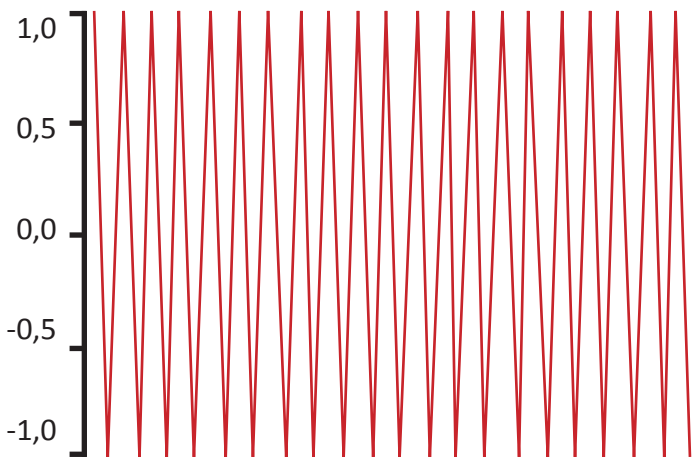
sonido débil (intensidad baja)

Equipo 5

- ¿A qué se denomina timbre de un sonido?
- ¿Qué es un armónico?
- ¿Cuál es diferencia entre un sonido fundamental y complejo? Representa gráficamente.

Procesos que se deben evidenciar en los estudiantes:

- Leen, analizan y extraen las ideas principales (anexo 2).
- Extraen información con respecto al timbre y armónico de un sonido.
- Escriben en tarjetas las ideas principales.
- Establecen diferencias entre un sonido fundamental y complejo haciendo uso de gráficas correspondientes.
- Explican con argumentos la diferencia entre un sonido fundamental y complejo.
- Presentan la información haciendo uso de gráficos y esquemas.



Durante el desarrollo de las actividades de cada equipo, el docente valora el desempeño de los estudiantes aplicando la lista de cotejo (anexo 1).

Un representante de cada equipo presenta los productos y conclusiones.

- El docente sistematiza la información de todos los equipos estableciendo la presencia de fenómenos periódicos, su comportamiento y representación a través de las funciones trigonométricas.

CIERRE (10 minutos)

- Los estudiantes discuten sobre otras situaciones en las cuales se aprecien cambios periódicos. Escriben sus ideas en tarjetas y estas las colocan en la pizarra.
- El docente ordena y organiza la información resaltando la presencia de los cambios periódicos en situaciones del entorno, tales como las ondas mecánicas, las ondas de radio, las ondas electromagnéticas, las ondas de agua, etc.
- El docente orienta a los estudiantes para llegar a las siguientes conclusiones:

  - Las ondas de sonido responden a cambios periódicos que, a su vez, responden a modelos establecidos.
  - Los sonidos puros responden al modelo de la función seno; por tanto, las ondas de sonido son llamadas *ondas sinusoidales*.

- La relación entre la amplitud y la longitud de onda sonora depende de la altura, la intensidad y el timbre del sonido.
- El docente plantea algunas preguntas metacognitivas:
  - ¿Qué tipo de trabajo hemos realizado hoy?
  - ¿Cuáles fueron las ventajas y desventajas de las fuentes de información que tuvimos (video y ficha de lectura) para realizar las tareas?
  - ¿De qué manera las actividades de hoy se relacionan con el propósito de la unidad?

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes:
  - Resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 234 y 235 del cuaderno de trabajo
  - Traer para la próxima clase papel milimetrado o papel cuadriculado.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Ficha de lectura (anexo 2).
- Objetos e instrumentos solicitados por el invitado para la explicación demostrativa.
- Taller: Ondas, sonido y música. (2012). [Película]. España. Recuperado el 22/09/2016, de https://goo.gl/TREYgr

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

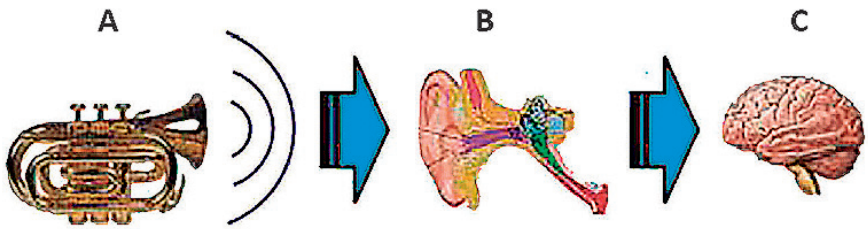
N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Establece relaciones entre datos y lo transforma a expresiones gráficas (modelos) que incluyen funciones trigonométricas (sinusoide).		Establece diferencias entre el sonido agudo y grave de una onda sonora.		Expresa con representaciones gráficas la comprensión sobre vibraciones y ondas de los sonidos de las notas musicales.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

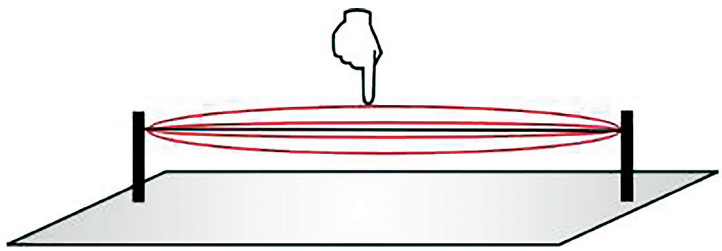
FICHA DE LECTURA

EL SONIDO Y LAS ONDAS SONORAS

El sonido es la percepción de nuestro cerebro (C) de las vibraciones mecánicas que producen los cuerpos (A) y que llegan a nuestro oído a través de un medio (B).

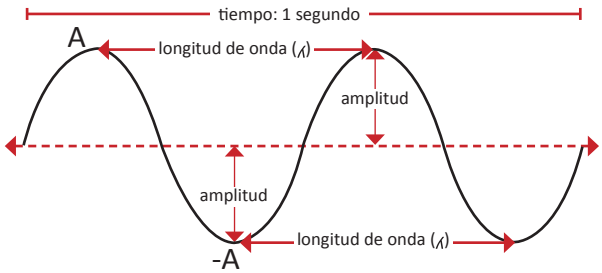


Imaginemos una cuerda tensada entre dos puntos a la que pulsamos con un dedo. La cuerda comenzará a producir un movimiento ondulatorio desplazándose de un lado a otro hasta llegar a alcanzar de nuevo el punto de reposo inicial.



Todos esos movimientos son vibraciones. Como esos movimientos no los realizará en el vacío, sino en el aire (aunque también podría hacerlo dentro del agua), se producirá el desplazamiento de las moléculas empujándose unas a otras en forma de ondas. Estas ondas sonoras se desplazarán hasta llegar a nuestro oído; de ahí, pasarán a nuestro cerebro, que se encargará de reconocer e interpretar la vibración percibida.

Una oscilación sonora parte de una situación de reposo y va creciendo gradualmente hasta alcanzar su máxima elongación (A), momento en el que comienza a acercarse al estado de reposo para desde allí comenzar la oscilación en la dirección contraria hasta una nueva elongación máxima (-A). Al regresar al punto de reposo habrá cumplido un ciclo completo (λ). En este punto, la pendiente de la curva es la misma que en el punto inicial. Matemáticamente, la oscilación sonora pura se representa con la función seno:



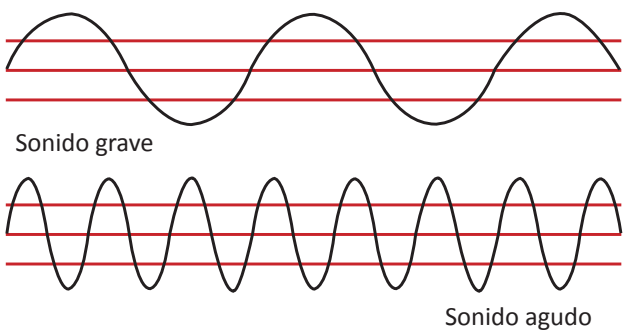
Longitud de onda, amplitud, y frecuencia. En este caso la frecuencia es 2 ciclos por segundo, o 2Hz.

Cada una de las variables de esta función se asocia a alguna de las cualidades del sonido; a saber: altura, intensidad y timbre.

La altura

Depende de la frecuencia, que es el número de vibraciones por segundo. A más vibraciones por segundo, el sonido es más agudo; y a menos vibraciones por segundo, el sonido es más grave. Cuanto más corta, fina y tensa esté una cuerda, más agudo será el sonido que produzca y viceversa.

La forma en que es percibido el tono es lo que se conoce como altura del sonido, que determina cuán bajo o alto es ese sonido. Gráficamente, la diferencia entre un sonido agudo y uno grave podría representarse así:


Sonido grave

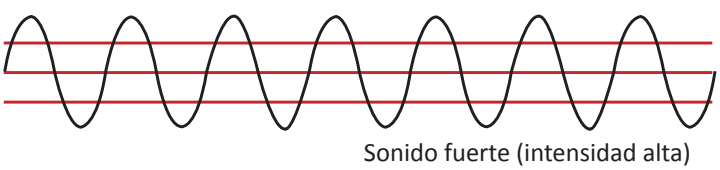
Sonido agudo

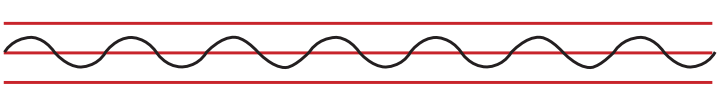
La unidad de medida de frecuencia es el hercio (Hz), que es equivalente a una vibración por segundo.

La intensidad o volumen

Está en relación a la fuerza con la que hemos pulsado la cuerda. Su unidad de medida es el decibelio (dB). Cada incremento de 10 dB es percibido por nuestro oído con el doble de intensidad. A partir de 120 dB entramos en el umbral del dolor.

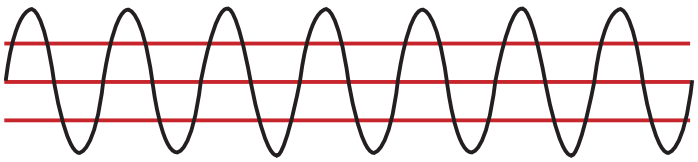
En la representación gráfica de un sonido fuerte observamos que posee una mayor amplitud que un sonido débil.


Sonido fuerte (intensidad alta)

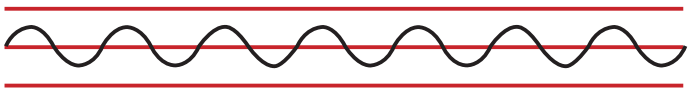

Sonido débil (intensidad baja)

No todos los instrumentos musicales tienen las mismas posibilidades de potencia sonora. Esta realidad se reconoce claramente en la disposición de los instrumentos dentro de la orquesta, donde los instrumentos con mayor potencia sonora son colocados atrás. Sin embargo, hoy en día, gracias a los avances de la tecnología de amplificación del sonido, los posibles desequilibrios se pueden compensar con una adecuada utilización de los micrófonos y la mesa de mezclas.

La utilidad de la medida de la potencia acústica es el belio, aunque en las prácticas se utiliza el decibelio (dB), que es la décima parte de un belio.



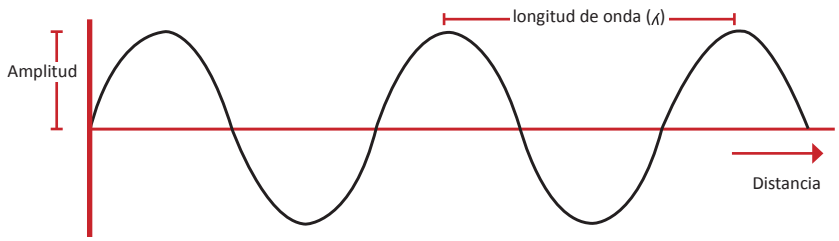
Sonido fuerte (intensidad alta)



Sonido débil (intensidad baja)

Tono puro y tono real

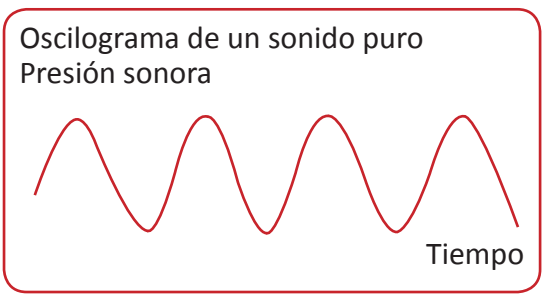
Un tono puro corresponde a una onda senoidal, es decir, una función del siguiente tipo, donde A es la amplitud, t es el tiempo y f la frecuencia.



En el mundo real no existen tonos puros, pero cualquier onda periódica se puede expresar como suma de tonos puros de distintas frecuencias.

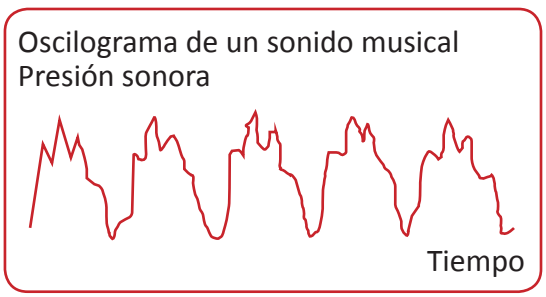
Algunos sonidos puros son: el que genera un diapasón, el silbido o el producido al frotar el borde de una copa de cristal con el dedo humedecido.

Sonido puro

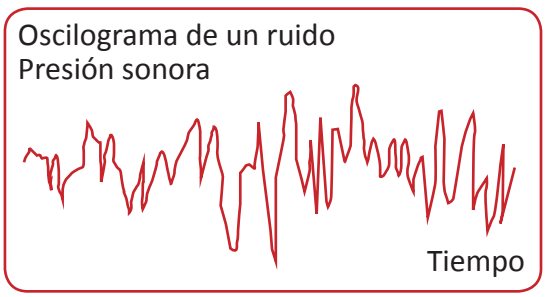


Pero el sonido de una cuerda de guitarra, una campana o una flauta, genera un sonido complejo formado por una vibración principal que va acompañada por un conjunto de ondas de menor intensidad y mayor frecuencia. Estas ondas asociadas se denominan hipertonos o armónicos. Todo sonido no puro es, en definitiva, un conjunto de sonidos simultáneos.

Sonido musical



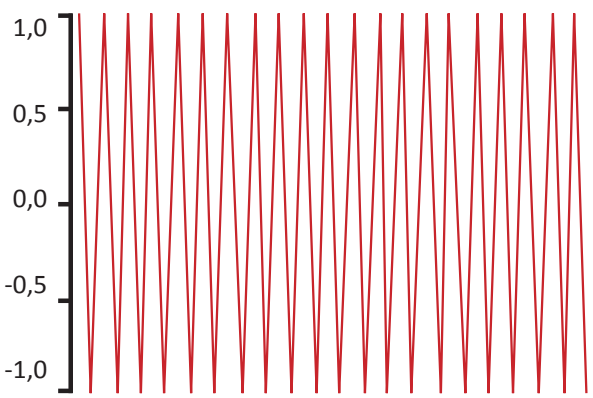
Ruido



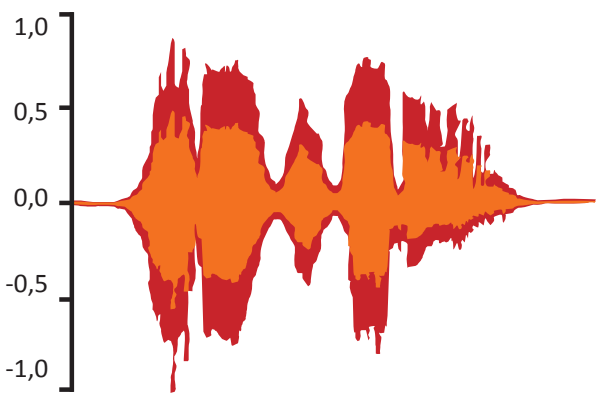
El timbre

Es la cualidad que nos permite distinguir entre los distintos sonidos de los instrumentos o de las voces, aunque interpreten exactamente la misma melodía. El timbre de los distintos instrumentos se compone de un sonido fundamental, que es el que predomina (siendo su frecuencia la que determina la altura del sonido), más toda una serie de sonidos que se conocen con el nombre de armónicos.

Sonido fundamental



Sonido complejo



Fuente: *http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/60/cd*

Unidad 6 | Sesión 7

Duración: 2 horas pedagógicas

GRAFICAMOS LA FUNCIÓN SENO

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego les presenta la siguiente situación:

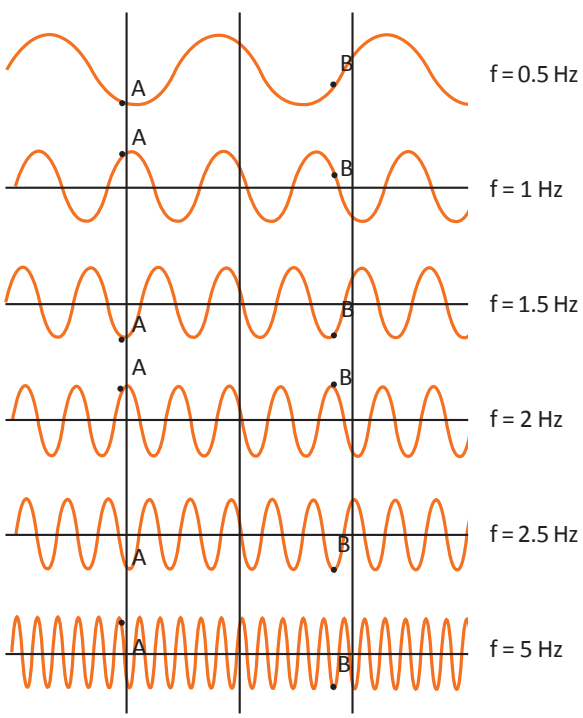
> Luego de la primera presentación, la banda escolar musical de quinto grado de Secundaria decide redoblar esfuerzos para mejorar sus habilidades en el aniversario de la comunidad. Para su fortuna, ha llegado una estudiante nueva a la escuela, Clarita, quien muestra grandes habilidades con la guitarra y ha solicitado a la docente de música ingresar al equipo y participar en los ensayos. En poco tiempo, se gana la simpatía de la mayoría de estudiantes de la banda, mostrando un gran talento al tocar la guitarra. Sin embargo, Ricardo no ha tomado esta situación de muy buena manera y se siente muy celoso, pues ahora ya no es él quien tiene la atención o el respeto del equipo. Un día, ve a Clarita tocando con la guitarra de la escuela en un rincón para algunos de sus compañeros, y se acerca e inicia una discusión acerca de la forma en que debería tocarse esa canción. La discusión llega a tal punto que Ricardo le arrancha la guitarra y esta se golpea fuertemente contra el borde de una puerta, lo cual daña su diapasón. Cuando Clara intenta tocarla de nuevo, se da cuenta de que el sonido es distinto. ¿Qué opinas de la actitud de Ricardo?, ¿por qué el instrumento suena distinto luego del golpe?, ¿de qué sirve el diapasón en una guitarra?, ¿cómo se relaciona con lo visto en sesiones anteriores?

- Los estudiantes dialogan al interior del equipo, y escriben sus respuestas en tarjetas, las cuales se pegan en la pizarra. El docente organiza la información.
- El docente comunica el propósito de la sesión: **"Graficar la función seno describiendo sus características principales a partir de situaciones cotidianas".**
- Asimismo, muestra a los estudiantes el instrumento de evaluación que empleará durante la sesión (anexo 1) y menciona que se dará a partir de la manera como cada estudiante:
  - Describe el comportamiento de la onda sinusoidal y su comportamiento a partir del sonido de un diapasón.
  - Elabora la gráfica de funciones $f(x) = \pm A \operatorname{Sen} Bx$.
  - Identifica las características de las gráficas realizadas.
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

DESARROLLO (65 minutos)

- Los estudiantes observan la siguiente imagen presentada por el docente en un papelote:

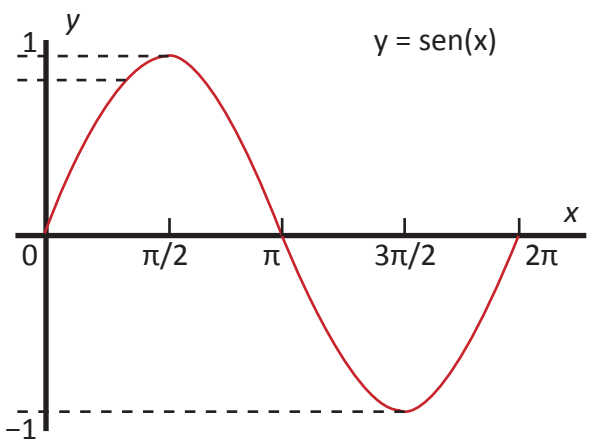


- Luego responden en su cuaderno las siguientes preguntas:
  - En cada caso de frecuencia, ¿cómo se comporta la onda sinusoidal?
  - ¿Qué variaciones observas?
  - ¿Cuál es el comportamiento de las ondas sinusoidales al incrementar la frecuencia?
  - ¿Qué sucede con el desplazamiento de los puntos A y B?
  - ¿A qué conclusión llegas? Argumenta tu respuesta.
- Luego el docente solicita a los estudiantes construir la gráfica de la función *f(x)* = Sen(x). Sugiere elaborarla mediante la tabulación y un papel milimetrado (si no es posible, se podrá usar también hojas cuadriculadas).
- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- Los estudiantes irán completando la tabla 1 junto con el docente, señalando el ángulo y el "seno" correspondiente para un grupo de ángulos ubicados desde 0° hasta el 360°.
- Con la finalidad de ahondar la información, el docente indica revisar y analizar información de las páginas 118 y 119 del texto escolar.
- Los estudiantes se disponen a tabular (tabla 1) y a graficar la función seno para luego identificar sus elementos.

Tabla 1

X (grados)	Y = sen (x)
0	0,00
45	0,71
90	1
135	0,71
180	0
225	– 0,71
270	– 1
315	– 0,71
360	0

Gráfico 1

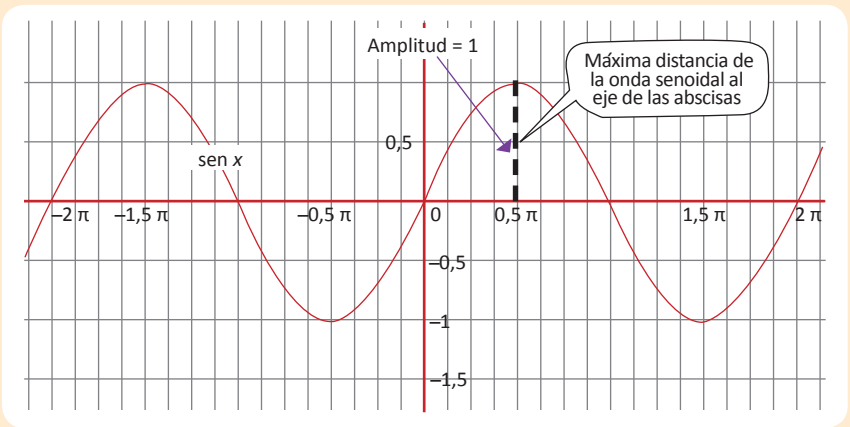


Los estudiantes responden las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el comportamiento de la gráfica en cada punto de corte con el eje “x“? Organiza la información en un cuadro de doble entrada.
- ¿Cuál es el periodo y la frecuencia de la función seno?
- ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que alcanza la gráfica de la función seno?
- ¿Cuál es su amplitud?
- ¿Cuál es el dominio y rango de la función?

*** Procesos que se deben evidenciar en los estudiantes con mediación del docente:**

- Los estudiantes grafican la función seno, considerando como datos la amplitud y su periodo = 2π (el docente hace énfasis en que la frecuencia es la inversa del periodo).
- Los estudiantes deben reconocer que 2 π = 360° (en el sistema sexagesimal).



- Describen la recurrencia de la onda y determinan que es continua sin interrupciones.
- Determinan que los puntos de corte con el eje x se dan de π en π veces, concluyendo que las abscisas para dichos puntos son x= n π para todo número entero n.

X(rad)	–2π	–1,5 π	–π	–0,5 π	0	0,5 π	π	1,5 π	2 π
f (x)	0	1	0	–1	0	1	0	–1	0

- Determinan que los valores obtenidos en la tabla se repiten cada 2 π, por lo que concluyen que el periodo es 2 π.
- Determinan la frecuencia de la función seno y la identifican con la inversa del periodo.
- Analizan que el valor máximo y el valor mínimo que alcanza la función es 1 y –1 correspondientemente.
- Reconocen que la amplitud de la función seno es la distancia entre su punto máximo o punto mínimo con respecto al eje x, y que este valor es una unidad. Por lo tanto, concluyen que la amplitud es 1.
- Reconocen que el dominio de la función seno es todos los números reales. Dominio= IR
- Reconocen que el rango de la función seno oscila entre 1 y –1. Rango = [–1; 1].

El docente presenta las siguientes funciones para que cada equipo se encargue de cada uno de ellos y solicita que, con ayuda de una calculadora científica —con tecla para función seno—, las grafiquen en un papel milimetrado para los valores angulares de los siguientes ángulos: 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 215°, 270°, 315° y 360°

- f(x)= sen (x)
- f(x)= 2 sen (x)
- f(x)= 3 sen (x)
- f(x)= sen (x)
- f(x)= sen (x)
- ¿En qué se diferencian los comportamientos de cada función? Argumenta dicha diferencia dando a conocer sus elementos.

Cada equipo comparte los valores obtenidos en sus cuadros y colocan en tarjetas las respuestas a las preguntas iniciales.

El docente sistematiza las ideas y presenta la siguiente información:

La función seno tiene las siguientes características:

- El periodo de la función seno es 2 π.
- La gráfica de y = sen (x), intercepta al eje X en los puntos cuyas abscisas son x = n π, para todo número entero n.
- Su valor máximo y su valor mínimo es 1 y –1 correspondientemente.
- Su amplitud es 1.
- Dominio: IR Rango: [–1, 1]

A la gráfica de la función seno se la considera onda sinusoidal porque posee propiedades matemáticas muy interesantes, como amplitud, periodo y desfase, entre otras. Su modelo matemático es:

$$f(x) = A\,\text{sen}(x)$$

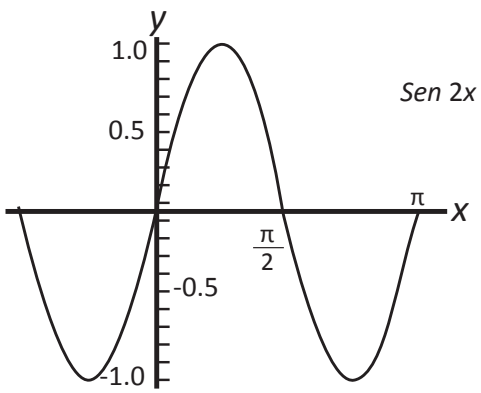
donde A es la amplitud, que, para este caso, toma el valor de 1.

Durante el desarrollo de esta actividad, el docente acompaña a cada equipo de trabajo respondiendo las interrogantes planteadas y evalúa el desempeño aplicando la lista de cotejo (anexo 1).

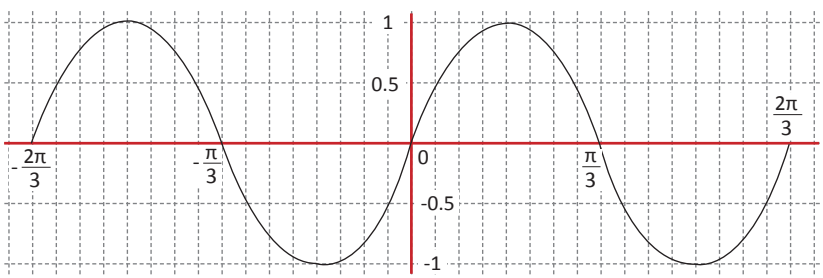
CIERRE (10 minutos)

Con la finalidad de afianzar el aprendizaje, el docente solicita a los estudiantes graficar y dar a conocer las características de la función f(x) = sen 2x, donde 2x > 0.

Los estudiantes deben obtener la siguiente gráfica:



Además solicita a los estudiantes observar la siguiente gráfica y determinar el modelo matemático de la función, y hallan su amplitud, periodo, dominio y rango:



- El dominio de toda función de la forma f(x) = Sen Bx es todos los reales.
- El rango de la función f(x) = Sen Bx está comprendido en el intervalo de [–1; 1]
- Cuando la amplitud es 1 su comportamiento es de una gráfica continua.

El docente finaliza la sesión planteando las siguientes preguntas metacognitivas:

- ¿Qué aprendimos hoy?
- ¿Qué herramientas o recursos usamos y para qué los usamos?
- ¿Qué otras herramientas o recursos podrían ayudarnos en este aprendizaje?

EVALUACIÓN

El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

El docente solicita a los estudiantes resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 236 y 237 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Papelotes, papel milimetrado, plumones, cinta adhesiva, pizarra, tiza, etc.
- Calculadora científica (una por equipo).

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Describen el comportamiento de las ondas sinusoidales de diferentes frecuencias		Expresa con representaciones gráficas la comprensión sobre la función seno propuesta con cualquier amplitud.		Plantea afirmaciones sobre las caracteristicas y elementos de la función seno.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

INTERPRETAMOS GRÁFICAS DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Unidad 6 | Sesión 8

Duración: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJES ESPERADOS

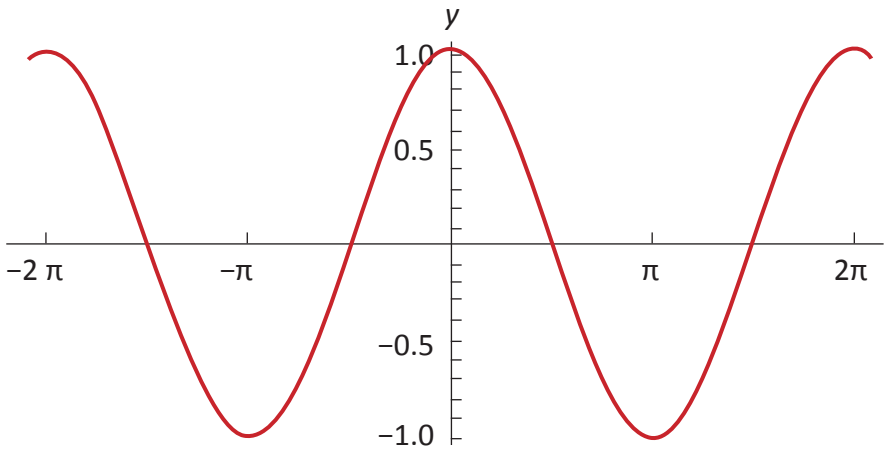
Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

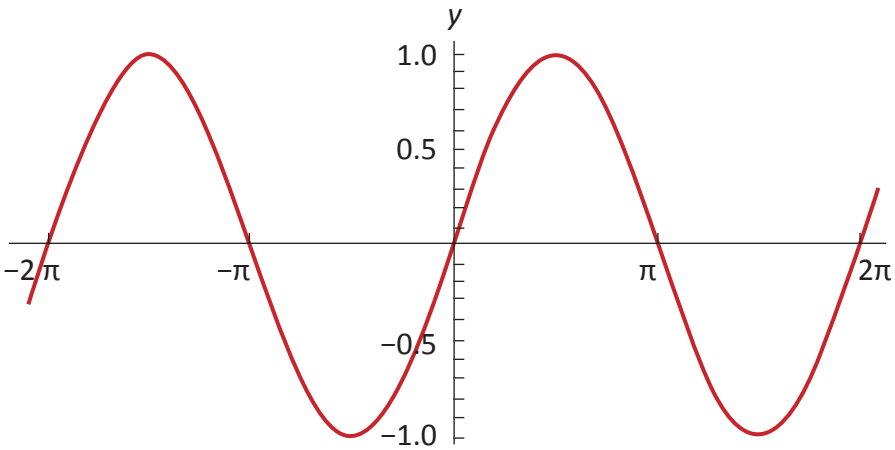
SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (10 minutos)

El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego presenta la siguiente situación:

Varios de los estudiantes de la banda de música escolar de quinto grado de Secundaria se han dado cuenta de que, a partir del conocimiento de la teoría musical y su relación con el curso, han mejorado su comprensión en matemática. Por esta razón, muchos están aprovechando los espacios de descanso, entre ensayo y ensayo, para dialogar sobre temas matemáticos y resolver problemas. En una de las reuniones, Carlos y Julia observan las siguientes gráficas e inician una discusión sobre si son ondas sinusoidales o no. Carlos señala que sí lo son, mientras que Julia indica que no, pues se tratan de funciones diferentes. No logran ponerse de acuerdo y su debate se va haciendo cada vez más tenso, tanto que llegan a faltarse el respeto. Ángela les sugiere consultar al profesor de Matemática para saber quién está en lo correcto; así que ambos se dirigen al docente y le plantean estas preguntas: ¿Qué diferencias y similitudes hay entre ambas gráficas con respecto a su amplitud, periodo, punto de corte con el eje x, dominio y rango? ¿Qué modelo matemático le corresponde a cada una? ¿Tiene alguna relación con lo visto anteriormente?





- Los estudiantes observan nuevamente las gráficas presentadas en la situación, que corresponden a dos tipos de ondas sonoras; luego dialogan e intercambian opiniones al interior del equipo. Comparten sus ideas iniciales con toda el aula y el docente se encarga de anotar en la pizarra las ideas más importantes.
- A continuación, el docente comunica el propósito de la sesión:
  - Establecer relaciones que involucran la elaboración e interpretación de gráficas de ondas sinusoides y cosenoidales, planteando afirmaciones.
- Asimismo, muestra a los estudiantes el instrumento de evaluación que empleará durante la sesión (anexo 1) y menciona que la evaluación de la sesión se dará a partir de la manera como cada estudiante:
  - Establezca relaciones entre gráficas y transforme a expresiones algebraicas (modelos) funciones sinusoidales o cosenoidales.
  - Justifique la solución a partir de gráficas de funciones sinusoidales o cosenoidales, considerando sus características.

El docente plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

- Participar equitativamente en las actividades realizadas en clase.
- Tener especial cuidado en la elaboración de la gráfica de la función seno y coseno, así como en su adecuada presentación.
- Respetar las opiniones de cada uno de los integrantes del equipo.
- Respetar los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando así un trabajo efectivo en el proceso de aprendizaje.

DESARROLLO (70 minutos)

El docente solicita a los estudiantes que analicen las gráficas presentadas en la situación inicial y completen la tabla 1:

Tabla 1

	Primera gráfica	**Segunda gráfica**
Amplitud		
Periodo		
Punto máximo y mínimo		
Puntos de corte		
Dominio		
Rango		
Modelo de la función		

Procesos que se deben evidenciar en los estudiantes con la mediación del docente:

- Identifican la primera gráfica como la función seno.
- Comparan la amplitud en cada uno de los casos y reconocen su igualdad.
- Comparan el periodo en cada uno de los casos y determinan la similitud en los periodos en ambos casos.
- Identifican los puntos de corte en cada caso y determinan que difieren:

Tabla 2

Primer caso	-2π								
		-1.5π							

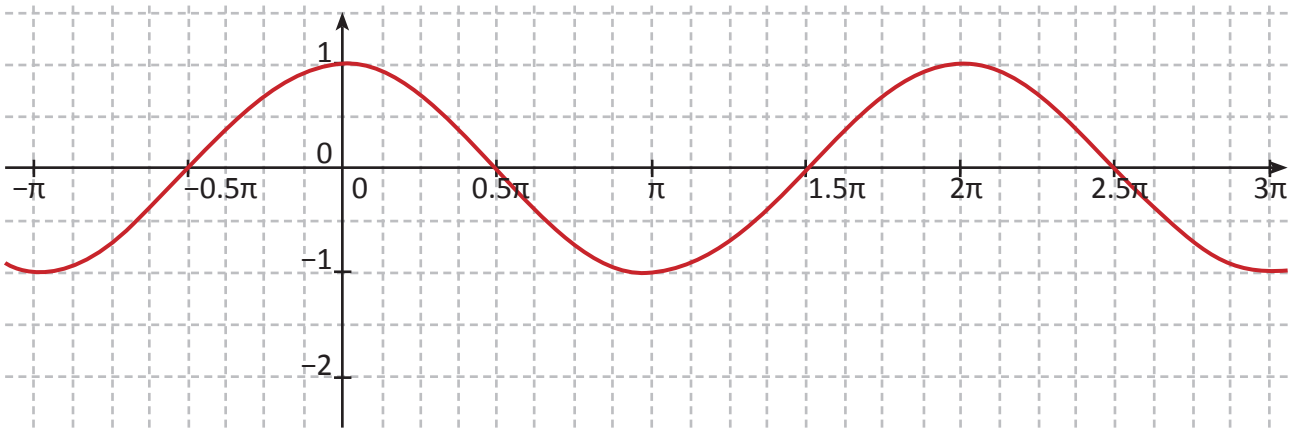
- Determinan que los puntos de corte difieren en $\frac{\pi}{2}$.
- Analizan la continuidad de las funciones determinando la igualdad de sus dominios comprendida en todos los reales.
- Analizan el punto máximo y el punto mínimo de la función reconociendo la igualdad de sus rangos, comprendida en el intervalo [-1;1] .
- Identifican la primera función como f(x) = Senx, y la segunda como el desfase en $\frac{\pi}{2}$ con respecto al primero: f(x) = Sen $(x+\frac{\pi}{2})$.

Cada equipo comparte sus resultados argumentando sus procedimientos y respuestas.

Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

El docente resalta que:

$f(x) = \text{Sen}(x+\frac{\pi}{2})$ es equivalente a f(x) = Cos x



Pone énfasis en las siguientes características de la función coseno, a partir de la tabla 1:

- Dominio: IR Rango: [−1;1]
- El periodo de la función coseno es 2π.
- Su valor máximo y mínimo es 1 y 1 correspondientemente.
- Su amplitud es 1.

El docente entrega, al azar, a cada equipo una gráfica de una onda sinusoidal o cosenoidal. Les pide que hallen los valores de A, B, C y D en cada caso (A es la amplitud; B, el periodo; C, el desfase, y D, el desplazamiento), y que determinen el modelo matemático correspondiente. Además, les indica que completen la tabla 3, según el gráfico correspondiente:

Gráfico 1

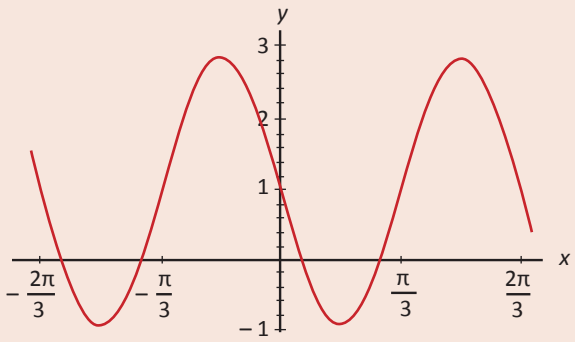


Gráfico 2

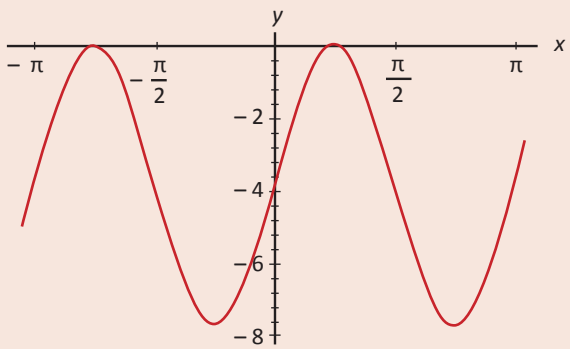


Gráfico 3

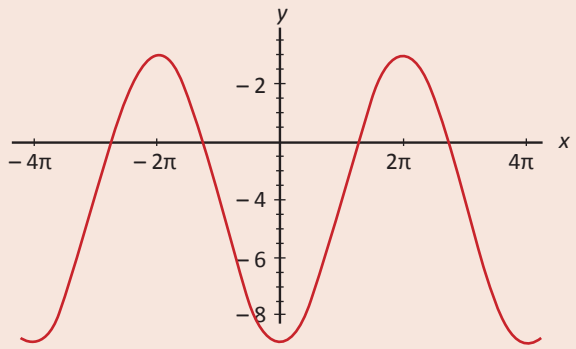


Gráfico 4

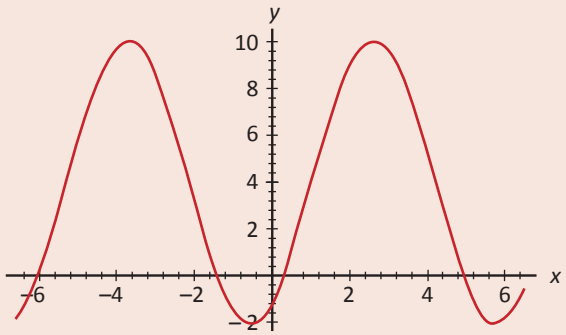
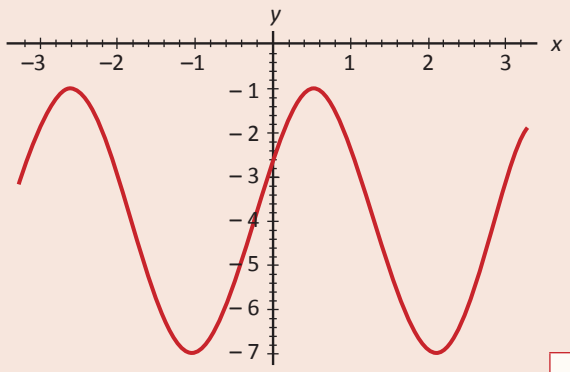


Gráfico 5



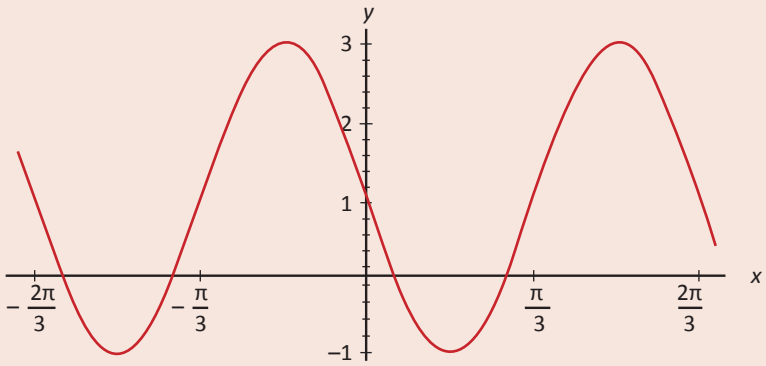
- Equipo 1: Gráfica 1
- Equipo 2: Gráfica 2
- Equipo 3: Gráfica 3
- Equipo 4: Gráfica 4
- Equipo 5: Gráfica 5

Tabla 3

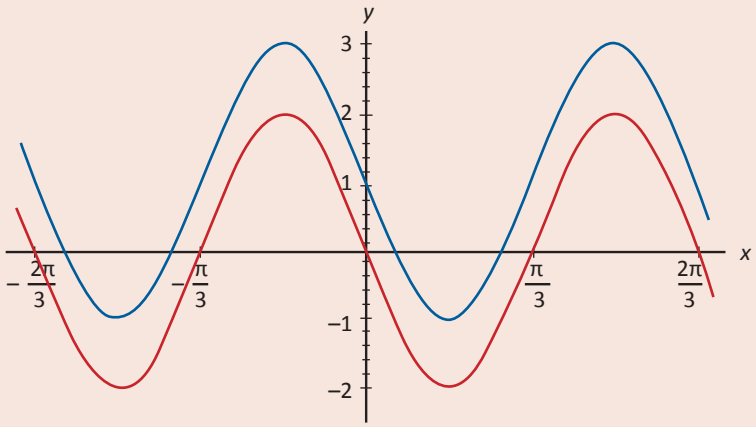
Onda sinusoidal	
A	
B	
C	
D	
F(x)	

*Procesos que se deben evidenciar en los estudiantes con la mediación del docente:

- Analizan el comportamiento de la gráfica determinando los valores de A, B, C y D. Ejemplo:

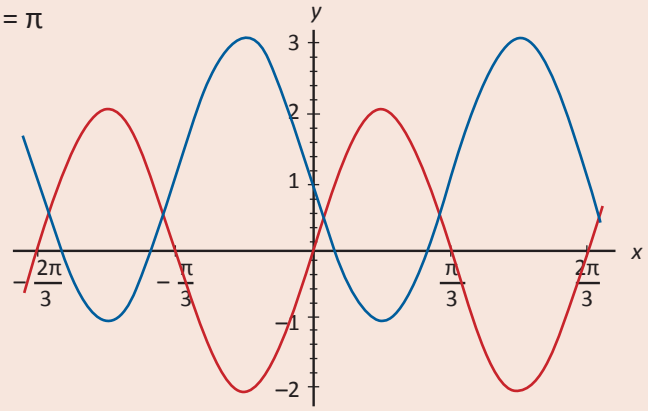


- Analizando su punto máximo y mínimo, determinan la amplitud: A = 2
- Observan que la gráfica está desplazada una unidad hacia arriba con respecto a la función básica; por lo tanto, D = 1.



- Observan que el periodo de la onda es de $\frac{2\pi}{3}$. Además, se sabe que el periodo se obtiene: $\frac{2\pi}{B} = \frac{2\pi}{3}$; entonces B = 3.

- Analizan que ha sufrido un desfase hacia la izquierda de π/3. Además, el desfase se halla: C/B = π/3. Entonces : C = π



Completan la tabla:

Tabla 3

Onda sinusoidal	
A	2
B	3
C	π
D	1
F(x)	2sen (3x + π) + 1

Determinar los modelos que corresponden a cada gráfico.

Gráfica 2:

Gráfica 3:

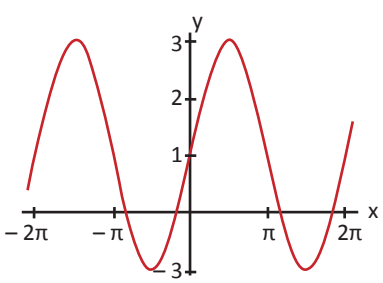
Gráfica 4:

Gráfica 5:

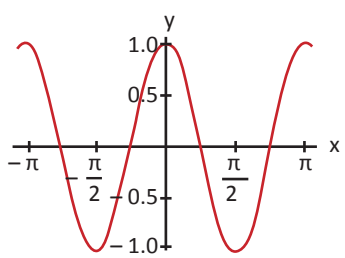
- Cada equipo coloca en una tarjeta la función obtenida y la pega en la pizarra. Un integrante de cada equipo argumenta sus procedimientos y resultados.
- El docente, con participación de los estudiantes, analizan la coherencia y pertinencia de la función hallada con respecto a la gráfica.
- Durante el desarrollo de estas actividades, el docente absuelve las dudas, propone estrategias de solución y evalúa el desempeño de los estudiantes aplicando la lista de cotejo (anexo 1).

CIERRE (10 minutos)

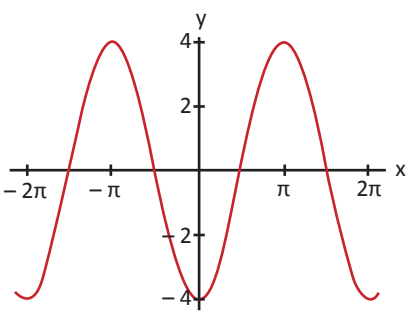
- Con la finalidad de afianzar el aprendizaje, el docente presenta las siguientes gráficas para que los estudiantes discutan respecto a la relación que guardan las ondas sonoras con los modelos matemáticos:



f(x)= cos 2x



Y= 4cos (x + π)



f(x)= 2 sen x +1

- Cada equipo comparte sus respuestas.
- El docente plantea algunas preguntas metacognitivas:
  - Según la situación planteada inicialmente, ¿quién de los estudiantes tenía razón?, ¿por qué?
  - ¿Cómo aprendimos las similitudes y diferencias entre ambos tipos de funciones en esta sección?
- El docente sistematiza la información y presenta las siguientes conclusiones:
  - La función: $F(x) = Cosx$ es equivalente a la función $f(x) = Sen\ (x + \frac{\pi}{2})$
  - La variación de la amplitud en las ondas que están en fase, produce una ampliación del sonido. Si las ondas están desfasadas hay disminución del sonido.
  - El estudio de las ondas sinusoidales permite entender el comportamiento de las ondas sonoras.

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes resolver el siguiente problema:
  - Un cuerpo está vibrando verticalmente de acuerdo con la ecuación $f(x) = 8Cos\ (x + \pi)$, determina:
  - ¿Cuál es la amplitud de la onda?
  - ¿Cuál es su periodo?
  - ¿Cómo es la gráfica de dicha función?

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Papelotes, papel milimetrado, plumones, cinta adhesiva, pizarra, tiza, etc.
- Calculadora científica (una por equipo).

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Establece relaciones entre gráficas y las transforma a expresiones algebraicas (modelos) funciones sinusoidales o cosenoidales.		Determina la amplitud, periodo, dominio y rango de funciones sinusoidales o cosenoidales.		Justifica la solución a partir de gráficos de funciones sinusoidales o cosenoidales, considerando sus características.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

Unidad 6 | Sesión 9

Duración: 2 horas pedagógicas

IDENTIFICAMOS LAS VIBRACIONES POR SEGUNDO, MÍNIMAS Y MÁXIMAS, QUE PUEDE PERCIBIR EL OÍDO HUMANO

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (10 minutos)

El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego presenta la siguiente situación:

Luego de varias semanas de haberse conformado la banda escolar de música de quinto de Secundaria, muchos estudiantes han pedido unirse a la agrupación atraídos por la alegría que muestran los integrantes durante los ensayos después de clases. Sin embargo, este interés por aprender música no está muy bien dirigido, pues ocurre que, durante varios momentos de los ensayos, los estudiantes, en vez de practicar, se dedican a jugar con los instrumentos musicales haciendo ruidos molestos que perturban a las aulas contiguas de tercero y cuarto de Secundaria, quienes llevan talleres de reforzamiento a esa misma hora. Los delegados de estas dos aulas ya han ido a hablar con el de quinto, quien ha hecho caso omiso al reclamo, incluso, a la de la tutora de cuarto, quien un día tuvo que acercarse al aula para solicitarles que bajen el volumen de los micrófonos y parlantes. Cuando su tutora les pregunta lo que está pasando, Carlos y Clarita argumentan que los de cuarto les tienen cólera, y que sus quejas son injustificadas. ¿Cómo puede solucionarse este problema? ¿Qué diferencia hay entre una práctica musical ordenada y regulada en volumen con lo que están haciendo los estudiantes de quinto? ¿Qué efectos puede tener el ruido en el desempeño de los demás estudiantes de la escuela?

- Los estudiantes dialogan sobre la situación e intercambian opiniones iniciales. A continuación, el docente plantea otro grupo de preguntas:

¿Cuál es la consecuencia del exceso de volumen en los audífonos? ¿A qué se denomina umbral de audición y umbral del dolor? ¿A qué medida hace referencia? ¿Qué relación hay entre la intensidad del sonido y las frecuencias? ¿Cuál es su unidad de medida?

- Los estudiantes dialogan e intercambian opiniones al interior del equipo. El docente anota las ideas más importantes en la pizarra.
- El docente comunica el propósito de la sesión: "Expresar equivalencias a partir de modelos matemáticos referidos a notaciones exponenciales y notaciones científicas que partan de situaciones cotidianas".
- Asimismo, muestra a los estudiantes el instrumento de evaluación que empleará durante la sesión (anexo 1) y menciona que la evaluación se dará a partir de la manera como cada estudiante:
  - Represente exponencial y científicamente los niveles de intensidad de un sonido en una frecuencia dada.
  - Compare cantidades empleando unidades de medidas.
- Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

  - Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
  - Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
  - Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

DESARROLLO (65 minutos)

- El docente comunica a los estudiantes que ha invitado a un representante de la Municipalidad, del área de Medioambiente, para que les explique los efectos de la contaminación sonora en las personas. De no ser posible contar con la presencia del representante, el docente podrá utilizar como apoyo la infografía del anexo 2.

A continuación, solicita que, tomando en cuenta la explicación del invitado o los datos de la infografía, respondan las siguientes preguntas:

- ¿A qué se denomina umbral de audición y umbral del dolor?
- ¿En qué unidades se mide?

Los estudiantes completan el cuadro 1 de doble entrada:

Cuadro 1

Umbral de audición	Umbral del dolor
....	

- ¿Qué es una presión acústica? ¿En qué unidades se mide?
- ¿A qué se denomina nivel de presión acústica? ¿En qué unidades se mide?
- ¿A qué se denomina intensidad de sonido? ¿En qué unidades se mide?
- Establece la relación entre la presión acústica, el nivel de presión acústica y la intensidad del sonido.
- Completa la tabla 1:

Tabla 1

Presión acústica (µPa)	Notación exponencial	Nivel de intensidad de sonido (Bel)	Notación exponencial	Intensidad de sonido (wm^{-2})	Notación exponencial
200		200		0,0000000000001	
2000		400		0,00000000001	
20 000		600		0,000000001	
200 000		800		0,0000001	
2 000 000		1000		0,00001	
20 000 000		1200		0,001	

El docente les solicita que, a partir de la gráfica, respondan las siguientes preguntas:

- ¿Qué diferencia hay entre el mínimo y el máximo valor de la presión acústica? Lo expresan en notación exponencial.
- ¿Qué diferencia hay entre el mínimo y el máximo valor del nivel de presión acústica? Lo expresan en notación exponencial.

- ¿Qué diferencia hay entre el mínimo y el máximo valor de la intensidad del sonido? Lo expresan en notación exponencial.

* Procesos que se deben evidenciar en los estudiantes con el acompañamiento del docente:

Los estudiantes extraen información sobre el umbral de audición y del dolor, y establecen comparaciones entre sus valores y unidad de medida.

Umbral de audición	Umbral del dolor
El umbral de audición es la intensidad mínima de sonido capaz de impresionar el oído humano. Aunque no siempre este umbral sea el mismo para todas las frecuencias que es capaz de percibir el oído humano, es el nivel mínimo de un sonido para que logre ser percibido. Su valor se encuentra en torno a los 20 m Pa, para una frecuencia de 1000 Hz (para cada frecuencia, el umbral de sensación tomará valores distintos).	El umbral del dolor se define como la intensidad mínima de un estímulo que despierta la sensación de dolor. Puede variar significativamente dependiendo de cada individuo. Los ruidos superiores a los 120 dB entran en el denominado "umbral del dolor", es decir, son ruidos insoportables que provocan sensación de dolor en el oído humano. Son sonidos que superan 1 $\frac{W}{m^2}$.

- Escriben en notación científica y exponencial las cantidades de presión acústica, nivel de intensidad e intensidad acústica.
- Establecen comparaciones entre los valores mínimos y máximos. Calculan sus diferencias haciendo uso de la notación exponencial.
- Identifican los valores que el oído humano puede percibir a partir de una fuente de información. Dialogan y argumentan.
- Analizan y reflexionan sobre el daño que produce escuchar música en volúmenes muy altos.

Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

Un estudiante de cada equipo presenta sus respuestas y argumenta el procedimiento desarrollado.

Según la información brindada, los estudiantes completan el cuadro 2:

Cuadro 2

Magnitud derivada	Unidades de medida
Frecuencia	
Intensidad del sonido	
Presión acústica	
Nivel de presión acústica	

Luego el docente pide que respondan las siguientes preguntas:

- La medida de la presión acústica se puede dar en Pascal o Bar. ¿Cuál es la equivalencia entre ellas?
- Completa el cuadro 3:

Cuadro 3

Presión acústica (µPa)	Presión acústica (Pa)	Presión acústica (Bar)
200		
2000		
20 000		
200 000		
2 000 000		
20 000 000		

El docente da a conocer la equivalencia de las unidades de medida:

1 Pascal = 1 Pa = 10^{-5} bar

1 Bar = 10^{5} Pa = 100 KPa = 0,1 MPa

Los estudiantes comparten sus resultados y sustentan las respuestas establecidas por sus equipos.

El docente consolida la información y despeja dudas.

Durante el desarrollo de estas actividades, el docente apoya a los grupos de trabajo absolviendo dudas, y evalúa el desempeño aplicando la lista de cotejo (anexo 1).

CIERRE (10 minutos)

Los estudiantes, con el apoyo del docente, arriban a las siguientes conclusiones:

- A través de la notación científica se pueden expresar de manera abreviada cantidades extremadamente grandes, tales como la medida de la intensidad del sonido; o extremadamente pequeñas, como el tamaño de algunas partículas.
- La sensibilidad del oído depende fuertemente de la frecuencia.

El docente finaliza la sesión planteando algunas preguntas metacognitivas:

- ¿Qué y cómo aprendimos hoy?
- ¿De qué manera lo aprendido nos ayuda en nuestra vida cotidiana?
- Con el conocimiento generado en la sesión, ¿cómo recomendarían actuar a los estudiantes de la banda escolar de música de quinto de Secundaria?

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 68 y 69 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Plumones, papelotes, cinta adhesiva, pizarra, tiza, etc.
- Infografía sobre la contaminación sonora (anexo 2).
- Actor: representante del área de Medioambiente de la Municipalidad Provincial.

ANEXO 1

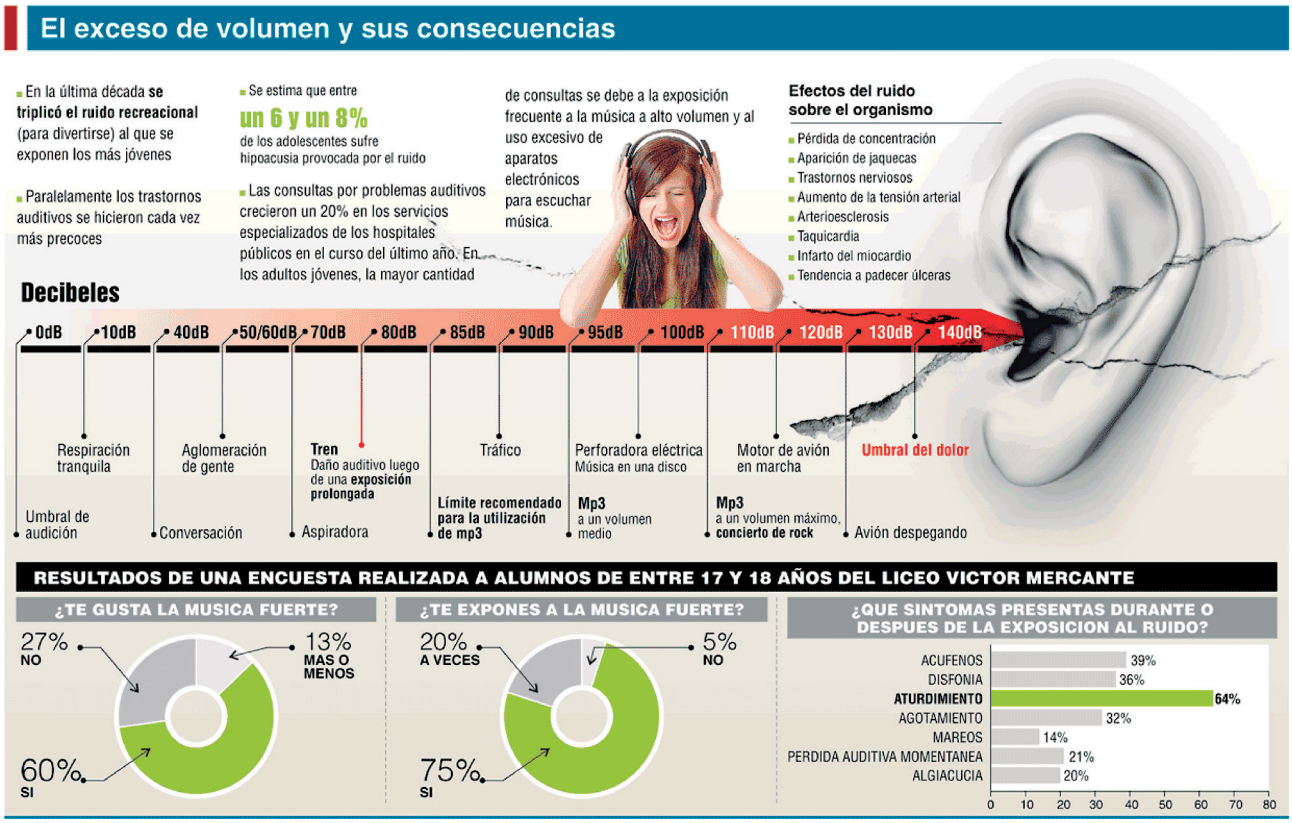
LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	INDICADORES / ESTUDIANTES	Establece relaciones entre datos y cantidades y las transforma a expresiones numéricas sobre notación científica		Expresa mediante notación exponencial y científicamente, cantidades muy grandes y pequeñas.		Expresa equivalencias considerando la notación exponencial y las unidades de medida.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

INFOGRAFÍA



Unidad 6 | Sesión 10

Duración: 2 horas pedagógicas

CALCULAMOS LOS NIVELES DE INTENSIDAD DE SONIDOS

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidades
Resuelve problemas de cantidad.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones numéricas y las operaciones.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (25 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego presenta la siguiente situación:

  A cien metros de la casa de Clarita están realizando una fiesta. Ella escucha la música con un nivel de intensidad de 60 dB.

  - ¿Cuál será la intensidad del sonido en la casa en donde se realiza la fiesta?
  - ¿Cuál será la potencia con la que se emite la música en la fiesta?

- Los estudiantes dialogan e intercambian opiniones.
- A continuación, el docente comunica el propósito de la sesión:

  "Adaptar estrategias para resolver problemas relacionados con notación científica, justificando las propiedades empleadas".

- Asimismo, muestra a los estudiantes el instrumento de evaluación que empleará durante la sesión (anexo 1) y les señala que se dará a partir de la manera como cada estudiante:
  - Seleccione y adapte estrategias de cálculo con cantidades de la notación científica o exponencial.
  - Plantee afirmaciones y justifique sus procedimientos sobre las propiedades de las operaciones durante la resolución de los casos propuestos.

Para ello, plantea las siguientes pautas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes:

- Participar en los procesos de resolución de las actividades, garantizando así el trabajo colaborativo.
- Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad.
- Respetar las opiniones e intervenciones de cada miembro del equipo, procurando espacios de diálogo y reflexión.

DESARROLLO (55 minutos)

Antes de resolver el problema el docente da indicaciones para que los estudiantes se desplacen por diferentes lugares al interior de la I. E. o fuera de ella (podría ser por la Plaza de Armas del pueblo o la comunidad) con la finalidad de identificar los diferentes sonidos y los niveles de intensidad.

El docente presenta el siguiente cuadro para ayudar a los estudiantes a identificar los niveles de intensidad.

dB-SPL	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
1	SUSURRO															
2	CONVERSACIÓN															
3	AULA DE CLASES															
4	LICUADORA															
5	TRACTOR															
6	CONCIERTO DE MÚSICA															
7	AVIÓN DESPEGANDO															

Los estudiantes pueden proponer o identificar sonidos de objetos o estructuras de su entorno.

Organizados en equipos, leen el problema planteado inicialmente. Lo hacen las veces que lo consideren necesario.

El docente propone realizar los siguientes procedimientos:

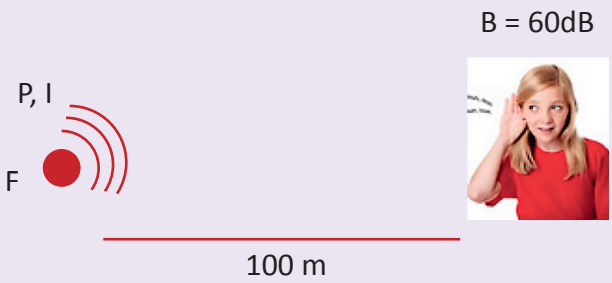
- Analizar el concepto de cada uno de los datos proporcionados por el problema

  Nivel de intensidad sonora

  Intensidad sonora

  Potencia sonora

- Plantear el problema ayudados por un gráfico, e identificar los datos y las expresiones matemáticas correspondientes para la solución del problema.



F es la Fuente donde se emite el sonido.

P es la Potencia con la que sale.

I es la Intensidad del sonido y llega a los oídos de Clarita con un nivel de intensidad β.

- Relacionar la potencia, la intensidad y el nivel de intensidad a través de la siguiente expresión matemática:

$$10^{\beta} = \frac{1}{1_0} \quad \text{.....(1)}$$

donde β es el nivel de intensidad; I, la intensidad sonora, y el umbral de audición cuyo valor es:

$$I_0 = 10^{-12} \ \frac{w}{m^2} \quad \text{...(2)}$$

Además, la intensidad:

$$I = \frac{p}{4\pi r^2} \quad \text{... (3)}$$

donde "r" es la distancia de la fuente de donde sale el sonido al lugar en el que se va a medir el nivel de intensidad.

Un decibelio (dB) equivale a la décima parte del Bel, puesto que esta resulta ser demasiado grande para las magnitudes normalmente utilizadas.

Reemplazar (2) en (1) para calcular la intensidad de sonido.

$$10^6 = \frac{I}{10^{-12} \frac{w}{m^2}} \quad \text{..... Aplicando la definición de logaritmo}$$

$$10^6 \, x \frac{10^{-12} w}{m^2} = I \quad \text{..... Multiplicando dos cantidades con bases iguales}$$

$$10^{-6}\,\frac{w}{m^2} = I$$ ..... Simplificando

- Para calcular la potencia sonora reemplazamos en (3):

$$\mathbf{10^{-6}}\ \frac{w}{m^2} = \frac{P}{4\pi(100m)^2}$$

$$\mathbf{10^{-6}}\ \frac{w}{m^2} = \frac{P}{4\pi(10^2m)^2}$$

expresando 100 en forma exponencial de base 10 y elevando al cuadrado.

$\mathbf{10^{-6}}\ \frac{w}{m^2}\ .10^4m^2.4\pi = P$ El denominador pasa al otro miembro multiplicando.

Resalta la propiedad asociativa de la multiplicación:

$(10^4m^2.\ 10^{-6}\ \frac{w}{m^2}).4\pi = P$

Resalta la propiedad asociativa de la multiplicación:

$10^{-6}\ \frac{w}{m^2}\ .(10^4m^2.4\pi) = P$

$(10^{-6}\ \frac{w}{m^2}\ .10^4m^2).4\pi = P$ producto de bases iguales y simplificando

$$P = 10^{-2}w\,.4\pi = 4\pi\,.10^{-2}w.$$

- Los estudiantes comparten sus procedimientos y resultados obtenidos a través de la técnica del museo. Un integrante de cada equipo argumenta sus procedimientos y justifica la utilización de propiedades algebraicas en los números reales.

  Durante el desarrollo de esta actividad, el docente absuelve dudas y evalúa el desempeño de los estudiantes aplicando la lista de cotejo del anexo 1.

- El docente entrega una ficha de trabajo (anexo 2) e indica a los estudiantes que resuelvan las situaciones propuestas, dos por cada equipo de trabajo.

- Durante el desarrollo de la sesión, atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.

- Los estudiantes aplican estrategias diversas y hacen uso de las propiedades algebraicas en R. Cada equipo es responsable de dar solución a un problema y explica con argumentos los procedimientos utilizados. Se apoyan en gráficos para poder entender el problema y establecer relaciones entre datos.

- El docente sistematiza la información y despeja dudas.

CIERRE (10 minutos)

- El docente orienta a los estudiantes para que lleguen a las siguientes conclusiones:
  - El nivel de intensidad sonora representa el cociente entre la intensidad sonora y el umbral de audición.
  - La potencia sonora relaciona la intensidad del sonido con la distancia al cuadrado. (Distancia de la fuente al otro punto).
  - Es importante cuidar nuestros oídos y evitar sonidos que sobrepasen lo permitido.
- El docente finaliza la sesión planteando preguntas metacognitivas:
  - ¿Qué aprendimos hoy?
  - ¿Cómo nos ayuda a resolver la situación inicialmente planteada?
  - ¿Cómo se relacionan estos aprendizajes con el propósito de la unidad?

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una lista de cotejo (anexo 1) para evaluar el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes resolver el problema propuesto en la ficha de las páginas 76 y 77 del cuaderno de trabajo.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Ficha de trabajo (anexo 2).

ANEXO 1

LISTA DE COTEJO

Docente: **Grado y sección:**

N.°	ESTUDIANTES / INDICADORES	Selecciona y adapta estrategias de cálculo para operar con cantidades expresadas en notación exponencial y científica.		Determina los niveles de intensidad del sonido haciendo uso de los modelos matemáticos.		Plantea afirmaciones sobre el uso de las propiedades de las operaciones para el cálculo de los niveles de intensidad y potencia.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

ANEXO 2

FICHA DE TRABAJO

Integrantes:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

RESUELVE LAS SIGUIENTES SITUACIONES:

1. Calcular el nivel de intensidad de un sonido que percibe Juan cuya intensidad sonora es

   $10^{-4}\ \frac{W}{m^2}$

   El nivel de intensidad es diferente de la intensidad (intensidad sonora); el primero indica la intensidad con que el sonido llega a los oídos de la persona, y la segunda, el sonido que el objeto produce.

2. El nivel de intensidad de la sirena de un barco, percibido por un marinero en la cubierta a 10 metros de distancia de la misma, es de 70 dB. Determina:

   (a) El nivel de intensidad sonora.

(b) ¿A qué distancia la sirena dejará de ser audible?

3. Una fuente sonora isótropa produce un nivel de intensidad de 65 dB a 1 m de distancia. Calcula la intensidad en dicha fuente sonora.

4. Un altavoz de forma semiesférica se ajusta para un nivel de intensidad de 40 dB a 10 m de distancia:

(a) ¿Cuál es la intensidad de sonido en $W \times m^{-2}$?

(b) ¿Cuál es la potencia a esa distancia?

Unidad 6

Sesión 11

Duración: 2 horas pedagógicas

EVALUAMOS NUESTRO TRABAJO

APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de cantidad.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (15 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes.
- Solicita a uno de los estudiantes que lea el párrafo de la situación significativa de la unidad:

> La docente de Arte de quinto grado de Educación Secundaria es aficionada a la música. Les ha propuesto a sus estudiantes formar una pequeña banda que realice presentaciones en las fechas festivas de la institución educativa. Se muestran muy animados y varios se apuntan en la lista para practicar luego de clases. Los talleres de práctica comienzan y todo parece ir bien al principio; sin embargo, la mayoría tienen muchas ganas, pero saben muy poco acerca de música, compases, ritmos, frecuencias, notas, acordes y otros. Solo Ricardo y Ángela saben tocar instrumentos, y una estudiante más, Lucía, puede cantar bien. No obstante, en vez de mostrarse dispuestos a enseñar a sus compañeros, se apartan del equipo con su guitarra, quena y zampoña para ensayar solos. Constantemente menosprecian al resto y se burlan de sus errores durante los ensayos. Por si fuera poco, el nivel de motivación del equipo ha disminuido: varios estudiantes faltan a los ensayos, han dejado de practicar en casa y, cada vez que tocan como banda, la calidad de su trabajo musical deja mucho que desear.

La docente ha pensado que es necesario volver a motivarlos y, además, desarrollar en ellos conocimientos sobre teoría musical para que puedan emplearlos en los ensayos de su banda. Ha conversado con su colega de Matemática, y en una reunión con los estudiantes de la banda se plantearon las siguientes preguntas: ¿Cómo lograremos producir secuencias musicales armónicas? ¿Por qué es importante afinar los instrumentos antes de tocarlos? ¿Cómo llegarán los sonidos a los oídos de nuestro público? ¿Qué es una onda sonora? ¿Cómo la representamos matemáticamente? ¿Qué caracterizan a una melodía aguda y a una grave?, ¿existen diferencias en sus graficas matemáticas? ¿De qué depende el volumen de los sonidos? ¿Qué relación matemática hay entre el tono y la frecuencia de un sonido musical? Además, ¿cómo debe ser el trato en la banda? ¿Cómo podrían aprovecharse las capacidades y el potencial de Ricardo, Ángela y Lucia? ¿Cuál es la actitud y trato que debemos promover con los integrantes al interior de la banda musical?

El docente plantea las siguientes preguntas:

- ¿Este párrafo les recuerda algo?
- ¿Cuál era nuestro propósito al inicio de la unidad?
- ¿Qué actividades hemos realizado durante esta unidad?
- ¿Cuáles fueron los compromisos asumidos por cada uno de nosotros?
- ¿Cuál sería el producto de nuestro trabajo en esta unidad de aprendizaje?

Los estudiantes responden a través de una lluvia de ideas. El docente organiza y sistematiza la información y resalta las ideas fuerza, de acuerdo con el aprendizaje esperado y el propósito de la sesión.

El docente señala los propósitos de la sesión:

- Consolidar nuestro producto de unidad y evaluar las actividades ejecutadas durante cada sesión.
- Revisar el trabajo realizado en las sesiones.
- Realizar un análisis matemático de la canción elegida al inicio de la sesión a partir de los conocimientos construidos durante la unidad.
- Consolidar nuestras principales conclusiones en papelotes que incluyan los modelos matemáticos, gráficos y demás representaciones trabajadas.
- Dialogar sobre nuestro desempeño, dificultades, logros y aprendizajes de la unidad.

Luego el docente plantea las siguientes pautas de trabajo con los estudiantes:

- Nos formaremos en nueve equipos para revisar el trabajo de cada una de las sesiones de la unidad, desde la sesión 2 hasta la 10. Dialogaremos sobre la utilidad de cada una y su relación con la tarea de cantar la canción referida al buen trato, elegida al inicio de la unidad.
- Se entrega a cada estudiante un grupo de papelotes en los que se consolidarán los conocimientos matemáticos involucrados en cada sesión y que tienen relación o sirven para comprender y aprender la canción elegida.
- Los estudiantes podrán revisar sus cuadernos y fichas de trabajo para realizar el análisis respectivo; además, contarán con la mediación del docente para establecer los vínculos específicos entre cada tema y la canción elegida.
- Cada estudiante debe tener a la mano la rúbrica de evaluación (anexo 1) que les entregará el docente.

DESARROLLO (60 minutos)

- El docente invita al profesor de Música o al músico de la comunidad para que evalúen el trabajo de los estudiantes en relación con la canción elegida. Se les entrega la rúbrica para que registren sus evaluaciones.
- Los estudiantes, divididos en equipos, inician el trabajo de revisión durante 15 minutos; elaboran un pequeño borrador en su cuaderno sobre la información que compartirán sobre la sesión.
- Los 15 minutos siguientes, los estudiantes preparan el material para exponer, con el análisis matemático de la canción elegida al inicio de la unidad (se tomarán en cuenta las notas musicales, la intensidad de sonido, la frecuencia, las tablas y gráficos, así como la exposición que darán, etc.).
- Luego cada equipo contará con 3 minutos para socializar su trabajo a sus compañeros, así como a los padres de familia invitados.
- Al término de cada presentación de los productos, los estudiantes verifican la rúbrica y califican a sus compañeros en cada criterio. Luego de los cálculos señalados, se obtiene el puntaje en escala vigesimal (20 como nota máxima).
- Luego de cada calificación, el docente y los estudiantes deben tomar nota de las sugerencias hechas por el músico de la comunidad y el profesor invitado.
- Se toma un máximo de 30 minutos para este espacio de heteroevaluación.
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses que requieran.

CIERRE (15 minutos)

- El docente forma los mismos cuatro equipos que se formaron en primera sesión de la unidad y procura la reflexión de los estudiantes mediante las siguientes preguntas:

  (Entrega las preguntas a los equipos en una cartilla).

  - ¿Cuál fue el propósito de esta unidad?, ¿crees que logramos cumplirlo?
  - ¿Qué dificultades surgieron en el proceso?
  - ¿Qué opinas del trabajo colaborativo con tus compañeros de equipo?, ¿qué se logró y qué falta lograr?
  - ¿Qué aprendizajes específicos has construido al final de esta unidad?
  - ¿De qué manera lo que has aprendido tiene impacto en tu familia o la comunidad? Piensa en una situación específica.

- Los estudiantes responden utilizando la técnica de lluvia de ideas

EVALUACIÓN

- El docente utiliza una rúbrica para evaluar (anexo 1) el desempeño de los estudiantes.

TAREA PARA TRABAJAR EN CASA

- Difundir la importancia de la matemática y su relación con la música.

MATERIALES Y RECURSOS

- Rutas del Aprendizaje de Matemática: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII.
- Cuaderno de trabajo. Matemática 5.
- Manual para el docente. Matemática 5.
- Texto escolar. Matemática 5.
- Papelotes, plumones, cinta adhesiva, pizarra, tizas, etc.
- Rúbrica para la evaluación del producto y de los problemas resueltos (anexo 1).

ANEXO 1

RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DEL PRODUCTO Y DE LOS PROBLEMAS RESUELTOS

CRITERIO	NIVELES DE DESEMPEÑO			
	C: En inicio	B: En proceso	A: Logro esperado	AD: Logro destacado
Relación con la situación vivencial (canción elegida)	- El estudiante establece pocos puntos de relación entre los conocimientos, las representaciones y los modelos matemáticos de la sesión y las características de la canción elegida para promover el buen trato. - Casi todos los puntos de relación establecidos tienen fundamento matemático inválido; la mayoría de las relaciones son contradictorias o incoherentes.	- El estudiante establece algunos puntos de relación entre los conocimientos, las representaciones y los modelos matemáticos de la sesión y las características de la canción elegida para promover el buen trato. - No todos los puntos de relación establecidos tienen fundamento matemático válido; algunas relaciones son contradictorias o incoherentes.	- El estudiante establece una relación cercana entre los conocimientos, las representaciones y los modelos matemáticos de la sesión y las características de la canción elegida para promover el buen trato. - La relación establecida tiene fundamento matemático válido.	- El estudiante establece una estrecha relación entre los conocimientos, las representaciones y los modelos matemáticos de la sesión y las características de la canción elegida para promover el buen trato. - La relación establecida tiene fundamento matemático válido.
Explicación	- Muestra un nivel bajo de dominio del tema de explicación implicado (trigonometría o funciones cuadráticas). - Muestra varias dificultades y errores en los planteamientos o cálculos y en los términos usados durante la explicación, que afectan en gran medida la comprensión de su exposición.	- Muestra un nivel intermedio de dominio del tema de explicación implicado (trigonometría o funciones cuadráticas). - Muestra varias dificultades o errores en los planteamientos o cálculos, o en los términos usados durante la explicación, que en algunos casos afectan la comprensión de su exposición.	- Muestra un buen nivel de dominio del tema de explicación implicado (trigonometría o funciones cuadráticas). - Muestra algunas dificultades o errores en los planteamientos o cálculos, o en los términos usados durante la explicación, pero que no afectan la comprensión de su exposición.	- Muestra un dominio completo del tema de explicación implicado (trigonometría o funciones cuadráticas). - No se muestra ningún tipo de error en los planteamientos ni cálculos; tampoco en los términos usados durante la explicación.
Manejo de recursos	- Se observa que faltan recursos que apoyen la producción o que el manejo inadecuado no aporta a su entendimiento. - Su producción no concluye ni muestra un avance apropiado dentro del tiempo previsto.	- Muestra dificultades en el manejo de los recursos y materiales elegidos para apoyar su producción. - Su producción se extiende un poco más el tiempo previsto.	- Maneja eficientemente los recursos y materiales elegidos para apoyar su producción. - Su producción se extiende un poco más del tiempo previsto.	- Maneja eficientemente los recursos y materiales elegidos para apoyar su producción. - Maneja eficientemente el tiempo, para lograr concluir su producción en el tiempo previsto.

NOTAS

NOTAS

NOTAS

NOTAS

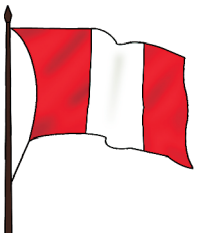
NOTAS

NOTAS

NOTAS

NOTAS

SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera

CORO

Somos libres, seámoslo siempre
y antes niegue sus luces el Sol,
que faltemos al voto solemne
que la Patria al Eterno elevó.

Himno Nacional del Perú

Escudo

DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

Artículo 1
Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

Artículo 2
Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

Artículo 3
Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

Artículo 4
Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

Artículo 5
Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

Artículo 6
Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

Artículo 7
Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

Artículo 8
Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

Artículo 9
Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

Artículo 10
Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

Artículo 11
1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

Artículo 12
Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

Artículo 13
1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

Artículo 14
1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 15
1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

Artículo 16
1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

Artículo 17
1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

Artículo 18
Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

Artículo 19
Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

Artículo 20
1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

Artículo 21
1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

Artículo 22
Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

Artículo 23
1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

Artículo 24
Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

Artículo 25
1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, viudez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

Artículo 26
1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

Artículo 27
1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

Artículo 28
Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

Artículo 29
1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad(...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 30
Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.

DISTRIBUIDO GRATUITAMENTE POR EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN - PROHIBIDA SU VENTA